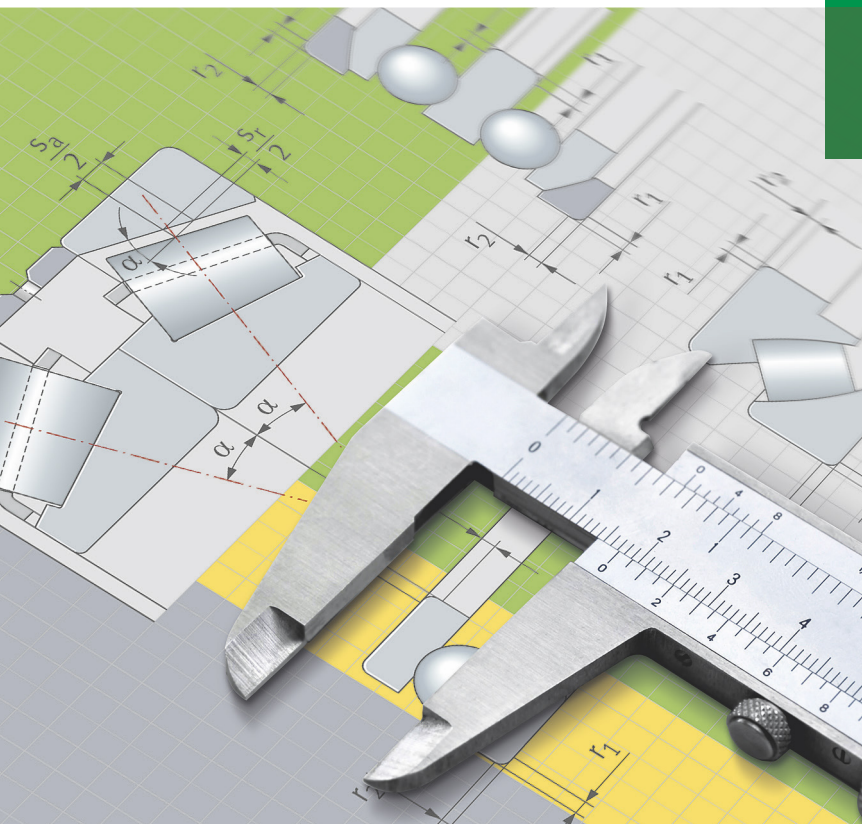


Technisches Taschenbuch



Dieses Technische Taschenbuch wurde mit großer Sorgfalt erstellt; alle Angaben sind auf ihre Richtigkeit hin überprüft. Dennoch können Fehler nicht ausgeschlossen werden. Herausgeber und Autoren übernehmen für fehlerhafte und unvollständige Angaben und deren Folgen weder eine juristische Verantwortung noch irgendeine Haftung. Der Inhalt des Buches dient ausschließlich der Information und kann eine technische Beratung im Einzelfall nicht ersetzen.

Für Anregungen und Hinweise auf Fehler sind der Herausgeber und die Autoren dankbar:  
Technisches.Taschenbuch@Schaeffler.com  
Wartzack@mfk.fau.de

### **Wissenschaftliche Betreuung**

Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack  
Universität Erlangen-Nürnberg  
Lehrstuhl für Konstruktionstechnik

### **Herausgeber**

Schaeffler Technologies AG & Co. KG  
91074 Herzogenaurach

### **Hausadresse**

Industriestraße 1–3  
91074 Herzogenaurach  
info@schaeffler.com

### **Gesamtleitung**

Schaeffler Industrial Technical Documentation

© Schaeffler Technologies AG & Co. KG

1. Auflage, April 2013
- 2., erweiterte Auflage, Januar 2014
- 3., erweiterte Auflage, November 2017
- 4., überarbeitete Auflage, April 2021, nur als PDF erhältlich
- 5., erweiterte Auflage, August 2023

Das Buch einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich durch das Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, erfordert die vorherige Zustimmung des Herausgebers. Das gilt insbesondere für Nachdruck, Vervielfältigungen, Übersetzungen, Bearbeitungen sowie die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

**Der Verkauf unentgeltlich zur Verfügung gestellter Exemplare des Technischen Taschenbuchs STT an Dritte ist untersagt.**

# **Gesamt-Inhaltsverzeichnis**

**Geleitwort**

**Vorwort**

**Unternehmensprofil**

**Inhalt**

■ Einheitensysteme .....	18
■ Mathematik .....	36
■ Technische Statistik .....	74
■ Chemie .....	94
■ Physik .....	108
■ Mechanik .....	122
■ Mechanische Schwingungen und Akustik .....	148
■ Hydraulik und Pneumatik .....	172
■ Mechatronik .....	190
■ Festigkeitsberechnung .....	224
■ Konstruktionswerkstoffe .....	282
■ Produktentwicklung .....	338
■ Technische Darstellungslehre .....	348
■ Toleranzen und Passungen .....	404
■ Konstruktionselemente .....	472
■ Stichwortverzeichnis .....	746



Schaeffler bekennt sich seit jeher und aus Überzeugung zu seiner Verantwortung für zukunftsfähige Ausbildung und globalen Wissenstransfer. Auch wenn sich der Schritt von der Industrie- zur Wissensgesellschaft Mitte der 80er Jahre noch nicht so deutlich abzeichnete, war für den aufmerksamen Beobachter doch schon erkennbar, dass Bildung zum höchsten Gut wird, in das sich zu investieren lohnt. Aus diesem Gedanken heraus entwickelte sich die Idee zum INA Technischen Taschenbuch ITT, das unter der fachlichen Leitung von Prof. Dr.-Ing. Ernst-Günter Paland entstand, auf der Hannover-Messe 1985 erstmals vorgestellt wurde und einen Umfang von 96 Seiten hatte.

Im Laufe der Jahre ist das Standardwerk ITT mit seinen Formeln und Gesetzen auf 370 Seiten angewachsen, in mehreren Auflagen erschienen und über 750 000 Mal abgerufen worden. Es hat sich dabei neben seiner Funktion als Nachschlagewerk auch als Arbeitsbuch für die Aus- und Weiterbildung, bei Konstrukteuren, Ingenieuren und Technikern sowie für das Studium technischer und naturwissenschaftlicher Disziplinen hervorragend bewährt.

Bestätigt durch die große Nachfrage hat Schaeffler das Buch im Jahr 2013 vollständig überarbeitet und gibt es seither unter dem Namen Schaeffler Technisches Taschenbuch STT heraus. Für die wissenschaftliche Betreuung konnte Prof. Dr.-Ing. Harald Meerkamm von der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, ehemals Leiter des Lehrstuhls für Konstruktionstechnik, gewonnen werden. Ohne seine außerordentliche Unterstützung, seine Erfahrung, Sorgfalt und Geduld hätte das STT in dieser Form nicht entstehen können.

Seit dem Jahr 2021 führt Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack, Leiter des Lehrstuhls für Konstruktionstechnik an der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, die wissenschaftliche Betreuung des STT fort und gibt wertvolle Impulse für die Weiterentwicklung des STT. In der vorliegenden Ausgabe konnten wir gemeinsam zahlreiche neue Themen platzieren und bewährte Themen aktualisieren. Die jetzige, überarbeitete und erweiterte Ausgabe bietet umfangreiches, aktuelles Wissen auf rund 760 Seiten.

Für ihr außergewöhnliches Engagement und das stets entgegengebrachte Vertrauen bei unserer Zusammenarbeit sagen wir Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack und seinem hochmotivierten Team von wissenschaftlichen Mitarbeitern unseren herzlichen Dank. Darüber hinaus danken wir allen Leserinnen und Lesern, die Hinweise für Korrekturen und Ergänzungen gegeben haben.

Es freut uns, dass das STT so geschätzt wird und bei uns bis heute mehr als 500 000 Exemplare des STT angefordert wurden. Interessenten können die neue Auflage des STT unter → <http://www.schaeffler.de/std/1D3E> in unserer Mediathek bestellen oder als PDF herunterladen. Unter → [apps.schaeffler.de](http://apps.schaeffler.de) steht das STT als App zur Verfügung. Wir sind davon überzeugt, dass die vorliegende Auflage die gleiche positive Resonanz erfährt wie die bisherigen Ausgaben.

Herzogenaurach, im August 2023  
Der Herausgeber

Das INA Technische Taschenbuch ITT von Schaeffler ist seit nunmehr über 25 Jahren ein Standardwerk für Auszubildende metallverarbeitender und elektrotechnischer Berufe, Konstrukteure, Techniker, Ingenieure sowie für Studierende technischer und naturwissenschaftlicher Fakultäten. Mit seiner kurzen, kompakten und prägnanten Darstellungsweise schließt es seit seinem Erscheinen erfolgreich die Lücke zwischen ausführlichem Lehrbuch und reinem Tabellenwerk.

Aufgrund der enormen Nachfrage – in den gut zweieinhalb Jahrzehnten seit der Erstauflage wurde über eine Dreiviertelmillion Exemplare ausgegeben – hat Schaeffler beschlossen, das Buch komplett zu überarbeiten und als Schaeffler Technisches Taschenbuch STT neu aufzulegen. Dabei standen die Beibehaltung des bisherigen Charakters als Nachschlagewerk mit schneller und gründlicher Information, wissenschaftliche Aktualität, Verständlichkeit, Übersichtlichkeit, Anschaulichkeit sowie die Neuaufnahme zeitgemäßer Themen im Vordergrund. So wurden alle Inhalte aktualisiert, Normen-, Toleranz- und Passungsangaben auf den neuesten Stand gebracht und das aktuelle Thema Mechatronik aufgenommen.

Das Kapitel Konstruktionselemente – erweitert um rotatorische und translatorische Lager sowie beispielhafte Anwendungen mit diesen Produkten – ist nach dem wissenschaftlich fundierten „funktionsorientierten Ansatz“ vollkommen neu gestaltet und erheblich erweitert, die bisher an zwei Stellen im Buch behandelten Technischen Grundlagen für Wälzlager sind in diesem Kapitel zusammengefasst. Der funktionsorientierte Ansatz folgt dem Gedanken, das Gebiet der Maschinenelemente jeweils nach ihrer Funktion zu gliedern.

Die Ausführungen sind im Sinne eines Nachschlagewerks bewusst kurz gefasst – eine umfassende, lehrbuchartige Darstellung der Themengebiete war nicht beabsichtigt – und auf schnelle, praktische Verwertbarkeit ausgerichtet. Dadurch erhält der Leser das Gewünschte komprimiert und kann sich zügig mit dem Fachwissen vertraut machen. Unterstützt wird der einfache Zugriff auf Informationen durch den Aufbau der Kapitel, den Einsatz von Farbe als Gliederungs- und Steuerungsgröße, eine lesefreundliche Typografie sowie die Gestaltung der Tabellen und Formeln.

Da das Verständnis für technische und naturwissenschaftliche Zusammenhänge vielfach mit zeichnerischen Darstellungen verbunden ist, wurden die Bilder so angelegt, dass die Bildinhalte transparenter und schneller zugänglich sind. Das erlaubt neue Möglichkeiten in der Stoffvermittlung grafischer Elemente. All dies folgt den Grundzügen moderner didaktischer Lehrbuchgestaltung und unterstützt die Aufnahme der Informationen.

Mein Dank gilt den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Herausgebers, die an dieser Auflage mitgearbeitet haben, für die Anregungen, Vorschläge, Hinweise, Ergänzungen und Korrekturen, für die vertrauensvolle und anregende Zusammenarbeit sowie für die ausgezeichnete Betreuung und gewissenhafte operative Umsetzung des Projekts. Herzlich bedanken möchte ich mich auch bei meinem STT-Team am Lehrstuhl für Konstruktionstechnik, das mich in allen Phasen hervorragend unterstützt hat.

## **Vorwort**

Ich freue mich, wenn dieses bewährte Arbeitsbuch und Nachschlagewerk auch in seiner Neuauflage als Schaeffler Technisches Taschenbuch STT allen Leserinnen und Lesern Hilfe und Unterstützung bei der Lösung ihrer täglichen Aufgaben ist.

Erlangen, im April 2013  
Prof. Dr.-Ing. Harald Meerkamm  
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

### **Vorwort zur 5. Auflage**

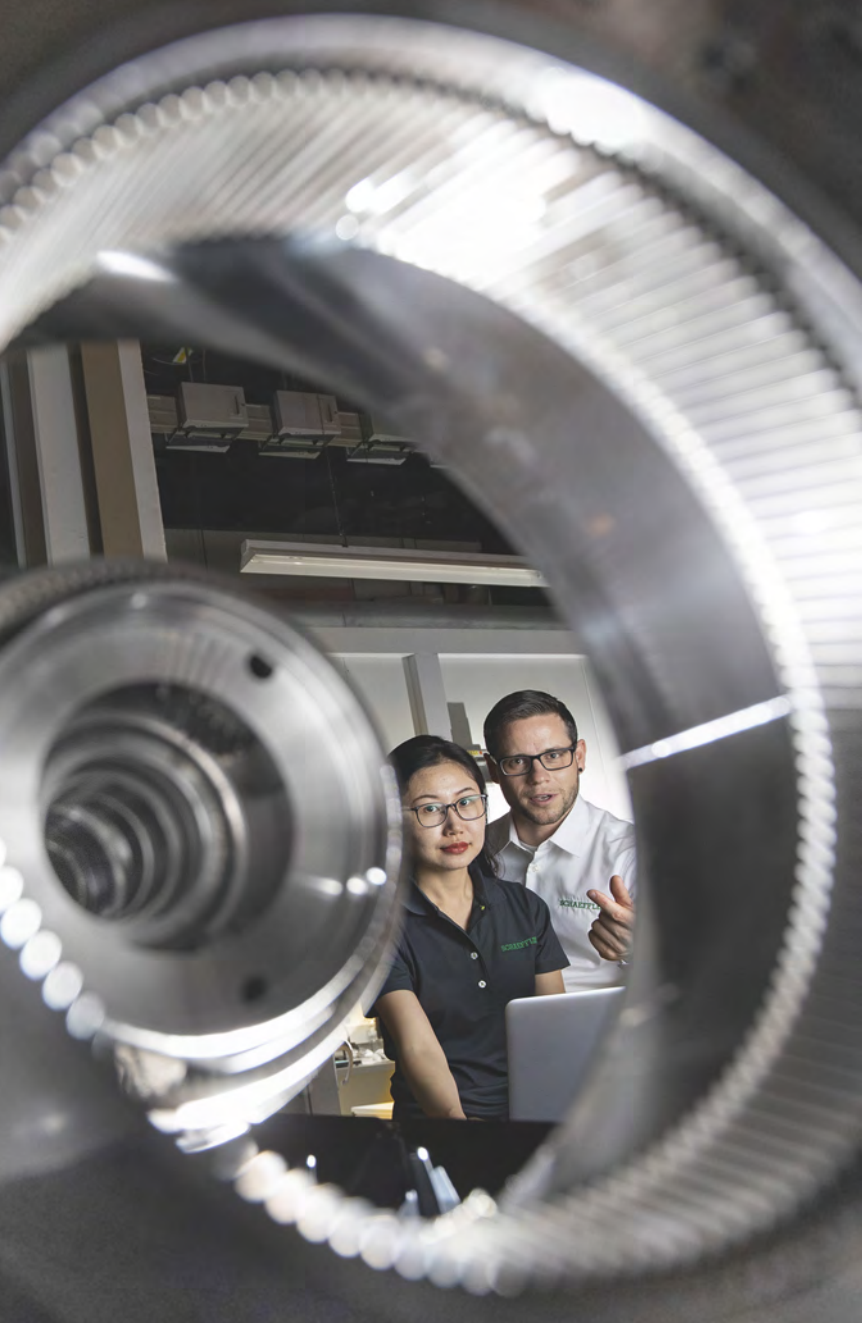
Das Thema Digitalisierung im Allgemeinen und Digital Engineering im Besonderen nimmt im Ingenieursalltag einen immer wichtigeren Stellenwert ein. Daher möchten wir mit der vorliegenden neuen Auflage insbesondere den damit in Verbindung stehenden Themen einen entsprechenden Stellenwert einräumen. Im Kapitel Mechatronik haben wir die Unterkapitel Sensoren, Aktoren, Modellbildung und Simulation sowie Zustandsüberwachung von Maschinen mit Wälzlagern mittels Schwingungsanalyse ergänzt. Neu ist ferner das Kapitel zur Produktentwicklung, sowohl was die methodische Vorgehensweise betrifft, als auch den CAx-Einsatz, wissensbasiertes Konstruieren und Wissensentdeckung in Datenbanken / Data-Mining. Ergänzungen waren weiterhin nötig in der Technischen Statistik, insbesondere zur Statistischen Versuchsplanung. Neben diesen Neuerungen waren Anpassungen erforderlich, da zentrale Normen geändert wurden bzw. neue Normen in Kraft getreten sind. Wie in jeder Auflage haben wir notwendige Korrekturen durchgeführt, die nicht zuletzt den Leserinnen und Lesern aufgefallen sind.

Das Schaeffler Technische Taschenbuch besticht weiterhin durch seine Prägnanz bei aller Stofffülle und bietet dadurch hervorragende Voraussetzungen bei der täglichen Ingenieursarbeit in der Industrie. Aber auch das positive Feedback der Studierenden freut mich sehr, die dieses Technische Taschenbuch aufgrund der Kompaktheit und Übersichtlichkeit gerne mal dem Lehrbuch vorziehen. Hier wird eine wichtige Lücke zwischen den Tabellenwerken und Lehrbüchern geschlossen.

Besonders freut mich die weiterhin hervorragende, vertrauensvolle Zusammenarbeit zwischen dem Hause Schaeffler und dem STT-Team des Lehrstuhls für Konstruktionstechnik an der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg. Besonderen Dank gilt an dieser Stelle Herrn Dr.-Ing. Marcel Bartz, Herrn Dr.-Ing. Stefan Götz und Herrn Prof. Dr.-Ing. Benjamin Schleich.

Ich wünsche Ihnen eine interessante Lektüre des Schaeffler Technischen Taschenbuchs und freue mich, wenn Sie dies bei Ihrer täglichen technischen Arbeit oder auch im Studium unterstützt.

Erlangen, im August 2023  
Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack  
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg





### Schaeffler – We pioneer motion

Sei es der legendäre VW Käfer oder das Demo-Fahrzeug DTM Electric, das größte Passagierflugzeug Airbus A380, Windkrafträder weltweit, Cobots oder Roboter, die Riesenrad-Attraktion „London Eye“, Künstliche Intelligenz in der Fertigung oder Autos mit elektrifiziertem Antrieb: In allen steckt Technologie von Schaeffler.

Als ein weltweit führender Automobil- und Industrielieferer bringt die Schaeffler Gruppe seit über 75 Jahren mit zukunftsweisenden Erfindungen und marktfähigen Innovationen technologische Entwicklungen voran. So wird Bewegung und Mobilität effizienter, intelligenter und nachhaltiger. Das Technologieunternehmen bietet Präzisionskomponenten, Systeme und Services für die Felder Elektromobilität, CO<sub>2</sub>-effiziente Antriebe, Fahrwerk, Digitalisierung und erneuerbare Energien, Lifetime Solutions sowie Wälz- und Gleitlagerlösungen für eine Vielzahl von Industrieanwendungen. Schaeffler belegt laut Deutschem Patent- und Markenamt seit vielen Jahren Spitzenplätze im Ranking der innovationsstärksten Unternehmen Deutschlands.

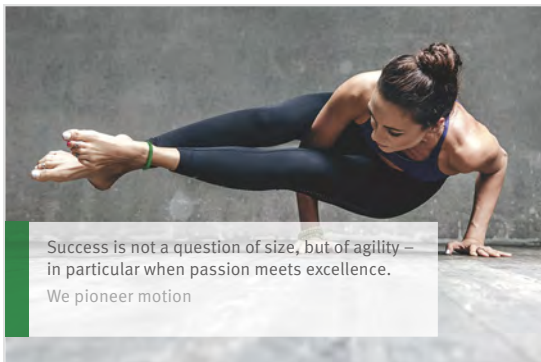
**Bild 1**  
Stammsitz  
Herzogenaurach



### Die Transformation gestalten

Im Jahr 2020 wurde die Unternehmensstrategie weiterentwickelt. Der neue Unternehmensclaim „We pioneer motion“ orientiert sich ebenso wie die strategische „Roadmap 2025“ an der Vision, bevorzugter Automobil- und Industrielieferer zu sein. Das Unternehmen mit seinen drei Sparten Automotive Technologies, Automotive Aftermarket und Industrial legt dabei den Schwerpunkt auf die fünf Fokusfelder CO<sub>2</sub>-effiziente Antriebe (E-Mobilität und die Wasserstofftechnologie), Fahrwerksanwendungen, Industrielle Maschinen & Ausrüstungen, Erneuerbare Energien und Lösungen für den Ersatzteilmarkt & Services.

Grundlage bilden die vier Unternehmenswerte „Nachhaltig“, „Innovativ“, „Exzellente“ und „Leidenschaftlich“. Nachhaltiger Unternehmenserfolg bedeutet für Schaeffler, ökologische und soziale Verantwortung zu übernehmen – in der Produktion, durch den Einsatz der Produkte beim Kunden sowie durch die Einbindung der Lieferanten. Beispielsweise hat sich das Unternehmen über alle Regionen hinweg zum Ziel gesetzt, bis zum Jahr 2030 CO<sub>2</sub>-neutral zu produzieren und bis zum Jahr 2040 klimaneutral zu wirtschaften. 2021 haben die Vereinten Nationen die Schaeffler Gruppe zu einem ihrer 50 Sustainability & Climate Leaders weltweit ernannt.



Success is not a question of size, but of agility –  
in particular when passion meets excellence.

We pioneer motion

### **Automotive Technologies**

### **Die Sparten der Schaeffler Gruppe**

Die Sparte Automotive Technologies entwickelt und fertigt zukunftsweisende Komponenten und Systemlösungen für Fahrzeuge mit verbrennungsmotorischem Antriebsstrang sowie für Hybrid- und Elektrofahrzeuge. Basis hierfür sind die traditionellen Stärken von Schaeffler: eine hohe vertikale Fertigungstiefe und Exzellenz in der Produktion. Zum Angebot des Unternehmens gehören Antriebe für die teil- und vollelektrifizierte Mobilität bis hin zur Brennstoffzelle. Unter anderem werden komplette Systeme wie die 4in1-E-Achse entwickelt, mit denen in Zukunft ganze Flotten elektrifiziert werden.

Elektromobilität, Fahrwerkstechnologien, Wasserstoff:

Schaeffler setzt auf innovative Mobilitätslösungen und konsequent gelebte Nachhaltigkeit, um auch in Zukunft zu den bevorzugten Technologiepartnern der globalen Automobilindustrie zu gehören.

**Bild 2**  
Schaeffler entwickelt Komponenten und Systeme für die Elektromobilität



**Bild 3**  
Das hochintegrierte und kompakte Gesamtsystem der 4in1-E-Achse benötigt deutlich weniger Bauraum als nicht integrierte Lösungen



## Unternehmensprofil

### **Automotive Aftermarket**

Die Sparte Automotive Aftermarket liefert weltweit Komponenten und ganzheitliche Reparaturlösungen für den automobilen Ersatzteilmarkt. Neue Technologien und Systeme in modernen Fahrzeugen stellen Werkstätten vor immer größere Herausforderungen. Reparaturarbeiten gestalten sich umfangreicher und erfordern zunehmend ein Verständnis für das Gesamtsystem. Mit übergreifendem Systemverständnis und umfassenden Serviceleistungen unterstützt Schaeffler Werkstätten bei komplexen Reparaturen. Ob innovative Reparaturlösungen für Kupplungs- und Ausrücksysteme, Komponenten für Motoren, Getriebe und Fahrwerk – Schaeffler bietet sein komplettes Automotive-Ersatzteil-Sortiment und alle dazugehörigen Services unter den Marken LuK, INA, FAG und REPPERT an.

#### **Bild 4**

*Schaeffler  
Automotive Aftermarket  
– Kompetenter Partner  
für Werkstattkunden*



#### **Bild 5**

*Riemenwechsel  
im Nebenaggregattrieb*



## Unternehmensprofil

**Industrial** Die Sparte Industrial liefert im Direktgeschäft und über ein globales Netz von zertifizierten Vertriebspartnern Wälz- und Gleitlager, Linear- und Direktantriebstechnik sowie Instandhaltungsprodukte und Monitoringsysteme an Kunden aus verschiedensten Industriebranchen. Schaeffler bietet ein breites Spektrum an Lagerlösungen – zum Beispiel für die Robotik, für Windkraftanlagen, für Produktions- und Baumaschinen, Medizintechnik, Züge oder Flugzeuge. In enger Abstimmung mit den Kunden finden die Ingenieure die optimale Lösung für die unterschiedlichsten Anforderungen. Hierbei beachten sie das Gesamtsystem sowie die spezifischen Umgebungseinflüsse und Betriebsbedingungen der Anwendung – denn Lager müssen auch unter extremen Einsatzbedingungen zuverlässig funktionieren: bei Kälte, Hitze, Sturm oder permanenter Belastung, im Salzwasser, in der Wüste oder im Weltall. Im Bereich der industriellen Instandhaltung bietet Schaeffler Lösungen aus seinem Lifetime Solutions Portfolio, wie das Zustandsüberwachungssystem OPTIME oder den intelligenten Schmierstoffgeber OPTIME C1. Diese helfen, die Lebensdauer von Industrieanlagen zu verlängern und Betriebskosten sowie Ressourcenverbrauch zu reduzieren.

**Bild 6**

*Einsatzort Mars:  
Das Forschungsfahrzeug  
"Curiosity". Mit an Bord ist  
Technik von Schaeffler*



**Bild 7**

*Präzisionsplaneten-  
getriebe der PSC-Baureihe  
für Industrieroboter*



### Der Weg zum Unternehmertum

Den Anstoß geben vor mehr als 75 Jahren zwei Brüder: Dr. Wilhelm (1908–1981) und Dr.-Ing. E.h. Georg Schaeffler (1917–1996). Die beiden Diplomkaufleute gründen 1946 in Herzogenaurach die Industrie GmbH. Es ist der Beginn der Erfolgsgeschichte eines weltweit führenden Automobil- und Industriezulieferers mit heute mehr als 83 000 Beschäftigten an rund 200 Standorten in über 50 Ländern. Basis des Erfolgs ist die Erfindung des käfiggeführten Nadellagers von Georg Schaeffler, das 1950 zum Patent angemeldet wird. In den fünfziger Jahren expandiert das Unternehmen rasch. Der sensationelle Erfolg des INA-Nadellagers und die Entwicklung immer neuer Produkte erfordern die Erweiterung der Produktionskapazitäten, den Aufbau neuer Abteilungen und die Errichtung von Zweigwerken im In- und bald auch im Ausland. Der Standort in Herzogenaurach ist seit jeher der Stammsitz des Unternehmens.

#### **Bild 8**

1950 meldet Georg Schaeffler seine Idee zum Patent an: Im Nadelkäfig werden die Wälzkörper achsparallel geführt. Im Lauf des Jahres 1950 gelingt der Schritt vom Prototyp zum serienreifen Wälzlager



Im Jahr 1999 wird LuK vollständig übernommen, die Übernahme der FAG Kugelfischer Georg Schäfer AG in Schweinfurt folgt im Jahr 2001. Dadurch wird die Schaeffler Gruppe zum zweitgrößten Wälzlagerhersteller weltweit. Die Produktmarken INA, LuK und FAG spielen noch heute im Vertrieb eine wichtige Rolle.

## Unternehmensprofil

Seit dem Tod von Dr.-Ing. E.h. Georg Schaeffler im Jahr 1996 führen seine Frau Maria-Elisabeth Schaeffler-Thumann und Sohn Georg F. W. Schaeffler als Familiengesellschafter gemeinsam mit dem Management das Unternehmen erfolgreich weiter.

Im Jahr 2008 unterbreitet die Familie Schaeffler den Aktionären der Continental AG ein freiwilliges Übernahmeangebot. Mit einem Anteil von 46 Prozent ist sie heute Hauptanteilseignerin der Continental AG. Parallel zu diesem Prozess wird auch Schaeffler in eine Aktiengesellschaft überführt. Seit Oktober 2015 ist die Schaeffler AG an der Frankfurter Wertpapierbörse notiert. Sämtliche Stammaktien und mit ihnen alle Stimmrechte gehören der Familie: Schaeffler bleibt ein Familienunternehmen.

### Bild 9

Die Schaeffler AG geht 2015 an die Börse. Georg F. W. Schaeffler, Jürgen R. Thumann, Maria-Elisabeth Schaeffler-Thumann und Vorstandsvorsitzender Klaus Rosenfeld (v.l.n.r.) läuten am 9. Oktober in Frankfurt die neue Ära ein



### Schon gewusst?

Heute ist diese Geschichte fast vergessen:

Neben der Metallsparte bildet „der Teppich“ bis Ende der 1980er-Jahre das zweite Standbein. Das Unternehmen ist zu Beginn der 1960er-Jahre nach eigener Auskunft der größte Teppichfabrikant der Bundesrepublik. Ende 1989 finden Georg Schaeffler und sein Sohn Georg F. W. Schaeffler einen Käufer, trennen sich vom „Teppich“ und konzentrieren sich ganz auf ihre Expertise als Automobil- und Industrielieferer.

Eine ausführliche Darstellung der Schaeffler-Geschichte mit vielen Fotos, Videos und Zeitzeugen finden Sie hier: [www.schaeffler.com/geschichte](http://www.schaeffler.com/geschichte)

---

### Ausbildung und Studium – Berufliche Zukunft bei Schaeffler

Ausbildung und Studium haben bei Schaeffler Tradition und höchsten Stellenwert. Rund um den Globus – von Herzogenaurach bis Taicang in China, von Port Elizabeth in Südafrika bis Fort Mill in den USA – starten jedes Jahr rund 900 junge Menschen die Ausbildung zu ihrem Traumjob bei Schaeffler.

Der Schwerpunkt des Ausbildungsportfolios liegt traditionell auf dem gewerblich-technischen Fachgebiet wie Maschinenbau, Elektronik und Mechatronik. Die Bandbreite reicht von Ingenieuren in der Entwicklung über IT-Expertinnen und -Experten bis hin zu Fachkräften in der Fertigung oder der Verwaltung. Die Transformation von Schaeffler und die Branchentrends wie Robotics und Wasserstofftechnik führen dazu, dass sich das Portfolio der Ausbildungs- und Studienprogramme stetig erweitert.

Derzeit bietet Schaeffler in 16 Ländern und an 48 Standorten rund 30 Ausbildungs- und Studienprogramme.

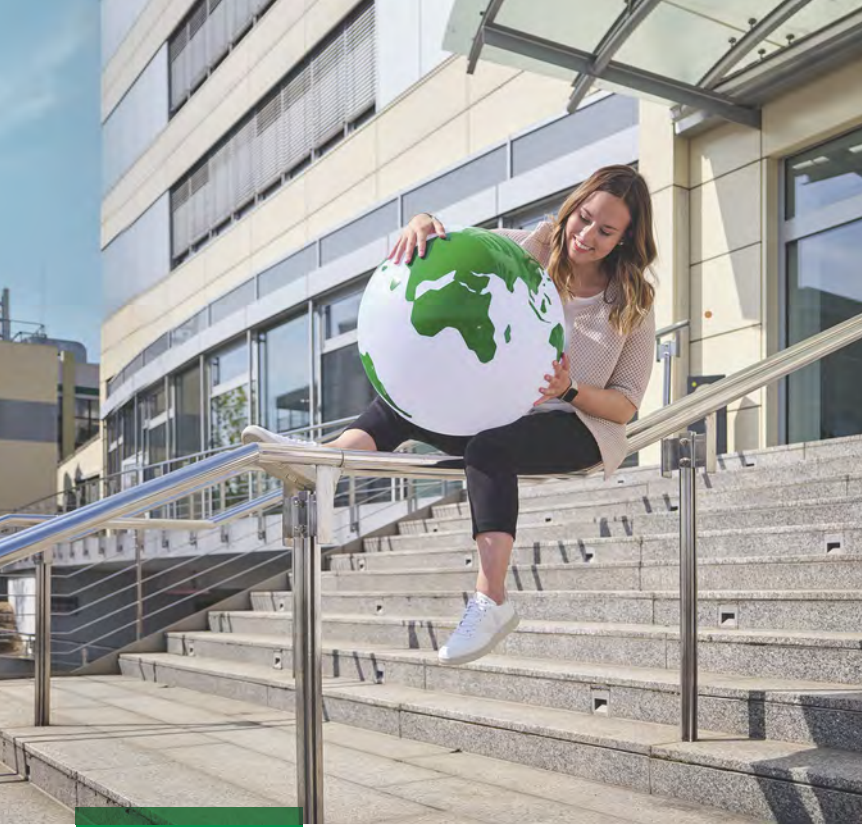
In der größten Ausbildungsregion Deutschland schließen jedes Jahr rund 1 000 Auszubildende nach zwei bis dreieinhalb Jahren ihre Ausbildung mit einem IHK-Zertifikat ab. Außerdem absolvieren etwa 300 Studierende in drei bis viereinhalb Jahren ein duales Bachelorstudium oder ein Masterstudium. Neben der akademischen Qualifizierung umfasst das Studium intensive Schaeffler-Praxiserfahrungen oder eine begleitende IHK-Ausbildung (Two-in-One-Studium).

Die Schaeffler Gruppe investiert in hohem Maße in Aus- und Weiterbildung und beteiligt sich an praxisorientierten Studiengängen in Kooperation mit zahlreichen Hochschulen.

Als weltweiter Mobilitätszulieferer bietet das Unternehmen vielfältige Möglichkeiten für die berufliche Weiterentwicklung und Karriereplanung – auch im internationalen Austausch zwischen den Unternehmen der Schaeffler Gruppe.

Weitere Informationen unter: [www.schaeffler.com/karriere](http://www.schaeffler.com/karriere)





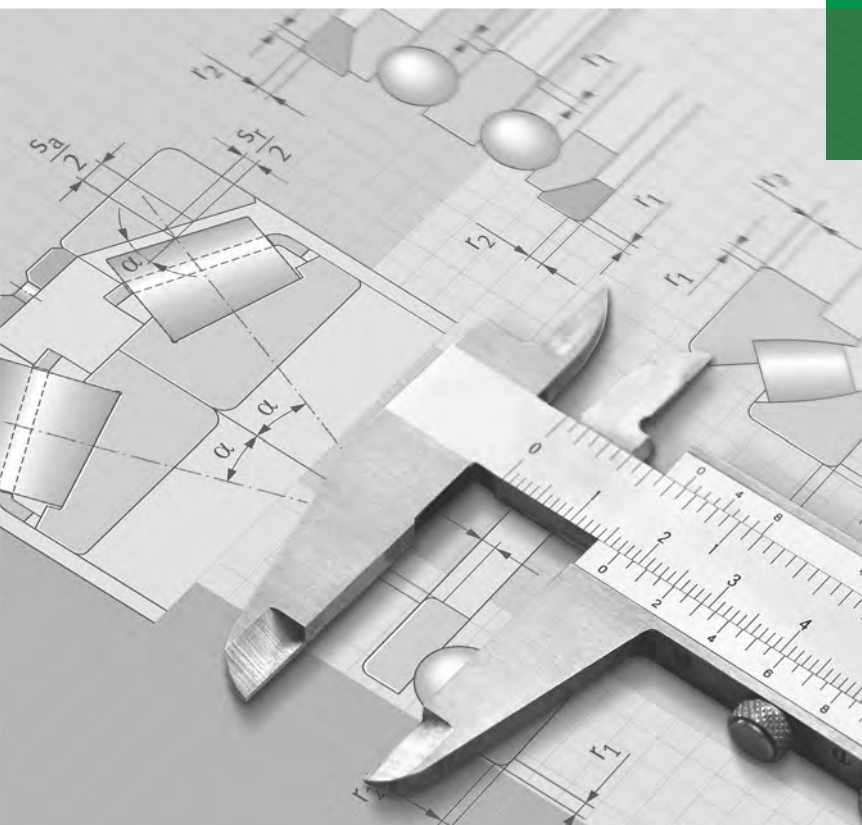
We pioneer motion

Bei uns wartet die Zukunft  
auf dich. Und zwar weltweit.

**SCHAEFFLER**



# Technisches Taschenbuch



<b>Einheitensysteme</b>	<b>Internationales Einheitensystem SI .....</b>	<b>18</b>
	Basiseinheiten des SI .....	18
	Abgeleitete Einheiten .....	20
	International festgelegte Vorsätze für Maßeinheiten .....	27
	Begriffsdefinitionen nach DIN 1305 .....	28
	<b>Nicht mehr anzuwendende Einheitensysteme .....</b>	<b>30</b>
	Physikalisches Maßsystem .....	30
	Technisches Maßsystem .....	30
	<b>Umrechnungen in das Internationale Einheitensystem SI .....</b>	<b>31</b>
	Angloamerikanische Systeme .....	31
	Temperatureinheiten .....	33
	<b>Römisches Zahlensystem .....</b>	<b>34</b>
	Definition .....	34
	Umrechnungstabelle .....	34
	Regeln .....	34
	<b>Alphabete .....</b>	<b>35</b>
	Griechisches Alphabet .....	35
<b>Mathematik</b>	<b>Allgemeine Zeichen, Zahlen, Definitionen .....</b>	<b>36</b>
	Mathematische Zeichen .....	36
	Häufig gebrauchte Zahlen .....	36
	Goldener Schnitt .....	37
	Pythagoreische Zahlen .....	37
	Primzahlen .....	38
	Binomialkoeffizienten .....	39
	<b>Arithmetik .....</b>	<b>40</b>
	Gesetze und Regeln .....	40
	<b>Algebra .....</b>	<b>41</b>
	Algebraische Gleichung 2. Grades .....	41
	Algebraische Gleichung 1. Grades .....	42
	Logarithmen .....	42
	Komplexe Zahlen .....	44

<b>Folgen und Reihen</b> .....	<b>45</b>
Arithmetische Folge .....	45
Arithmetische Reihe .....	45
Geometrische Folge .....	46
Geometrische Reihe .....	46
<b>Analysis</b> .....	<b>46</b>
Ableitungen und Differenziale .....	46
Integration von Funktionen .....	47
Integrale von Stammfunktionen (Grundintegrale) .....	48
<b>Geometrie</b> .....	<b>49</b>
Kreisfunktionen (trigonometrische Funktionen) .....	49
Ebenes Dreieck .....	51
Rechtwinkliges Dreieck .....	52
Bogenlängen, Bogenhöhen, Sehnenlängen, Kreisabschnitte .....	53
Schwerpunktlagen von Linien .....	54
Flächen-Berechnung .....	55
Schwerpunktlagen ebener Flächen .....	57
Körper-Berechnung .....	59
Schwerpunktlagen homogener Körper .....	61
Geometrische Grundkonstruktionen .....	63
<b>Zinsrechnung</b> .....	<b>67</b>
Zinseszins .....	67
<b>Mengenlehre</b> .....	<b>68</b>
Zeichen der Mengenlehre .....	68
<b>Numerik – Zahlensysteme in der Datenverarbeitung</b> .....	<b>69</b>
Kodierung .....	69
Festkommazahl und Gleitkommazahl .....	69
Stellenwertsysteme und Darstellung .....	69
Umrechnung zwischen Zahlensystemen .....	71

<b>Technische Statistik</b>	<b>Aufgaben und Anwendungsbereiche .....</b>	<b>74</b>
	Aufgaben .....	74
	<b>Begriffe, Größen und Definitionen .....</b>	<b>74</b>
	Grundgesamtheit .....	74
	Stichprobe .....	74
	Urliste .....	74
	Begriffe und Größen .....	75
	<b>Statistische Auswertung (Beispiel) .....</b>	<b>76</b>
	Aufgabe .....	76
	Lösung .....	76
	Hinweis zur Auswertung von Messreihen (Vertrauensbereich) .....	81
	<b>Gauß'sche Normalverteilung .....</b>	<b>82</b>
	Häufigkeitsdichtefunktion und Summenfunktion .....	82
	Darstellung der Gauß'schen Normalverteilung .....	82
	Wertehäufigkeit .....	83
	Standard-Normalverteilung .....	83
	Erste Näherung .....	84
	Streuung eines Prozesses .....	84
	<b>Weibull-Verteilung .....</b>	<b>85</b>
	Weibull-Summenfunktion .....	85
	Auswertung eines Lebensdauerversuchs .....	86
	Summenausfallhäufigkeit .....	86
	Nominelle Lebensdauer .....	86
	<b>Statistische Versuchsplanung .....</b>	<b>87</b>
	Einführung in die Statistische Versuchsplanung – Begriffe .....	87
	Arten statistischer Versuchspläne .....	87
	Planung von Zufallsexperimenten .....	90
	Auswertung von Versuchsergebnissen .....	91
	<b>Regression und Korrelation .....</b>	<b>92</b>
	Aufgabe der Regression .....	92
	Theoretische Regressionsfunktion .....	92
	Aufgabe der Korrelation .....	93

	Seite
<b>Chemie</b>	
<b>Elemente und Werte</b> .....	<b>94</b>
Periodensystem der Elemente .....	94
Stoffwerte: Chemische Elemente .....	96
Stoffwerte: Flüssigkeiten .....	100
Stoffwerte: Feste Stoffe .....	101
Stoffwerte: Gase und Dämpfe .....	102
Schmelztemperatur von Salzen .....	103
Metallsalze in Wasser – Löslichkeit .....	103
<b>Spannungsreihen</b> .....	<b>104</b>
Elektrolytische Spannungsreihe .....	104
Thermoelektrische Spannungsreihe .....	104
<b>Technisch wichtige chemische Stoffe</b> .....	<b>105</b>
Gewerbliche Bezeichnungen und Formeln .....	105
<b>Physik</b>	
<b>Begriffe, Größen und Konstanten</b> .....	<b>108</b>
Atomare Grundbausteine .....	108
Ordnungs- und Massezahlen, Kern- und Atomradien .....	110
Atomphysikalische und andere Größen .....	110
Physikalische Konstanten .....	112
Elektromagnetische Strahlung .....	113
Temperaturpunkte .....	115
Wärmeausdehnung von Körpern und Gasen .....	115
<b>Astronomische und terrestrische Begriffe und Größen</b> .....	<b>118</b>
Astronomische Einheiten .....	118
Unser Sonnensystem .....	119
Die Erde – Größenzahlen .....	119
Wissenswerte Geschwindigkeiten .....	120
<b>Dimensionslose Kennzahlen</b> .....	<b>120</b>
Dimensionslose Kennzahlen .....	120

<b>Mechanik</b>	<b>Definitionen</b> .....	<b>122</b>
	Mechanik .....	122
	Dynamik .....	122
	<b>Größen und Einheiten</b> .....	<b>123</b>
	Größen und Einheiten .....	123
	<b>Bewegungsgleichungen</b> .....	<b>124</b>
	Grundgesetz für beschleunigte Bewegung .....	124
	Dynamisches Gleichgewicht nach d'Alembert .....	124
	Rückführung auf statisches Gleichgewichtsproblem .....	124
	Bewegungsgleichungen lösen .....	125
	<b>Einfache Bewegungsvorgänge</b> .....	<b>126</b>
	Bewegungen, Weg-Zeit-Diagramme .....	126
	<b>Kräfte der Kinetik (Auswahl)</b> .....	<b>128</b>
	Kräfte der Kinetik .....	128
	Zwangs- oder Führungskräfte .....	129
	Kinetische Reaktionskräfte .....	129
	Zusatzkräfte im beschleunigten Bezugssystem .....	130
	<b>Erhaltungssatz der Energie</b> .....	<b>130</b>
	Definition Energieerhaltungssatz .....	130
	<b>Energieformen der Kinetik (Auswahl)</b> .....	<b>131</b>
	Energieformen der Kinetik .....	131
	<b>Massenträgheitsmomente homogener Körper</b> .....	<b>133</b>
	Massenträgheitsmomente 2. Grades homogener Körper .....	133
	<b>Impulssatz</b> .....	<b>136</b>
	Definition Impulssatz .....	136
	<b>Drehimpulssatz</b> .....	<b>136</b>
	Definition Drehimpulssatz .....	136
	Rechnungen mit Impulssatz und Drehimpulssatz .....	138



<b>Stoßgesetze – Zentraler Kraftstoß .....</b>	<b>138</b>
Definition Stoß und Kraftstoß .....	138
<b>Stoßgesetze – Drehstoß .....</b>	<b>140</b>
Ungeführte Bewegung .....	140
Geführte Bewegung .....	141
<b>Stoßgesetze für den festen Körper .....</b>	<b>142</b>
Gerader, zentraler Stoß .....	142
Schiefer, zentraler Stoß .....	144
Gerader, exzentrischer Stoß .....	145
Schiefer, exzentrischer Stoß .....	147
<b>Mechanische Schwingungen – Allgemeine Definitionen .....</b>	<b>148</b>
Beschreibung von Schwingungsvorgängen .....	148
Größen und Einheiten .....	150
<b>Freie, ungedämpfte Schwingung .....</b>	<b>151</b>
Beschreibung Energieansatz .....	151
Bewegungsgleichung, Aufstellung und Lösung .....	152
<b>Übersicht Bewegungsgleichungen und Vergrößerungsfunktion .....</b>	<b>159</b>
Freie, ungedämpfte und gedämpfte Schwingung .....	159
Fremderregte, ungedämpfte Schwingung .....	160
Fremderregte, gedämpfte Schwingung .....	162
<b>Akustik (Schalltechnik) .....</b>	<b>168</b>
Schall, Schalldruck und Schallpegel .....	168
Größen und Einheiten .....	170
Normalkurven gleicher Lautstärkepegel .....	171

*Mechanische  
Schwingungen und  
Akustik*

<i>Hydraulik und Pneumatik</i>	<b>Hydraulik</b> .....	<b>172</b>	
	Hydrogetriebe .....	172	
	Hydropumpen .....	174	
	Hydrostatische Standgetriebe .....	177	
	Ölhydraulische Anlagen .....	179	
	<b>Pneumatik</b> .....	<b>188</b>	
	Pneumatische Anlagen .....	188	
<i>Mechatronik</i>	<b>Begriffe und Definitionen</b> .....	<b>190</b>	
	Mechatronik .....	190	
	Mechatronisches System .....	192	
	Cyber-physisches System .....	193	
		<b>Sensoren</b> .....	<b>193</b>
		Hauptaufgabe .....	193
		Wirkprinzipien .....	193
		Beispiele .....	194
		<b>Informationsverarbeitung</b> .....	<b>195</b>
		Hauptaufgabe .....	195
		Steuern und Regeln .....	195
		<b>Aktoren</b> .....	<b>196</b>
		Hauptaufgabe .....	196
		Beispiele .....	197
		<b>Entwicklungsprozess</b> .....	<b>198</b>
		Aufbau des V-Modells .....	199
		<b>Modellbildung und Simulation</b> .....	<b>200</b>
		Hauptaufgabe .....	200
		Theoretische Modellbildung .....	200
		Blockschaltbilder .....	201
		<b>Motivation und Indikatoren für den Einsatz</b> .....	<b>205</b>

<b>Beispiele für mechatronische Systeme .....</b>	<b>205</b>
ABS und ESP .....	205
Magnetlager .....	206
<b>Mechatronik in Wälzlagern .....</b>	<b>207</b>
Funktionserweiterung von Wälzlagern .....	207
Sensorik im und am Lager .....	208
Aktorlager .....	213
Energieversorgung und Datenübertragung .....	215
Entwicklungspotenzial mechatronischer Wälzlager .....	215
<b>Zustandsüberwachung von Maschinen mit Wälzlagern mittels Schwingungsanalyse .....</b>	<b>216</b>
Schwingungsanalyse .....	216
Zeitbereich und Frequenzbereich .....	218
Amplitudenmodulation und Demodulation (Hüllkurve) .....	219
Typische Frequenzen .....	222
<i>Festigkeits- berechnung</i> <b>Begriffe, Größen und Definitionen .....</b>	<b>224</b>
Festigkeitslehre .....	224
Größen und Einheiten .....	226
Werkstoffkennwerte .....	228
<b>Beanspruchungsarten .....</b>	<b>230</b>
Beanspruchungsarten .....	230
Knickung schlanker Stäbe .....	236
<b>Ein- und mehrachsige Spannungszustände .....</b>	<b>239</b>
Bruchformen .....	239
Festigkeits-hypothesen .....	241
<b>Flächen- und Widerstandsmomente .....</b>	<b>242</b>
Axiale Flächen- und Widerstandsmomente .....	242
Flächenmomente für verschiedene Bezugsachsen .....	245
Torsionsflächen- und Torsionswiderstandsmomente .....	247

<b>Querkraftbiegung .....</b>	<b>249</b>
Schubmittelpunkte dünnwandiger Profile .....	249
Ebene Auflagerarten .....	251
Zwischenelemente .....	252
Querkraftbiegung für einfache, belastete Träger .....	252
<b>Prinzip der passiven Formänderungsarbeit .....</b>	<b>256</b>
Anwendungsbereich .....	256
Prüfung .....	256
Beispiel 1: Statisch bestimmtes System .....	256
Beispiel 2: Statisch unbestimmtes System .....	257
Integraltafeln .....	258
<b>Hertz'sche Kontakte und Pressungen .....</b>	<b>263</b>
Berechnung von Kontaktpaarungen .....	263
Hertz'sche Beiwerte gekrümmter Oberflächen .....	265
Hertz'sche Pressung in Wälzlagern .....	268
Spannungszustand unter Hertz'schen Kontakten .....	269
Härtetiefe .....	274
Werkstoffwahl für Wälzlagerlaufbahnen .....	275
<b>Dynamische Beanspruchung – Gestaltfestigkeit .....</b>	<b>276</b>
Bauteilbeanspruchung .....	276
Dauerfestigkeitsschaubilder allgemeiner Baustähle .....	279

	Seite
<b>Konstruktionswerkstoffe</b>	
<b>Stahl</b> .....	<b>282</b>
Stahlsorten .....	282
Systematik der Werkstoffbezeichnungen .....	282
Unlegierte Baustähle .....	283
Vergütungsstähle .....	284
Einsatzstähle .....	287
Rostfreie Stähle .....	289
Wälzlagerstähle .....	292
Automatenstähle .....	294
<b>Gusseisen und Stahlguss</b> .....	<b>295</b>
Gusseisen mit Lamellengraphit .....	295
Gusseisen mit Kugelgraphit .....	297
Stahlguss für allgemeine Anwendungen .....	301
Warmfester Stahlguss .....	302
Temperguss .....	303
<b>Wärmebehandlung von Stahl</b> .....	<b>306</b>
Wärmebehandlungsverfahren – Härten .....	306
Wärmebehandlungsverfahren – Glühen .....	308
Zustandsschaubild Eisen-Kohlenstoff .....	311
Einsatzhärten .....	313
Wärmebehandlung von Wälzlagerstählen .....	315
Vickershärte, Brinellhärte, Rockwellhärte, Zugfestigkeit .....	317
<b>Nichteisen-Metalle</b> .....	<b>319</b>
Nichteisen-Metall-Sorten .....	319
Kupferlegierungen .....	319
Aluminiumlegierungen .....	324
Magnesiumlegierungen .....	325
<b>Kunststoff</b> .....	<b>327</b>
Aufbau und Eigenschaften .....	327
Einteilung der Kunststoffe .....	329
Festigkeitskennwerte und Formbeständigkeit .....	331
Verarbeitung und Verwendung .....	335
Werkstoffauswahl .....	337

<i>Produktentwicklung</i>	<b>Einführung und Grundlagen .....</b>	<b>338</b>
	Konstruktionsphasen .....	338
	<b>Entwicklungs- und Problemlösungsmethoden .....</b>	<b>339</b>
	<b>Bewertung technischer Produkte .....</b>	<b>340</b>
	<b>Konstruktionsmethodische Vorgehensmodelle .....</b>	<b>340</b>
	<b>Rationalisierung in der Produktentwicklung .....</b>	<b>341</b>
	Baureihe .....	341
	Baukasten .....	342
	Plattform .....	342
	Modul .....	342
	<b>Virtuelle Produktentwicklung und CAx-Einsatz .....</b>	<b>342</b>
	CAD-Modellierung .....	343
	Datenaustausch und Verwaltung .....	344
	<b>Wissensbasiertes Konstruieren und Wissensverarbeitung .....</b>	<b>344</b>
	Knowledge-based Engineering (KBE) .....	344
	<b>Wissensentdeckung in Datenbanken und Data-Mining .....</b>	<b>346</b>
<i>Technische Darstellungslehre</i>	<b>Darstellung technischer Objekte .....</b>	<b>348</b>
	Möglichkeiten der Darstellung .....	348
	Technische Produktdokumentation (TPD) .....	348
	Darstellung technischer Objekte .....	348
	<b>Projektionsmethoden .....</b>	<b>348</b>
	Orthogonalprojektion .....	348
	Bildliche Darstellung .....	352
	<b>Schnittdarstellungen .....</b>	<b>353</b>
	Darstellung nach DIN .....	353
	Schnittarten .....	353
	Kennzeichnen des Schnittverlaufs .....	355
	Beispiel einer Schnittdarstellung .....	356

	Seite
<b>Grundelemente in Zeichnungen .....</b>	<b>357</b>
Normschrift .....	357
Normzahlen und Normzahlreihen .....	358
Linienarten und Liniengruppen .....	361
Blattgrößen .....	363
Maßstäbe .....	364
<b>Normgerechte Bemaßung .....</b>	<b>364</b>
Maßangaben nach Norm .....	364
Elemente der Maßeintragung .....	364
Methoden der Maßeintragung .....	366
Anordnung von Maßen, Bemaßungsregeln .....	367
Arten der Maßeintragung .....	368
Bemaßung von Formelementen .....	369
<b>Symbole für Schweißverbindungen .....</b>	<b>375</b>
Schweißverbindungen .....	375
<b>Angabe von Oberflächenbeschaffenheit und Rauheitskenngrößen in Zeichnungen .....</b>	<b>381</b>
Oberflächenbeschaffenheit .....	381
Grafische Symbole ohne Angaben .....	381
Toleranzakzeptanzregeln .....	382
Angaben am Symbol .....	382
Oberflächen-Kenngrößen .....	393
Rauheitsprofil-Kenngrößen .....	396
Erreichbare Mittenrauwerte .....	402
Härteangaben in Zeichnungen nach DIN ISO 15787:2016 .....	403

<b>Toleranzen und Passungen</b>	<b>Toleranzen – allgemeine Definition .....</b>	<b>404</b>
	Vergabe von Toleranzen .....	404
	<b>Geometrische Produktspezifikation (ISO GPS) .....</b>	<b>406</b>
	Konzept .....	406
	Aspekte von ISO GPS .....	406
	Vorteile von ISO GPS .....	408
	ISO GPS bei Toleranzspezifikationen für Wälzlager – Beispiele ...	411
	<b>Toleranzen für Längen- und Winkelmaße .....</b>	<b>412</b>
	Maßtoleranzen in technischen Zeichnungen .....	412
	Toleranzzonen, Maß- und Lagetoleranzen .....	415
	Messen von Bauteilen .....	417
	Größenmaße .....	417
	<b>ISO-Toleranzen und ISO-Passungen .....</b>	<b>425</b>
	Aufgaben und Anwendungsbereiche .....	425
	ISO-Toleranzsystem für Längenmaße .....	426
	Bildung von ISO-Toleranzklassen oder ISO-Toleranzzonen .....	427
	ISO-Toleranzen für Wellen .....	438
	ISO-Toleranzen für Bohrungen .....	442
	Passungssysteme .....	446
	Berechnung von Passungen .....	448
	Anwendung von ISO-Passungen .....	449
	Wälzlagertoleranzen und ISO-Toleranzen für Wellen und Gehäuse .....	450
	Einbau-Passungen für Wälzlager .....	450
	<b>Toleranzen für Form, Richtung, Ort und Lauf in Zeichnungen .....</b>	<b>451</b>
	Angaben in Zeichnungen .....	451
	Tolerierungsgrundsatz .....	464
	<b>Allgemeintoleranzen .....</b>	<b>468</b>
	Anwendung von Allgemeintoleranzen .....	468
	Allgemeintoleranzen nach ISO 22081 .....	468
	Historische Norm ISO 2768-2 .....	469
	Allgemeintoleranzwerte nach DIN 2769 als Ergänzung zu ISO 22081 .....	469
	Angaben in Zeichnungen .....	471



	Seite
<i>Konstruktions- elemente</i>	<b>Definitionen und Hauptfunktionen ..... 472</b>
	Funktionsorientierter Ansatz ..... 472
	<b>Elemente verbinden ..... 475</b>
	Übersicht ..... 475
	Formschlüssige Verbindungen ..... 476
	Reibschlüssige Verbindungen ..... 484
	Schraubenverbindungen ..... 493
	Stoffschlüssige Verbindungen ..... 532
	<b>Dichten ..... 533</b>
	Übersicht ..... 533
	<b>Kraft und Bewegung erzeugen ..... 534</b>
	Übersicht ..... 534
	Einteilung nach Wirkprinzip ..... 535
	<b>Drehbewegung übertragen ..... 536</b>
	Übersicht ..... 536
	Kupplungen ..... 536
	Bremsen ..... 538
	Getriebe ..... 539
	<b>Energie aufnehmen/speichern/abgeben/wandeln ..... 542</b>
	Übersicht ..... 542
	Federn ..... 543
	Dämpfer ..... 550
	<b>Reibung und Verschleiß beeinflussen ..... 551</b>
	Übersicht ..... 551
	Schmierstoffe ..... 551
	<b>Beschichtungen ..... 553</b>
	Einleitung ..... 553
	Die Bauteiloberfläche – eine Wirkfläche ..... 553
	Oberflächenbeanspruchungen ..... 553
	Schichten als Konstruktionselemente – „Tailored Coatings“ ..... 554
	Verfügbare Beschichtungen ..... 555
	Anwendungsbeispiele ..... 560

<b>Funktionsabläufe schalten/steuern/regeln .....</b>	<b>568</b>
Übersicht .....	568
<b>Elemente rotatorisch führen – Wälzlager .....</b>	<b>568</b>
Trag- und Führungsfunktion .....	568
Dimensionierung und Gestaltung von Wälzlagerungen .....	570
Dimensionierung – Tragfähigkeit und Lebensdauer .....	571
Steifigkeit .....	586
Reibung und Erwärmung .....	588
Drehzahlen .....	599
Geräusch .....	604
Schmierung .....	606
Lagerdaten .....	614
Gestaltung der Lagerung .....	625
Produkte – Übersicht .....	646
Grundaufbau rotatorischer Wälzlager .....	650
Radial-Kugellager .....	651
Radial-Rollenlager .....	658
Radial-Nadellager .....	665
Kombinierte Nadellager .....	668
Lager für Gewindetriebe .....	669
Stütz-, Kurven- und Laufrollen .....	672
Axial-Kugellager .....	673
Axial-Rollenlager .....	675
Kreuzrollenlager, Maßreihe 18 .....	677
Schwenklager (Drehverbindungen) .....	678
Rundtischlager (Lager für kombinierte Lasten) .....	679
<b>Elemente rotatorisch führen – Gleitlager .....</b>	<b>680</b>
Metall-Polymer-Verbundgleitlager .....	680
<b>Elemente rotatorisch führen – Gelenklager .....</b>	<b>682</b>
Gelenklager .....	682
Gelenkköpfe .....	683

<b>Elemente translatorisch führen – Linear-Wälzführungen .....</b>	<b>684</b>
Linear-Wälzführungen ohne Wälzkörperumlauf .....	685
Linear-Wälzführungen mit Wälzkörperumlauf .....	687
Profilschienenführungen .....	688
Laufrollenführungen .....	700
Wellenführungen, Linear-Kugellager .....	708
<b>Anwendungen .....</b>	<b>716</b>
Beispiele zur Gestaltung von Lagerungen .....	716
Lagerung der Läuferwelle eines Drehstrommotors .....	718
Lagerung der Hauptspindel einer CNC-Drehmaschine .....	721
Lagerung der Radial-Laufrollen eines Drehrohrofens .....	724
Lagerung der Pleuel (Kurbelzapfen) in Kolbenkompressoren .....	727
Lagerung der Papierleitwalzen in Rollenoffsetmaschinen .....	730
Linearlagerung von Hauptachsen von Werkzeugmaschinen .....	732
Lagerung eines Radsatzes für Schienenfahrzeuge .....	736
<b>Bearinx Berechnungssoftware von Schaeffler .....</b>	<b>739</b>
Kundenversion – Bearinx-online Rotative .....	740
Weitere Module .....	741
Reibungsberechnung mit Easy Friction .....	742
<b>medias – Wissensdatenbank, elektronisches Auswahl- und Beratungssystem .....</b>	<b>744</b>
Digitaler Produktkatalog .....	744
Engineering-Tools .....	744
<b>Stichwortverzeichnis .....</b>	<b>746</b>

## Einheitensysteme

### Internationales Einheitensystem SI

#### Basiseinheiten des SI

Das „Gesetz über Einheiten im Messwesen“ vom 2. Juli 1969 trat in der Bundesrepublik Deutschland am 5. Juli 1970 in Kraft. In diesem Gesetz sind für den geschäftlichen Verkehr die gesetzlichen Einheiten im Messwesen festgelegt, die bis spätestens zum 31. Dezember 1977 einzuführen waren. Des Weiteren legt dieses Gesetz die Basisgrößen und Basiseinheiten des Internationalen Einheitensystems (Système International d'Unités, abgekürzt SI) fest.

#### Definierende Konstanten

2018 wurde auf der 26. Generalkonferenz<sup>1)</sup> eine grundlegende Änderung des SI beschlossen, die 2019 in Kraft trat und sieben „definierende Konstanten“ beinhaltet, die das Fundament für die Definition der Basiseinheiten und weiterer SI-Einheiten bildet.

Name	Zeichen	Wert
Hyperfeinübergangsfrequenz des Cäsiumatoms	$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	$9192\,631\,770\text{ s}^{-1}$
Lichtgeschwindigkeit	c	$299\,792\,458\text{ m s}^{-1}$
Planck-Konstante	h	$6,626\,07015 \cdot 10^{-34}\text{ kg m}^2/\text{s}$
Elementarladung	e	$1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}\text{ A s}$
Boltzmann-Konstante	k	$1,380\,649 \cdot 10^{-23}\text{ kg m}^2/(\text{s}^2\text{ K})$
Avogadro-Konstante	$N_{\text{A}}$	$6,022\,140\,76 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$
photometrisches Strahlungsäquivalent	$K_{\text{cd}}$	$683\text{ cd sr s}^3/(\text{kg m}^2)$

Quelle: Die gesetzlichen Einheiten in Deutschland, 2. Auflage 2020, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Nationales Metrologieinstitut.

<sup>1)</sup> CGPM: Conférence Générale des Poids et Mesures (Generalkonferenz für Maß und Gewicht).

Die folgende Tabelle zeigt die sieben Basisgrößen und Basiseinheiten des SI.

Basisgröße	Basiseinheit		Definition
	Bezeichnung	Kurzzeichen	
Länge	Meter	m	Der Meter, Einheitenzeichen m, ist die SI-Einheit der Länge. Er ist definiert, indem für die Lichtgeschwindigkeit in Vakuum $c$ der Zahlenwert 299 792 458 festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit m/s, wobei die Sekunde mittels der Cäsiumfrequenz $\Delta\nu_{\text{Cs}}^{1)}$ definiert ist.
Masse	Kilogramm	kg	Das Kilogramm, Einheitenzeichen kg, ist die SI-Einheit der Masse. Es ist definiert, indem für die Planck-Konstante $h$ der Zahlenwert $6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$ festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit J s, die gleich $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ ist, wobei der Meter und die Sekunde mittels $c$ und $\Delta\nu_{\text{Cs}}^{1)}$ definiert sind.
Zeit	Sekunde	s	Die Sekunde, Einheitenzeichen s, ist die SI-Einheit der Zeit. Sie ist definiert, indem für die Cäsiumfrequenz $\Delta\nu_{\text{Cs}}^{1)}$ der Zahlenwert 9 192 631 770 festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit Hz, die gleich $\text{s}^{-1}$ ist.
elektrische Stromstärke	Ampere	A	Das Ampere, Einheitenzeichen A, ist die SI-Einheit der elektrischen Stromstärke. Es ist definiert, indem für die Elementarladung $e$ der Zahlenwert $1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$ festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit C, die gleich A s ist, wobei die Sekunde mittels $\Delta\nu_{\text{Cs}}^{1)}$ definiert ist.
thermodynamische Temperatur	Kelvin	K	Das Kelvin, Einheitenzeichen K, ist die SI-Einheit der thermodynamischen Temperatur. Es ist definiert, indem für die Boltzmann-Konstante $k$ der Zahlenwert $1,380\,649 \cdot 10^{-23}$ festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit $\text{J K}^{-1}$ , die gleich $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}$ ist, wobei das Kilogramm, der Meter und die Sekunde mittels $h$ , $c$ und $\Delta\nu_{\text{Cs}}^{1)}$ definiert sind.

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 20.

Quelle: Die gesetzlichen Einheiten in Deutschland, 2. Auflage 2020, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Nationales Metrologieinstitut

<sup>1)</sup> Die Cäsiumfrequenz  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$  ist die Frequenz des ungestörten Hyperfeinübergangs des Grundzustands des Cäsiumatoms 133, siehe auch Tabelle Definierende Konstanten, Seite 18.

Fortsetzung der Tabelle Basiseinheiten des SI von Seite 18.

Basisgröße	Basiseinheit		Definition
	Bezeichnung	Kurzzeichen	
Stoffmenge	Mol	mol	Das Mol, Einheitenzeichen mol, ist die SI-Einheit der Stoffmenge. Ein Mol enthält genau $6,022\,140\,76 \cdot 10^{23}$ Einzelteilchen. Diese Zahl entspricht dem für die Avogadro-Konstante $N_A$ geltenden festen Zahlenwert, ausgedrückt in der Einheit $\text{mol}^{-1}$ , und wird als Avogadro-Zahl bezeichnet. Die Stoffmenge, Zeichen $n$ , eines Systems ist ein Maß für eine Zahl spezifizierter Einzelteilchen. Bei einem Einzelteilchen kann es sich um ein Atom, ein Molekül, ein Ion, ein Elektron, ein anderes Teilchen oder eine Gruppe solcher Teilchen mit genau angegebener Zusammensetzung handeln.
Lichtstärke	Candela	cd	Die Candela, Einheitenzeichen cd, ist die SI-Einheit der Lichtstärke in einer bestimmten Richtung. Sie ist definiert, indem für das photometrische Strahlungsäquivalent $K_{cd}$ der monochromatischen Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hz der Zahlenwert 683 festgelegt wird, ausgedrückt in der Einheit $\text{lm W}^{-1}$ , die gleich $\text{cd sr W}^{-1}$ oder $\text{cd sr kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^3$ ist, wobei das Kilogramm, der Meter und die Sekunde mittels $h$ , $c$ und $\Delta\nu_{\text{Cs}}^{1)}$ definiert sind.

Quelle: Die gesetzlichen Einheiten in Deutschland, 2. Auflage 2020, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Nationales Metrologieinstitut

<sup>1)</sup> Die Cäsiumfrequenz  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$  ist die Frequenz des ungestörten Hyperfeinübergangs des Grundzustands des Cäsiumatoms 133, siehe auch Tabelle Definierende Konstanten, Seite 18.

**Abgeleitete Einheiten** Aus den Basiseinheiten lassen sich weitere SI-Einheiten ableiten. Tritt bei dieser Ableitung nur der Zahlenfaktor 1 auf, sind die abgeleiteten Einheiten zu den Basiseinheiten **kohärent**. Kohärente Einheiten bilden ein Einheitensystem.

**Ableitung der Einheit „Newton“** Nach dem Newton'schen Grundgesetz ist die Kraft eine abgeleitete Größe der Basisgrößen Masse, Zeit und Länge.

Diese kohärente Größe erhielt den Einheitenamen „Newton“ mit dem Einheitenzeichen „N“:

■ Kraft = Masse · Beschleunigung

■  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2$

### SI-Einheiten und abgeleitete Einheiten

Die folgende Tabelle zeigt einen Auszug gebräuchlicher SI-Einheiten und daraus abgeleitete Einheiten (weitere abgeleitete Größen und Einheiten sind in den jeweiligen Abschnitten angegeben).

Größe	Formelzeichen <sup>3)</sup>	Einheiten <sup>1)</sup>			Nicht mehr anzuwendende Einheiten <sup>2)</sup> und ihre Umrechnung
		Name		Zeichen und ihre Umrechnung	
		SI-Einheit	Abgeleitete Einheit		
Länge	$l$	Meter	–	m	Mikron $1 \mu = 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$
		–	Seemeile	$1 \text{ sm} = 1852 \text{ m}$	
Fläche	$A$	Quadratmeter	–	$\text{m}^2$	Ångström $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$  X-Einheit $1 \text{ XE} = 10^{-13} \text{ m}$
		–	Ar	$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$	
		–	Hektar	$1 \text{ ha} = 10^4 \text{ m}^2$	
Volumen	$V$	Kubikmeter	–	$\text{m}^3$	
		–	Liter	$1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$	
Dehnung	$\epsilon$	■	–	m/m	
ebener Winkel	$\alpha$ $\beta$ $\gamma$	Radian	–	$1 \text{ rad}^{4)} = 1 \text{ m/m}$	rechter Winkel $1 \text{ L} = (\pi/2) \text{ rad}$
		–	Grad	$1^\circ = \pi/180 \text{ rad}$	
		–	Minute	$1' = \pi/10800 \text{ rad}$	Neugrad $1 \text{ g} = 1 \text{ gon}$
		–	Sekunde	$1'' = \pi/648000 \text{ rad}$	Neuminute $1' = 1 \text{ cgon}$
		–	Gon	$1 \text{ gon} = \pi/200 \text{ rad}$	
Raumwinkel	$\Omega$	Steradian	–	$1 \text{ sr} = 1 \text{ m}^2/\text{m}^2$	
Masse	$m$	Kilogramm	–	kg	Gamma $1 \gamma = 1 \mu\text{g}$  Doppelzentner $1 \text{ dz} = 100 \text{ kg}$
		–	Gramm	$1 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg}$	
		–	Tonne	$1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg}$	
Masse von Edelsteinen		–	metrisches Karat	$1 \text{ Kt} = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$	
Masse/Länge	$m'$	■	–	kg/m	
Masse von textilen Fasern	–	–	Tex	$1 \text{ tex} = 10^{-6} \text{ kg/m}$	
Masse/Fläche	$m''$	■	–	$\text{kg/m}^2$	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 22.

■ SI-Einheiten ohne besonderen Einheitenamen.

Die Einheiten werden aus den Einheiten der Basisgrößen gebildet.

1) Gesetzliche Einheiten seit 2. Juli 1970.

2) Einheiten, die seit dem 1. Januar 1978 gesetzlich nicht mehr angewendet werden dürfen.

3) Formelzeichen genormt nach DIN 1304 beziehungsweise DIN EN ISO 80000-1.

4) Die Einheit rad kann beim Rechnen durch „1“ ersetzt werden.

Fortsetzung der Tabelle SI-Einheiten und abgeleitete Einheiten von Seite 21.

Größe	Formelzeichen <sup>3)</sup>	Einheiten <sup>1)</sup>			Nicht mehr anzuwendende Einheiten <sup>2)</sup> und ihre Umrechnung
		Name		Zeichen und ihre Umrechnung	
		SI-Einheit	Abgeleitete Einheit		
Dichte	$\rho$	■	–	kg/m <sup>3</sup>	Der Zahlenwert der Wichte in kp/m <sup>3</sup> ist nicht immer gleich dem Zahlenwert der Dichte, sondern ortsabhängig, siehe auch Gleichung 4, Seite 30
spezifisches Volumen	$v$	■	–	m <sup>3</sup> /kg	
Zeit	$t^{4)}$	<b>Sekunde</b>	–	<b>s</b>	–
		–	Minute	1 min = 60 s	
		–	Stunde	1 h = 3 600 s	
		–	Tag	1 d = 86 400 s	
		–	tropisches Jahr	1 a ≈ 365,24 d	
Drehzahl	$n$	■	–	1/s	U/min ist weiterhin zulässig, jedoch besser durch min <sup>-1</sup> zu ersetzen
		–	Umdrehung/Minute	1 U/min = 1 min <sup>-1</sup>	
Frequenz	$f$	Hertz	–	1 Hz = 1/s	–
Kreisfrequenz	$\omega$	–	1/s		
Geschwindigkeit	$v$	■	–	m/s	
		–	Kilometer/ Stunde	1 km/h = (1/3,6) m/s	
		–	Knoten	1 kn = 1 sm/h	
Beschleunigung	$a$	■	–	m/s <sup>2</sup>	
Winkelgeschwindigkeit	$\omega$	■	–	rad/s	
Winkelbeschleunigung	$\dot{\omega}$	■	–	rad/s <sup>2</sup>	
Volumenstrom	$\dot{V}$	■	–	m <sup>3</sup> /s	
Massenstrom	$\dot{m}$	■	–	kg/s	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 23.

■ SI-Einheiten ohne besonderen Einheitenennamen.  
Die Einheiten werden aus den Einheiten der Basisgrößen gebildet.

<sup>1)</sup> Gesetzliche Einheiten seit 2. Juli 1970.

<sup>2)</sup> Einheiten, die seit dem 1. Januar 1978 gesetzlich nicht mehr angewendet werden dürfen.

<sup>3)</sup> Formelzeichen genormt nach DIN 1304 beziehungsweise DIN EN ISO 80000-1.

<sup>4)</sup> Das Formelzeichen  $t$  wird auch für die Temperatur benutzt.



Fortsetzung der Tabelle SI-Einheiten und abgeleitete Einheiten von Seite 22.

Größe	Formelzeichen <sup>3)</sup>	Einheiten <sup>1)</sup>			Nicht mehr anzuwendende Einheiten <sup>2)</sup> und ihre Umrechnung
		Name		Zeichen und ihre Umrechnung	
		SI-Einheit	Abgeleitete Einheit		
Kraft	$F$	Newton	–	$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$	Kilopond $1 \text{ kp} = 9,806 65 \text{ N}$
Impuls	$p$	■	–	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	
Drehimpuls	$L$	■	–	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$	techn. Atmosphäre $1 \text{ at} = 1 \text{ kp/cm}^2$
Druck	$p$	Pascal	–	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$	
Spannung	$\sigma$ $\tau$	■	Newton/ Quadrat- millimeter	$1 \text{ N/mm}^2 = 1 \text{ MPa}$	physikalische Atmosphäre $1 \text{ atm} = 1,013 25 \text{ bar}$
		■	Bar	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$	Wassersäule $1 \text{ mm WS} = 1 \text{ kp/m}^2$  Quecksilbersäule $1 \text{ mm Hg} = 1,333 2 \text{ hPa}$
Arbeit Energie	$W$ $E$	Joule	–	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$	Kilopondmeter $1 \text{ kpm} = 9,81 \text{ J}$
Wärmemenge	$Q$	Watt- sekunde	–	$1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	PS-Stunde $1 \text{ PS} \cdot \text{h} = 0,735 5 \text{ kW} \cdot \text{h}$
		–	Kilowatt- stunde	$1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$	Kilocalorie $1 \text{ kcal} = 4,186 8 \text{ kJ}$
Moment einer Kraft	$M$	Newton- meter	–	$\text{N} \cdot \text{m}$	Kilopondmeter $1 \text{ kpm} = 9,81 \text{ N} \cdot \text{m}$
Leistung Energiestrom	$P$	Watt	–	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$ $= 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$	Pferdestärke $1 \text{ PS} = 0,735 5 \text{ kW}$ $1 \text{ kW} = 1,36 \text{ PS}$
Wärmestrom	$\dot{Q}$				$1 \text{ kcal/s} = 4,186 8 \text{ kW}$
dynamische Viskosität	$\eta$	Pascal- sekunde	–	$1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$	Poise $1 \text{ P} = 0,1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  Zentipoise $1 \text{ cP} = 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$
kinematische Viskosität	$\nu$	■	–	$\text{m}^2/\text{s}$	Stokes $1 \text{ St} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  Zentistokes $1 \text{ cSt} = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 24.

■ SI-Einheiten ohne besonderen Einheitenamen.

Die Einheiten werden aus den Einheiten der Basisgrößen gebildet.

<sup>1)</sup> Gesetzliche Einheiten seit 2. Juli 1970.

<sup>2)</sup> Einheiten, die seit dem 1. Januar 1978 gesetzlich nicht mehr angewendet werden dürfen.

<sup>3)</sup> Formelzeichen genormt nach DIN 1304 beziehungsweise DIN EN ISO 80000-1.

Fortsetzung der Tabelle SI-Einheiten und abgeleitete Einheiten von Seite 23.

Größe	Formelzeichen <sup>3)</sup>	Einheiten <sup>1)</sup>			Nicht mehr anzuwendende Einheiten <sup>2)</sup> und ihre Umrechnung
		Name		Zeichen und ihre Umrechnung	
		SI-Einheit	Abgeleitete Einheit		
<b>elektrische Stromstärke</b>	$I$	<b>Ampere</b>	–	<b>A</b>	–
elektrische Spannung	$U$	Volt	–	$1 \text{ V} = 1 \text{ W/A}$	
elektrischer Widerstand	$R$	Ohm	–	$1 \Omega = 1 \text{ V/A}$	
elektrischer Leitwert	$G$	Siemens	–	$1 \text{ S} = 1/\Omega$	
Scheinleistung	$S$	–	Voltampere	$1 \text{ W} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	
Blindleistung	$Q$	–	Var	$1 \text{ var} = 1 \text{ W}$	
Elektrizitätsmenge, elektrische Ladung	$Q$	Coulomb	–	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$	
	–	–	Amperestunde	$1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3600 \text{ C}$	
elektrische Kapazität	$C$	Farad	–	$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$	
elektrischer Fluss	$\psi$	–	–	C	
elektrische Flussdichte	$D$	–	–	$\text{C/m}^2$	
elektrische Feldstärke	$E$	–	–	$\text{V/m}$	
magnetischer Fluss	$\Phi$	Weber	–	$1 \text{ Wb} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}$	Maxwell $1 \text{ M} = 10^{-8} \text{ Wb}$
magnetische Flussdichte	$B$	Tesla	–	$1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2$	Gauss $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$
magnetische Feldstärke	$H$	–	–	$\text{A/m}$	Oersted $1 \text{ Oe} = 10^3/(4\pi) \text{ A/m}$ $= 79,58 \text{ A/m}$
Induktivität	$L$	Henry	–	$1 \text{ H} = 1 \text{ Wb/A}$	–

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 25.

<sup>1)</sup> Gesetzliche Einheiten seit 2. Juli 1970.

<sup>2)</sup> Einheiten, die seit dem 1. Januar 1978 gesetzlich nicht mehr angewendet werden dürfen.

<sup>3)</sup> Formelzeichen genormt nach DIN 1304 beziehungsweise DIN EN ISO 80000-1.

Fortsetzung der Tabelle SI-Einheiten und abgeleitete Einheiten von Seite 24.

Größe	Formelzeichen <sup>3)</sup>	Einheiten <sup>1)</sup>			Nicht mehr anzuwendende Einheiten <sup>2)</sup> und ihre Umrechnung
		Name		Zeichen und ihre Umrechnung	
		SI-Einheit	Abgeleitete Einheit		
Temperatur	$T, \theta$	Kelvin	–	K	–
Celsius-Temperatur	$t^A, \vartheta, \theta$	–	Grad Celsius	$1\text{ }^\circ\text{C} = 1\text{ K}^{\text{S}}$	
Temperaturleitfähigkeit	$a$	–	–	$\text{m}^2/\text{s}$	
spezifische Wärmekapazität	$c$	–	–	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	$1\text{ kcal}/(\text{kg} \cdot \text{grad}) = 4,187\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
Entropie	$S$	–	–	$\text{J}/\text{kg}$	–
spezifische Entropie	$s$	–	–	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	
Enthalpie	$H$	Joule	–	J	
Wärmeleitfähigkeit	$\lambda$	–	–	$\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$	$1\text{ kcal}/(\text{m} \cdot \text{h} \cdot \text{grad}) = 1,163\text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$
Wärmeübergangszahl	$\alpha$	–	–	$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$	–
Wärmedurchgangszahl	$k$	–	–	$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 26.

1) Gesetzliche Einheiten seit 2. Juli 1970.

2) Einheiten, die seit dem 1. Januar 1978 gesetzlich nicht mehr angewendet werden dürfen.

3) Formelzeichen genormt nach DIN 1304 beziehungsweise DIN EN ISO 80000-1.

4) Das Formelzeichen  $t$  wird auch für die Zeit benutzt.

5) Celsius-Temperatur  $t$  wird die besondere Differenz einer beliebigen thermodynamischen Temperatur  $T$  gegenüber der Temperatur  $T_0 = 273,15\text{ K}$  genannt. Es ist also  $t = T - T_0 = T - 273,15\text{ K}$ . Der Grad Celsius ist der besondere Name für das Kelvin bei der Angabe von Celsius-Temperaturen. Temperaturdifferenzen sind bei zusammengesetzten Einheiten in K anzugeben, zum Beispiel  $\text{kJ}/(\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K})$ . Schreibweisen bei Toleranzangaben für Celsius-Temperaturen sind zum Beispiel  $t = (50 \pm 2)\text{ }^\circ\text{C}$  oder  $t = 50\text{ }^\circ\text{C} \pm 2\text{ }^\circ\text{C}$  oder  $t = 50\text{ }^\circ\text{C} \pm 2\text{ K}$ .

Fortsetzung der Tabelle SI-Einheiten und abgeleitete Einheiten  
von Seite 25.

Größe	Formel- zeichen <sup>3)</sup>	Einheiten <sup>1)</sup>			Nicht mehr anzuwendende Einheiten <sup>2)</sup> und ihre Umrechnung
		Name		Zeichen und ihre Umrechnung	
		SI-Einheit	Abgeleitete Einheit		
<b>Stoffmenge</b>	<i>n</i>	<b>Mol</b>	–	<b>mol</b>	–
atomare Masseneinheit	<i>u</i>	–	–	1,6606 · 10 <sup>-27</sup> kg	
Energie	<i>W</i>	Elektronen- volt	–	1 eV = 1,6022 · 10 <sup>-19</sup> J	
Aktivität einer radioaktiven Substanz	<i>A</i>	Bequerel	–	1 Bq = 1/s	Curie 1 Ci = 3,7 · 10 <sup>10</sup> /s
Energiedosis	<i>D</i>	Gray	–	1 Gy = 1 J/kg	Rem 1 rem = 10 <sup>-2</sup> J/kg
Energiedosisrate	$\dot{D}$	–	–	W/kg	–
Ionendosis	<i>J</i>	–	–	C/kg	Röntgen 1 R = 258 · 10 <sup>-6</sup> C/kg
Ionendosisrate	$\dot{j}$	–	–	A/kg	–
Äquivalentdosis	<i>H</i>	Sievert	–	1 Sv = 1 J/kg	
<b>Lichtstärke</b>	<i>I</i>	<b>Candela</b>	–	<b>cd</b>	
Leuchtdichte	<i>L</i>	–	–	cd/m <sup>2</sup>	Stilb 1 sb = 10 <sup>4</sup> cd/m <sup>2</sup>  Apostilb 1 asb = (1/π) cd/m <sup>2</sup>
Lichtstrom	$\Phi$	Lumen	–	1 lm = 1 cd · sr	–
Lichtmenge	<i>Q</i>	–	–	1 lm · s	
Beleuchtungs- stärke	<i>E</i>	Lux	–	1 lx = 1 lm/m <sup>2</sup>	
Brechwert von Linsen	<i>D</i>	–	Dioptrie	1 dpt = 1/m	

<sup>1)</sup> Gesetzliche Einheiten seit 2. Juli 1970.

<sup>2)</sup> Einheiten, die seit dem 1. Januar 1978 gesetzlich nicht mehr angewendet werden dürfen.

<sup>3)</sup> Formelzeichen genormt nach DIN 1304 beziehungsweise DIN EN ISO 80000-1.

### International festgelegte Vorsätze für Maßeinheiten

Zur Bezeichnung von dezimalen Teilen oder Vielfachen von SI-Einheiten werden Präfixe vor den Namen der Einheit beziehungsweise Präfix-Symbole vor das Einheitenzeichen gesetzt. Dieser Faktor, mit dem die Einheit multipliziert wird, ist in der Regel eine Zehnerpotenz mit positivem oder negativem Exponenten.

Das Präfix-Symbol wird ohne Zwischenraum vor das Einheitenzeichen gesetzt und bildet mit diesem eine eigene Maßeinheit, beispielsweise Millimeter (mm). Es dürfen keine zusammengesetzten Präfixe, wie zum Beispiel Millikilogramm (mkg), verwendet werden.

Bei folgenden Einheiten dürfen keine Präfixe verwendet werden: Zeiteinheiten Minute, Stunde, Tag, Jahr; Temperatureinheit Grad Celsius; Winkleinheiten Grad, Sekunde, Minute.

Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl von Präfixen:

Zehnerpotenz	Name		Präfix	Präfix-Symbol
	langa Skala (Westeuropa etc.)	kurze Skala (USA etc.)		
$10^{-30}$	Quintillionstel	nonillionth	Quekto	q
$10^{-27}$	Quadrilliardstel	octillionth	Ronto	r
$10^{-24}$	Quadrillionstel	septillionth	Yokto	y
$10^{-21}$	Trilliardstel	sextillionth	Zepto	z
$10^{-18}$	Trillionstel	quintillionth	Atto	a
$10^{-15}$	Billiardstel	quadrillionth	Femto	f
$10^{-12}$	Billionstel	billionth	Piko	p
$10^{-9}$	Milliardstel	trillionth	Nano	n
$10^{-6}$	Millionstel		Mikro	$\mu$
$10^{-3}$	Tausendstel		Milli	m
$10^{-2}$	Hundertstel		Zenti	c
$10^{-1}$	Zehntel		Dezi	d

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 28.

Fortsetzung der Tabelle International festgelegte Vorsätze für Maßeinheiten von Seite 27.

Zehnerpotenz	Name		Präfix	Präfix-Symbol
	langa Skala (Westeuropa etc.)	kurze Skala (USA etc.)		
$10^1$	Zehn		Deka	da
$10^2$	Hundert		Hekto	h
$10^3$	Tausend, Tsd.		Kilo	k
$10^6$	Million, Mio.		Mega	M
$10^9$	Milliarde, Mrd.	billion	Giga	G
$10^{12}$	Billion, Bio.	trillion	Tera	T
$10^{15}$	Billiarde	quadrillion	Peta	P
$10^{18}$	Trillion	quintillion	Exa	E
$10^{21}$	Trilliarde	sextillion	Zetta	Z
$10^{24}$	Quadrillion	septillion	Yotta	Y
$10^{27}$	Quadrilliarde	octillion	Ronna	R
$10^{30}$	Quintillion	nonillion	Quetta	Q

**Begriffsdefinitionen nach DIN 1305** Nach DIN 1305:1988 werden folgende Definitionen und Begriffe festgelegt:

- 1 Anwendungsbereich** Diese Norm gilt für den Bereich der klassischen Physik und ihrer Anwendung in Technik und Wirtschaft.
- 2 Masse** Die Masse  $m$  beschreibt die Eigenschaft eines Körpers, die sich sowohl in Trägheitswirkungen gegenüber einer Änderung seines Bewegungszustands als auch in der Anziehung auf andere Körper äußert.

Die Masse eines Körpers ist für sein Trägheitsverhalten maßgebend. Im Newton'schen Kraftgesetz ist daher die träge Masse  $m$  anzusetzen, die zugehörigen Kräfte sind Trägheitskräfte. Die Masse ist jedoch auch gleichzeitig Ursache für die Schwerkraft (Gewichtskraft). Hier ist die schwere Masse  $m$  einzusetzen. Dies sind phänomenologisch verschiedene Eigenschaften der Masse, sie sind jedoch in allen Beziehungen gleichwertig.

- 3 Wägewert Gleichung 1** Bei einer Wägung in einem Fluid (Flüssigkeit oder Gas) der Dichte  $\rho_{fl}$  ist der Wägewert  $W$  durch folgende Beziehung festgelegt:

$$W = m \frac{1 - \frac{\rho_{fl}}{\rho}}{1 - \frac{\rho_{fl}}{\rho_G}}$$

Dabei ist  $\rho$  die Dichte des Wägeguts und  $\rho_G$  die Dichte der Gewichtstücke.

**4 Konventioneller Wägewert** Der konventionelle Wägewert  $W_{\text{std}}$  wird mit der Gleichung aus Abschnitt 3 Wägewert mit den Standardbedingungen  $\rho_{\text{fl}} = 1,2 \text{ kg/m}^3$  und  $\rho_{\text{G}} = 8\,000 \text{ kg/m}^3$  errechnet. Dabei ist für  $\rho$  die Dichte des Wägeguts bei  $+20 \text{ }^\circ\text{C}$  einzusetzen.

**5 Kraft** Die Kraft  $F$  ist das Produkt aus der Masse  $m$  eines Körpers und der Beschleunigung  $a$ , die er durch die Kraft  $F$  erfährt oder erfahren würde:

**Gleichung 2**

$$F = m \cdot a$$

**6 Gewichtskraft** Die Gewichtskraft  $F_{\text{G}}$  eines Körpers der Masse  $m$  ist das Produkt aus der Masse  $m$  und der Fallbeschleunigung  $g$ :

**Gleichung 3**

$$F_{\text{G}} = m \cdot g$$

**7 Gewicht** Das Wort Gewicht wird vorwiegend in drei Bedeutungen gebraucht:

- Anstelle von Wägewert
- Als Kurzform für Gewichtskraft

Wenn Missverständnisse zu befürchten sind, soll anstelle des Worts Gewicht die jeweils zutreffende Benennung Wägewert oder Gewichtskraft verwendet werden.

**8 Last** Das Wort Last wird in der Technik mit unterschiedlichen Bedeutungen verwendet (zum Beispiel für die Leistung, die Kraft oder für einen Gegenstand).

Wenn Missverständnisse zu befürchten sind, soll das Wort Last vermieden werden.

**Erläuterungen** Wir leben und wägen auf dem Boden eines Luftozeans. Bei kaum einer Wägung wird, wie es eigentlich erforderlich wäre, der Luftauftrieb korrigiert. Man begnügt sich fast immer mit dem unkorrigierten Messwert, der auch die Grundlage für Abrechnungen im Handel ist, wenn Waren nach Gewicht verkauft werden. Es ist aber erforderlich, zwischen der Masse und dem Ergebnis einer Wägung in Luft, dem Wägewert, zu unterscheiden. Bei Wägegütern geringer Dichte, wie beispielsweise Mineralölen, beträgt der relative Unterschied zwischen Masse und Wägewert etwa 1 Promille. Bei Wägegütern hoher Dichte ist er kleiner. Luft hat den Wägewert Null. Körper mit gleicher Masse, aber unterschiedlicher Dichte haben verschiedene Wägewerte. Außerdem ändert sich der Wägewert eines Körpers, wenn sich die Dichte der umgebenden Luft ändert. Der Wägewert ist vom Wetter abhängig.

### Nicht mehr anzuwendende Einheitensysteme

#### Physikalisches Maßsystem

Das Physikalische Maßsystem verwendete wie das SI die Basisgrößen Länge, Masse und Zeit, benutzte aber folgende Basiseinheiten:

Basisgröße	Basiseinheit	
	Bezeichnung	Kurzzeichen
Länge	Zentimeter	cm
Masse	Gramm	g
Zeit	Sekunde	s

#### Technisches Maßsystem

Das Technische Maßsystem verwendete folgende Basisgrößen und Basiseinheiten:

Basisgröße	Basiseinheit	
	Bezeichnung	Kurzzeichen
Länge	Meter	m
Kraft	Kilopond	kp
Zeit	Sekunde	s

Im Technischen Maßsystem war die Kraft als Basisgröße mit der Einheit Kilopond (kp) festgelegt. Alle Kräfte wurden mit der Anziehungskraft der Erde (der Gewichtskraft) verglichen. Im Gegensatz zur Masse ist jedoch die Fallbeschleunigung (und damit auch die Gewichtskraft) ortsabhängig.

Daher wurde definiert:

1 Kilopond ist die Kraft, mit der die Masse von 1 Kilogramm am Ort der Normfallbeschleunigung ( $g_n = 9,806\,65 \text{ m/s}^2$ ) auf ihre Unterlage drückt:

Gleichung 4

$$1 \text{ kp} = 1 \text{ kg} \cdot 9,806\,65 \text{ m/s}^2 = 9,806\,65 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

Der Zusammenhang zwischen dem Internationalen Maßsystem SI und dem Technischen Maßsystem ist dadurch gegeben, dass im SI für die Kraft die abgeleitete, kohärente Größe mit dem Einheitenamen „Newton“ festgelegt wurde:

Gleichung 5

$$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

Damit ist  $1 \text{ kp} = 9,806\,65 \text{ N}$ .

Für technische Umrechnungen von einem System in das andere reicht meistens  $1 \text{ kp} = 9,81 \text{ N}$ .



## Umrechnungen in das Internationale Einheitensystem SI

**Angloamerikanische Systeme** Die angloamerikanischen Einheiten basieren auf älteren, englischen Maßsystemen und sind auch heute noch in den USA gebräuchlich. Sie beinhalten die Einheiten des fps-Systems („foot-pound-second“).

**Einheiten des fps-Systems** Die folgende Tabelle zeigt die Umrechnung der wichtigsten Einheiten im fps-System und SI:

	fps-System	SI (MKS)
Länge	1 ft = (1/3) yd = 12 in	1 ft = 0,304 8 m
Fläche	1 ft <sup>2</sup> = 144 in <sup>2</sup>	1 ft <sup>2</sup> = 0,092 903 m <sup>2</sup>
Volumen	1 ft <sup>3</sup> = 1 728 in <sup>3</sup> = 6,228 2 gal (UK) 1 gal (US) = 0,832 68 gal (UK)	1 ft <sup>3</sup> = 0,028 316 9 m <sup>3</sup>
Geschwindigkeit	1 ft/s = 1,157 67 mile/h 1 knot = 1,687 7 ft/s	1 ft/s = 0,304 8 m/s
Beschleunigung	1 ft/s <sup>2</sup>	1 ft/s <sup>2</sup> = 0,304 8 m/s <sup>2</sup>
Masse	1 lb = cwt/112 1 slug = 32,174 lb	1 lb = 0,453 592 kg 1 slug = 14,593 9 kg
Kraft	1 lbf = 0,031 081 lbf 1 pdl = 0,031 081 lbf	1 lbf = 4,448 22 N 1 pdl = 0,138 255 N
Arbeit	1 ft · lb = 0,323 832 cal (IT) 1 btu = 252 cal <sub>IT</sub> = 778,21 ft · lb	1 ft · lb = 1,355 82 J 1 btu = 1,055 06 kJ
Druck	1 lb/ft <sup>2</sup> = 6,944 4 · 10 <sup>-3</sup> lb/in <sup>2</sup> 1 lb/in <sup>2</sup> = 0,068 046 atm 1 atm = 29,92 in Hg = 33,90 ft water	1 lb/ft <sup>2</sup> = 4,788 N/m <sup>2</sup> 1 lb/in <sup>2</sup> = 6 894,76 N/m <sup>2</sup> 1 atm = 1,013 25 bar
Dichte	1 lb/ft <sup>3</sup> = 5,787 04 · 10 <sup>-4</sup> lb/in <sup>3</sup> 1 lb/gal = 6,228 2 lb/ft <sup>3</sup>	1 lb/ft <sup>3</sup> = 16,018 5 kg/m <sup>3</sup> 1 lb/gal = 99,763 3 kg/m <sup>3</sup>
Temperatur	32 °F = 0 °C 212 °F = 100 °C	1 °F = 0,555 6 °C
Leistung	1 ft · lb/s = 1,814 8 · 10 <sup>-3</sup> hp = 1,281 82 · 10 <sup>-3</sup> btu/s	1 ft · lb/s = 1,353 34 W
spez. Wärmekapazität	1 btu/(lb · deg F)	1 btu/(lb · deg F) = 4,186 8 kJ/(kg · K)
Wärmeleitzahl	1 btu/(ft · h · deg F)	1 btu/(ft · h · deg F) = 1,730 6 W/(m · K)
Wärmeübergangs- (-durchgangs) koeffizient	1 btu/(ft <sup>2</sup> · h · deg F)	1 btu/(ft <sup>2</sup> · h · deg F) = 5,677 8 W/(m <sup>2</sup> · K)
kinematische Viskosität	1 ft <sup>2</sup> /s	1 ft <sup>2</sup> /s = 0,092 903 m <sup>2</sup> /s
dynamische Viskosität	1 lb/(ft · s)	1 lb/(ft · s) = 1,488 16 kg/(m · s)

Quelle: DIN 1301-3:2018.

**Längen-, Flächen- und Raummaße** Die folgende Tabelle zeigt die Umrechnung von deutschen in englische Längen-, Flächen- und Raummaße:

Deutsch – Englisch	Englisch – Deutsch
<b>Längenmaße</b>	
1 mm = 0,039 37014 inches (Zoll)	1 pt = 1/864 foot = 1/72 inch = 0,352 78 mm
1 cm = 0,393 70147 inches	1 inch = 25,399 956 mm
1 m = 3,280 851 feet (Fuß)	1 foot = 12 inch = 304,799 472 mm
1 m = 1,093 616 yards	= 0,304 799 m
1 m = 0,546 808 fathoms	1 yard = 3 feet
1 km = 0,621 372 statute miles	= 36 inch = 0,914 398 m
1 km = 0,539 614 nautical miles	1 fathom = 2 yards
1 km = 0,539 037 Admiralty miles	= 6 feet
1 deutsche Landmeile = 7,5 km	= 72 inch = 1,828 797 m
1 deutsche Seemeile = 1,852 km	1 stat. mile = 880 fathoms
1 geografische Meile = 7,420 438 54 km (15 Meilen = 1 Äquatorgrad)	= 1760 yards
	= 5 280 feet
1 Äquatorgrad = 111,306 6 km	= 1 engl. Meile = 1,609 341 km
1 Meridiangrad = 111,120 6 km	1 gewöhnliche engl. Meile = 5 000 feet = 1,523 995 km
	1 naut. mile = 6 080 feet = 1,853 178 km
	1 adm. mile = 6 086,5 feet = 1,855 16 km
	= 1/4 geografische Meile
	= 1/60 des Äquatorgrades
<b>Flächenmaße</b>	
1 mm <sup>2</sup> = 0,001 550 01 square inch (Zoll <sup>2</sup> )	1 sq. inch = 6,451 578 cm <sup>2</sup>
1 cm <sup>2</sup> = 0,155 006 35 square inch (Zoll <sup>2</sup> )	1 sq. foot = 144 sq. inch = 929,027 2 cm <sup>2</sup>
1 m <sup>2</sup> = 10,763 983 28 square feet (Fuß <sup>2</sup> )	= 0,092 903 m <sup>2</sup>
1 m <sup>2</sup> = 1,195 995 96 square yards	1 sq. yard = 9 sq. feet = 8 361,244 80 cm <sup>2</sup>
1 a = 100 m <sup>2</sup> = 0,024 711 acres	1 acres = 160 sq. poles
1 ha = 100 a = 2,471 063 acres	= 4 840 sq. yards
1 km <sup>2</sup> = 100 ha = 0,386 100 square miles	= 40,468 4 a = 4 046,842 5 m <sup>2</sup>
1 geografische Quadratmeile = 55,062 91 km <sup>2</sup>	1 sq. mile = 640 acres = 2,59 km <sup>2</sup>
	1 sq. poles = 25,298 676 m <sup>2</sup>
	1 circular inch = π/4 sq. inch = 5,067 057 cm <sup>2</sup>

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 33.

Fortsetzung der Tabelle Längen-, Flächen- und Raumaße von Seite 32.

Deutsch – Englisch	Englisch – Deutsch
<b>Raumaße</b>	
1 cm <sup>3</sup> = 0,061024 cubic inch (Zoll <sup>3</sup> )	1 cub. inch = 16,386 979 cm <sup>3</sup>
1 dm <sup>3</sup> = 0,035 315 cubic feet (Fuß <sup>3</sup> )	1 cub. foot = 1728 cub. inch = 28,316 700 dm <sup>3</sup>
= 61,024 061 cubic inch	1 cub. yard = 27 cub. feet = 0,764 551 m <sup>3</sup>
1 m <sup>3</sup> = 1,307 957 cubic yards	1 reg. ton = 100 cub. feet = 2,831 670 m <sup>3</sup>
= 35,314 850 cubic feet	1 imperial gallon = 277,26 cub. inch = 4,543 454 l
1 m <sup>3</sup> = 0,353 148 register tons	1 bushel = 8 gallons = 36,347 632 l
1 l = 0,220 097 imperial gallons	1 imperial quarter = 8 bushel = 64 gallons
1 l = 0,027 512 bushels	= 290,781 056 l = 2,907 811 hl
1 l = 0,003 439 imperial quarters	
1 hl = 100 l	
= 0,343 901 imperial quarters	

**Temperatureinheiten** Die folgende Tabelle zeigt die Umrechnung in unterschiedliche Temperatureinheiten:

T <sub>K</sub> K Kelvin	t <sub>C</sub> °C Grad Celsius	t <sub>F</sub> °F Grad Fahrenheit	T <sub>R</sub> °R Grad Rankin
$T_K = 273,15 + t_C$	$t_C = T_K - 273,15$	$t_F = \frac{9}{5} \cdot T_K - 459,67$	$T_R = \frac{9}{5} \cdot T_K$
$T_K = 255,38 + \frac{5}{9} \cdot t_F$	$t_C = \frac{5}{9} (t_F - 32)$	$t_F = 32 + \frac{9}{5} \cdot t_C$	$T_R = \frac{9}{5} (t_C + 273,15)$
$T_K = \frac{5}{9} \cdot T_R$	$t_C = \frac{5}{9} (T_R - 273,15)$	$t_F = T_R - 459,67$	$T_R = 459,67 + t_F$

**Umrechnung einiger Temperaturen**

0,00	-273,15	-459,67	0,00
+255,37	-17,78	0,00	+459,67
+273,15	0,00	+32,00	+491,67
+273,16 <sup>1)</sup>	+0,01	+32,02	+491,69
+300,00	+26,85	+80,33	+540,00
+310,94	+37,78	+100	+559,67
+373,15	+100,00	+212	+671,67
+400,00	+126,85	+260,33	+720,00
+500,00	+226,85	+440,85	+900,00

<sup>1)</sup> Der Tripelpunkt des Wassers liegt bei +0,01 °C.

Das ist der Temperaturpunkt des reinen Wassers, bei dem gleichzeitig Eis, Wasser und Dampf miteinander im Gleichgewicht auftreten (bei 1013,25 hPa).

**Temperaturdifferenz:** 1 Kelvin = 1 Grad Celsius = 1,8 Grad Fahrenheit = 1,8 Grad Rankin.

## Römisches Zahlensystem

**Definition** Im römischen Zahlensystem unterscheidet man Grund-Zahlen und Zwischen-Zahlen:

Grund-Zahlen				Zwischen-Zahlen		
I = 1	X = 10	C = 100	M = 1000	V = 5	L = 50	D = 500

**Umrechnungstabelle** Die folgende Tabelle zeigt einige Umrechnungsbeispiele:

I	1	VII	7	XL	40	XCIX	99	DC	600
II	2	VIII	8	L	50	C	100	DCC	700
III	3	IX	9	LX	60	CC	200	DCCC	800
IV	4	X	10	LXX	70	CCC	300	CM	900
V	5	XX	20	LXXX	80	CD	400	CMXCIX	999
VI	6	XXX	30	XC	90	D	500	M	1000

**Regeln** Bei der Bildung der römischen Zahlen gelten die Regeln:

- Die Schreibweise beginnt von links.
- Gleiche Grund-Zahlen nebeneinander werden addiert. Es dürfen höchstens 3 gleiche Grund-Zahlen nebeneinander stehen, Zwischen-Zahlen werden nur einmal geschrieben:  
Erlaubt: III = 3; XX = 20  
Nicht erlaubt: XXXX = 40; VV = 10
- Kleinere Zahlen **rechts** von größeren werden **addiert**: VI = 6.  
Kleinere Zahlen **links** von größeren werden **subtrahiert**: IV = 4.
- Zwischen-Zahlen dürfen addiert, aber **nicht subtrahiert** werden:  
Erlaubt: LV = 55  
Nicht erlaubt: VL = 45
- Die Grund-Zahlen dürfen nur von der nächsthöheren Grund- oder Zwischen-Zahl subtrahiert werden:  
Erlaubt: IV = 4; XL = 40; CD = 400  
Nicht erlaubt: IC = 99; XM = 990
- Beispiele:  
1673 = MDCLXXIII; 1891 = MDCCCXCI; 1981 = MCMLXXXI

## Alphabete

**Griechisches Alphabet** Dargestellt sind das griechische Alphabet und einige Varianten in der Schreibweise:

Α α Alpha (a)	Β β Beta (b)	Γ γ Gamma (c)	Δ δ Delta (d)	Ε ε Epsilon (e)	Ζ ζ Zeta (z)
Η η Eta (e)	Θ θ Theta (th)	Ι ι Iota (i)	Κ κ Kappa (k)	Λ λ Lambda (l)	Μ μ My (m)
Ν ν Ny (n)	Ξ ξ Xi (x)	Ο ο Omikron (o)	Π π Pi (p)	Ρ ρ Rho (r)	Σ σ, ς Sigma (s)
Τ τ Tau (t)	Υ υ Ypsilon (ü)	Φ φ, φ Phi (f)	Χ χ Chi (ch)	Ψ ψ Psi (ps)	Ω ω Omega (o)

## Mathematik

### Allgemeine Zeichen, Zahlen, Definitionen

**Mathematische Zeichen** Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl der wichtigsten mathematischen Zeichen.

Zeichen	Bezeichnung	Zeichen	Bezeichnung
+	plus	$\sqrt{\quad}$	Wurzel aus ( $\sqrt[n]{\quad}$ = n-te Wurzel aus)
-	minus	n!	n Fakultät (Beispiel: $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ )
· oder x	mal	$ x $	Betrag von x
/ oder :	geteilt durch	$\rightarrow$	nähert sich, strebt nach
=	gleich	$\infty$	unendlich
$\neq$	nicht gleich	i oder j	imaginäre Einheit, $i^2 = -1$
<	kleiner als	$\perp$	rechtwinklig zu
$\leq$	kleiner oder gleich		parallel zu
>	größer als	$\sphericalangle$	Winkel
$\geq$	größer oder gleich	$\triangle$	Dreieck
$\approx$	ungefähr gleich	lim	Limes (Grenzwert)
$\ll$	sehr klein gegen	$\Delta$	Delta (Differenz zweier Werte)
$\gg$	sehr groß gegen	d	vollständiges Differenzial
$\triangleq$	entspricht	$\partial$	partiell Differential
...	und so weiter, bis	$\int$	Integral
$\sim$	proportional	log	Logarithmus
$\circ$	Verkettung, Komposition	ln	Logarithmus zur Basis e, $e = 1 + 1/1! + 1/2! + 1/3! + \dots$
$\Sigma$	Summe	lg	Logarithmus zur Basis 10
$\Pi$	Produkt		

**Häufig gebrauchte Zahlen** Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl häufig in der Mathematik gebrauchter Zahlen beziehungsweise Konstanten.

Zeichen	Wert	Zeichen	Wert	Zeichen	Wert
e	2,718 282	ln 10	2,302 585	$\pi$	3,141 593
$e^2$	7,389 056	$1/(\ln 10)$	0,434 294	$\sqrt{\pi}$	1,772 454
1/e	0,367 879	$\sqrt{2}$	1,414 214	$1/\pi$	0,318 310
lg e	0,434 294	$1/\sqrt{2}$	0,707 107	$\pi^2$	9,869 604
$\sqrt{e}$	1,648 721	$\sqrt{3}$	1,732 051	$180/\pi$	57,295 780
$1/(\lg e)$	2,302 585			$\pi/180$	0,017 453

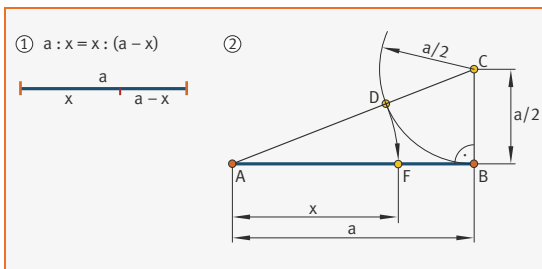
## Goldener Schnitt Gleichung 1

Der Goldene Schnitt (stetige Teilung) ist definiert als das Verhältnis  $a/x$  mit:

$$a : x = x : (a - x) \quad \text{mit} \quad \frac{a}{x} = \frac{(\sqrt{5} + 1)}{2} \approx 1,618$$

**Bild 1**  
Goldener Schnitt

- ① Verhältnis stetige Teilung  
② Konstruktion, allgemeiner Ansatz



## Pythagoreische Zahlen Gleichung 2

Pythagoreische Zahlen sind ganze Zahlen  $x, y, z$ , für welche die Gleichung gilt:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

Dreiecke, die aus den Seiten  $x, y, z$  in beliebiger Längeneinheit gebildet werden, sind rechtwinklig.

Setzt man:

## Gleichung 3

$$x = 2pq \quad y = p^2 - q^2 \quad z = p^2 + q^2$$

und sind  $p$  und  $q$  beliebige Zahlen, erhält man die pythagoreischen Zahlen:

p	q	x	y	z	p	q	x	y	z
2	1	4	3	5	4	2	16	12	20
3	1	6	8	10	5	2	20	21	29
4	1	8	15	17	4	3	24	7	25
5	1	10	24	26	5	3	30	16	34
3	2	12	5	13	5	4	40	9	41

Dabei soll gelten:

## Gleichung 4

$$0 < q < p \quad \text{n\u00e4t\u00fcrliche Zahlen}$$

$$p, q \quad \text{teilerfremd}$$

$$p + q \quad \text{ungerade}$$

**Primzahlen** In der folgenden Tabelle sind Primzahlen dargestellt und zusammengesetzte Zahlen, die nicht durch 2, 3 oder 5 teilbar sind, mit ihren kleinsten Faktoren. Es sind die Zahlen unter 1000 aufgeführt.

7	107	209	11	311	409	511	7	613	713	23	817	19	917	7					
11	109	211		313	413	7	517	11	617	719	821		919						
13	113	217	7	317	419		521		619	721	7		823	13					
17	119	7	221	13	319	11	421		523	7	727		827	929					
19	121	11	223		323	17	427	7	527	17	731	17	829	931	7				
23	127		227		329	7	431		529	23	631		733	833	7	937			
29	131		229		331		433		533	13	637	7	737	11	839	941			
31	133	7	233		337		437	19	539	7	641		739	841	29	943	23		
37	137		239		341	11	439		541		643		743	847	7	947			
41	139		241		343	7	443		547		647		749	7	851	23	949	13	
43	143	11	247	13	347		449		551	19	649	11	751		853		953		
47	149		251		349		451	11	553	7	653		757		857		959	7	
49	7	151	253	11	353		457		557		659		761		859		961	31	
53		157	257		359		461		559	13	661		763	7	863		967		
59		161	7	259	7	361	19	463		563		667	23	767	13	869	11	971	
61		163		263		367		467		569		671	11	769		871	13	973	7
67		167		269		371	7	469	7	571		673		773		877		977	
71		169	13	271		373		473	11	577		677		779	19	881		979	11
73		173		277		377	13	479		581	7	679	7	781	11	883		983	
77	7	179		281		379		481	13	583	11	683		787		887		989	23
79		181		283		383		487		587		689	13	791	7	889	7	991	
83		187	11	287	7	389		491		589	19	691		793	13	893	19	997	
89		191		289	17	391	17	493	17	593		697	17	797		899	29		
91	7	193		293		397		497	7	599		701		799	17	901	17		
97		197		299	13	401		499		601		703	19	803	11	907			
101		199		301	7	403	13	503		607		707	7	809		911			
103		203	7	307		407	11	509		611	13	709		811		913	11		



Binomialkoeffizienten

Der Binomialkoeffizient  $\binom{n}{k}$  ist definiert als:

Gleichung 5

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{mit } n \geq k$$

n	$\binom{n}{0}$	$\binom{n}{1}$	$\binom{n}{2}$	$\binom{n}{3}$	$\binom{n}{4}$	$\binom{n}{5}$	$\binom{n}{6}$	$\binom{n}{7}$
1	1	1						
2	1	2	1					
3	1	3	3	1				
4	1	4	6	4	1			
5	1	5	10	10	5	1		
6	1	6	15	20	15	6	1	
7	1	7	21	35	35	21	7	1
8	1	8	28	56	70	56	28	8
9	1	9	36	84	126	126	84	36
10	1	10	45	120	210	252	210	120
11	1	11	55	165	330	462	462	330
12	1	12	66	220	495	792	924	792
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435
n	$\binom{n}{8}$	$\binom{n}{9}$	$\binom{n}{10}$	$\binom{n}{11}$	$\binom{n}{12}$	$\binom{n}{13}$	$\binom{n}{14}$	$\binom{n}{15}$
8	1							
9	9	1						
10	45	10	1					
11	165	55	11	1				
12	495	220	66	12	1			
13	1287	715	286	78	13	1		
14	3003	2002	1001	364	91	14	1	
15	6435	5005	3003	1365	455	105	15	1

Arithmetik

**Gesetze und Regeln** In der Arithmetik sind folgende Gesetze und Regeln definiert:

**Vorzeichenregeln** Es gelten folgende Vorzeichenregeln:

*Gleichung 6*

$$\begin{aligned} a + (-b) &= a - b & a - (-b) &= a + b & a \cdot (-b) &= -a \cdot b \\ (-a) \cdot (-b) &= a \cdot b & (-a) \cdot b &= -a \cdot b & (-a) / b &= -\frac{a}{b} \\ a / (-b) &= -\frac{a}{b} & (-a) / (-b) &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$

**Kommutativgesetz** Das Kommutativgesetz der Addition und Multiplikation lautet:

*Gleichung 7*

$$a + b = b + a \qquad a \cdot b = b \cdot a$$

**Assoziativgesetz** Das Assoziativgesetz der Addition und Multiplikation lautet:

*Gleichung 8*

$$(a + b) + c = a + (b + c) \qquad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$$

**Binome** Die folgenden Gleichungen zeigen Beispiele von Produkten algebraischer Summen beziehungsweise Binomische Formeln.

*Gleichung 9*

$$\begin{aligned} (a + b) \cdot (c + d) &= a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d \\ (a \pm b)^2 &= a^2 \pm 2 a b + b^2 \\ (a + b) \cdot (a - b) &= a^2 - b^2 \\ (a \pm b)^3 &= a^3 \pm 3 a^2 b + 3 a b^2 \pm b^3 \\ (a \pm b)^n &= \sum_{k=0}^n (\pm 1)^k \binom{n}{k} a^k b^{n-k} \\ (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2 a b + 2 a c + 2 b c \end{aligned}$$

**Mittelwerte** Das arithmetische Mittel lautet:

*Gleichung 10*

$$\frac{a+b}{2} \ ; \ \frac{a+b+c}{3} \ ; \ \dots \qquad A_n = \frac{1}{n}(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

Das geometrische Mittel lautet:

*Gleichung 11*

$$\sqrt{a \cdot b} \ ; \ \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c} \ ; \ \dots \qquad G_n = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

Das harmonische Mittel lautet:

*Gleichung 12*

$$\frac{2 a b}{a + b} = 2 / \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \qquad H_n = \frac{n}{1/a_1 + 1/a_2 + \dots + 1/a_n}$$

Dabei gilt:

*Gleichung 13*

$$H_n \leq G_n \leq A_n$$

## Potenzen Gleichung 14

Die folgenden Gleichungen zeigen Beispiele zur Bildung von Potenzen:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$0^n = 0 \quad a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

## Wurzeln Gleichung 15

Die folgenden Gleichungen zeigen Beispiele zur Bildung von Wurzeln:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad (\sqrt[n]{a})^n = a \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m \quad \sqrt[n]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}^p$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a} \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

## Algebra

### Algebraische Gleichung 2. Grades

Die algebraische Gleichung 2. Grades (quadratische Gleichung genannt) wird im Folgenden beschrieben.

### Quadratische Gleichung Gleichung 16

Die Lösungen einer quadratischen Gleichung lauten:

quadratische Gleichung:  $ax^2 + bx + c = 0$

Lösungen:  $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

### Diskriminante Gleichung 17

Definiert man für den allgemeinen Fall die Diskriminante  $\Delta$  als:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

### Gleichung 18

ergeben sich folgende Lösungen:

$\Delta > 0$	2 verschiedene, reelle Lösungen
$\Delta = 0$	2 gleiche, reelle Lösungen
$\Delta < 0$	2 konjugierte, komplexe Lösungen

### Normalform Gleichung 19

Die Normalform der quadratischen Gleichung lautet:

Normalform:  $x^2 + px + q = 0$

Lösungen:  $x_1, x_2 = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

**Algebraische Gleichung  
1. Grades  
Gleichung 20**

Zwei Gleichungen 1. Grades mit 2 Unbekannten lassen sich mit Hilfe von Matrizen berechnen:

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 &= k_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 &= k_2 \end{aligned}$$

**Determinante  
Gleichung 21**

Aus den Gleichungen ergeben sich die zugehörige Determinante D und die Zählerdeterminanten  $D_{x_1}$  und  $D_{x_2}$ :

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12} \\ D_{x_1} &= \begin{vmatrix} k_1 & a_{12} \\ k_2 & a_{22} \end{vmatrix} = k_1 a_{22} - k_2 a_{12} \\ D_{x_2} &= \begin{vmatrix} a_{11} & k_1 \\ a_{21} & k_2 \end{vmatrix} = a_{11} k_2 - a_{21} k_1 \end{aligned}$$

**Lösung  
Gleichung 22**

Daraus ergibt sich für  $D \neq 0$  die eindeutige Lösung:

$$x_1 = \frac{D_{x_1}}{D} \qquad x_2 = \frac{D_{x_2}}{D}$$

**Logarithmen  
Gleichung 23**

Der allgemeine Logarithmus ist definiert als:

$$\log_b a = c \quad \text{und bedeutet} \quad b^c = a \quad a > 0, b > 1$$

Dabei heißen b Basis, a Numerus und c Logarithmus.

**Logarithmengesetze  
Gleichung 24**

Als Logarithmengesetze gelten folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} \log_b (a \cdot c) &= \log_b a + \log_b c \\ \log_b \frac{a}{c} &= \log_b a - \log_b c \\ \log_b (a^n) &= n \log_b a \\ \log_b \sqrt[n]{a} &= \frac{1}{n} \log_b a \end{aligned}$$

und folgende spezielle Fälle:

**Gleichung 25**

$$\log_b 0 = -\infty \quad \log_b 1 = 0 \quad \log_b b = 1 \quad \log_b \infty = \infty$$

**Natürlicher Logarithmus** Logarithmen zur Basis  $e = 2,71828128459\dots$  heißen natürliche Logarithmen.  
Man schreibt  $\ln a$  anstatt  $\log_e a$ .

Es gelten folgende Beziehungen:

**Gleichung 26**

$$\ln(e^{\pm n}) = \pm n$$

$$\ln(a \cdot 10^n) = \ln a + \ln(10^n) \quad \ln(a/10^n) = \ln a - \ln(10^n)$$

Das Modul  $M_b$  zur Basis  $b$  ist definiert als:

**Gleichung 27**

$$M_b = \log_b e = 1/\ln b$$

$$\log_b a = M_b \ln a$$

**Dekadischer (Brigg'scher) Logarithmus** Logarithmen zur Basis 10 heißen dekadische oder Brigg'sche Logarithmen.  
Man schreibt  $\lg a$  anstatt  $\log_{10} a$ .

Es gelten folgende Beziehungen:

**Gleichung 28**

$$\lg(10^{\pm n}) = \pm n$$

$$\lg(a \cdot 10^n) = \lg a + n \quad \lg(a/10^n) = \lg a - n$$

Die Logarithmengesetze lauten für den dekadischen Logarithmus (siehe auch Gleichung 24):

**Gleichung 29**

$$\lg(u \cdot v) = \lg u + \lg v$$

$$\lg \frac{u}{v} = \lg u - \lg v$$

$$\lg \frac{v}{u} = -\lg \frac{u}{v}$$

$$\lg u^n = n \cdot \lg u$$

$$\lg \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \cdot \lg u$$

**Umrechnung von Logarithmen** Zwischen natürlichem und dekadischem Logarithmus gelten folgende Beziehungen:

**Gleichung 30**

$$M_{10} = 0,434\,294\,4819 = \lg e = 1/\ln 10 = 1/2,302\,585\,093\,0$$

$$\ln x = \ln 10 \lg x = 2,302\,585\,093\,0 \lg x$$

$$\lg x = \lg e \ln x = 0,434\,294\,4819 \ln x$$

$$\ln 10 \lg e = 1$$

**Komplexe Zahlen** Eine komplexe Zahl  $z$  besteht aus einem reellen und einem imaginären Teil:

**Gleichung 31**

$$z = x + iy$$

Für die imaginäre Einheit  $i$  gilt:

**Gleichung 32**

$$i = \sqrt{-1} \quad i^2 = -1 \quad i^3 = -i \quad i^4 = 1 \quad 1/i = -i$$

**Konjugation** Die zu  $z$  konjugierte komplexe Zahl heißt:

**Gleichung 33**

$$z^* = x - iy$$

**Betrag** Der Betrag von  $z$  lautet:

**Gleichung 34**

$$r = \sqrt{z \cdot z^*} = \sqrt{(x + iy) \cdot (x - iy)} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

**Argument** Das Argument von  $z$  lautet:

**Gleichung 35**

$$\varphi = \arctan(y/x)$$

**Normalform** Die Normalform von  $z$  lautet:

**Gleichung 36**

$$z = x + iy = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

**Exponentialform** Für die Exponentialform der komplexen Zahl  $z$  ist definiert:

**Gleichung 37**

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi \quad \text{Euler'sche Gleichung}$$

$$z = r \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi) = r \cdot e^{i\varphi}$$

$$e^{-i\varphi} = \cos \varphi - i \sin \varphi$$

Die trigonometrischen Funktionen und deren Zusammenhang mit der komplexen Exponentialfunktion werden in Abschnitt Kreisfunktionen (trigonometrische Funktionen) ab Seite 49 bis Seite 51 dargestellt.

**Potenz** Die Potenz von  $z$  lautet:

**Gleichung 38**

$$z^n = r^n \cdot (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

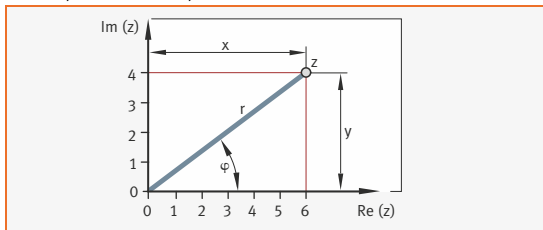
**Darstellung**

Die komplexe Zahl  $z$  entspricht einem Punkt in einer Zahlenebene:

**Bild 2**

Darstellung  
der komplexen Zahl

$\text{Im}(z)$  = Imaginäre Achse  
 $\text{Re}(z)$  = Reelle Achse



Anhand der Grafik lässt sich exemplarisch berechnen:

**Gleichung 39**

$$z = 6 + i4 \quad \text{mit} \quad x = 6; \quad y = 4$$

$$r = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} \approx 7,2$$

$$\varphi = \arctan(y/x) = \arctan 0,667 \approx 33,7^\circ$$

$$z = 7,2 \cdot (\cos 33,7^\circ + i \sin 33,7^\circ)$$

**Folgen und Reihen**

**Arithmetische Folge**

Bei einer arithmetischen Folge ist die Differenz  $d$  zweier aufeinander folgender Glieder konstant:

**Gleichung 40**

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots, a + (n - 1)d$$

**Arithmetische Reihe**

Bei einer arithmetischen Reihe ist jedes Glied das arithmetische Mittel seiner beiden Nachbarglieder:

**Gleichung 41**

$$a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) + \dots + [a + (n - 1)d]$$

Damit erhält man für das  $k$ -te Glied und das Endglied ( $n$ ):

**Gleichung 42**

$$a_k = a + (k - 1)d \qquad a_n = a + (n - 1)d$$

und für die Summe:

**Gleichung 43**

$$S = \frac{n}{2} \cdot (a + a_n) = \frac{n}{2} \cdot [2a + (n - 1)d]$$

**Geometrische Folge** Bei einer geometrischen Folge ist der Quotient  $q$  zweier aufeinander folgender Glieder konstant:

**Gleichung 44**

$$a_1, a_1 \cdot q, a_1 \cdot q^2, a_1 \cdot q^3, \dots, a_1 \cdot q^{n-1}$$

**Geometrische Reihe** Bei einer geometrischen Reihe ist jedes Glied das geometrische Mittel seiner beiden Nachbarglieder:

**Gleichung 45**

$$a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1}$$

Damit erhält man für das  $k$ -te Glied und das Endglied ( $n$ ):

**Gleichung 46**

$$a_k = a_1 \cdot q^{k-1} \qquad a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

und für die Summe:

**Gleichung 47**

$$S = \frac{a_1 - a_n q}{1 - q} \quad \text{bei} \quad q < 1$$

$$S = \frac{a_1 (1 - q^n)}{1 - q} \quad \text{bei} \quad q < 1$$

$$S = \frac{a_n q - a_1}{q - 1} \quad \text{bei} \quad q > 1$$

$$S = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1} \quad \text{bei} \quad q > 1$$

## Analysis

### Ableitungen und Differenziale

Bei der Bildung von Ableitungen (Differenzialquotienten) gelten die im Folgenden aufgeführten Differenzierungsregeln.

**Ableitung von Summe oder Differenz**

**Gleichung 48**

Für die Ableitung einer Summe oder Differenz gilt:

$$y = u(x) \pm v(x) \qquad y' = u'(x) \pm v'(x)$$

**Ableitung von Produkt oder Quotient**

**Gleichung 49**

Für die Ableitung eines Produkts oder Quotienten gilt:

$$y = u(x) \cdot v(x) \qquad y' = v(x) \cdot u'(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$y = \frac{u(x)}{v(x)} \qquad y' = \frac{v(x) \cdot u'(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$



**Kettenregel**  
Gleichung 50

Des Weiteren gilt folgende Kettenregel:

$$y = u \circ v \qquad y'(x) = (u \circ v)'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$$

**Differenzialformen der Grundfunktionen**

Hier eine Auswahl von 1. Ableitungen elementarer Funktionen:

Funktion y(x)	1. Ableitung y'(x)	Funktion y(x)	1. Ableitung y'(x)
y = a	y' = 0	y = sin x	y' = cos x
y = x	y' = 1	y = sin(ax)	y' = a · cos (a x)
y = mx + b	y' = m	y = cos x	y' = -sin x
y = ax <sup>n</sup>	y' = n · a · x <sup>n-1</sup>	y = tan x	y' = 1/cos <sup>2</sup> x
y = √x	y' = 1/(2 · √x)	y = cot x	y' = -1/sin <sup>2</sup> x
y = 1/x	y' = -1/x <sup>2</sup>	y = ln sin x	y' = cot x
y = a <sup>x</sup>	y' = a <sup>x</sup> · ln a	y = ln tan x	y' = 2/sin (2x)
y = e <sup>x</sup>	y' = e <sup>x</sup>	y = arcsin x	y' = 1/√(1-x <sup>2</sup> )
y = e <sup>ax</sup>	y' = a · e <sup>ax</sup>	y = arccos x	y' = -1/√(1-x <sup>2</sup> )
y = x <sup>x</sup>	y' = x <sup>x</sup> · (1 + ln x)	y = arctan x	y' = 1/(1+x <sup>2</sup> )
y = log <sub>a</sub> x	y' = 1/x · log <sub>a</sub> e	y = arccot x	y' = -1/(1+x <sup>2</sup> )
y = ln x	y' = 1/x	y = sinh x	y' = cosh x

**Integration von Funktionen**

Allgemein existieren bei der Integration von Funktionen – im Unterschied zur Differentiation – keine allgemeinen Algorithmen zur Lösung der Integrale. Eine Möglichkeit zur Lösung liefern die beiden Verfahren der „Integration durch Substitution“ sowie die „Partielle Integration“. Für einige elementare Funktionen sind die Stammfunktionen in der Tabelle Integrale von Stammfunktionen (Grundintegrale) von Seite 48 aufgelistet.

**Integration durch Substitution**  
Gleichung 51

Bei der Integration durch Substitution gilt:

$$\int_a^b u'(x) \cdot v(x) dx = [u(x) \cdot v(x)]_a^b - \int_a^b u(x) \cdot v'(x) dx$$

**Partielle Integration**  
Gleichung 52

Bei der partiellen Integration gilt:

$$\int_a^b u(v(t)) \cdot v'(t) dt = \int_{v(a)}^{v(b)} u(x) dx$$

**Integrale von  
Stammfunktionen  
(Grundintegrale)**

Die Integration ist die Umkehrung der Differenziation.

Eine Auswahl von Grundintegralen ist:

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ für $[n \neq -1]$	$\int \cosh x dx = \sinh x + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = -\operatorname{coth} x + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = -\tanh x + C$
$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C$
$\int \ln x dx = x \ln x - x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} = \operatorname{arcsinh} x + C$ $= \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + C$
$\int a^{bx} dx = \frac{1}{b \ln a} a^{bx} + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \operatorname{arccosh} x + C$ $= \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + C$
$\int a^x \ln a dx = a^x + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C = -\operatorname{arccot} x + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{arctanh} x + C = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + C$ für $[x^2 < 1]$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{arccoth} x + C = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1} + C$ für $[x^2 > 1]$
$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} dx = \arcsin x - \sqrt{1-x^2} + C$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos \frac{1}{x} + C$
$\int \sinh x dx = \cosh x + C$	$\int \frac{dx}{x\sqrt{1\pm x^2}} = -\ln \frac{1+\sqrt{1\pm x^2}}{x} + C$

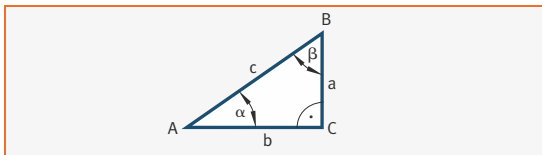
Geometrie

**Kreisfunktionen  
(trigonometrische  
Funktionen)**  
Gleichung 53

Die Kreis- oder Winkelfunktionen sind definiert als:

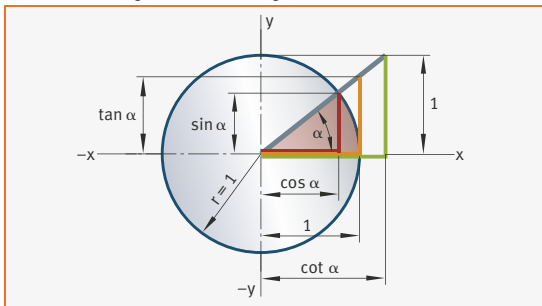
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \tan \alpha = \frac{a}{b} \quad \cot \alpha = \frac{b}{a}$$

**Bild 3**  
Rechtwinkliges Dreieck



**Bild 4**  
Winkelfunktionen  
am Einheitskreis

Für die Darstellung am Einheitskreis gilt:



$\varphi =$	$\pm \alpha$	$90 \pm \alpha$	$180 \pm \alpha$	$270 \pm \alpha$
$\sin \varphi =$	$\pm \sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$
$\cos \varphi =$	$\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
$\tan \varphi =$	$\pm \tan \alpha$	$\mp \cot \alpha$	$\pm \tan \alpha$	$\mp \cot \alpha$
$\cot \varphi =$	$\pm \cot \alpha$	$\mp \tan \alpha$	$\pm \cot \alpha$	$\mp \tan \alpha$

**Gleichung 54**

Umrechnung von Gradmaß in Bogenmaß:

$$\widehat{\alpha} = \text{arc } \alpha = \frac{\pi \cdot \alpha}{180^\circ} \text{ rad} = \frac{\alpha}{57,3^\circ}$$

$$\widehat{1^\circ} = \text{arc } 1^\circ = \frac{\pi}{180} = 0,017435$$

$$\text{arc } 57,3^\circ = 1$$

**Beziehungen  
zwischen Winkel-  
funktionen  
Gleichung 55**

Des Weiteren gelten die im Folgenden beschriebenen Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen:

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cot \alpha}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2}{\cot \alpha - \tan \alpha}$$

$$\cot 2\alpha = \frac{\cot \alpha - \tan \alpha}{2}$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 - 2 \cos \alpha}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 + 2 \cos \alpha}$$

**Additionstheoreme  
der Winkelfunktionen  
Gleichung 56**

Die Additionstheoreme der Winkelfunktionen lauten:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

$$\cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot \alpha \cdot \cot \beta \mp 1}{\cot \beta \pm \cot \alpha}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\tan \alpha \pm \tan \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$\cot \alpha \pm \cot \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$$

**Euler'sche Gleichung** Mit Hilfe der Euler'schen Gleichung  $e^{\pm ix} = \cos x \pm i \sin x$  erhält man:

**Gleichung 57**

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} ; \quad \cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \quad \text{mit } i = \sqrt{-1}$$

**Hyperbelfunktionen** Für die Hyperbelfunktionen gelten folgende Beziehungen (wobei zum Beispiel „sinh“ gelesen wird als „Sinus hyperbolicus“):

**Gleichung 58**

$$\begin{aligned} \sinh x &= (e^x - e^{-x})/2 & \cosh x &= (e^x + e^{-x})/2 \\ \tanh x &= \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} & \coth x &= \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \\ \tanh x &= \frac{\sinh x}{\cosh x} & \coth x &= \frac{\cosh x}{\sinh x} \\ \sinh x + \cosh x &= e^x & \sinh 2x &= 2 \sinh x \cosh x \\ \cosh^2 x - \sinh^2 x &= 1 & \cosh 2x &= \cosh^2 x + \sinh^2 x \end{aligned}$$

Und schließlich folgt (wobei „ar“ gelesen wird als „Area“):

**Gleichung 59**

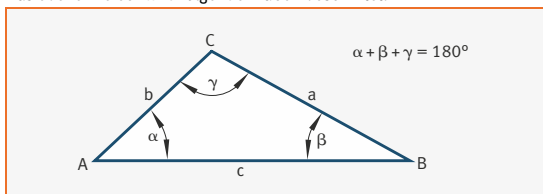
$$y = \sinh x \qquad x = \operatorname{ar} \sinh y$$

**Ebenes Dreieck**

**Bild 5**

Ebenes Dreieck

Das ebene Dreieck wird folgendermaßen beschriftet:



**Sinussatz**  
**Gleichung 60**

Daraus ergeben sich der Sinussatz:

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

**Kosinussatz**  
**Gleichung 61**

und der Kosinussatz:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

**Gleichung 62**

Analog gilt für die anderen Winkel:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

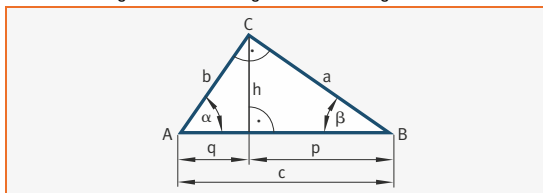
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

**Rechtwinkliges Dreieck**

**Bild 6**

Rechtwinkliges Dreieck

Das rechtwinklige Dreieck wird folgendermaßen dargestellt:



Für rechtwinklige Dreiecke gelten die folgenden Sätze:

**Satz des Pythagoras**

**Gleichung 63**

Der Satz des Pythagoras:

$$c^2 = a^2 + b^2 ; \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

**Höhensatz**

**Gleichung 64**

Der Höhensatz:

$$h^2 = p \cdot q ; \quad h = \sqrt{p \cdot q}$$

**Kathetensatz**

**Gleichung 65**

Der Kathetensatz:

$$a^2 = p \cdot c ; \quad a = \sqrt{p \cdot c} \quad \text{und} \quad b^2 = q \cdot c ; \quad b = \sqrt{q \cdot c}$$

**Trigonometrische Funktionen**

Im rechtwinkligen Dreieck gelten die Seitenverhältnisse:

$\sin \alpha = a : c$	Gegenkathete : Hypotenuse	$\sin \beta = b : c$
$\cos \alpha = b : c$	Ankathete : Hypotenuse	$\cos \beta = a : c$
$\tan \alpha = a : b$	Gegenkathete : Ankathete	$\tan \beta = b : a$
$\cot \alpha = b : a$	Ankathete : Gegenkathete	$\cot \beta = a : b$

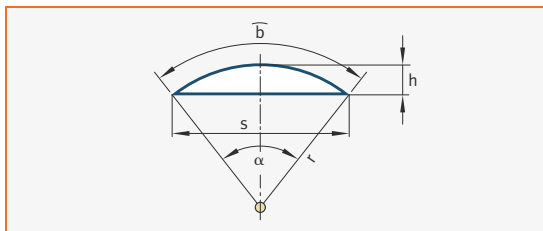
Daraus ergeben sich die trigonometrischen Funktionen:

Kathete	$a =$	$\sqrt{c^2 - b^2}$	$b \cdot \tan \alpha$	$b \cdot \cot \beta$	$c \cdot \sin \alpha$	$c \cdot \cos \beta$
	$b =$	$\sqrt{c^2 - a^2}$	$a \cdot \tan \beta$	$a \cdot \cot \alpha$	$c \cdot \sin \beta$	$c \cdot \cos \alpha$
Hypotenuse	$c =$	$\sqrt{a^2 + b^2}$	$\frac{a}{\sin \alpha}$	$\frac{a}{\cos \beta}$	$\frac{b}{\sin \beta}$	$\frac{b}{\cos \alpha}$
Winkel	$\alpha =$	$90^\circ - \beta$	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$
	$\beta =$	$90^\circ - \alpha$	$\sin \beta = \frac{b}{c}$	$\tan \beta = \frac{b}{a}$	$\cos \beta = \frac{a}{c}$	$\cot \beta = \frac{a}{b}$
Fläche	$A =$	$\frac{a \cdot b}{2}$	$\frac{a \cdot c \cdot \sin \beta}{2}$	$\frac{a^2 \cdot \tan \beta}{2}$	$\frac{b \cdot c \cdot \cos \beta}{2}$	$\frac{b^2 \cdot \cot \beta}{2}$
		$\frac{c^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2}$	$\frac{b \cdot c \cdot \sin \alpha}{2}$	$\frac{b^2 \cdot \tan \alpha}{2}$	$\frac{a \cdot c \cdot \cos \alpha}{2}$	$\frac{a^2 \cdot \cot \alpha}{2}$

**Bogenlängen,  
Bogenhöhen,  
Sehnenlängen,  
Kreisabschnitte**

**Bild 7**  
Kreisbogen

Bogenlänge, Bogenhöhe, Sehnenlänge und Kreisabschnitt werden wie folgt berechnet:



**Sehnenlänge** Damit ergibt sich für die Sehnenlänge:  
*Gleichung 66*

$$s = 2r \sin \frac{\alpha}{2}$$

**Bogenhöhe** für die Bogenhöhe:  
*Gleichung 67*

$$h = r \left( 1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{s}{2} \tan \frac{\alpha}{4} = 2r \sin^2 \frac{\alpha}{4}$$

**Bogenlänge** für die Bogenlänge:  
*Gleichung 68*

$$b = \pi r \frac{\alpha}{180^\circ} = \sqrt{s^2 + \frac{16}{3} h^2} \approx 0,017453 r \cdot \alpha$$

**Inhalt Kreisabschnitt** für den Inhalt des Kreisabschnitts:  
*Gleichung 69*

$$A = \frac{r^2}{2} \left( \frac{\pi}{180^\circ} \alpha - \sin \alpha \right)$$

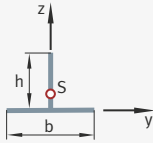
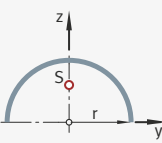
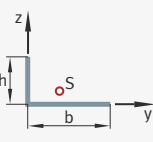
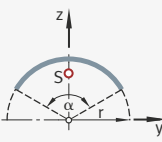
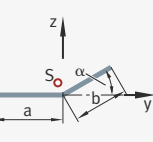
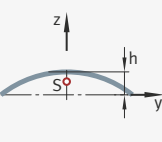
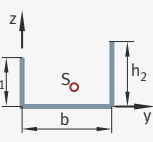
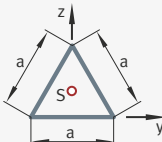
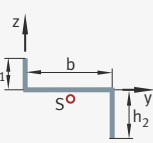
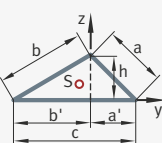
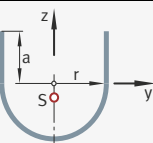
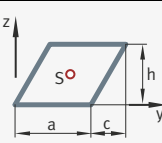
**Inhalt Kreisausschnitt** und für den Inhalt des Kreisausschnitts:  
*Gleichung 70*

$$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \pi r^2 \approx 0,00872665 \alpha r^2$$

Gilt dabei  $b = r$ , dann entspricht  
 $\alpha = 57^\circ 17' 44,86'' = 57,2957795^\circ = 206264,86'' = 1 \text{ rad}$

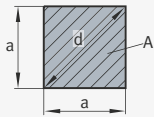
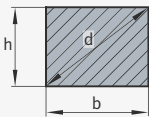
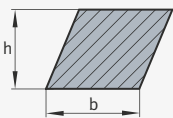
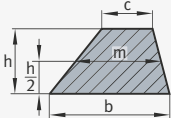
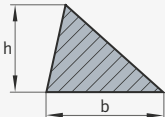
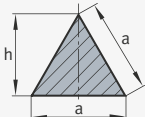
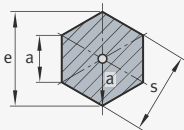
Schwerpunktlagen von Linien

Der Schwerpunkt von Linien lässt sich berechnen mit:

	$z_S = \frac{h^2}{2(b+h)}$		$z_S = \frac{2r}{\pi}$
	$y_S = \frac{b^2}{2(b+h)}$ $z_S = \frac{h^2}{2(b+h)}$		$z_S = \frac{2r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\alpha}$ <p><math>\alpha</math> in Bogenmaß einsetzen</p>
	$y_S = \frac{a^2 + b^2 \cos \alpha}{2(a+b)}$ $z_S = \frac{b^2 \sin \alpha}{2(a+b)}$		$z_S \approx 2h/3$
	$y_S = \frac{b(b/2+h_2)}{b+h_1+h_2}$ $z_S = \frac{h_1^2 + h_2^2}{2(b+h_1+h_2)}$		$z_S = \frac{a}{6}\sqrt{3}$
	$y_S = \frac{b(b/2+h_2)}{b+h_1+h_2}$ $z_S = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2(b+h_1+h_2)}$		$y_S = \frac{a'(a+a') - b'(b+b')}{2(a+b+c)}$ $z_S = \frac{h(a+b)}{2(a+b+c)}$
	$z_S = \frac{a^2 - 2r^2}{2a + \pi r}$		$y_S = \frac{a+c}{2}$ $z_S = \frac{h}{2}$

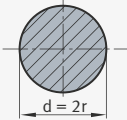
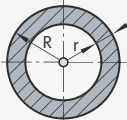
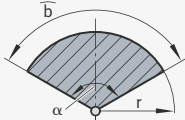
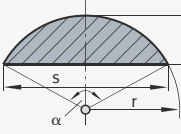
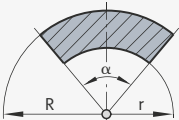
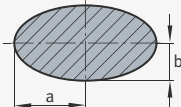
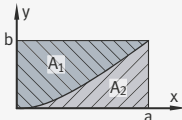


Flächen-Berechnung Geometrische Flächen werden berechnet mit:

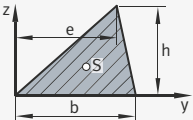
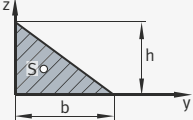
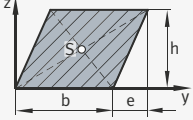
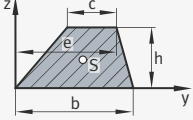
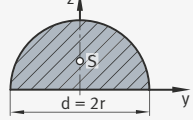
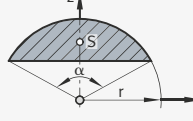
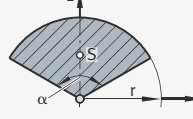
<p><b>Quadrat</b></p>		$A = a^2$ $a = \sqrt{A}$ $d = a\sqrt{2}$
<p><b>Rechteck</b></p>		$A = bh$ $d = \sqrt{b^2 + h^2}$
<p><b>Parallelogramm</b></p>		$A = bh$ $b = \frac{A}{h}$
<p><b>Trapez</b></p>		$m = \frac{b+c}{2}$ $A = mh$
<p><b>Dreieck</b></p>		$A = \frac{bh}{2}$ $b = \frac{2A}{h}$
<p><b>gleichseitiges Dreieck</b></p>		$A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$ $h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$
<p><b>regelmäßiges Sechseck</b></p>		$A = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$ $e = 2a$ $s = a\sqrt{3} = e\frac{\sqrt{3}}{2}$ $e \approx 1,155 s$ $s \approx 0,866 e$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 56.

Fortsetzung der Tabelle Flächen-Berechnung von Seite 55.

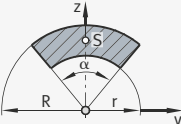
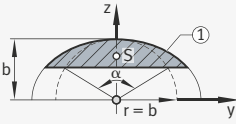
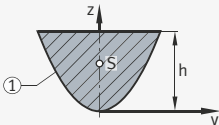
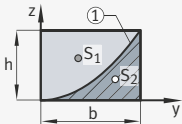
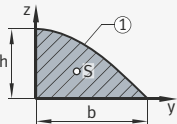
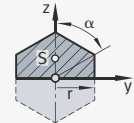
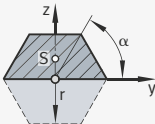
<p><b>Kreis</b></p>		$A = \frac{d^2 \pi}{4} = r^2 \pi \approx 0,785 d^2$ $U = 2r \pi = d \pi$
<p><b>Kreisring</b></p>		$A = \pi(R^2 - r^2) = (2r + t)\pi t$ $t = R - r$
<p><b>Kreisausschnitt</b></p>		$A = r^2 \pi \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{br}{2}$ $b = r \pi \frac{\alpha}{180^\circ}$
<p><b>Kreisabschnitt</b></p>		$A = r^2 \pi \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{r^2}{2} \sin \alpha$ $\approx \frac{h}{6s} (3h^2 + 4s^2)$ $t = r - h \quad r = \frac{h}{2} + \frac{s^2}{8h}$ $s = 2r \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{r^2}{t} \sin \alpha$ $h = r \left( 1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right)$
<p><b>Kreisringausschnitt</b></p>		$A = \frac{\pi(R^2 - r^2)\alpha}{360^\circ}$
<p><b>Ellipse</b></p>		$A = ab \pi$ $U \approx (a + b) \pi$
<p><b>Polynomfläche</b></p>		$y = b(x/a)^n$ $A_1 = \frac{n}{n+1} ab \quad A_2 = \frac{1}{n+1} ab$

Schwerpunktlagen ebener Flächen Der Schwerpunkt ebener Flächen lässt sich berechnen mit:

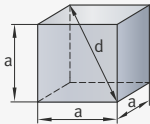
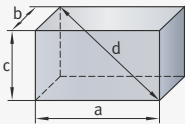
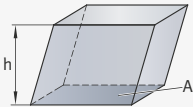
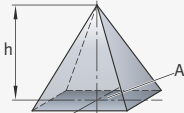
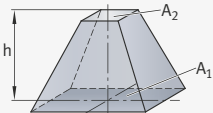
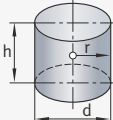
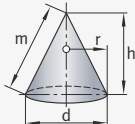
Dreieck		$y_S = \frac{b+e}{3}$ $z_S = \frac{h}{3}$
rechtwinkliges Dreieck		$y_S = \frac{b}{3}$ $z_S = \frac{h}{3}$
Parallelogramm		$y_S = \frac{b+e}{2}$ $z_S = \frac{h}{2}$
Trapez		$y_S = \frac{b^2 - c^2 + e(b+2c)}{3(b+c)}$ $z_S = \frac{h(b+2c)}{3(b+c)}$
Halbkreis		$z_S = \frac{4r}{3\pi}$
Kreisabschnitt		$z_S = \frac{4r \sin^3\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{3(\alpha - \sin \alpha)}$ <p>α in Bogenmaß einsetzen</p>
Kreisausschnitt		$z_S = \frac{4r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{3\alpha}$ <p>α in Bogenmaß einsetzen</p>

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 58.

Fortsetzung der Tabelle Schwerpunktlagen ebener Flächen von Seite 57.

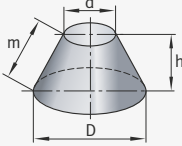
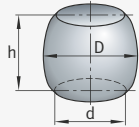
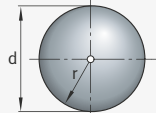
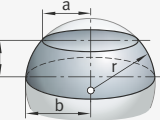
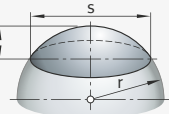
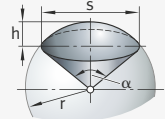
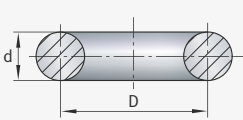
<p><b>Kreisringausschnitt</b></p>		$z_S = \frac{4(R^3 - r^3) \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{3(R^2 - r^2) \alpha}$ <p><math>\alpha</math> in Bogenmaß einsetzen</p>
<p><b>Ellipsenabschnitt</b> ① Ellipse</p>		$z_S = \frac{4r \sin^3\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{3(\alpha - \sin \alpha)}$ <p><math>\alpha</math> in Bogenmaß einsetzen</p>
<p><b>Parabelabschnitt 1</b> ① Parabel</p>		$z_S = \frac{3}{5} h$
<p><b>Parabelabschnitt 2</b> ① Parabel</p>		$y_{S_1} = \frac{3}{8} b \quad y_{S_2} = \frac{3}{4} b$ $z_{S_1} = \frac{3}{5} h \quad z_{S_2} = \frac{3}{10} h$
<p><b>Cosinus-Abschnitt</b> ① Cosinus-Linie</p>		$y_S = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) b$ $z_S = \frac{\pi}{8} h$
<p><b>Sechskanthälfte 1</b></p>		$z_S = \frac{4r}{3\pi} \cdot \frac{\alpha(3 + \cos \alpha)}{4 \sin \alpha}$ <p><math>\alpha</math> in Bogenmaß einsetzen</p>
<p><b>Sechskanthälfte 2</b></p>		$z_S = \frac{4r}{3\pi} \cdot \frac{\alpha}{2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$ <p><math>\alpha</math> in Bogenmaß einsetzen</p>

**Körper-Berechnung** Die Stereometrie von Körpern (Volumen  $V$ , Oberfläche  $O$ , Mantelfläche  $M$ ) wird berechnet mit:

<p><b>Würfel</b></p>		$V = a^3$ $O = 6a^2$ $d = a\sqrt{3}$
<p><b>Quader</b></p>		$V = abc$ $O = 2(ab + ac + bc)$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
<p><b>schiefer Quader</b></p>		$V = Ah$ (Prinzip von Cavalieri)
<p><b>Pyramide</b></p>		$V = \frac{Ah}{3}$
<p><b>Pyramidenstumpf</b></p>		$V = \frac{h}{3}(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) \approx h \frac{A_1 + A_2}{2}$
<p><b>Zylinder</b></p>		$V = \frac{d^2 \pi}{4} h$ $O = 2\pi r(r+h)$ $M = 2\pi r h$
<p><b>Kegel</b></p>		$V = \frac{r^2 \pi h}{3} \quad m = \sqrt{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$ $O = \pi r(r+m)$ $M = \pi r m$

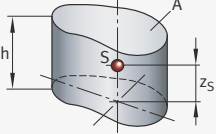
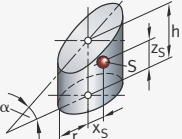
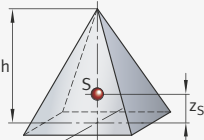
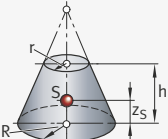
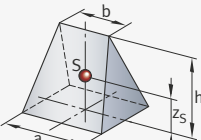
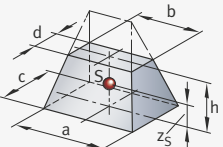
Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 60.

Fortsetzung der Tabelle Körper-Berechnung von Seite 59.

<p><b>Kegelstumpf</b></p>		$V = \frac{\pi h}{12} (D^2 + Dd + d^2)$ $m = \sqrt{\left(\frac{D-d}{2}\right)^2 + h^2}$ $M = \frac{\pi m}{2} (D+d)$
<p><b>Tonne</b></p>		$V = \frac{h\pi}{12} (2D^2 + d^2)$ <p>(Kreistonne)</p>
<p><b>Kugel</b></p>		$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi d^3 \approx 4,189 r^3$ $O = 4 \pi r^2 = \pi d^2$
<p><b>Kugelzone</b></p>		$V = \frac{\pi h}{6} (3a^2 + 3b^2 + h^2)$ $M = 2 \pi r h$ $a = f(h)$
<p><b>Kugelabschnitt</b></p>		$V = \frac{\pi h}{6} \left( \frac{3}{4} s^2 + h^2 \right) = \pi h^2 \left( r - \frac{h}{3} \right)$ $M = 2 \pi r h = \frac{\pi}{4} (s^2 + 4h^2)$
<p><b>Kugelausschnitt</b></p>		$V = \frac{2}{3} \pi r^2 h$ $O = \frac{\pi r}{2} (4h + s)$
<p><b>Kreistorus (zylindrischer Ring)</b></p>		$V = \frac{D \pi^2 d^2}{4}$ $O = D d \pi^2$

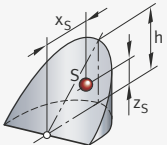
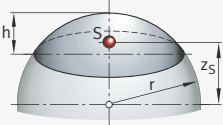
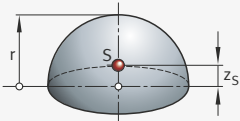
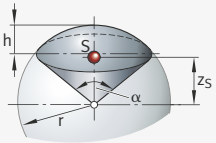
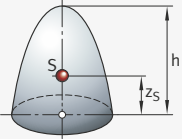
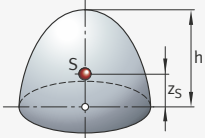
**Schwerpunktlagen  
homogener Körper**

Der Schwerpunkt homogener Körper lässt sich berechnen mit:

<p><b>Zylinder mit beliebigem Querschnitt</b></p>		$z_S = \frac{h}{2}$
<p><b>abgeschrägter Zylinder</b></p>		$x_S = \frac{r^2 \tan \alpha}{4h}$ $z_S = \frac{h}{2} + \frac{r^2 \tan^2 \alpha}{8h}$
<p><b>Pyramide, Kegel</b></p>		$z_S = \frac{h}{4}$
<p><b>Kegelstumpf</b></p>		$z_S = \frac{h}{4} \cdot \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2}$
<p><b>Keil</b></p>		$z_S = \frac{h}{2} \cdot \frac{a+b}{2a+b}$
<p><b>Keilstumpf</b></p>		$z_S = \frac{h}{2} \cdot \frac{ac+ad+bc+3bd}{2ac+ad+bc+2bd}$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 62.

Fortsetzung der Tabelle Schwerpunktlagen homogener Körper  
von Seite 61.

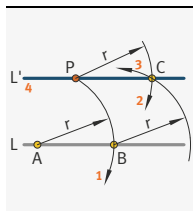
<p>Zylinderhuf</p>		$x_S = \frac{3\pi r}{16}$ $z_S = \frac{3\pi h}{32}$
<p>Kugelabschnitt</p>		$z_S = \frac{3}{4} \cdot \frac{(2r-h)^2}{(3r-h)}$
<p>Halbkugel</p>		$z_S = \frac{3}{8} r$
<p>Kugelausschnitt</p>		$z_S = \frac{3r \left(1 + \cos \frac{\alpha}{2}\right)}{8} = \frac{3(2r-h)}{8}$
<p>Rotationsparaboloid</p>		$z_S = \frac{h}{3}$
<p>Ellipsoid</p>		$z_S = \frac{3}{8} h$



**Geometrische Grundkonstruktionen**

Die folgenden Beispiele zeigen die grundlegenden Verfahrensweisen der geometrischen Konstruktion.

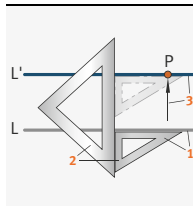
**Ziehen von Parallelen**



Gegeben: L und P

- 1 Ziehe um beliebigen Punkt A Kreisbogen mit Radius  $r = AP$  (Schnittpunkt B).
- 2 Ziehe Kreisbogen mit Radius  $r$  um P.
- 3 Ziehe Kreisbogen mit Radius  $r$  um B (Schnittpunkt C).
- 4 Ziehe die gesuchte Parallel  $L'$  durch die beiden Punkte P und C.

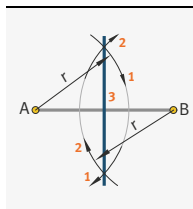
**Ziehen von Parallelen: Variante mit Winkel-Lineal**



Gegeben: L und P

- 1 Lege einen Winkel an L an.
- 2 Lege einen zweiten Winkel an den ersten.
- 3 Verschiebe den ersten Winkel bis Punkt P und ziehe die gesuchte Parallel  $L'$ .

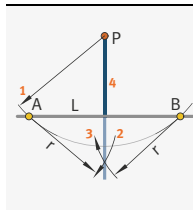
**Errichten von Mittelsenkrechten**



Gegeben:  $\overline{AB}$

- 1 Ziehe Kreisbögen mit Radius  $r$  um A ( $r$  muss größer sein als  $1/2 \overline{AB}$ ).
- 2 Ziehe Kreisbögen mit Radius  $r$  um B.
- 3 Die Verbindungslinie der Schnittpunkte ist die gesuchte Mittelsenkrechte.

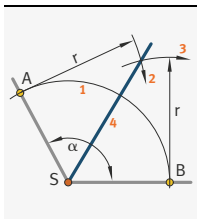
**Fällen von Loten**



Gegeben: L und P

- 1 Ziehe beliebigen Kreisbogen um P (Schnittpunkte A und B).
- 2 Ziehe Kreisbogen mit Radius  $r$  um B.
- 3 Ziehe Kreisbogen mit Radius  $r$  um A ( $r$  muss größer sein als  $1/2 \overline{AB}$ ).
- 4 Die Verbindungslinie des Schnittpunkts mit P ist das gesuchte Lot.

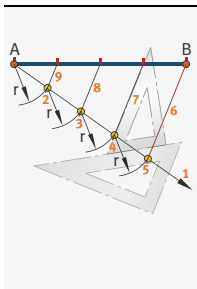
Halbieren von Winkeln



Gegeben: Winkel  $\alpha$

- 1 Ziehe beliebigen Kreisbogen um S (Schnittpunkte A und B).
- 2 Ziehe Kreisbogen mit Radius  $r$  um A ( $r$  muss größer sein als  $1/2 AB$ ).
- 3 Ziehe Kreisbogen mit Radius  $r$  um B.
- 4 Die Verbindungslinie des Schnittpunkts mit S ist die gesuchte Winkelhalbierende.

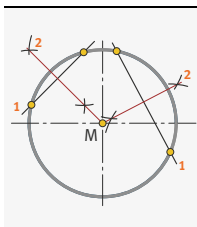
Teilen von Strecken  
(Verhältnisteilung)



Gegeben:  $\overline{AB}$

- 1 Ziehe von A einen Strahl unter beliebigem Winkel.
- 2 bis 5 Trage auf dem Strahl von A aus in der gewünschten Teilzahl (hier 4) gleich lange Strecken beliebiger Länge  $r$  ab.
- 6 Verbinde den letzten Endpunkt (5) mit B.
- 7 bis 9 Ziehe Parallelen zu  $\overline{B5}$ :  
Man erhält die gewünschte Aufteilung der Strecke  $\overline{AB}$ .

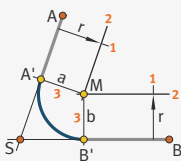
Suchen  
des Kreismittelpunkts



Gegeben: Kreislinie ohne Mittelpunkt

- 1 Ziehe 2 beliebige Sehnen.
  - 2 Errichte darauf die beiden Mittelsenkrechten. Ihr Schnittpunkt M ist der gesuchte Mittelpunkt.
- (Liegen die Sehnen möglichst unter  $90^\circ$  zueinander, erhöht dies die Genauigkeit der Konstruktion)

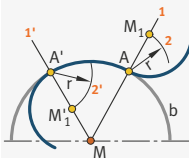
Rundung an Winkel



Gegeben: Winkel ASB und Rundungsradius  $r$

- 1 Trage  $r$  rechtwinklig zu den Schenkeln an.
- 2 Ziehe die Parallelen zu AS und BS. Ihr Schnittpunkt M ist der gesuchte Rundungsmittelpunkt.
- 3 Fälle die Lote a und b von M auf die Schenkel. Die Schnittpunkte A' und B' sind die bergangspunkte.

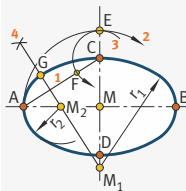
Rundung an Kreis



Gegeben: Kreisbogen b und Rundungsradius  $r$

- 1 Ziehe von M einen Strahl.
- 2 Trage vom Schnittpunkt A aus Radius  $r$  ab. Der Endpunkt ist der gesuchte Rundungsmittelpunkt  $M_1$ , A ist der Übergangspunkt.

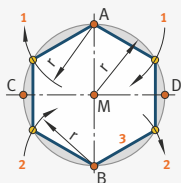
Ellipsenannherung (Korbbogen)



Gegeben: Achsen  $\overline{AB}$  und  $\overline{CD}$

- 1 Ziehe  $\overline{AC}$ .
- 2 Ziehe Kreisbögen mit Radius  $\overline{MA}$  um M und man erhält E.
- 3 Ziehe Kreisbögen mit Radius  $\overline{CE}$  um C und man erhält F.
- 4 Errichte Mittelsenkrechte auf  $\overline{AF}$ .
- 5 Die Schnittpunkte  $M_1$  und  $M_2$  sind die gesuchten Brennpunkte der Ellipse für  $r_1$  und  $r_2$ , A ist der Übergangspunkt.

Sechseck und Zwolfleck

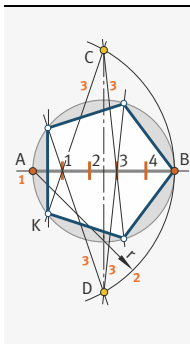


Gegeben: Kreis

- 1 Ziehe Kreisbögen mit Radius  $r$  um A.
- 2 Ziehe Kreisbögen mit Radius  $r$  um B.
- 3 Ziehe Sechsecklinien.

Für das Zwolfleck sind die Zwischenpunkte festzulegen. Einstich in C und D

Regelmäßiges Vieleck  
im Kreis, Näherungs-  
konstruktion



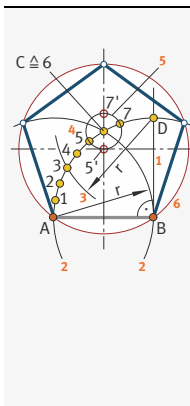
Gegeben: Kreis

Beispiel Fünfeck:

- 1 Teile  $\overline{AB}$  in 5 Teile (beispielsweise durch Verhältnisteilung).
- 2 Ziehe Kreisbogen mit Radius  $r = \overline{AB}$  um A.
- 3 Verbinde C und D mit allen ungeraden Teilpunkten (1, 3, 5).  
Verbindungen der Schnittpunkte mit dem Kreis ergeben gesuchtes Fünfeck.

Für Vielecke mit gerader Eckenzahl sind C und D mit allen geraden Teilpunkten (2, 4, 6, ...) zu verbinden.

Regelmäßiges Vieleck  
aus gegebener  
Seitenlänge,  
Näherungs-  
konstruktion



Gegeben:  $\overline{AB}$

Beispiel Fünfeck:

- 1 Errichte Lot auf B.
- 2 Ziehe Kreisbögen mit Radius  $r = \overline{AB}$  um A und um B, ergibt Schnittpunkte C und D.
- 3 Ziehe Kreisbogen mit Radius  $r$  um D, ergibt Punkt 3.
- 4 Suche durch Probieren mit Stechzirkel Punkte 1, 2, 4 und 5 (gleiche Abstände).
- 5 Ziehe Kreisbogen mit Radius  $\overline{C5}$  um C, ergibt  $5'$  und  $7'$ ,  
 $5'$  ist Mittelpunkt eines Fünfecks,  
 $7'$  ist Mittelpunkt eines Siebenecks.
- 6 Ziehe Kreis um  $5'$  und trage  $\overline{AB}$  5-mal ab.  
Man erhält das gesuchte Fünfeck.

## Zinsrechnung

**Zinseszins** Definiert man  $b$  = Anfangsbetrag,  $p$  = Zinssatz in % und  $b_n$  = Endbetrag nach  $n$  Jahren, ergibt sich für den Zinsfaktor  $q$  und für den Endbetrag  $b_n$  nach  $n$  Jahren bei Zinseszins:

Gleichung 71

$$q = 1 + \frac{p}{100} \qquad b_n = b \cdot q^n = b \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

**Beispiel-Berechnung** Auf welchen Endbetrag wachsen 30 000 € zu 5,5% verzinst in 5 Jahren an?  
Lösung:

Gleichung 72

$$b_5 = 30\,000 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{5,5}{100}\right)^5 = 39\,209 \text{ €}$$

**Vermehrung** Die Vermehrung eines auf Zinseszins gegebenen Grundbetrags  $b_0$  durch regelmäßige **Zuzahlungen**  $r$  am Ende eines jeden Jahres berechnet sich zu einem Endbetrag  $b_n$  nach  $n$  Jahren:

Gleichung 73

$$b_n = b_0 \cdot q^n + \frac{r(q^n - 1)}{q - 1}$$

**Verminderung** Die Verminderung eines auf Zinseszins gegebenen Grundbetrags  $b_0$  durch regelmäßige **Rückzahlungen**  $r$  (beispielsweise Rente) am Ende eines jeden Jahres berechnet sich zu einem Endbetrag  $b_n$  nach  $n$  Jahren:

Gleichung 74

$$b_n = b_0 \cdot q^n - \frac{r(q^n - 1)}{q - 1}$$

**Tilgungsformel** Für  $b_n = 0$  ergibt sich die Tilgungsformel:

Gleichung 75

$$b_0 \cdot q^n = \frac{r(q^n - 1)}{q - 1}$$

## Mengenlehre

### Zeichen der Mengenlehre

Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl der wichtigsten Zeichen der Mengenlehre.

Zeichen	Verwendung	Sprechweise
$\in$	$x \in M$	$x$ ist Element von $M$
$\notin$	$x \notin M$	$x$ ist nicht Element von $M$
	$\{x_1, \dots, x_n\} \in A$	$x_1, \dots, x_n$ sind Elemente von $A$
$\{\}$	$\{x \varphi\}$	die Menge (Klasse) alle $x$ mit $\varphi$
$\{, \dots, \}$	$\{x_1, \dots, x_n\}$	die Menge mit den Elementen $x_1, \dots, x_n$
$\subseteq$	$A \subseteq B$	$A$ ist Teilmenge von $B$ , $A$ sub $B$ , $B$ ist Obermenge von $A$ (enthält $A = B$ )
$\subset$	$A \subset B$	$A$ ist echt enthalten in $B$ (mit $A \neq B$ )
$\cap$	$A \cap B$	$A$ geschnitten mit $B$ , $A$ Durchschnitt $B$
$\cup$	$A \cup B$	$A$ vereinigt mit $B$ , $A$ Vereinigung $B$
$\complement$	$\bar{A}$ oder $\complement A$ oder $A^c$	Komplement von $A$
$\setminus$ oder $\complement$	$A \setminus B$ oder $\complement_A B$	$A$ ohne $B$ , $A$ vermindert um $B$ , Differenzmenge von $A$ und $B$ , relatives Komplement von $B$ bzgl. $A$
$\Delta$	$A \Delta B$	Symmetrische Differenz von $A$ und $B$
$\emptyset$	$A \cap B = \emptyset$	leere Menge, $A$ und $B$ sind disjunkt
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	$\langle x, y \rangle$	Paar von $x$ und $y$
$\{ \cdot, \cdot \}$	$\{x, y   \varphi\}$	Relation zwischen $x, y$ mit $\varphi$
$\times$	$A \times B$	kartesisches Produkt von $A$ und $B$ , $A$ Kreuz $B$
$^{-1}$	$R^{-1}$	Umkehrrelation von $R$ , inverse Relation zu $R$
$\circ$	$R \circ S$	Relationenprodukt von $R$ und $S$ , $R$ verkettet mit $S$
$D$	$D(f)$	Definitionsbereich von $f$
$W$	$W(f)$	Wertebereich von $f$
$ $	$f _A$	Einschränkung von $f$ auf $A$
glz	$A$ glz $B$	$A$ ist gleichzählig (gleichmächtig, äquivalent) zu $B$
card	card $A$	Kardinalzahl (Mächtigkeit, Anzahl) von $A$
$\mathbb{N}$ oder $N$		Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{Z}$ oder $Z$		Menge der ganzen Zahlen
$\mathbb{Q}$ oder $Q$		Menge der rationalen Zahlen
$\mathbb{R}$ oder $R$		Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{C}$ oder $C$		Menge der komplexen Zahlen

## Numerik – Zahlensysteme in der Datenverarbeitung

Numerische und alphanumerische Daten und Befehle werden in Digitalrechnern als Kombination von Binärzeichen dargestellt. Diese werden üblicherweise in Worten fester Länge zusammengefasst, wobei Wortlängen von 4, 8, 16, 32, 48 und 64 Bits üblich sind.

**Kodierung** Die alphanumerischen Daten sind meistens zeichenweise in kodierter Form in einem Wort aneinander gereiht. Die am häufigsten verwendete Kodierung erfolgt in 8 Bits = 1 Byte.

**Festkommazahl und Gleitkommazahl** Numerische Daten lassen sich in der Stellenschreibweise (Festkommazahl) oder der Gleitkommazahl (Gleitkommazahl) darstellen:

Festkommadarstellung:

Vorzeichen	$2^{n-1}$	$2^{n-2}$	...	$2^2$	$2^1$	$2^0$
------------	-----------	-----------	-----	-------	-------	-------

Gleitkommadarstellung:

Vorzeichen	Exponent	Mantisse
------------	----------	----------

Bei der Festkommazahl ist der betragsmäßig größte darstellbare Wert durch die Wortlänge begrenzt. Dies ist beispielsweise bei einem Rechner im 16-Bit-Format  $2^{15} - 1 = 32\,767$ . Wird ein größerer Zahlenbereich benötigt, so können Doppelwörter gebildet werden.

Bei der Gleitkommazahl bestimmt die Anzahl der Bits der Mantisse die relative Genauigkeit der Zahl und die Anzahl des Exponenten die Größe des Zahlenbereichs.

**Stellenwertsysteme und Darstellung** Die Eigenschaften eines Zahlensystems sind durch den Ziffervorrat und die Stellenschreibweise gekennzeichnet. Dabei hängt der Wert der Ziffer  $Z$  von der Stellung innerhalb der Zifferreihe ab (Stellenwertsystem).

**Ganze Zahlen** Positive ganze Zahlen  $N_B$  lassen sich bei der Wahl einer Basis  $B$  (Grundzahl) in folgender, allgemeiner Form darstellen:

*Gleichung 76*

$$N_B = \sum_{i=0}^{n-1} Z_i \cdot B^i = Z_{n-1} \cdot B^{n-1} + \dots + Z_1 \cdot B^1 + Z_0 \cdot B^0$$

mit  $Z_i$  aus  $\{0, 1, 2, \dots, (B - 1)\}$ , dem Ziffervorrat zur Basis  $B$ .

**Dezimalsystem** Für das Dezimalsystem mit Ziffernvorrat  $Z_i = 0, 1, 2, \dots, 9$  und Stellenanzahl  $n = 3$  erhält man die Darstellung:

**Gleichung 77**

$$N_{10} = 257 = 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

**Dualsystem** Für das Dual- beziehungsweise Binärsystem mit Ziffernvorrat  $Z_i = 0, 1$  und Stellenanzahl  $n = 5$  erhält man die Darstellung:

**Gleichung 78**

$$N_2 = 10101 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

**Hexadezimalsystem** Da im Hexadezimalsystem die Dezimalziffern von 0 bis 9 nicht ausreichen, werden die fehlenden Ziffern 10 bis 15 durch die großen Buchstaben A bis F ersetzt.

**Gebrochene Zahlen** Die allgemeine Darstellung gebrochener Zahlen lautet:

**Gleichung 79**

$$R_B = \sum_{i=0}^m Z_i \cdot B^{-i} = Z_1 \cdot B^{-1} + Z_2 \cdot B^{-2} + \dots + Z_m \cdot B^{-m}$$

**Tafel:** Die folgende Tafel zeigt Beispiele für Zahlensysteme verschiedener Zahlensysteme Basen.

Dezimal-system	Hexa-dezimal-system	Oktal-system	Dual-system	Tetra-den-darstellung	BCD-Darstellung	Excess-3 oder Stibitz-Code	Aiken-Code	1 aus 10-Code
0	0	0	0	0000	0000	0011	0000	000000001
1	1	1	1	0001	0001	0100	0001	000000010
2	2	2	10	0010	0010	0101	0010	0000000100
3	3	3	11	0011	0011	0110	0011	00000001000
4	4	4	100	0100	0100	0111	0100	00000100000
5	5	5	101	0101	0101	1000	1011	00001000000
6	6	6	110	0110	0110	1001	1100	00010000000
7	7	7	111	0111	0111	1010	1101	00100000000
8	8	10	1000	1000	1000	1011	1110	01000000000
9	9	11	1001	1001	1001	1100	1111	10000000000
10	A	12	1010	1010	001010000	01000011	001010000	00000001000000001
11	B	13	1011	1011	001010001	01000100	001010001	000000010000000010
12	C	14	1100	1100	001010010	01000101	001010010	0000000100000000100
13	D	15	1101	1101	001010011	01000110	001010011	00000001000000001000
14	E	16	1110	1110	001010100	01000111	001010100	0000000100000010000
15	F	17	1111	1111	001010101	01001000	00111011	0000000100000100000



**Umrechnung zwischen Zahlensystemen** Zahlen lassen sich von einem Zahlensystem (Quellensystem  $N_Q$ ) in ein anderes Zahlensystem (Zielsystem  $N_Z$ ) umrechnen.

Dabei gilt immer:

Gleichung 80

$$N_Q = N_Z$$

Für den Wechsel in ein anderes Zahlensystem werden folgende Methoden angewandt:

**Divisionsmethode** Bei der Divisionsmethode wird ausschließlich mit Zahlen der Quellsystemdarstellung gearbeitet. Sie basiert auf der Division der Zahl des Quellsystems  $N_Q$  durch die größtmöglichen Potenzen der Zielbasis bei gleichzeitiger Abspaltung des jeweiligen ganzzahligen Quotienten, der im Divisionsschritt erzeugt wird. Der verbleibende Rest wird durch die nächstniedrigere Potenz dividiert. Dies erfolgt so lange, bis die nullte Potenz abgearbeitet ist.

Das bedeutet:

Gleichung 81

$$N_Q = N_Z$$

$$N_Q = Z_{n-1} \cdot B_Z^{n-1} + Z_{n-2} \cdot B_Z^{n-2} + \dots + Z_1 \cdot B_Z^1 + Z_0 \cdot B_Z^0$$

1. Schritt:

Gleichung 82

$$N_Q / B_Z^{n-1} = Z_{n-1} + \text{Rest}_1 \quad Z_{n-1} = 1. \text{ Ziffer von } N_Z$$

2. Schritt:

Gleichung 83

$$\text{Rest}_1 / B_Z^{n-2} = Z_{n-2} + \text{Rest}_2 \quad Z_{n-2} = 2. \text{ Ziffer von } N_Z$$

und so weiter.

### Beispiel

Die Dezimalzahl  $6\,345_{10}$  soll in eine Oktalzahl umgewandelt werden:

$6\,345 : 8^4 =$	1	↓	Rest	2 249
$2\,249 : 8^3 =$	4		Rest	201
$201 : 8^2 =$	3		Rest	9
$9 : 8^1 =$	1		Rest	1
$1 : 8^0 =$	1		Rest	0

Die gesuchte Oktalzahl ist  $14\,311_8$  ( $6\,345_{10} = 14\,311_8$ ).

**Summandenmethode** Die Summandenmethode basiert darauf, dass eine Quellenzahl Summanden von der Form  $\sum_{i=1}^{n-1} Z_i \cdot B_Z^i$  aufweist, von denen jeder  $B_Z$  als Faktor enthält:

**Gleichung 84**

$$N_Q = N_Z$$

$$N_Q = \sum_{i=0}^{n-1} Z_i \cdot B_Z^i = \sum_{i=1}^{n-1} Z_i \cdot B_Z^i + Z_0 \cdot B_Z^0 \quad \text{mit } B_Z^0 = 1$$

Damit erhält man:

**Gleichung 85**

$$N_Q = B_Z \cdot \sum_{i=1}^{n-1} Z_i \cdot B_Z^{i-1} + Z_0$$

Dividiert man  $N_Q$  durch  $B_Z$ , erhält man den ganzzahligen Anteil:

**Gleichung 86**

$$N_i = \sum_{i=1}^{n-1} Z_i \cdot B_Z^{i-1} + \text{Rest } Z_0 \quad \text{mit } Z_0 = \text{letzte Ziffer von } N_Z$$

Der ganzzahlige Anteil lässt sich nun wieder darstellen als:

**Gleichung 87**

$$N_1 = \sum_{i=2}^{n-1} Z_i \cdot B_Z^{i-1} + Z_1 \cdot B_Z^0 \quad \text{mit } B_Z^0 = 1$$

Dividiert man nun wieder durch  $B_Z$ , erhält man wieder einen ganzzahligen Anteil  $N_2$  und den Rest  $Z_1$  (vorletzte Ziffer der Zahl des Zielsystems) und so weiter.

**Beispiel**

Die Dezimalzahl  $6\,345_{10}$  soll in eine Oktalzahl umgewandelt werden:

$6\,345 : 8 =$	793	Rest	1	↑
$793 : 8 =$	99	Rest	1	
$99 : 8 =$	12	Rest	3	
$12 : 8 =$	1	Rest	4	
$1 : 8 =$	0	Rest	1	

Die gesuchte Oktalzahl ist  $14\,311_8$  ( $6\,345_{10} = 14\,311_8$ ).

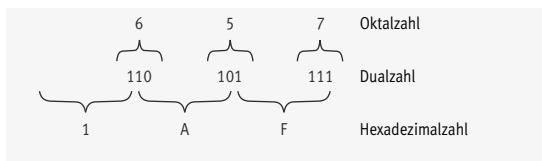
Diese Umrechnungsmethode eignet sich besonders gut für ein Rechenprogramm.

**Umrechnung von Dualzahlen**

Für Zahlensysteme zur Basis  $2^n$ , zum Beispiel Zahlendarstellungen der Basis 2, 8, oder 16, bestehen untereinander einfachere Umrechnungsmethoden. Sie basieren darauf, dass die Quell- und Zielbasis in einem Zweierpotenzverhältnis zueinander stehen. Mit einer dreistelligen Dualzahl wird der Ziffernvorrat des Oktalsystems, mit einer vierstelligen Dualzahl der des Hexadezimalsystems erfasst. Die Umrechnung einer Dualzahl in eine Oktalzahl oder eine Hexadezimalzahl wird einfach durch das Zusammenfassen von Dreier- oder Vierergruppen der Dualzahl erreicht.

**Beispiel**

Umrechnung der Dualzahl  $110101111_2$  in eine Oktal- beziehungsweise Hexadezimalzahl:



**Grundrechenarten im Dualsystem**

Für die arithmetischen Operationen Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren gelten die folgenden Rechenregeln:

Addition	Ergebnis	Übertrag (Bit)	Subtraktion	Ergebnis	Übertrag (Bit)	Multiplikation	Ergebnis	Übertrag (Bit)
$0 + 0$	0	0	$0 - 0$	0	0	$0 \cdot 0$	0	0
$0 + 1$	1	0	$0 - 1$	1	$-1^1$	$0 \cdot 1$	0	0
$1 + 0$	1	0	$1 - 0$	1	0	$1 \cdot 0$	0	0
$1 + 1$	0	$+1^1$	$1 - 1$	0	0	$1 \cdot 1$	1	0

Quelle: Koch, G.; Reinhold, U.: Einführung in die Informatik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Teil 1, München: Hanser-Verlag 1977.

<sup>1)</sup> Bezieht man bei der Anwendung der Operationen bei mehrstelligen Zahlen den Übertrag (das „Borgen“) mit in die Rechnung ein, so gelten die gleichen Regeln wie beim Dezimalsystem.

## Technische Statistik

### Aufgaben und Anwendungsbereiche

**Aufgaben** Die technische Statistik beschreibt Mengen gleichartiger Elemente mit bestimmten unterschiedlichen Merkmalwerten durch statistische Kennwerte. Damit sind objektive Vergleiche und Bewertungen möglich. Zusätzlich liefert sie Schätzungen über statistische Kennwerte größerer Mengen (der Grundgesamtheit) durch die Auswertung relativ weniger Einzeldaten (Stichproben).

**Anwendungsbereiche** Die wichtigsten Anwendungsbereiche der technischen Statistik sind:

- Statistische Qualitätskontrolle
- Auswertung von Versuchsergebnissen
- Fehlerrechnung

### Begriffe, Größen und Definitionen

**Grundgesamtheit** Die Grundgesamtheit ist die Menge aller zugrunde liegender Einheiten oder Ereignisse, die statistisch betrachtet werden (Messung, Beobachtung). Der dabei interessierende Merkmalwert wird durch statistische Kennwerte beschrieben.

**Stichprobe** Eine Stichprobe ist eine aus der Grundgesamtheit entnommene Menge, um bestimmte Merkmalwerte zu ermitteln. Die Auswertung dieser Probe erlaubt Schätzungen über statistische Kennwerte der Grundgesamtheit zu treffen.

**Urliste** Die Urliste kennzeichnet die ursprünglichen Merkmalwerte (zum Beispiel Messwerte) einer Stichprobe.

**Begriffe und Größen** In der folgenden Tabelle sind einige wichtige Begriffe und Größen der Statistik beschrieben.

Größe	Definition	Erläuterungen, Beziehungen
N	Umfang der Grundgesamtheit	die Grundgesamtheit wird auch als Population bezeichnet
n	Anzahl der Merkmalwerte in der Stichprobe	Merkmalwerte sind in der Urliste erfasst
$x_i$	einzelner Merkmalwert, zum Beispiel Messwert	Ordnungszahl der Merkmalwerte $i = 1, 2, 3, \dots, n$
$\bar{x}$	arithmetischer Mittelwert der Merkmalwerte in der Stichprobe	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
R	Spannweite der Merkmalwerte	$R = x_{\max} - x_{\min}$
k	Anzahl der Klassen, in die R aufgeteilt wird	Anhaltswert $k = \sqrt{n}$ $k \geq 10$ für $n \leq 100$ $k \geq 20$ für $n \leq 10^5$
$\Delta x$	Klassenbreite	$\Delta x = R/k$
$x_j$	Werte der Klassenmitten, arithmetischer Mittelwert der Klassengrenzen	Ordnungszahl der Klassen $j = 1, 2, 3, \dots, k$
$n_j$	Besetzungszahlen der einzelnen Klassen, absolute Häufigkeit	die Besetzungszahl $n_j$ gibt an, wie viele Werte der Urliste in die j-te Klasse fallen: $\sum_{j=1}^k n_j = n$
$h_j$	relative Häufigkeit in der j-ten Klasse	$h_j = \frac{n_j}{n} \quad \sum_{j=1}^k h_j = 1$
f	relative Häufigkeitsdichte	$f = h_j / \Delta x$ die relative Häufigkeitsdichte entspricht der relativen Häufigkeit geteilt durch die Klassenbreite
$G_j$	kumulierte Besetzungszahl	$G_j$ ist die bis zur j-ten Klasse aufsummierte Besetzungszahl: $G_j = \sum_{i=1}^j n_i$
$H_j$	Häufigkeitssumme	$H_j = \frac{G_j}{n} = \sum_{i=1}^j h_i$
$x_0$	Bezugswert der Grundgesamtheit	meistens angenäherter, gerundeter Mittelwert oder Mitte der Klasse mit größter Häufigkeit: $x_0 \approx \bar{x} \quad d_i = x_i - x_0$ $\bar{x} = x_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0) \quad \bar{x} = x_0 + \bar{d}$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 76.

Fortsetzung der Tabelle Begriffe und Größen von Seite 75.

Größe	Definition	Erläuterungen, Beziehungen
$s^2$	Varianz der Stichprobe (Streuungsquadrat)	$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2$ $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n d_i^2$ $s^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - x_0 \sum_{i=1}^n x_i \right)$
s	Standardabweichung der Stichprobe (Streuung), Wurzel aus der Varianz	$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - x_0 \sum_{i=1}^n x_i \right)}$ <p>s nähert sich <math>\sigma</math> für große Werte von n</p>
$\mu$	Mittelwert der Grundgesamtheit, Erwartungswert	der arithmetische Mittelwert $\bar{x}$ der Stichprobe ist ein erwartungstreuer Schätzwert für den Erwartungswert $\mu$ der Grundgesamtheit
$\sigma$	Standardabweichung der Grundgesamtheit	Maß für die Schwankung der Einzelwerte um den Mittelwert
u	Streu faktor	es lassen sich bestimmte Bereiche $\mu \pm u \cdot \sigma$ abgrenzen, in denen P% der Messwerte liegen
F(x)	Verteilungsfunktion, Summenfunktion	die Verteilungsfunktion beschreibt den Zusammenhang zwischen der Zufallsvariablen x und der Häufigkeitssumme oder Wahrscheinlichkeit für Werte $\leq x$ , bei empirischen Verteilungen entspricht sie der Summenkurve
f(x)	Häufigkeitsdichtefunktion	$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$ <p>die Häufigkeitsdichtefunktion entspricht als <b>stetige</b> Funktion der Darstellung der relativen Häufigkeitsdichte der Stichprobe durch eine Treppenkurve (Histogramm)</p>
R(x)	Zuverlässigkeitsfunktion	$R(x) = 1 - F(x)$ <p>die Zuverlässigkeitsfunktion wird teilweise auch als Überlebensfunktion bezeichnet</p>

### Statistische Auswertung (Beispiel)

**Aufgabe** Eine Charge Wälzlagerkugeln (die Grundgesamtheit) ist auf den Soll-Durchmesser D von 8 mm und ihre Abweichungen davon zu überprüfen.

**Lösung** Der Charge werden 200 Kugeln als Stichprobe entnommen. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Probe ein ausreichend genaues Bild der Grundgesamtheit liefert. Der Durchmesser x (der Merkmalwert) wird auf 0,001 mm gemessen.

Die aus dieser Erhebung gewonnenen Daten über ein bestimmtes Untersuchungsmerkmal liegen zunächst ungeordnet in der sogenannten Urliste vor.

**Mittelwert bestimmen** Aus der Urliste der 200 Messwerte ergibt sich innerhalb der Messgenauigkeit als Stichprobenmittelwert der Sollwert:

Gleichung 1

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{200} \sum_{i=1}^{200} x_i = 8,000 \text{ mm}$$

Unter den 200 gemessenen Werten ist der größte Durchmesser  $x_{\max} = 8,013 \text{ mm}$  und der kleinste  $x_{\min} = 7,987 \text{ mm}$ .

Damit beträgt die Spannweite der Merkmalwerte:

Gleichung 2

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 0,026 \text{ mm}$$

Die Merkmalwerte werden in  $k = 13$  Klassen eingeteilt, mit der Klassenbreite  $\Delta x = 0,002 \text{ mm}$ .

Aus der Urliste von 200 Messungen lässt sich damit eine Klasseneinteilung vornehmen und in tabellarischer Form darstellen. Gleichzeitig werden die relativen Häufigkeiten und die Häufigkeitssumme  $H_j$  ermittelt, Definition siehe Tabelle Begriffe und Größen, Seite 75.

**Klasseneinteilung und Häufigkeit**

Aus der Urliste von 200 Messungen ergeben sich die folgende Klasseneinteilung und die Werte für die relativen Häufigkeiten und die Häufigkeitssumme  $H_j$ .

j	Klasseneinteilung		$x_j$	$n_j$	$h_j$	$H_j$
	$x_{\text{unten}}$ mm	bis unter $x_{\text{oben}}$ mm	mm			
1	7,987	7,989	7,988	1	0,005	0,005
2	7,989	7,991	7,990	5	0,025	0,030
3	7,991	7,993	7,992	7	0,035	0,065
4	7,993	7,995	7,994	16	0,080	0,145
5	7,995	7,997	7,996	25	0,125	0,270
6	7,997	7,999	7,998	29	0,145	0,415
7	7,999	8,001	8,000	34	0,170	0,585
8	8,001	8,003	8,002	32	0,160	0,745
9	8,003	8,005	8,004	22	0,110	0,855
10	8,005	8,007	8,006	14	0,070	0,925
11	8,007	8,009	8,008	9	0,045	0,970
12	8,009	8,011	8,010	4	0,020	0,990
13	8,011	8,013	8,012	2	0,010	1,000
				$\Sigma 200$	$\Sigma 1,000$	

**Bestätigung des Mittelwerts**

Zur Bestätigung des Mittelwerts  $\bar{x}$  werden bei gleich breiten Klassen die Klassenmitten  $x_j$  mit ihren Häufigkeiten  $h_j$  als Gewichtungsfaktoren multipliziert:

**Gleichung 3**

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j \cdot x_j = \sum_{j=1}^k h_j \cdot x_j$$

$$\bar{x} = 8,000 \text{ mm}$$

**Darstellung der relativen Häufigkeit**

Die relative Häufigkeit als Funktion der Klassenmitten wird durch ein Säulendiagramm der Häufigkeitsdichte der Stichprobe dargestellt (Häufigkeitsschaubild). Die relative Häufigkeitsdichte  $f$  entspricht der relativen Häufigkeit geteilt durch die Klassenbreite. Diese Darstellung des Häufigkeitsschaubilds wird auch als Histogramm bezeichnet, siehe Bild 1, ①. Sie gibt ein Bild von der Häufigkeitsverteilung als Näherung für die Verteilungsfunktion.

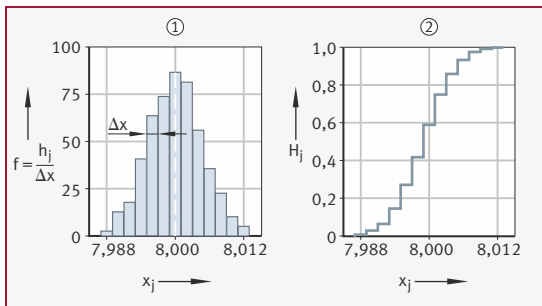
Bei der Darstellung der Häufigkeitssumme als Funktion der Klassenmitten zeigt die Treppenkurve die so genannte Summenkurve oder empirische Verteilungsfunktion, siehe Bild 1, ②.

Die Darstellung der Summenkurve hat gegenüber dem Häufigkeitsschaubild den Vorteil, dass für jedes beliebige Intervall leicht abgelesen werden kann, wie viel Prozent der Messwerte in ihm liegen.

**Bild 1**

**Histogramm und Summenkurve**

- ① Histogramm/ Häufigkeitsschaubild
- ② Summenkurve





**Varianz und Standardabweichung**  
Gleichung 4

Für die Varianz  $s^2$  der Stichprobe gilt:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^k n_j \cdot (x_j - \bar{x})^2$$

Gleichung 5

Daraus ergibt sich die Standardabweichung  $s$  der Stichprobe:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^k n_j \cdot (x_j - \bar{x})^2}$$

Mit Hilfe des Rechenschemas für die Standardabweichung lässt sich die Varianz berechnen:

j	$x_j$	$n_j$	$x_j - \bar{x}$	$n_j (x_j - \bar{x})^2$
1	7,988	1	-0,012	0,000144
2	7,990	5	-0,010	0,000500
3	7,992	7	-0,008	0,000448
4	7,994	16	-0,006	0,000576
5	7,996	25	-0,004	0,004000
6	7,998	29	-0,002	0,000116
7	8,000	34	0,000	0,0
8	8,002	32	+0,002	0,000128
9	8,004	22	+0,004	0,000352
10	8,006	14	+0,006	0,000504
11	8,008	9	+0,008	0,000576
12	8,010	4	+0,010	0,000400
13	8,012	2	+0,012	0,000288
		$\Sigma 200$		$\Sigma 0,004432$

Gleichung 6

Man erhält für die Stichprobenvarianz  $s^2$ :

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^k n_j (x_j - \bar{x})^2$$

$$s^2 = \frac{1}{199} \cdot 0,004432 = 22,27 \cdot 10^{-6}$$

Aus der Varianz erhält man schließlich die Standardabweichung  $s = 0,0047$  mm.

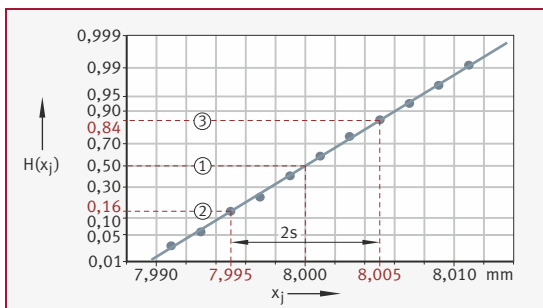
**Darstellung im Wahrscheinlichkeitsnetz**

Die Werte der Häufigkeitssumme  $H_j$  werden in das Wahrscheinlichkeitsnetz als Ordinaten über den oberen Klassengrenzen eingetragen. Liegt eine Normalverteilung vor, sind die Ordinaten der Häufigkeitssumme im Wahrscheinlichkeitsnetz so verzerrt, dass die S-förmige Summenkurve in eine Gerade übergeht, siehe Bild 2.

**Bild 2**

Normalverteilung im Wahrscheinlichkeitsnetz

- ① 50% der Häufigkeitssumme
- ② 16% der Häufigkeitssumme
- ③ 84% der Häufigkeitssumme



Aus dieser Darstellung kann man folgende Werte entnehmen:

Mittelwert  $\bar{x}$  bei 50% der Häufigkeitssumme:

**Gleichung 7**

$$\bar{x} = 8,000 \text{ mm}$$

und die Standardabweichung  $s$ , ermittelt über die doppelte Standardabweichung aus den Abszissenwerten bei 16% und 84% der Häufigkeitssumme:

**Gleichung 8**

$$2s = x_{(H=0,84)} - x_{(H=0,16)}$$

$$2s = 8,005 \text{ mm} - 7,995 \text{ mm} = 0,010 \text{ mm}$$

$$s = 0,005 \text{ mm}$$

Im Rahmen der Ablesegenauigkeit stimmt dieser Wert gut mit dem rechnerisch ermittelten Wert überein. Der Variationskoeffizient gibt die auf den Mittelwert bezogene Standardabweichung an:

**Gleichung 9**

$$V_x = \frac{s}{\bar{x}}$$

$$V_x = \frac{0,005 \text{ mm}}{8,000 \text{ mm}} = 0,00063$$

**Hinweis zur Auswertung von Messreihen (Vertrauensbereich)**  
Gleichung 10

Entnimmt man aus ein und derselben Grundgesamtheit mit dem Mittelwert  $\mu$  und der Standardabweichung  $\sigma$  viele Stichproben von je  $n$  Werten, so streuen die Mittelwerte  $\bar{x}_1; \bar{x}_2; \dots$  der Stichproben um den wahren Wert von  $\mu$ :

$$\bar{x} = \mu \pm u \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Die Werte für den Faktor  $u$  sind in der Tabelle Werthäufigkeit, Seite 83, aufgeführt.

Wenn nur die Werte  $\bar{x}$  und  $s$  einer Stichprobe bekannt sind und eine Aussage über den wahren Mittelwert  $\mu$  der Grundgesamtheit gemacht werden soll, kann ein so genannter Vertrauensbereich angegeben werden.

In dem Vertrauensbereich soll der Mittelwert  $\mu$  mit  $P\%$  Wahrscheinlichkeit liegen:

Gleichung 11

$$\mu = \bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Die Werte für den Faktor  $t$  sind in der folgenden Tabelle angegeben.

n		2	3	5	10	20	50	...
t-Werte für P =	90%	6,31	2,92	2,13	1,83	1,73	1,68	1,65
	95%	12,7	4,30	2,78	2,26	2,09	2,01	1,96
	99%	63,7	9,92	4,60	3,25	2,86	2,68	2,58

Der wahre Mittelwert  $\mu$  der Grundgesamtheit beträgt mit 90% Wahrscheinlichkeit:

$$\mu = 8,000 \text{ mm} \pm 1,65 \frac{0,0047 \text{ mm}}{\sqrt{200}}$$

$$\mu = 8,000 \text{ mm} \pm 0,0005 \text{ mm}$$

## Gauß'sche Normalverteilung

Eine Gauß'sche Normalverteilung stellt sich in der Regel ein, wenn viele voneinander unabhängige Zufallseinflüsse auf einen einzelnen Merkmalwert einer Grundgesamtheit (Kollektiv) einwirken, ohne dass einer der Einflüsse dominiert.

Liegt eine Normalverteilung vor, ergibt sich im Wahrscheinlichkeitsnetz für die Häufigkeitssumme eine Gerade, siehe Bild 2, Seite 80.

### Häufigkeitsdichtefunktion und Summenfunktion

Die in Bild 1, Seite 78, und Bild 2, Seite 80, dargestellten Treppenkurven für die relative Häufigkeitsdichte und die Häufigkeitssumme gehen in diesem Fall in die stetigen Verläufe der Häufigkeitsdichtefunktion  $f(x)$  und der Summenfunktion  $F(x)$  mit dem Mittelwert  $\mu$  und der Standardabweichung  $\sigma$  über.

Die Häufigkeitsdichtefunktion  $f(x)$  wird beschrieben durch:

Gleichung 12

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$

Die Summenfunktion  $F(x)$  erhält man über:

Gleichung 13

$$F(x; \mu, \sigma) = \int_{-\infty}^x f(x; \mu, \sigma) dx$$

### Darstellung der Gauß'schen Normalverteilung

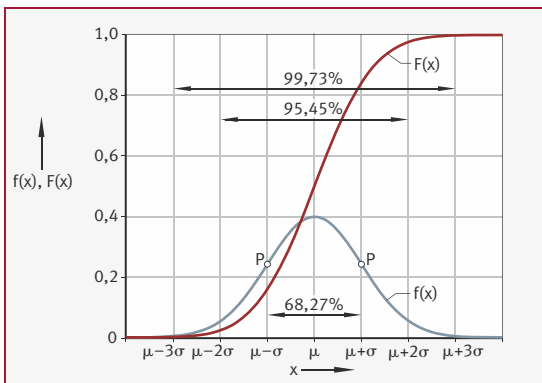
Die Normalverteilung ist symmetrisch zum Mittelwert  $\mu$  der Grundgesamtheit und weist für  $x = \mu \pm \sigma$  je einen Wendepunkt auf. Je größer  $\sigma$  ist, umso weiter sind diese beiden Punkte voneinander entfernt.

Sie beginnt bei  $x = -\infty$  und endet bei  $x = +\infty$ . Die gesamte Fläche unter dieser „Glockenkurve“ entspricht  $1 = 100\%$ .

Durch vielfache Werte der Standardabweichung lassen sich Bereiche  $x = \mu \pm u \cdot \sigma$  abgrenzen, in denen  $P\%$  der  $x$ -Werte liegen. Aus der Tabelle zur Werte Häufigkeit kann man entnehmen, dass im Bereich von  $\pm 3 \cdot \sigma$  schon 99,73% aller Werte liegen.

Die Häufigkeitsdichtefunktion  $f(x)$  und die Summenfunktion  $F(x)$  sind durch den Mittelwert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  der Verteilung eindeutig festgelegt.

**Bild 3**  
Gauß'sche  
Normalverteilung  
 $f(x)$  Häufigkeitsdichte-  
funktion  
 $F(x)$  = Summenfunktion  
 $P$  = Wendepunkt



**Wertehäufigkeit** Die Wertehäufigkeit innerhalb  $\pm u \cdot \sigma$  ergibt sich zu:

$u$	1,00	1,28	1,64	1,96	2,00	2,33	2,58	3,00	3,29
$P\%$	68,27	80	90	95	95,45	98	99	99,73	99,9

**Standard-Normalverteilung** Das Integral der Summenfunktion ist nicht elementar auswertbar. Daher ist es notwendig, die Funktion  $F(x; \mu, \sigma)$  zu tabellieren.

Man betrachtet die Standard-Normalverteilung mit dem Mittelwert  $\mu = 0$  und der Standardabweichung  $\sigma = 1$ :

**Gleichung 14**

$$F(x; 0, 1) = F(x)$$

Da bei vielen Auswertungen lediglich die Abweichungen von einem gegebenen oder bekannten Mittelwert interessant sind, ist es hier zweckmäßig, die Funktion  $\Phi^*(x)$  zu berechnen:

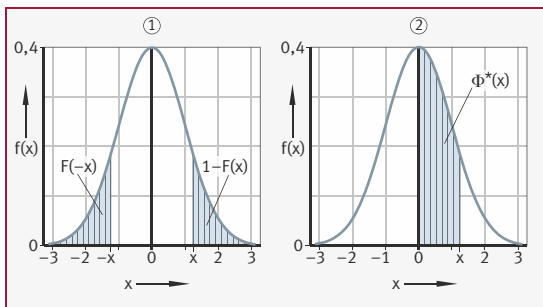
**Gleichung 15**

$$\Phi^*(x) = F(x) - \frac{1}{2}$$

Die Funktionen  $F(x)$  und  $\Phi^*(x)$  stellen sich grafisch als Fläche unter der Glockenkurve dar:

**Bild 4**  
Standard-Normalverteilung, Fläche unter der Glockenkurve

- ① Funktion  $F(x)$
- ② Funktion  $\Phi^*(x)$



Die gesamte Fläche unter der Glockenkurve ist definiert als:

**Gleichung 16**

$$F(x = +\infty) = 1$$

Die Standard-Normalverteilung ist zu dem Mittelwert  $\mu = 0$  symmetrisch. Damit genügt es, die Funktion  $\Phi^*(x)$  nur für positive Werte von  $x$  zu tabellieren.

Die Häufigkeitssumme zwischen den Werten  $\pm x$  ist dann:

**Gleichung 17**

$$\int_{-x}^{+x} F(x; 0, 1) dx = 2 \cdot \Phi^*(x)$$

**Erste Näherung**

Wenn der Umfang der entnommenen Stichprobe  $n$  im Verhältnis zur Grundgesamtheit  $N$  sehr groß ist, dann ist folgende Vereinfachung erlaubt:

- Mittelwert  $\bar{x}$  der Stichprobe = geschätzter und annähernd echter Parameter für Mittelwert  $\mu$
- Standardabweichung  $s$  der Stichprobe = Parameter für Standardabweichung  $\sigma$  der Grundgesamtheit

**Streuung eines Prozesses**

Die Kenntnis der Standardabweichung  $\sigma$  kann man auch benutzen, um die natürlichen Streuungen eines Prozesses zu bestimmen, also ein Intervall abzugrenzen, das nahezu die gesamte Verteilung enthält. Man wählt hierfür in der Praxis häufig  $\pm 3\sigma$  (99,73%).

## Weibull-Verteilung

Für die Auswertung der Lebensdauer bei technischen Produkten hat sich in der Praxis die Weibull-Verteilung bewährt. In der Wälzlagerertechnik ist sie als Standard eingeführt.

### Weibull-Summenfunktion Gleichung 18

Die Weibull-Summenfunktion lautet:

$$F(t) = 1 - e^{-(t/\eta)^\beta}$$

### Gleichung 19

Die zugehörige Zuverlässigkeitsfunktion  $R(t)$  wird auch Überlebensfunktion genannt und ergibt sich aus:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad \begin{array}{l} F(t) = \text{Summenfunktion;} \\ \text{Wahrscheinlichkeit, dass ein Prüfling} \\ \text{einer Stichprobe oder eines Kollektivs} \\ \text{bis zum Zeitpunkt } t \text{ ausgefallen ist} \end{array}$$

$$R(t) = \text{Überlebensfunktion;} \\ \text{Zuverlässigkeitsfunktion}$$

$$t = \text{Merkmalwert, Ausfallzeitpunkt}$$

$$\beta = \text{Maß für die Streuung der Ausfallzeiten,} \\ \text{Ausfallsteilheit}$$

$$\eta = \text{charakteristische Lebensdauer;} \\ \text{Zeitpunkt, bis zu dem } 63,2\% \text{ der Prüflinge} \\ \text{eines Versuchsansatzes ausgefallen sind}$$

### Gleichung 20

Die charakteristische Lebensdauer  $\eta$  erhält man, indem man in der Weibull-Summenfunktion  $t = \eta$  setzt:

$$F(\eta) = 1 - e^{-1^\beta} = 1 - \frac{1}{e}$$

$$F(\eta) = 0,632 \triangleq 63,2\%$$

**Auswertung eines Lebensdauer-  
versuchs**

Für die Versuchsauswertung ist die lineare Darstellung der Summenfunktion unzweckmäßig.

Durch zweifaches Logarithmieren erhält man:

Gleichung 21

$$\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta = \ln \frac{1}{1-F(t)}$$

$$\beta (\lg t - \lg \eta) = \lg \ln \frac{1}{1-F(t)}$$

Diese Beziehung stellt sich im Weibull-Papier mit der Abszissenteilung  $\lg t$  und der Ordinatenenteilung  $\lg \ln 1/(1 - F(t))$  als eine Gerade für  $F(t)$  dar.

**Summenausfall-  
häufigkeit**

Zur Auswertung eines Lebensdauerversuchs mit  $n$  Prüfungen wird über die der Größe nach geordneten Lebensdauern  $t$  die Häufigkeitssumme  $H_i$  nach dem Median-Rank-Verfahren auftragen:

Gleichung 22

$$H_i = \frac{i-0,3}{n+0,4} \quad i = \text{Ordnungszahl der Ausfallzeiten der Prüflinge}$$

Um sowohl eine statistische Aussagesicherheit der Versuchsergebnisse als auch eine vertretbare Versuchsdauer zu erreichen, ist es notwendig, einen Lebensdauerversuch mit einer größeren Stichprobe  $n$  bis zu einer Summenausfallhäufigkeit von mindestens  $H_i = 0,5$  durchzuführen.

$\eta$  und  $\beta$  sind Zufallsgrößen, ähnlich wie  $\bar{x}$  und  $s$  bei der Gauß'schen Normalverteilung.

Für Stichproben  $n \geq 50$  erhält man über die folgende Beziehung die Vertrauensbereiche für die zu erwartenden Werte der Grundgesamtheit:

Gleichung 23

$$\eta \pm \left(\frac{u}{\sqrt{n}}\right) \cdot 1,052 \cdot \left(\frac{\eta}{\beta}\right)$$

$$\beta \pm \left(\frac{u}{\sqrt{n}}\right) \cdot 0,78 \cdot \beta$$

Die Werte für  $u$  sind der Tabelle Wertehäufigkeit, Seite 83, zu entnehmen.

**Nominelle  
Lebensdauer**

In der Wälzlagertechnik dürfen laut Definition bis zum Erreichen der nominellen Lebensdauer 10% der Lager eines größeren Kollektivs ausgefallen sein. Man erhält eine Beziehung zwischen  $\eta$  und  $L_{10}$ , wenn man in der Weibull-Summenfunktion  $t = L_{10}$  und  $F(t) = 0,10$  setzt:

Gleichung 24

$$L_{10} = \eta \cdot \ln \left(\frac{1}{1-0,1}\right)^{\frac{1}{\beta}} = \eta \cdot 0,10536^{\frac{1}{\beta}}$$



## Statistische Versuchsplanung

### Einführung in die Statistische Versuchsplanung – Begriffe

Die Statistische Versuchsplanung dient der gezielten Planung und Auswertung von experimentellen oder simulativen Versuchen. Damit sollen die Auswirkungen verschiedener Einflussfaktoren auf eine oder mehrere Zielgrößen beziehungsweise Qualitätsmerkmale eines definierten Systems identifiziert werden.

Hierbei ergeben sich folgende Zusammenhänge:

- Die Systemgrenzen entsprechen den Untersuchungsgrenzen.
- Die Qualitätsmerkmale entsprechen dem Untersuchungsgegenstand.
- Die Parameter entsprechen der Menge aller Eingangsgrößen.
- Die Faktoren entsprechen den im Versuchsplan berücksichtigten und reproduzierbaren Parametern (häufig unterschieden in kategoriale und numerische Faktoren).
- Die Faktorstufen entsprechen den Einstellungen der Faktoren.
- Der Effekt entspricht der quantifizierbare Wirkung eines Faktors auf das System.

Typischerweise ergibt sich bei der Versuchsplanung ein Konflikt in der Wahl der Versuchsanzahl: Bei einer hohen Versuchsanzahl sind genauere Aussagen über den Effekt der verschiedenen Faktoren auf die Qualitätsmerkmale möglich. Eine geringere Versuchsanzahl erlaubt eine schnellere und kostengünstige Versuchsdurchführung.

### Arten statistischer Versuchspläne

Häufig unterscheidet man im Rahmen der statistischen Versuchsplanung zwischen sogenannten Screening-Versuchsplänen und Versuchsplänen für Detailuntersuchungen.

### Screening- Versuchsplan

Screening-Versuchspläne dienen dazu eine höhere Anzahl an Faktoren zu untersuchen und einen groben Überblick über die relevanten Faktoren zu gewinnen.

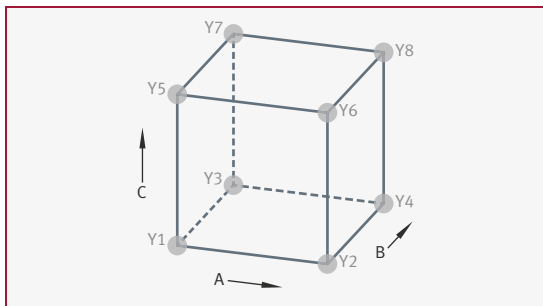
Bei **vollfaktoriellen** Versuchsplänen werden alle möglichen Kombinationen der verschiedenen Stufen der Faktoren getestet. Meist erfolgt hier eine Variation der Faktoren auf jeweils zwei Stufen. Dabei kann generell der Stufenabstand eines Faktors einen Einfluss auf die Höhe des identifizierten Effekts haben.

Bei **teilkfaktoriellen** Versuchsplänen wird wiederum nur eine Teilmenge eines vollfaktoriellen Versuchsplans durchlaufen, um die einflussreichsten Faktoren mit geringerem Versuchsaufwand zu identifizieren. Daher eignen sich diese Versuchspläne ebenso wie Plackett-Burman-Versuchspläne für das Screening.

Das folgende Beispiel zeigt einen vollfaktoriellen Versuchsplan mit drei Faktoren (A, B, C) und je zwei Stufen:

A	0	1	0	1	0	1	0	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	0	0	0	1	1	1	1
Y	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8

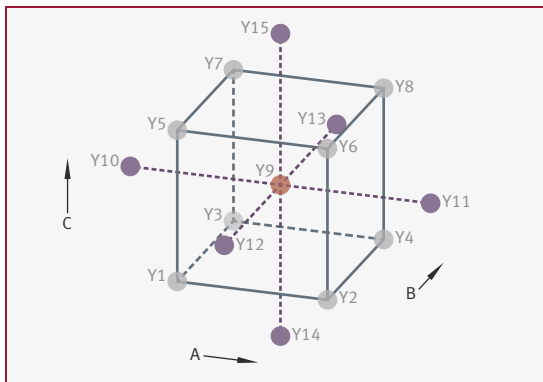
**Bild 5**  
Vollfaktorieller  
Versuchsplan  
mit drei Faktoren (A, B, C)  
und je zwei Stufen



**Wirkungsflächen-**  
**versuchsplan**

Wirkungsflächenversuchspläne dienen – im Gegensatz zu Screening-Versuchsplänen – der genaueren Analyse des Effekts einzelner Faktoren auch unter Berücksichtigung von nichtlinearen Zusammenhängen und Interaktionen mit anderen Faktoren. Beispiele sind das Central-Composite-Design oder das Box-Behnken-Design.

**Bild 6**  
Central-Composite-Design  
für drei Faktoren (A, B, C)



**OFAT-Versuchsplan**

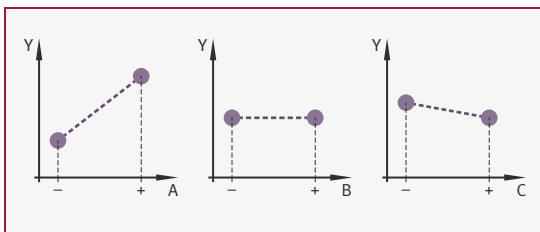
Ein in der Praxis beliebter Versuchsplan zur Untersuchung einfacher Zusammenhänge und Effekte einzelner Faktoren stellt der OFAT(One-Factor-at-a-Time)-Versuchsplan dar. Hierbei werden die Faktoren einzeln sukzessive innerhalb der Systemgrenzen variiert, während alle anderen Faktoren konstant auf ihrem Ausgangswert gehalten werden. Dies erlaubt jedoch nicht die Identifikation von Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Faktoren.

Das folgende Beispiel zeigt einen OFAT-Versuchsplan für drei Faktoren und eine beispielhafte Visualisierung der Effekte:

A	+	-	0	0	0	0
B	0	0	+	-	0	0
C	0	0	0	0	+	-
Y	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6

**Bild 7**

OFAT-Versuchsplan für drei Faktoren und beispielhafte Visualisierung der Effekte



Die Wahl eines geeigneten Versuchsplans hängt in der Regel sowohl von der Anzahl der zu untersuchenden Faktoren als auch von der Anzahl der maximal möglichen Versuche ab. Die Anzahl der maximal möglichen Versuche kann jedoch zum Beispiel aufgrund von Restriktionen hinsichtlich Versuchszeit oder -kosten begrenzt sein.

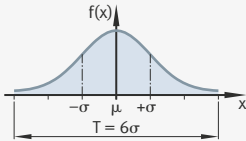
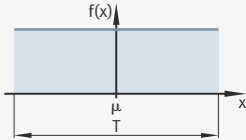
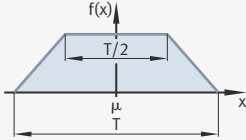
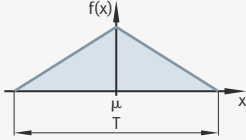
**Planung von  
Zufallsexperimenten**

Soll nicht der Einfluss von deterministischen Faktoren auf verschiedene Qualitätsmerkmale, sondern der Einfluss statistisch schwankender Größen auf die resultierende Verteilung der Qualitätsmerkmale untersucht werden, so müssen Zufallsexperimente durchgeführt und ausgewertet werden. Hierzu müssen zunächst die den schwankenden Faktoren zugrunde liegenden statistischen Verteilungen (zum Beispiel Normalverteilung, Gleichverteilung, etc.) definiert und beschrieben werden.

Zur genaueren Beschreibung dieser Verteilungen dienen unter anderem die vier ersten statistischen Momente:

- Erwartungswert
- Varianz
- Schiefe
- Wölbung

Einige statistische Verteilungsformen mit beispielhafter Anwendung lassen sich folgendermaßen visualisieren:

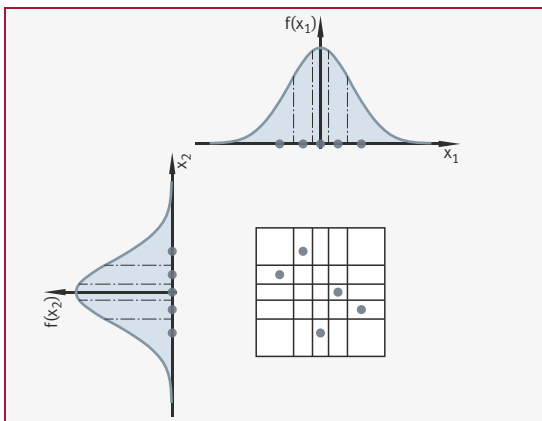
Normalverteilung	 <p>A normal distribution curve <math>f(x)</math> plotted against <math>x</math>. The mean <math>\mu</math> is at the center. The standard deviation <math>\sigma</math> is marked on both sides, with <math>-\sigma</math> and <math>+\sigma</math> labeled. The total width of the distribution is labeled as <math>T = 6\sigma</math>.</p>	Serienfertigung in großer Stückzahl
Gleichverteilung	 <p>A uniform distribution represented as a rectangle <math>f(x)</math> plotted against <math>x</math>. The mean <math>\mu</math> is at the center of the base. The total width of the distribution is labeled as <math>T</math>.</p>	Fertigung mit systematischen Einflussfaktoren, zum Beispiel Werkzeugverschleiß
Trapezverteilung	 <p>A trapezoidal distribution <math>f(x)</math> plotted against <math>x</math>. The mean <math>\mu</math> is at the center. The total width is <math>T</math>, and the width of the top flat part is <math>T/2</math>.</p>	Simulationsverteilung
Dreieckverteilung	 <p>A triangular distribution <math>f(x)</math> plotted against <math>x</math>. The mean <math>\mu</math> is at the center. The total width of the distribution is labeled as <math>T</math>.</p>	Kleinserienfertigung

Aus diesen Verteilungen werden anschließend sogenannte Pseudo-Zufallszahlen als Stichprobe gezogen. Diese werden als Eingangsgrößen für das jeweilige (Computer-)Experiment herangezogen.

**Monte-Carlo-Methode** Die Monte-Carlo-Methode ist in diesem Zusammenhang eine einfache Stichprobenmethode, bei der Realisierungen basierend auf Verteilungsparametern für zufällige Eingangsparameter bestimmt werden. Ihr größter Nachteil ist jedoch die schwache Konvergenz, das heißt es müssen verhältnismäßig viele Berechnungsläufe durchgeführt werden, um zuverlässige Aussagen über die Statistiken der Systemantwort zu erhalten. Das liegt daran, dass seltene Eingabeparameter im Mittel erst bei relativ großen Stichproben betrachtet werden.

**Latin-Hypercube-Sampling** Im Gegensatz zur herkömmlichen Monte-Carlo-Methode werden daher beim Latin-Hypercube-Sampling die Verteilungen der Eingangsgrößen in  $N$  Klassen mit gleicher Wahrscheinlichkeitsmasse zerlegt.  $N$  entspricht hierbei der vorgegebenen Stichprobengröße und die Wahrscheinlichkeitsmasse entspricht einer proportionalen Schichtung. Die so erzeugten Zufallswerte der Eingangsgrößen werden durch ein lateinisches Quadrat miteinander verknüpft.

**Bild 8**  
 Latin-Hypercube-Sampling  
 – Visualisierung für zwei normalverteilte Faktoren und Stichprobengröße  $N = 5$



**Auswertung von Versuchsergebnissen** Neben der Planung von experimentellen oder simulativen Untersuchungen beschäftigt sich die statistische Versuchsplanung auch mit der Auswertung von Versuchsergebnissen.

In diesem Zusammenhang kann die Berechnung der Effekte der einzelnen Faktoren im einfachsten Fall eines Versuchsplans mit zwei Faktorstufen je Faktor durch die Differenz der Mittelwerte bei der oberen und unteren Faktorstufe erfolgen.

Im Gegensatz dazu erfolgt insbesondere bei Detailuntersuchungen die Auswertung der Versuchsergebnisse häufig durch Regressions- und Korrelationsanalysen, bei denen die Regressions- beziehungsweise Korrelationskoeffizienten als Effekte der Faktoren interpretiert werden können.

## Regression und Korrelation

### Aufgabe der Regression

Aufgabe der Regressionsrechnung ist es, aus den Wertepaaren  $(x_i, y_i)$  mit  $i = 1, 2, \dots, n$  einer Stichprobe vom Umfang  $n$  einen Zusammenhang zwischen einer unabhängigen Variablen  $x$  und einer abhängigen Variablen  $y$  zu ermitteln.

Dabei wird vorausgesetzt, dass die Wertepaare jeweils am gleichen  $i$ -ten Element bestimmt wurden.

### Theoretische Regressionsfunktion

Für die theoretische Regressionsfunktion wird als Ansatz in der Regel ein Polynom  $k$ -ten Grades gewählt, dessen Koeffizienten  $\alpha_j$  mit  $j = 0, 1, \dots, k$  zu bestimmen sind:

Gleichung 25

$$f(x) = \alpha_k \cdot x^k + \alpha_{k-1} \cdot x^{k-1} + \dots + \alpha_j \cdot x^j + \dots + \alpha_1 \cdot x^1 + \alpha_0 \cdot x^0$$

Bei einem linearen Zusammenhang zwischen  $x$  und  $f(x)$  ergibt die gezeichnete Ausgleichsgerade eine gute Näherung.

### Ermittlung der Koeffizienten

Gleichung 26

Die Ermittlung der Koeffizienten  $\alpha_j$  erfolgt nach der Gauß'schen Methode der kleinsten Quadrate:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_j))^2 = \sum_{j=1}^n \left( y_i - \sum_{j=0}^k \alpha_j \cdot x_i^j \right)^2 = g$$

mit  $(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n) = \text{Minimum}$ .

### Linearer Ansatz

Aus den partiellen Ableitungen  $\partial g / \partial \alpha_j = 0$  ergeben sich  $(k + 1)$  lineare Gleichungen, die mit den Methoden für lineare Gleichungssysteme gelöst werden können.

Für den linearen Fall:

Gleichung 27

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x$$

und mit den Mittelwerten:

Gleichung 28

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \qquad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

erhält man die Beziehung:

Gleichung 29

$$\alpha_0 = \bar{y} - \alpha_1 \cdot \bar{x}$$

Oder man erhält mit:

Gleichung 30

$$y - \bar{y} = \alpha_1 (x - \bar{x})$$

die Beziehung:

Gleichung 31

$$\alpha_1 = \frac{\left(\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}\right)}{\left(\sum x_i^2 - n \bar{x}^2\right)}$$

Varianzen  
Gleichung 32

Damit ergeben sich die Varianzen  $s^2$  der Stichprobe zu:

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum x_i^2 - \left( \left( \sum x_i \right)^2 \cdot \frac{1}{n} \right) \right]$$

$$s_y^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum y_i^2 - \left( \left( \sum y_i \right)^2 \cdot \frac{1}{n} \right) \right]$$

Für die Kovarianz  $s$  der Stichprobe erhält man:

Gleichung 33

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n-1} \sum (x_i y_i - n \bar{x} \bar{y})$$

Koeffizient  
Gleichung 34

Der Koeffizient  $\alpha_1$  ergibt sich zu:

$$\alpha_1 = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$$

Liegen alle Messpunkte auf der Geraden, gilt für die Varianzen  $s^2$ :

Gleichung 35

$$s_{xy}^2 = s_x^2 \cdot s_y^2$$

**Aufgabe  
der Korrelation**

Gibt es keine erkennbaren Gründe für eine Abhängigkeit der Zufallsvariablen  $y$  von der als unabhängig angenommenen Variablen  $x$ , dann dient die Korrelationsrechnung (Korrelations-Wechselbeziehung) zur Prüfung der Güte eines unterstellten Zusammenhangs.

Als Maß für eine lineare Abhängigkeit dient der Korrelationskoeffizient  $r_{xy}$ . Dieser steht mit den im Abschnitt Theoretische Regressionsfunktion, ab Seite 92, ermittelten Größen in folgendem Zusammenhang:

Gleichung 36

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{\sqrt{s_x^2 \cdot s_y^2}}$$

$$-1 \leq r_{xy} \leq 1$$

Man nennt  $r_{xy} < 0$  eine negative Korrelation: Zu großen Werten von  $x$  gehören kleine Werte von  $y$  und umgekehrt.

Die Größe  $B = r_{xy}^2$  heißt Bestimmtheitsmaß.

## Chemie

## Elemente und Werte

Periodensystem  
der Elemente

Im Periodensystem werden die chemischen Elemente nach ihrem Atomgewicht geordnet. Dargestellt werden jeweils Ordnungszahl, Symbol, Name und relative Atommasse (beziehungsweise in [] die Atommasse des stabilsten Isotops).

Periode	Gruppe								
	Hauptgruppen		Nebengruppen						
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1 <b>H</b> Wasserstoff 1,0079								
2	3 <b>Li</b> Lithium 6,941	4 <b>Be</b> Beryllium 9,0122							
3	11 <b>Na</b> Natrium 22,99	12 <b>Mg</b> Magnesium 24,305							
4	19 <b>K</b> Kalium 39,098	20 <b>Ca</b> Calcium 40,078	21 <b>Sc</b> Scandium 44,956	22 <b>Ti</b> Titan 47,867	23 <b>V</b> Vanadium 50,942	24 <b>Cr</b> Chrom 51,996	25 <b>Mn</b> Mangan 54,938	26 <b>Fe</b> Eisen 55,845	27 <b>Co</b> Cobalt 58,933
5	37 <b>Rb</b> Rubidium 85,468	38 <b>Sr</b> Strontium 87,62	39 <b>Y</b> Yttrium 88,906	40 <b>Zr</b> Zirkonium 91,224	41 <b>Nb</b> Niob 92,906	42 <b>Mo</b> Molybdän 95,94	43 <b>Tc</b> Technetium [97,907]	44 <b>Ru</b> Ruthenium 101,07	45 <b>Rh</b> Rhodium 102,906
6	55 <b>Cs</b> Caesium 132,905	56 <b>Ba</b> Barium 137,327	57 – 71 Lanthanoide, siehe Seite 96	72 <b>Hf</b> Hafnium 178,49	73 <b>Ta</b> Tantal 180,948	74 <b>W</b> Wolfram 183,84	75 <b>Re</b> Rhenium 186,207	76 <b>Os</b> Osmium 190,23	77 <b>Ir</b> Iridium 192,217
7	87 <b>Fr</b> Francium [223,02]	88 <b>Ra</b> Radium [226,03]	89 – 103 Actinoide, siehe Seite 96	104 <b>Rf</b> Rutherfordium [267]	105 <b>Db</b> Dubnium [270]	106 <b>Sg</b> Seaborgium [269]	107 <b>Bh</b> Bohrium [270]	108 <b>Hs</b> Hassium [277]	109 <b>Mt</b> Meitnerium [278]



Hauptgruppen								
10	11	12	13	14	15	16	17	18
								2 <b>He</b> Helium 4,0026
			5 <b>B</b> Bor 10,811	6 <b>C</b> Kohlenstoff 12,011	7 <b>N</b> Stickstoff 14,007	8 <b>O</b> Sauerstoff 15,999	9 <b>F</b> Fluor 18,998	10 <b>Ne</b> Neon 20,18
			13 <b>Al</b> Aluminium 26,982	14 <b>Si</b> Silicium 28,086	15 <b>P</b> Phosphor 30,974	16 <b>S</b> Schwefel 32,065	17 <b>Cl</b> Chlor 35,453	18 <b>Ar</b> Argon 39,948
28 <b>Ni</b> Nickel 58,693	29 <b>Cu</b> Kupfer 63,546	30 <b>Zn</b> Zink 65,38	31 <b>Ga</b> Gallium 69,723	32 <b>Ge</b> Germanium 72,64	33 <b>As</b> Arsen 74,922	34 <b>Se</b> Selen 78,96	35 <b>Br</b> Brom 79,904	36 <b>Kr</b> Krypton 83,798
46 <b>Pd</b> Palladium 106,42	47 <b>Ag</b> Silber 107,868	48 <b>Cd</b> Cadmium 112,411	49 <b>In</b> Indium 114,818	50 <b>Sn</b> Zinn 118,71	51 <b>Sb</b> Antimon 121,76	52 <b>Te</b> Tellur 127,6	53 <b>I</b> Iod 126,9	54 <b>Xe</b> Xenon 131,293
78 <b>Pt</b> Platin 195,078	79 <b>Au</b> Gold 196,967	80 <b>Hg</b> Quecksilber 200,59	81 <b>Tl</b> Thallium 204,383	82 <b>Pb</b> Blei 207,2	83 <b>Bi</b> Bismut 208,98	84 <b>Po</b> Polonium [208,98]	85 <b>At</b> Astat [209,99]	86 <b>Rn</b> Radon [222,02]
110 <b>Ds</b> Darmstadtium [281]	111 <b>Rg</b> Roentgenium [282]	112 <b>Cn</b> Copernicium [285]	113 <b>Nh</b> Nihonium [286]	114 <b>Fl</b> Flerovium [289]	115 <b>Mc</b> Moscovium [289]	116 <b>Lv</b> Livermorium [293]	117 <b>Ts</b> Tenness [294]	118 <b>Og</b> Oganesson [294]

**Lanthanoide** Ergänzung Lanthanoide zur Tabelle Periodensystem der Elemente von Seite 94.

57 <b>La</b> Lanthan 138,905	58 <b>Ce</b> Cer 140,116	59 <b>Pr</b> Praseodym 140,908	60 <b>Nd</b> Neodym 144,242	61 <b>Pm</b> Promethium [144,91]	62 <b>Sm</b> Samarium 150,36	63 <b>Eu</b> Europium 151,964	64 <b>Gd</b> Gadolinium 157,25
	65 <b>Tb</b> Terbium 158,925	66 <b>Dy</b> Dysprosium 162,5	67 <b>Ho</b> Holmium 164,93	68 <b>Er</b> Erbium 167,259	69 <b>Tm</b> Thulium 168,934	70 <b>Yb</b> Ytterbium 173,04	71 <b>Lu</b> Lutetium 174,967

**Actinoide** Ergänzung Actinoide zur Tabelle Periodensystem der Elemente von Seite 94.

89 <b>Ac</b> Actinium [227,03]	90 <b>Th</b> Thorium [232,04]	91 <b>Pa</b> Protactinium [231,04]	92 <b>U</b> Uran [238,03]	93 <b>Np</b> Neptunium [237,05]	94 <b>Pu</b> Plutonium [244,06]	95 <b>Am</b> Americium [243,06]	96 <b>Cm</b> Curium [247,07]
	97 <b>Bk</b> Berkelium [247,07]	98 <b>Cf</b> Californium [251,08]	99 <b>Es</b> Einsteinium [252,08]	100 <b>Fm</b> Fermium [257,1]	101 <b>Md</b> Mendelevium [258,1]	102 <b>No</b> Nobelium [259,1]	103 <b>Lr</b> Lawrencium [262,11]

**Stoffwerte:** In folgender Tabelle sind die Stoffwerte der chemischen Elemente

**Chemische Elemente** aufgeführt.

Element	Symbol	Ordnungs- zahl	Relative Atommasse	Dichte $\rho$ kg/dm <sup>3</sup> 1)	Schmelz- temperatur °C	Siede- temperatur °C	Wärmeleit- fähigkeit $\lambda$ W/(m · K)	Wärme- kapazität $c_p$ kJ/(kg · K)
Actinium	Ac	89	(227)	–	1050	3 200	–	0,12
Aluminium	Al	13	26,98	2,70	660	2 450	238	0,88
Americium	Am	95	(243)	11,7	>850	2 600	–	0,14
Antimon	Sb	51	121,75	6,68	631	1 380	19	0,21
Argon	Ar	18	39,95	1,40 <sup>1)</sup>	–189	–186	0,02	0,52
Arsen	As	33	74,92	5,72	817 <sup>2)</sup>	613	–	0,33
Astat	At	85	(209,99)	–	302	335	–	0,14
Barium	Ba	56	137,34	3,50	714	1 640	–	0,29
Berkelium	Bk	97	(247)	–	–	–	–	–
Beryllium	Be	4	9,01	1,85	1 280	2 480	168	1,02
Bismut	Bi	83	208,98	9,8	271	1 560	8,1	0,12
Blei	Pb	82	207,2	11,4	327	1 740	35	0,13
Bor	B	5	10,81	2,34	(2 030)	3 900	–	1,04
Brom	Br	35	79,90	3,12	–7	58	–	0,45
Cadmium	Cd	48	112,40	8,65	321	765	96	0,23

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 97.

Quelle: Christiani Datenbank, Dr.-Ing. P. Christiani GmbH.

1) Gas: Dichte in kg/m<sup>3</sup> (bei +25 °C und 1013 hPa).

2) Im geschlossenen Rohr bei 27,5 bar.

Fortsetzung der Tabelle Stoffwerte: Chemische Elemente von Seite 96.

Element	Symbol	Ordnungs- zahl	Relative Atommasse	Dichte $\rho$ kg/dm <sup>3 1)</sup>	Schmelz- temperatur °C	Siede- temperatur °C	Wärmeleit- fähigkeit $\lambda$ W/(m · K)	Wärme- kapazität $c_p$ kJ/(kg · K)
Caesium	Cs	55	132,91	1,87	29	690	–	0,22
Calcium	Ca	20	40,08	1,55	838	1490	130	0,66
Californium	Cf	98	(251)	–	–	–	–	–
Cer	Ce	58	140,12	6,78	795	3470	10,9	0,18
Chlor	Cl	17	35,45	1,56 <sup>1)</sup>	–101	–35	0,008	0,47
Chrom	Cr	24	52,00	7,19	1900	2642	69	0,44
Cobalt	Co	27	58,93	8,90	1490	2900	96	0,43
Curium	Cm	96	(247)	7	–	–	–	–
Dysprosium	Dy	66	162,50	8,54	1410	2600	10	0,17
Einsteinium	Es	99	(254)	–	–	–	–	–
Eisen	Fe	26	55,85	7,86	1540	3000	72	0,44
Erbium	Er	68	167,26	9,05	1500	2900	9,6	0,17
Europium	Eu	63	151,96	5,26	826	1440	–	0,17
Fermium	Fm	100	(257)	–	–	–	–	–
Fluor	F	9	19,00	1,51 <sup>1)</sup>	–220	–188	0,02	0,83
Francium	Fr	87	(223,02)	–	(27)	(680)	–	0,14
Gadolinium	Gd	64	157,25	7,89	1310	3000	8,8	0,23
Gallium	Ga	31	69,72	5,91	30	2400	40	0,37
Germanium	Ge	32	72,59	5,32	937	2830	62	0,31
Gold	Au	79	196,97	19,3	1063	2970	314	0,13
Hafnium	Hf	72	178,49	13,1	2000	5400	93	0,14
Helium	He	2	4,003	0,15 <sup>1)</sup>	–270	–269	0,16	5,23
Holmium	Ho	67	164,93	8,80	1460	2600	–	0,16
Indium	In	49	114,82	7,31	156	2000	24	0,23
Iod	I	53	126,90	4,94	114	183	0,43	0,22
Iridium	Ir	77	192,22	22,5	2450	4500	58	0,13
Kalium	K	19	39,10	0,86	64	760	97	0,76
Kohlenstoff	C	6	12,01	2,26	3730	4830	168	0,65
Krypton	Kr	36	83,80	2,16 <sup>1)</sup>	–157	–152	0,01	0,25
Kupfer	Cu	29	63,55	8,96	1083	2600	398	0,38

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 98.

Quelle: Christiani Datenbank, Dr.-Ing. P. Christiani GmbH.

<sup>1)</sup> Gas: Dichte in kg/m<sup>3</sup> (bei +25 °C und 1013 hPa).

Fortsetzung der Tabelle Stoffwerte: Chemische Elemente von Seite 97.

Element	Symbol	Ordnungs- zahl	Relative Atommasse	Dichte $\rho$ kg/dm <sup>3 1)</sup>	Schmelz- temperatur °C	Siede- temperatur °C	Wärmeleit- fähigkeit $\lambda$ W/(m · K)	Wärme- kapazität $c_p$ kJ/(kg · K)
Lanthan	La	57	138,91	6,17	920	3470	13,8	0,20
Lawrencium	Lr	103	(256)	–	–	–	–	–
Lithium	Li	3	6,94	0,53	180	1320	71	3,6
Lutetium	Lu	71	174,97	9,84	1650	3330	–	–
Magnesium	Mg	12	24,31	1,74	650	1110	171	1,01
Mangan	Mn	25	54,94	7,43	1250	2100	30	0,47
Mendelevium	Md	101	(258)	–	–	–	–	–
Molybdän	Mo	42	95,94	10,2	2610	5560	142	0,24
Natrium	Na	11	22,99	0,97	98	892	138	1,22
Neodym	Nd	60	144,24	7,00	1020	3030	16	0,19
Neon	Ne	10	20,18	1,20 <sup>1)</sup>	–249	–246	0,05	1,03
Neptunium	Np	93	237,05	20,4	640	–	57	–
Nickel	Ni	28	58,71	8,90	1450	2730	61	0,43
Niob	Nb	41	92,91	8,55	2420	4900	52	0,27
Nobelium	No	102	(256)	–	–	–	–	–
Osmium	Os	76	190,2	22,4	3000	5500	87	0,13
Palladium	Pd	46	106,4	12,0	1550	3125	69	0,25
Phosphor	P	15	30,97	1,82	44	280	–	0,67
Platin	Pt	78	195,09	21,4	1770	3825	71	0,13
Plutonium	Pu	94	(244)	19,8	640	3230	9	–
Polonium	Po	84	(208,98)	9,4	254	962	–	0,13
Praseodym	Pr	59	140,91	6,77	935	3130	12	0,19
Promethium	Pm	61	(145)	–	(1030)	(2730)	–	0,19
Protactinium	Pa	91	231,04	15,4	(1230)	–	–	0,12
Quecksilber	Hg	80	200,59	13,53	–39	357	8,1	0,14
Radium	Ra	88	226,03	5	700	1530	–	0,12
Radon	Rn	86	(222,02)	4,4 <sup>1)</sup>	–71	–62	–	0,09
Rhenium	Re	75	186,2	21,0	3180	5630	48	0,14
Rhodium	Rh	45	102,91	12,4	1970	3730	88	0,24
Rubidium	Rb	37	85,47	1,53	39	688	58	0,33

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 99.

Quelle: Christiani Datenbank, Dr.-Ing. P. Christiani GmbH.

<sup>1)</sup> Gas: Dichte in kg/m<sup>3</sup> (bei +25 °C und 1013 hPa).

Fortsetzung der Tabelle Stoffwerte: Chemische Elemente von Seite 98.

Element	Symbol	Ordnungs- zahl	Relative Atommasse	Dichte $\rho$ kg/dm <sup>3</sup> 1)	Schmelz- temperatur °C	Siede- temperatur °C	Wärmeleit- fähigkeit $\lambda$ W/(m · K)	Wärme- kapazität $c_p$ kJ/(kg · K)
Ruthenium	Ru	44	101,07	12,2	2 300	3 900	106	0,25
Samarium	Sm	62	150,4	7,54	1070	1900	–	0,20
Sauerstoff	O	8	16,00	1,15 <sup>1)</sup>	–219	–183	0,03	0,92
Scandium	Sc	21	44,96	3,0	1540	2 730	63	0,56
Schwefel	S	16	32,06	2,07	113	–	0,26	0,68
Selen	Se	34	78,96	4,80	217	685	0,2	0,33
Silber	Ag	47	107,87	10,5	961	2 210	418	0,23
Silicium	Si	14	28,09	2,33	1410	2 680	80	0,68
Stickstoff	N	7	14,01	0,81 <sup>1)</sup>	–210	–196	0,02	1,04
Strontium	Sr	38	87,62	2,6	770	1 380	–	0,29
Tantal	Ta	73	180,95	16,6	3 000	5 430	55	0,12
Technetium	Tc	43	97,907	11,5	2 140	(4 600)	–	0,25
Tellur	Te	52	127,60	6,24	450	1 390	1,2	0,21
Terbium	Tb	65	158,93	8,27	1 360	2 800	–	0,18
Thallium	Tl	81	204,37	11,85	303	1 460	50	0,13
Thorium	Th	90	232,04	11,7	1 700	4 200	38	0,14
Thulium	Tm	69	168,93	9,33	1 550	1 730	–	0,16
Titan	Ti	22	47,90	4,50	1 670	3 260	16	0,24
Uran	U	92	238,03	18,90	1 130	3 820	24	0,12
Vanadium	V	23	50,94	5,8	1 900	3 450	32	0,51
Wasserstoff	H	1	1,008	0,07 <sup>1)</sup>	–259	–253	0,17	14,14
Wolfram	W	74	183,85	19,3	3 410	5 930	130	0,14
Xenon	Xe	54	131,30	3,5 <sup>1)</sup>	–112	–108	0,005	0,16
Ytterbium	Yb	70	173,04	6,98	824	1 430	–	0,14
Yttrium	Y	39	88,91	4,5	1 500	2 930	14	0,29
Zink	Zn	30	65,37	7,14	419	906	113	0,39
Zinn	Sn	50	118,69	7,30	232	2 270	63	0,22
Zirconium	Zr	40	91,22	6,49	1 850	3 580	21	0,28

Quelle: Christiani Datenbank, Dr.-Ing. P. Christiani GmbH.

<sup>1)</sup> Gas: Dichte in kg/m<sup>3</sup> (bei +25 °C und 1013 hPa).

**Stoffwerte:** Die folgende Tabelle zeigt die Stoffwerte einer Auswahl von **Flüssigkeiten** (reinen und wasserfreien) Flüssigkeiten.

Stoff	Dichte $\rho$		Schmelz- temperatur	Siede- temperatur	Wärmeleit- fähigkeit $\lambda$	Wärme- kapazität $c_p$
	kg/dm <sup>3</sup>	bei °C	°C	°C	W/(m · K)	kJ/(kg · K)
Aceton	0,791	20	-95,35	56,35	0,16	1,21
Anthrazenöl	1,05	15	-20	270 ... 400	0,47	1,33
Benzin	0,72 ... 0,73	15	-20 ... -50	40 ... 200	0,13	2,1
Benzol	0,83	15	5,4	80	0,14	1,7
Dieselmotorenöl	0,83	15	-30	210 ... 380	0,15	2,05
Diethylether (Äther)	0,72	20	-116	35	0,14	2,3
Essigsäure	1,05	20	16,7	118	-	2,03
Ethylacetat	0,975	20	-83,6	77,1	-	2,0
Ethylalkohol, ≈ 98%	0,80	15	-114	78,5	0,17 ... 23	2,33
Ethylchlorid	0,92	15	-139	12,5	0,16	1,79
Ethylenglykol	1,114	20	-17,4	197,2	0,25	2,4
Glycerin	1,26	20	19	290	0,29	2,43
Harzöl	0,96	20	-20	150 ... 300	0,15	-
Heizöl EL	<0,86	20	-10	>175	0,14	2,07
Kochsalzlösung, 20%ig	1,15	15	-18	108,8	0,59	3,43
Leinöl	0,93	20	-15	316	0,17	1,88
Maschinenöl	0,91	15	-5	380 ... 400	0,125	1,80
Methylalkohol	0,80	15	-98	65	0,211	2,55
Methylenchlorid	1,335	20	-97	40,1	-	-
Petrolether	0,66	20	-160	40 ... 70	0,138	1,76
Petroleum	0,81	15	-70	150 ... 300	0,13	2,1
2-Propanol (Iso...)	0,79	20	-88	83	0,26	2,49
Quecksilber	13,55	15	-38,9	357,25	10	0,14
Rüböl	0,91	20	0	300	0,17	1,97
Salpetersäure	1,51	15	-41,3	86	0,26	1,72
Salzsäure, 10%	1,05	15	-14	102	0,50	3,14
Schwefelsäure	1,84	15	10,5	338	0,47	1,42
Siliconöl	0,94	20	-	-	0,22	1,09
Spiritus, 95 Vol.-% <sup>1)</sup>	0,811	20	-90	78	0,16	2,43
Teer	1,2	20	-15	300	0,19	1,58
Terpentinöl	0,87	15	-10	160	0,10	1,80
Tetrachlorkohlenstoff	1,598	18	-22,8	46,3	-	0,845
Trichlorethylen	1,47	18	-83	86,8	-	0,95
Toluol	0,87	15	-97	110	0,14	1,48
Transformatoröl	0,87	15	-5	170	0,13	1,88
Wasser, destilliert	1,0	4	0	100	0,60	4,19

Quelle: Christiani Datenbank, Dr.-Ing. P. Christiani GmbH.

<sup>1)</sup> Ethylalkohol, vergällt.

**Stoffwerte:** Die folgende Tabelle zeigt die Stoffwerte einer Auswahl fester Stoffe.  
**Feste Stoffe**

Stoff	Dichte $\rho$ kg/dm <sup>3</sup>	Schmelz- temperatur °C	Siede- temperatur °C	Wärmeleit- fähigkeit $\lambda$ W/(m · K)	Wärme- kapazität $c_p$ kJ/(kg · K)
Achat	2,5 ... 2,8	≈ 1600	≈ 2590	10,68	0,79
Asphalt	1,1 ... 1,5	80 ... 100	≈ 300	0,69	0,92
Bariumchlorid (BaCl <sub>2</sub> )	3,10	956	1830	–	0,37
Basalt	2,9	–	–	1,67	0,86
Beton	1,8 ... 2,45	–	–	0,8 ... 1,4	0,87
Bleiglätte (Blei(II)-oxid)	9,53	888	1580	–	0,21
Borax, wasserfrei	1,72	741	–	–	0,99
Bronze (94 Cu, 6 Sn)	8,73	910	2300	64	0,37
Chrom(III)-oxid (Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	5,22	2330	–	0,4 (pulv.)	0,75
Diamant	3,51	–	–	–	0,52
Eis	0,92	–	100	2,3	2,1
Eisenoxidhydrat (Rost)	5,1	1565	–	0,58 (pulv.)	0,67
Fette	0,92 ... 0,94	30 ... 175	≈ 300	0,2	0,62 ... 0,79
Gips (CaSO <sub>4</sub> )	2,3	1200	–	0,34 ... 0,46	1,1
Glas (Fenster)	2,4 ... 2,7	≈ 700	–	0,58 ... 1,0	0,84
Glasfasermatten	0,03 ... 0,2	≈ 700	–	0,04	0,84
Glimmer	2,6 ... 3,2	≈ 1300	≈ 700	0,34	0,87
Granit	2,6 ... 2,8	–	–	3,5	0,82
Graphit, rein	2,26	≈ 3830	≈ 4200	168	0,71
Grauguss	7,25	1150 ... 1250	2500	≈ 52	≈ 0,5
Hartmetall K20	14,8	≈ 2000	≈ 4000	81,4	0,80
Heizleiterlegierung (80 Ni, 20 Cr)	8,3	1400	2300	14,6	0,50
Holz	0,5 ... 0,8	–	–	0,17 ... 0,34	2,1 ... 2,9
Holzkohle	0,3 ... 0,5	–	≈ 3540	0,08	1,0
Kalkstein (CaCO <sub>2</sub> )	2,6 ... 2,8	zerfällt in CaO und CO <sub>2</sub>		2,2	0,91
Kesselstein	≈ 2,5	≈ 1200	–	0,12 ... 2,3	0,79
Kochsalz (NaCl)	2,15	802	1440	–	0,92
Koks	1,6 ... 1,9	–	–	0,183	0,84
Korund (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	3,9 ... 4,0	2050	2700	12 ... 23	0,96
Leder, trocken	0,85 ... 1,02	–	–	≈ 0,17	≈ 1,5
Mg-Legierungen	≈ 1,8	≈ 630	1500	46 ... 140	–
Marmor (CaCO <sub>3</sub> )	2,6 ... 1,8	1290	zerfällt	2,1 ... 3,5	0,88
Messing (63 Cu, 37 Zn)	8,5	900	–	116	0,38
Monelmetall	8,8	1240 ... 1330	–	19,7	0,43
Porzellan	2,3 ... 2,5	≈ 1600	–	0,8 ... 1,0	0,80
Quarz	2,5 ... 2,8	≈ 1400	2230	9,9	0,80
Rotguss (CuSn <sub>5</sub> ZnPb)	8,8	950	2300	38	0,67
Ruß	1,7 ... 1,8	–	–	0,07	0,84
Sand, trocken	1,2 ... 1,6	1480	2230	0,6	0,80
Sandstein	2,2 ... 2,5	≈ 1500	–	2,3	0,71
Stahl, niedrig legiert	7,8 ... 7,86	1450 ... 1530	2500	46 ... 58	0,49
Stahl (18 Cr, 8 Ni)	7,9	1450	–	14	0,51
Stahl (18 W)	8,7	1450	–	26	0,42

Quelle: Christiani Datenbank, Dr.-Ing. P. Christiani GmbH.

**Stoffwerte:** Die folgende Tabelle zeigt die Stoffwerte einer Auswahl von Gasen und Dämpfen.  
**Gase und Dämpfe**

Stoff	Dichte $\rho$ kg/m <sup>3</sup>	Dichtezahl $\eta_{rel}$ (Luft = 1)	Siede- temperatur °C	Wärme- leitfähigkeit $\lambda$ W/(m · K)	Wärme- kapazität $c_p$ kJ/(kg · K)	$\kappa = c_p/c_x$
Acetylen (Ethin)	1,17	0,91	-81	0,019	1,68	1,26
Ammoniak	0,77	0,60	-33,4	0,024	2,22	1,32
n-Butan	2,703	2,09	1	-	-	-
iso-Butan	2,67	2,06	-10	-	-	1,11
Chlorwasserstoff	1,939	1,27	-85	0,014	0,79	1,41
Cyan, (CN) <sub>2</sub>	2,33	1,80	-21,2	-	1,72	1,27
Erdgas (Methan)	0,718	0,64	-162	-	-	-
Ethan	1,356	1,049	-88	0,021	-	1,13
Ethylalkohol-Dampf	2,07	1,60	78,5	0,032	-	1,13
Ethylen, Ethen	1,26	0,98	-102	0,037	1,55	1,25
Fluorwasserstoff	0,893	0,713	19,5	-	-	-
Frigen 12 (Cl <sub>2</sub> F <sub>2</sub> )	5,08	3,93	-30	-	-	1,14
Generatorgas	1,22	0,94	-170	0,023	1,05	1,40
Gichtgas	1,28	0,99	-170	0,023	1,05	1,40
Kohlenmonoxid	1,25	0,97	-191	0,024	1,05	1,40
Kohlendioxid	1,98	1,52	-78,5	0,015 3	0,88	1,30
Stadtgas (Leuchtgas)	0,56 ... 0,61	0,47	-210	0,064	2,13	1,40
Luft	1,29	1	-192	0,026	1,00	1,40
Methylchlorid	1,545	1,2	-24,0	-	0,74	1,20
Ozon	2,14	1,65	-112	-	-	1,29
Propan	2,019	1,562	-45	-	-	1,14
Propylen (Propen)	1,915	1,481	-47	-	-	-
Schwefeldioxid	2,93	2,26	-10	0,010	0,63	1,40
Schwefelkohlenstoff	3,41	2,64	46	0,007 2	0,67	1,19
Schwefelwasserstoff	1,539	1,191	-60,2	-	1,34	-
Wasserdampf bei 100 °C	0,598	0,62	100	0,0191	2,00	1,32

Quelle: Christiani Datenbank, Dr.-Ing. P. Christiani GmbH.



**Schmelztemperatur von Salzen** In der folgenden Tabelle ist die Schmelztemperatur einiger Salze für Salzbäder aufgeführt.

Salz	Schmelztemperatur °C	Salz	Schmelztemperatur °C
Aluminiumchlorid	192	Kaliumchlorid	770
Eisen(III)-chlorid	304	Calciumchlorid	772
Kaliumnitrat	308	Natriumchlorid (Kochsalz)	800
Natriumnitrat	310	Lithiumfluorid	848
Zinkchlorid	313	Natriumcarbonat (Soda)	852
Kupfer(I)-chlorid	432	Kaliumfluorid	857
Lithiumcarbonat	461	Kaliumcarbonat	897
Bleichlorid	498	Bariumchlorid	955
Lithiumchlorid	614	Natriumfluorid	992
Kupfer(II)-chlorid	630	Calciumfluorid	1392

**Metallsalze in Wasser – Löslichkeit** Angegeben wird die Löslichkeit anorganischer Salze in Wasser in g/100g Wasser (in Auszügen).

Verbindung	Formel	bei 0 °C	bei 20 °C	bei 100 °C
Cadmiumsulfat	CdSO <sub>4</sub>	75,4	76,6	60,8
Calciumbicarbonat	Ca(HCO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	16,1	16,6	18,4
Eisen(II)-chlorid	FeCl <sub>2</sub>	49,7	62,5	94,9
Kaliumferrocyanid	K <sub>4</sub> Fe(CN) <sub>6</sub>	14,3	28,2	74,2
Kupfer(II)-sulfat Pentahydrat	CuSO <sub>4</sub> 5H <sub>2</sub> O	23,1	32	114
Magnesiumformiat	Mg(HCO <sub>2</sub> ) <sub>2</sub>	14	14,4	22,9
Natriumdichromat	Na <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	163	183	415
Nickel(II)-bromid	NiBr <sub>2</sub>	113	131	155
Quecksilber(II)-bromid	HgBr <sub>2</sub>	0,3	0,56	4,9
Silbernitrat	AgNO <sub>3</sub>	122	216	733
Zinkchlorid	ZnCl <sub>2</sub>	342	395	614

Quelle: Internetchemie.info, aktualisiert 06.07.2022, Einsicht 14.07.2023, <https://www.internetchemie.info/chemie-lexikon/daten/l/loeslichkeitsprodukte.php>.

**Elektrolytische  
Spannungsreihe**

Berühren sich zwei Metalle in Gegenwart von Wasser, Säuren, Basen oder Salzen, findet eine elektrolytische Zersetzung des unedleren Metalls statt. Das unedlere Metall (steht in der elektrolytischen Spannungsreihe auf einem niedrigeren Platz) korrodiert, das edlere Metall wird geschützt.

Angegeben sind Spannungswerte gegenüber einer Wasserstoffelektrode.

Stoff	Spannung V	Stoff	Spannung V
Gold	+1,50	Indium, Thallium	-0,34
Chlor	+1,36	Cadmium	-0,40
Brom	+1,09	Eisen	-0,40
Platin	+0,87	Chrom	-0,56
Quecksilber	+0,86	Zink	-0,76
Silber	+0,80	Aluminium, oxidiert	-0,70 ... 1,3
Iod	+0,58	Mangan	-1,1
Kupfer	+0,51	Aluminium, blank	-1,45
Arsen	+0,30	Magnesium	-1,55
Bismut	+0,23	Beryllium	-1,96
Antimon	+0,20	Calcium	-2,50
Wasserstoff	0,00	Natrium	-2,72
Blei	-0,13	Barium	-2,80
Zinn	-0,15	Kalium	-2,95
Nickel	-0,22	Lithium	-3,02
Cobalt	-0,29	Fluor	-4,0

**Thermoelektrische  
Spannungsreihe**

Angegeben sind Spannungswerte für eine Temperaturdifferenz von +100 °C gegen das Bezugsmaterial Kupfer (0 °C).

Stoff	Spannung mV	Stoff	Spannung mV
Chromnickel	+1,44	Manganin	-0,04
Eisen	+1,04	Aluminium	-0,36
Wolfram	+0,05	Platin	-0,76
Kupfer	0,00	Nickel	-2,26
Silber	-0,04	Konstantan	-4,16

### Technisch wichtige chemische Stoffe

#### Gewerbliche Bezeichnungen und Formeln

Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl technisch wichtiger, chemischer Stoffe mit ihren gewerblichen Bezeichnungen und Formeln.

Gewerbliche Bezeichnung	Chemische Benennung	Formel
Aceton	Aceton (Propanon)	$(\text{CH}_3)_2 \cdot \text{CO}$
Acetylen	Acetylen	$\text{C}_2\text{H}_2$
Alaun	Kaliumaluminiumsulfat	$\text{KAl}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$
Ammoniak	Ammoniak	$\text{NH}_3$
Äther	Ethylether (Diethylether)	$(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{O}$
Ätzkali	Kaliumhydroxid	$\text{KOH}$
Ätzkalk	Calciumhydroxid	$\text{Ca}(\text{OH})_2$
Ätznatron	Natriumhydroxid	$\text{NaOH}$
Bauxit	Tonerdehydrat	$\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
Benzin	Benzin	$(\text{C}_n\text{H}_{2n+2})$
Benzol	Benzol	$\text{C}_6\text{H}_6$
Bittersalz	Magnesiumsulfat	$\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$
Bleiglätte	Bleioxid	$\text{PbO}$
Bleimennige	Bleimennige	$\text{Pb}_3\text{O}_4$
Bleiweiß	basisches Bleicarbonat	$\text{Pb}(\text{OH})_2 \cdot 2\text{PbCO}_3$
Blutlaugensalz, gelbes	Kaliumhexacyanidoferrat(II)	$\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$
Blutlaugensalz, rotes	Kaliumhexacyanidoferrat(III)	$\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6$
Borax	Dinatriumtetraborat-Decahydrat	$\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$
Borsäure	Borsäure	$\text{H}_3\text{BO}_3$
Braunstein	Mangandioxid	$\text{MnO}_2$
Bromsilber	Silberbromid	$\text{AgBr}$
Calciumcarbid	Calciumcarbid	$\text{CaC}_2$
Chilesalpeter	Natriumnitrat	$\text{NaNO}_3$
Chlorcalcium	Chlorcalcium	$\text{CaCl}_2$
Chlorkalk	Chlorkalk	$\text{CaCl}(\text{OCl})$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 106.

Quelle: Mortimer, C. E., Müller, U., Chemie, Stuttgart, Thieme 12. Auflage 2015.  
 Hollemann, A. F., Wiberg, N., Lehrbuch der Anorganischen Chemie, Berlin,  
 Walter de Gruyter 102. Auflage 2007.

Fortsetzung der Tabelle Gewerbliche Bezeichnungen und Formeln von Seite 105.

Gewerbliche Bezeichnung	Chemische Benennung	Formel
Dolomit	Calciummagnesiumcarbonat	$\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$
Eisenoxid	Eisenoxid	$\text{Fe}_2\text{O}_3$
Eisenvitriol	Eisen(II)-sulfat	$\text{FeSO}_4$
Essig	Essigsäure	$\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$
Fixiersalz	Natriumthiosulfat	$\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$
Gips	Calciumsulfat	$\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
Glaubersalz	Natriumsulfat	$\text{Na}_2\text{SO}_4$
Glycerin	Propantriol	$\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$
Grubengas	Methan	$\text{CH}_4$
Kalilauge	Kaliumhydroxid in wässriger Lösung	KOH
Kalk, gebrannter	Calciumoxid	CaO
Kalk, gelöschter	(siehe Ätzkalk)	
Kalk, phosphorsaurer	Calciumphosphat	$\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$
Kalkstein	Calciumcarbonat	$\text{CaCO}_3$
calcinierte Soda	Natriumcarbonat, wasserfrei	$\text{Na}_2\text{CO}_3$
Karborund	Siliciumcarbid	SiC
kaustische Soda	(siehe Ätznatron)	
Kochsalz	Natriumchlorid	NaCl
Kohlenoxid	Kohlenstoffmonoxid	CO
Kohlensäure	Kohlenstoffdioxid	$\text{CO}_2$
Korund (Schmirgel)	Aluminiumoxid	$\text{Al}_2\text{O}_3$
Kreide	Calciumcarbonat	$\text{CaCO}_3$
Kupfervitriol	Kupfersulfat	$\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$
Lithopone	Gemisch: Zinksulfid und Bariumsulfat	ZnS und $\text{BaSO}_4$
Lötwasser	wässrige Zinkchlorid-Lösung	$\text{ZnCl}_2$
Magnesia	Magnesiumoxid	MgO
Marmor	(siehe Kalkstein)	
Mennige	(siehe Bleimennige)	
Natron, doppelkohlensaures	Natriumhydrogencarbonat	$\text{NaHCO}_3$
Natronlauge	Natriumhydroxid in wässriger Lösung	NaOH

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 107.

Quelle: Mortimer, C. E., Müller, U., Chemie, Stuttgart, Thieme 12. Auflage 2015.  
 Hollemann, A. F., Wiberg, N., Lehrbuch der Anorganischen Chemie, Berlin,  
 Walter de Gruyter 102. Auflage 2007.

Fortsetzung der Tabelle Gewerbliche Bezeichnungen und Formeln von Seite 106.

Gewerbliche Bezeichnung	Chemische Benennung	Formel
Phosphorsaurer Kalk	Calciumphosphat	$\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$
Polierrot	Eisenoxid	$\text{Fe}_2\text{O}_3$
Porzellanton	Kaolin	$\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
Pottasche	Kaliumcarbonat	$\text{K}_2\text{CO}_3$
Rost	wasserhaltiges Eisen(III)-oxid	$\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot x\text{H}_2\text{O}$
Salmiak	Ammoniumchlorid	$\text{NH}_4\text{Cl}$
Salmiakgeist	Ammoniak in wässriger Lösung	$\text{NH}_3$ in $\text{H}_2\text{O}$
Salpetersäure	Salpetersäure	$\text{HNO}_3$
Salzsäure	Chlorwasserstoffsäure	$\text{HCl}$
Scheidewasser	(siehe Salpetersäure)	
Schmirgel	(siehe Korund)	
Schwefelsäure	Schwefelsäure	$\text{H}_2\text{SO}_4$
Schwefelwasserstoff	Schwefelwasserstoff	$\text{H}_2\text{S}$
Schweflige Säure	Dihydrogensulfit	$\text{H}_2\text{SO}_3$
Soda, kristallines	Natriumcarbonat, wasserfrei	$\text{Na}_2\text{CO}_3$
Tetra	Tetrachlormethan	$\text{CCl}_4$
Tonerde	Aluminiumoxid	$\text{Al}_2\text{O}_3$
Tri	Trichlorethen	$\text{C}_2\text{HCl}_3$
Vitriolöl	konzentrierte Schwefelsäure	$\text{H}_2\text{SO}_4$
Wasserglas	Natriumsilicat oder Kaliumsilicat in wässriger Lösung	$\text{Na}_4\text{SiO}_4$ oder $\text{Na}_2\text{SiO}_2$ $\text{K}_4\text{SiO}_4$ oder $\text{K}_2\text{SiO}_3$
Zink, salzsaures	Zinkchlorid, Chlorzink	$\text{ZnCl}_2$
Zinnchlorid, Chlorzinn	Zinn(IV)-chlorid	$\text{SnCl}_4$
Zinnober	Quecksilbersulfid	$\text{HgS}$

Quelle: Mortimer, C. E., Müller, U., Chemie, Stuttgart, Thieme 12. Auflage 2015.  
Holleman, A. F., Wiberg, N., Lehrbuch der Anorganischen Chemie, Berlin, Walter de Gruyter 102. Auflage 2007.

## Physik

## Begriffe, Größen und Konstanten

Atomare  
Grundbausteine

Einige wichtige, atomare Grundbausteine der Materie werden folgendermaßen beschrieben:

Bezeichnung	Erläuterung												
<b>Atom</b>	kleinstes, chemisch einheitliches Teilchen eines Elements, bestehend aus Kern und Elektronenhülle; Größenordnung des Durchmessers $10^{-10}$ m; die Atomkerne sind um den Faktor $10^4$ bis $10^5$ kleiner; Hauptmasse des Atoms liegt im Kern (Dichte etwa $10^{14}$ g/cm <sup>3</sup> ); alle chemischen Vorgänge (auch viele elektrische, magnetische und optische) spielen sich in der Atomhülle ab; Atome bestehen aus Elementarteilchen, ca. 300 sind bekannt												
<b>Elementarteilchen</b>	Elementarteilchen sind die kleinsten bekannten Bausteine der Materie. Teilchen des Standardmodells der Teilchenphysik sind: 6 Quarks, 6 Leptonen, Eichbosonen (Austauschteilchen) und das Higgs-Boson												
	Fermionen	Teilchen mit <b>halbzahligem Spin</b>											
		<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Generationen I</th> <th>Generationen II</th> <th>Generationen III</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><b>Quarks</b></td> <td>Up Down</td> <td>Charm Strange</td> <td>Top Bottom</td> </tr> <tr> <td><b>Leptonen</b></td> <td>Elektron Elektron-Neutrino</td> <td>Myon Myon-Neutrino</td> <td>Tau Tau-Neutrino</td> </tr> </tbody> </table>		Generationen I	Generationen II	Generationen III	<b>Quarks</b>	Up Down	Charm Strange	Top Bottom	<b>Leptonen</b>	Elektron Elektron-Neutrino	Myon Myon-Neutrino
	Generationen I	Generationen II	Generationen III										
<b>Quarks</b>	Up Down	Charm Strange	Top Bottom										
<b>Leptonen</b>	Elektron Elektron-Neutrino	Myon Myon-Neutrino	Tau Tau-Neutrino										
Bosonen (Wechselwirkungen)	Teilchen mit <b>ganzzahligem Spin</b>												
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td><b>Eichbosonen</b></td> <td>Gluon Photon Z-Boson W-Boson</td> </tr> <tr> <td><b>Skalarbosonen</b></td> <td>Higgs</td> </tr> </tbody> </table>	<b>Eichbosonen</b>	Gluon Photon Z-Boson W-Boson	<b>Skalarbosonen</b>	Higgs								
<b>Eichbosonen</b>	Gluon Photon Z-Boson W-Boson												
<b>Skalarbosonen</b>	Higgs												
<b>Zusammengesetzte Teilchen</b>	Hadronen	aus Elementarteilchen zusammengesetzte Teilchen											
		subatomare Teilchen, die von der starken Wechselwirkung zusammengehalten werden											
		<b>Baryonen</b> (zum Beispiel Nukleonen), siehe auch Tabelleneintrag Seite 109 <b>Mesonen</b> (zum Beispiel Pion, Kaon), siehe auch Tabelleneintrag Seite 109											

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 109.

Quelle: Tipler, Paul Allen, Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Heidelberg Springer Spektrum, 7. Auflage 2015.

Tipler, Paul Allen, Moderne Physik, München, Oldenbourg, 2. Auflage 2010.

Demtröder, W., Experimentalphysik 4 – Kern-, Teilchen- und Astrophysik, Berlin, Springer, 3. Auflage 2010.

Fortsetzung der Tabelle Atomare Grundbausteine von Seite 108.

Bezeichnung	Erläuterung
<b>Photonen</b>	Quanten des elektromagnetischen Strahlungsfelds
Lichtquant	Ladung = 0 Masse = 0 Halbwertszeit = $\infty$
<b>Leptonen</b>	<b>kernfremde</b> Teilchen mit <b>halbzahligem Spin</b> ( $l = 1/2$ )
Elektron-Neutrino	Masse theoretisch = 0 ( $< 0,2$ keV) Ladung = 0 Halbwertszeit = $\infty$
Elektron	kleinstes Elementarteilchen mit negativer Ladung Ladung = $-e$ Ruhemasse = $9,109\,382\,6 \cdot 10^{-31}$ kg Halbwertszeit = $\infty$
Positron	kleinstes Elementarteilchen mit positiver Ladung Ladung = $+e$ Masse = $9,109\,382\,6 \cdot 10^{-31}$ kg
<b>Baryonen</b>	<b>kernaktive</b> Teilchen mit <b>halbzahligem Spin</b> ( $l = 1/2, 3/2, \dots$ )
Nukleonen	Sammelbezeichnung für Protonen und Neutronen, die sich im Atomkern dauernd ineinander umwandeln; Dabei bewirkt das $\pi$ -Mesonenfeld den Ladungsaustausch
Proton	positiv geladener Kernbaustein Ladung = $+e$ Ruhemasse = $1,672\,621\,71 \cdot 10^{-27}$ kg $\approx 1840$ Elektronenmassen
Neutron	ungeladener Kernbaustein Ladung = 0 Ruhemasse = $1,674\,927\,498 \cdot 10^{-27}$ kg
<b>Mesonen</b>	<b>kernaktive</b> Teilchen mit <b>ganzzahligem Spin</b> ( $l = 0, 1, 2, \dots$ ); Beispiel: $\pi$ - und K-Mesonen
<b>Molekül</b>	zwei oder mehratomige Teilchen; aufgebaut aus Atomen, zusammengehalten durch chemische Bindungen

Quelle: Tipler, Paul Allen, Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Heidelberg Springer Spektrum, 7. Auflage 2015.

Tipler, Paul Allen, Moderne Physik, München, Oldenbourg, 2. Auflage 2010.

Demtröder, W., Experimentalphysik 4 – Kern-, Teilchen- und Astrophysik, Berlin, Springer, 3. Auflage 2010.

**Ordnungs- und Massezahlen, Kern- und Atomradien**

In der folgenden Tabelle sind die Ordnungs- und Massezahlen, Kern- und Atomradien sowie deren Verhältnisse für einige ausgewählte Elemente aufgeführt.

Element	Ordnungszahl Z	Massezahl M (häufigstes Isotop)	Kernradius $r_K$ $10^{-15}$ m	Atomradius $r_A$ $10^{-10}$ m	Radienverhältnis $r_A / r_K$
Li	3	7	2,3	1,5	65 217
Ne	10	20	3,3	0,5	15 152
Na	11	23	3,4	1,8	52 941
Ar	18	40	4,1	0,9	21 951
K	19	39	4,1	2,2	53 659
Kr	36	84	5,3	1,1	20 755
Rb	37	85	5,3	2,4	45 283
Xe	54	132	6,1	1,3	21 311
Cs	55	133	6,2	2,6	41 935
Rn	86	222	7,3	1,9	26 027

Quelle: Tipler, Paul Allen, Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Heidelberg Springer Spektrum, 7. Auflage 2015.  
 Tipler, Paul Allen, Moderne Physik, München, Oldenbourg, 2. Auflage 2010.  
 Demtröder, W., Experimentalphysik 4 – Kern-, Teilchen- und Astrophysik, Berlin, Springer, 3. Auflage 2010.

**Atomphysikalische und andere Größen**

Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl atomphysikalischer und anderer Größen.

Bezeichnung	Einheit	Beziehung/ Formelzeichen	Definition
atomare Masse	$u = 1,660\,538\,86 \cdot 10^{-27}$ kg	$u = m_{C12} / M_{C12} = 1 / N_A$	als Einheit gilt die relative Masse des Nuklids $^{12}\text{C}$
	Teilchenzahl	$N = \frac{m}{M} N_A$	M = Molmasse
Halbwertszeit	s, min, d, a	$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$ ( $\lambda$ = Zerfallskonstante)	Zeit für den Zerfall der Hälfte der ursprünglich vorhandenen Atome
atomare Energie	Elektronenvolt $1 \text{ eV} = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$ J $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$	$W = e U$	als Einheit gilt die Energie, die ein Elektron beim Durchlaufen der Spannung 1 V aufnimmt

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 111.

Quelle: Tipler, Paul Allen, Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Heidelberg Springer Spektrum, 7. Auflage 2015.  
 Tipler, Paul Allen, Moderne Physik, München, Oldenbourg, 2. Auflage 2010.  
 Demtröder, W., Experimentalphysik 4 – Kern-, Teilchen- und Astrophysik, Berlin, Springer, 3. Auflage 2010.



Fortsetzung der Tabelle Atomphysikalische und andere Größen von Seite 110.

Bezeichnung	Einheit	Beziehung/ Formelzeichen	Definition
Masse	1 MeV	$m = \frac{E}{c_0^2}$ $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(c/c_0)^2}}$	aus der Äquivalenz von Energie und Masse (nach Einstein)
Energiedosis	Gray <sup>1)</sup> 1 Gy = 1 J/kg	D = W/m	pro Masseneinheit des durchstrahlten Stoffs absorbierte Energie; 1 rem (Rem) = 10 <sup>-2</sup> Gy (veraltet)
Aktivität einer radioaktiven Substanz	Becquerel 1 Bq = 1/s	A	Maß der Intensität einer radioaktiven Strahlung; 1 Ci (Curie) = 3,7 · 10 <sup>10</sup> Bq
Äquivalentdosis	Sievert <sup>1)</sup> 1 Sv = 1 J/kg	H = D w <sub>R</sub>	Maß der relativen biologischen Wirksamkeit der Strahlungseinwirkung; die vom menschlichen Körper absorbierte Energiedosis bei Einwirkung einer bestimmten Strahlungsart; Strahlungswichtungsfaktor w <sub>R</sub> = 1 (γ-Strahlung bis 20, α-Strahlung, harte Neutronenstrahlung)
Energiedosisrate	W/kg	$\dot{D}$	-
Ionendosis	C/kg	J = Q/m	Ladung/Masse; 1 R (Röntgen) = 258 · 10 <sup>-6</sup> C/kg (veraltet)
Ionendosisrate	A/kg	$j = \frac{I}{m} = \frac{Q}{m \cdot t}$	Stromstärke/Masse oder Ladung / (Masse · Zeit)
Wirkungsquerschnitt	m <sup>2</sup>	σ	Maß für die Ausbeute bei Kernreaktionen; gedachter Querschnitt der bestrahlten Atome
Stoffmenge	mol	n = N/N <sub>A</sub> = m/M	Stoffmenge = Teilchenzahl/Avogadro-Konstante

Quelle: Tipler, Paul Allen, Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Heidelberg Springer Spektrum, 7. Auflage 2015.  
 Tipler, Paul Allen, Moderne Physik, München, Oldenbourg, 2. Auflage 2010.  
 Demtröder, W., Experimentalphysik 4 – Kern-, Teilchen- und Astrophysik, Berlin, Springer, 3. Auflage 2010.

<sup>1)</sup> Die Einheiten Gray (Gy) und Sievert (Sv) entsprechen beide der Einheit J/kg. Gy wird für die reine (physikalische) Energiedosis einer Strahlung verwendet. Sv wird verwendet, wenn ein Faktor für die biologische Wirksamkeit der Energiedosis berücksichtigt wurde. Die Einheit Rem wurde bis zum Jahr 1985 für die Äquivalentdosis verwendet, die heute die Einheit Sv erhält.

**Physikalische Konstanten** Im Folgenden wird eine Auswahl wichtiger physikalischer Konstanten beschrieben.

Bezeichnung	Größe	Erläuterung
Gravitationskonstante	$G = 6,674\,28 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$	Kraft in N, mit der sich 2 Körper von je 1 kg anziehen, die 1 m voneinander entfernt sind
Normalfallbeschleunigung	$g_n = 9,806\,65 \text{ m/s}^2$	Normwert, von der 3. Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Jahr 1901 festgelegt
molare Gaskonstante	$R = 8,314\,472 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$	Arbeit, die geleistet werden muss, um 1 mol eines idealen Gases bei konstantem Druck um 1 K zu erwärmen; gleicher Wert für alle hinreichend idealen Gase
molares Normvolumen	$V_m = 22,413\,996 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$	Volumen, das 1 mol eines idealen Gases im Normzustand einnimmt
Avogadro-Konstante	$N_A = 6,022\,1415 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	Anzahl der Atome oder Moleküle in 1 mol eines Stoffs
Loschmidt-Konstante	$N_L = 2,686\,8 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$	Anzahl der Atome oder Moleküle in 1 m <sup>3</sup> eines Gases im Normzustand (0 °C und 1013,25 hPa)
Boltzmann-Konstante	$k = R/N_A = 1,380\,650\,5 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$	mittlere Energiezunahme eines Moleküls oder Atoms bei Erwärmung um 1 K
Faraday-Konstante	$F = N_A \cdot e = 9,648\,533\,83 \cdot 10^4 \text{ C/mol}$	die von 1 mol einfach geladener Ionen transportierte Ladungsmenge
Elementarladung	$e = F/N_A = 1,602\,176\,53 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	kleinstmögliche Ladungsgröße (Ladung eines Elektrons)
elektrische Feldkonstante (Influenzkonstante)	$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 \cdot c^2} = 8,854\,2 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$	Proportionalitätsfaktor zwischen der Ladungsdichte und der elektrischen Feldstärke
magnetische Feldkonstante (Induktionskonstante)	$\mu_0 = 1,256\,6 \cdot 10^{-6} \text{ H/m} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$	Proportionalitätsfaktor zwischen der Induktion und der magnetischen Feldstärke
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c_0 = 2,997\,9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen
Planck'sche Konstante (Wirkungsquantum)	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	verknüpft als Proportionalitätsfaktor Energie und Frequenz eines Lichtquants
Wellenwiderstand des Vakuums (Freiraumwiderstand)	$Z_0 = 376,730 \, \Omega$	Ausbreitungswiderstand für elektromagnetische Wellen im Vakuum
Stefan-Boltzmann-Konstante	$\sigma = 5,670\,40 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$	verknüpft Strahlungsenergie und Temperatur eines strahlenden Körpers

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 113.

Quelle: Tipler, Paul Allen, Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Heidelberg Springer Spektrum, 7. Auflage 2015.

Tipler, Paul Allen, Moderne Physik, München, Oldenbourg, 2. Auflage 2010.

Demtröder, W., Experimentalphysik 4 – Kern-, Teilchen- und Astrophysik, Berlin, Springer, 3. Auflage 2010.

Fortsetzung der Tabelle Physikalische Konstanten von Seite 112.

Bezeichnung	Größe	Erläuterung
Planck'sche Strahlungskonstanten	$c_1 = 3,741\,771\,38 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2$ $c_2 = 1,438\,775\,2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{K}$	Konstanten des Planck'schen Strahlungsgesetzes in der ursprünglichen, wellenlängenabhängigen Formulierung
Wien-Konstante	$K = 2,897\,8 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$	verbindet die Wellenlänge des Strahlungsmaximums mit der absoluten Temperatur eines strahlenden Körpers
Rydberg-Konstante	$R_\infty = 1,097\,37 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$	grundlegende, in den Serienformeln für die Spektrallinien auftretende atomphysikalische Konstante
Ruhemasse des Elektrons	$m_e = 9,109\,382\,6 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	Masse eines unbewegten Elektrons
Elektronenradius	$r_e = 2,817\,9403\,25 \cdot 10^{-15} \text{ m}$	Radius eines Elektrons (kugelförmige Ausbildung)
Bohr'scher Radius	$r_1 = 5,291\,772\,108 \cdot 10^{-11} \text{ m}$	Radius der innersten Elektronenbahn im Bohr'schen Atommodell
atomare Masseneinheit	$u = 1,660\,538\,86 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	vereinheitlichte atomare Masseneinheit (12. Teil der Masse eines Atoms des Nuklids $^{12}\text{C}$ )
Masseneinheit	$1 \text{ ME} = 931,494 \text{ MeV}/c^2$ <sup>1)</sup>	Verwendung für Energieumrechnungen
Solarkonstante	$S \approx 1365 \text{ J}/\text{m}^2\text{s} = 1365 \text{ W}/\text{m}^2$	Strahlungsleistung der Sonne, die an der oberen Grenze der Erdatmosphäre senkrecht auftrifft

Quelle: Tipler, Paul Allen, Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Heidelberg Springer Spektrum, 7. Auflage 2015.

Tipler, Paul Allen, Moderne Physik, München, Oldenbourg, 2. Auflage 2010.

Demtröder, W., Experimentalphysik 4 – Kern-, Teilchen- und Astrophysik, Berlin, Springer, 3. Auflage 2010.

<sup>1)</sup> Elektronvolt (eV) und Mega-Elektronvolt (MeV) sind Energiemaße der Atomphysik. 1 eV ist die Energie, die ein Elektron erhält, wenn es im elektrischen Feld von 1 Volt beschleunigt wird (1 eV = 1,60217653 · 10<sup>-19</sup> J).

- Elektromagnetische Strahlung** Eigenschaften elektromagnetischer Strahlung sind:
- Ausbreitung mit Lichtgeschwindigkeit
  - Wellennatur
  - Keine Ablenkung durch elektrische oder magnetische Felder
  - Wellenlänge  $\lambda = c/f = c \cdot T$   
 $c = \text{Lichtgeschwindigkeit} = 2,997\,92 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  (gilt im Vakuum)  
 $f = \text{Frequenz in Hz}$   
 $T = \text{Schwingungsdauer in s}$

Weitere Begriffe und Größen der elektromagnetischen Strahlung werden wie folgt beschrieben:

Strahlenart Wellenlänge $\lambda$	Entsteht bei Energieänderungen in	Wird erzeugt durch	Wird absorbiert durch (Beispiele)
<b>Ultra- oder Höhenstrahlen</b>			
0,000 2 ... 0,02 pm	Nukleonen (Kernbausteinen)	hochenergetische Kernreaktionen	etwa 10 cm Blei
<b>Gammastrahlen</b>			
0,5 ... 27 pm	Atomkernen	Atomkernreaktionen und radioaktiver Zerfall	etwa 1 cm Blei
<b>Röntgenstrahlung</b>			
hart 5,7 ... 80 pm (0,057 ... 0,8 Å)	inneren Elektronenschalen	Hochvakuum- und Gasentladungsröhren bei hohen Betriebs- spannungen	etwa 3 ... 0,04 cm Aluminium
weich 0,08 ... 2 nm (0,8 ... 20 Å)			etwa 400 ... 1 $\mu\text{m}$ Aluminium, Knochen, Glas
ultraweich 2 ... 37,5 nm (20 ... 375 Å)			weniger als 1 $\mu\text{m}$ Aluminium, Luft
<b>Lichtstrahlen</b>			
ultraviolett (kurzwellig) 0,014 ... 0,18 $\mu\text{m}$	äußeren Elektronenschalen	Funken-, Bogen-, Glimm- entladung in Luftleere, Quarzlampe und so weiter	Luft
ultraviolett (langwellig) 0,18 ... 0,36 $\mu\text{m}$			Quarz ( $\lambda < 0,15 \mu\text{m}$ ) Glas ( $\lambda < 0,31 \mu\text{m}$ )
violett 0,36 ... 0,42 $\mu\text{m}$ blau 0,42 ... 0,49 $\mu\text{m}$ grün 0,49 ... 0,53 $\mu\text{m}$ gelb 0,53 ... 0,65 $\mu\text{m}$ rot 0,65 ... 0,81 $\mu\text{m}$		Sonne, glühende Stoffe und so weiter	undurchsichtige Stoffe
Infrarot (Wärmestrahlen) 0,81 ... 400 $\mu\text{m}$		erhitzte Körper <sup>1)</sup>	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 115.

- 1) Für die Strahlung des „schwarzen Körpers“ gilt:  
 Mittlere Wellenlänge  $\lambda$  (in  $\mu\text{m}$ ) =  $2\,898 / (\text{absolute Temperatur in K})$ .  
 Beispiel: Bei  $+20\text{ }^\circ\text{C}$  (= 293 K) ist  $\lambda = 9,89 \mu\text{m}$ ,  
 das heißt bei  $+20\text{ }^\circ\text{C}$  liegt das Maximum der Wärmestrahlungsintensität bei  $\lambda = 9,89 \mu\text{m}$ .  
 Quelle: Krist, Handbuch für Techniker und Ingenieure.

Fortsetzung der Tabelle Elektromagnetische Strahlung von Seite 114.

Strahlenart Wellenlänge $\lambda$	Entsteht bei Energieänderungen in	Wird erzeugt durch	Wird absorbiert durch (Beispiele)
<b>Hertz'sche Wellen</b>			
0,01 ... 30 cm	Atomen oder Molekülen	Funkensender, Laufzeitröhre	Metalle
<b>Rundfunkwellen</b>			
ultrakurz	0,3 ... 10 m	Schwingkreisen mit Kapazität und Induktivität	Transistorsender
kurz	10 ... 100 m		Ausbreitung der Wellen nicht mehr strahlenförmig, daher keine „Wellenschatten“ in Tälern und hinter Bergen; Wellen werden an Heavisideschicht (Ionosphäre) gebeugt und zur Erde zurückgelenkt; mit zunehmender Wellenlänge tritt Raumwelle hinter Bodenwelle zurück
mittel	100 ... 600 m		
lang	600 ... 3000 m		
Telegrafie- wellen	3 ... 30 km		

**Temperaturpunkte** Allgemeine wichtige Temperaturpunkte sind:

Tripelpunkt <sup>1)</sup> des Wassers	+0,01 °C
Siedepunkt <sup>2)</sup> des Wassers	+100,00 °C
Siedepunkt <sup>2)</sup> des Sauerstoffs	-182,97 °C
Siedepunkt <sup>2)</sup> des Stickstoffs	-196,00 °C
Siedepunkt <sup>2)</sup> der Luft	-191,0 °C
Siedepunkt <sup>2)</sup> des Schwefels	+444,6 °C
Erstarrungspunkt des Silbers	+960,8 °C
Erstarrungspunkt des Goldes	+1063,0 °C

<sup>1)</sup> Bei 611,657 Pa.

<sup>2)</sup> Bei Normaldruck (1013,25 hPa).

**Wärmeausdehnung  
von Körpern und  
Gasen**

Fast alle Körper dehnen sich bei Erhöhung ihrer Temperatur aus und schrumpfen bei Temperaturabnahme. Abweichend davon verhält sich Wasser. Es hat bei +4 °C seine größte Dichte und dehnt sich sowohl bei Über- als auch bei Unterschreitung dieser Temperatur aus.

Homogene Körper dehnen sich gleichmäßig in alle Richtungen (Volumen-  
dehnung). In vielen Fällen interessiert nur die Dehnung in eine bestimmte  
Richtung (Flächendehnung, Längendehnung). Wird die Längendehnung  
beziehungsweise Volumenänderung eines Körpers bei Temperaturände-  
rung behindert, so treten Spannungen im Körper auf.

**Linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient**

Der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient (Längenausdehnungskoeffizient) ist bei festen Körpern die relative Längenänderung je Grad Temperaturerhöhung.

Damit wird die Längenänderung  $\Delta l$  eines Körpers beschrieben durch:

**Gleichung 1**

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$\Delta l$  = Längenänderung

$l_0$  = Ausgangslänge

$\alpha$  = thermischer Längenausdehnungskoeffizient

$\Delta T$  = Temperaturerhöhung

Daraus ergibt sich für eine Temperaturerhöhung  $\Delta T$  am Körper:

**Gleichung 2**

$$\epsilon_{\Delta T} = \frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \cdot \Delta T$$

bei freier Ausdehnung

$$\sigma_{\Delta T} = E \cdot \epsilon_{\Delta T} = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

bei Dehnungsbehinderung

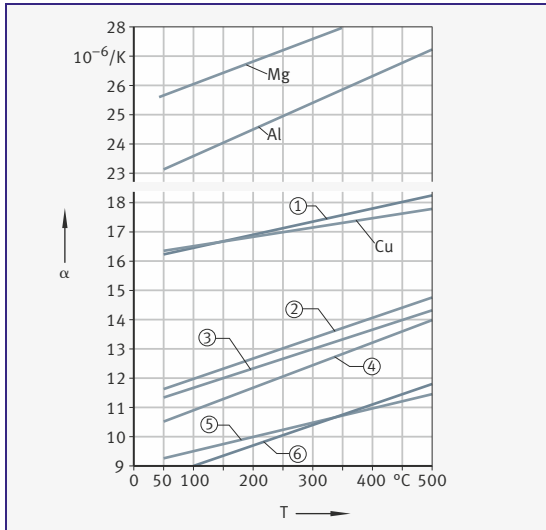
Die folgende Darstellung zeigt die Temperaturabhängigkeit des Längenausdehnungskoeffizienten  $\alpha$ .

**Bild 1**

*Temperaturabhängigkeit von  $\alpha$  bei Stählen und Nichteisenmetallen*

T = Temperatur  
 $\alpha$  = Linearer Wärmeausdehnungskoeffizient  
 Mg = Magnesium  
 Al = Aluminium  
 Cu = Kupfer

- ① 18% Cr + 9% Ni-Stahl
- ② 0,4% Mo-Stahl
- ③ Cr-Mo-Stahl
- ④ Unlegierter Stahl: (0,2 – 0,6% C)
- ⑤ 13% Cr-Stahl
- ⑥ Gusseisen



In der folgenden Tabelle sind einige exemplarische Werte des thermischen Längenausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  bei +20 °C aufgeführt.

Stoff	$\alpha$ $10^{-6}/\text{K}$	Stoff	$\alpha$ $10^{-6}/\text{K}$	Stoff	$\alpha$ $10^{-6}/\text{K}$
Gusseisen	9 ... 10	Kupfer	16 ... 17	Thermoplaste	70 ... 250
unleg. Stahl	11 ... 12	Aluminium	23 ... 24	Mauerwerk	5 ... 8
Cr-Mo-Stahl	12 ... 13	Magnesium	25,5	Bruchsteine	3
Cr-Ni-Stahl	16 ... 17	Duroplaste	10 ... 80	Glas	8 ... 10

**Raumausdehnungs-  
koeffizient**

Der Raumausdehnungskoeffizient (Volumenausdehnungskoeffizient) eines festen, flüssigen oder gasförmigen Körpers ist die relative Volumenänderung je Grad Temperaturerhöhung.

Damit wird die Volumenänderung  $\Delta V$  beschrieben durch:

**Gleichung 3**

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$$

$\Delta V$  = Volumenänderung

$V_0$  = Ausgangsvolumen

$\beta$  = thermischer Volumenausdehnungskoeffizient

$\Delta T$  = Temperaturerhöhung

Bei homogenen, festen Körpern ist:

**Gleichung 4**

$$\beta = 3 \cdot \alpha$$

Bei idealen Gasen hat der Raumausdehnungskoeffizient bei konstantem Druck und bezogen auf das Volumen  $V_0$  bei 0 °C für alle Gase und Temperaturen denselben Wert:

**Gleichung 5**

$$\beta = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{1}{273,15 \text{ K}}$$

**Flächenausdehnungs-  
koeffizient**

Die Flächenausdehnung kann durch den Volumenausdehnungskoeffizienten beschrieben werden:

**Gleichung 6**

$$\Delta A = A_0 \cdot \frac{2}{3} \cdot \beta \cdot \Delta T$$

$\Delta A$  = Flächenänderung

$A_0$  = Ausgangsfläche

$\beta$  = thermischer Volumenausdehnungskoeffizient

$\Delta T$  = Temperaturerhöhung

## Astronomische und terrestrische Begriffe und Größen

## Astronomische Einheiten

Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl wichtiger astronomischer Einheiten.

Bezeichnung	Größe	Erläuterung
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c_0 = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen
Lichtjahr	$L_j = 9,46073 \cdot 10^{15} \text{ m}$	Wegstrecke, die elektromagnetische Wellen in 1 Jahr im Weltraum zurücklegen
Siderisches Jahr (Sternenjahr)	$S_j = 365,2564 \text{ mittlere Sonnentage}$ $= 365 \text{ d } 6 \text{ h } 9 \text{ min } 9,54 \text{ s}$	Das siderische Jahr wird auf die Stellung der Sonne relativ zu Fixsternen bezogen <sup>1)</sup> . Diese Dauer ist jedoch nicht konstant. Der angegebene Wert entspricht der Referenz vom 01.01.2000.
Tropisches Jahr (Sonnenjahr)	$T_j = 365,2422 \text{ mittlere Sonnentage}$ $= 365 \text{ d } 5 \text{ h } 48 \text{ min } 45 \text{ s}$	als Bezugspunkt gilt der mittlere Frühlingspunkt
Siderischer Monat (Sternmonat)	$S_m = 27,32166 \text{ d mittlere Sonnenzeit}$ $= 27 \text{ d } 7 \text{ h } 43 \text{ min } 11,5 \text{ s}$	–
Tropischer Monat (Sonnenmonat)	$T_m = 27,32158 \text{ d mittlere Sonnenzeit}$ $= 27 \text{ d } 7 \text{ h } 43 \text{ min } 4,7 \text{ s}$	–
Synodischer Monat (Mondmonat)	$S_{ym} = 29,53059 \text{ d mittlere Sonnenzeit}$ $= 29 \text{ d } 12 \text{ h } 44 \text{ min } 2,9 \text{ s}$	Zeit zwischen zwei gleichen Mondphasen: Neumond bis Neumond
Umlaufzeit des Mondes um die Erde	$t_{M \text{ sid}} = 27,32166 \text{ d}$ $t_{M \text{ tro}} = 27,32158 \text{ d}$	Siderisches Jahr Tropisches Jahr
Sterntag	$d_{sj} = 0,9972696 \text{ mittlere Sonnentage}$ $= 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4,091 \text{ s}$	–
Mittlerer Sonnentag	$d_{Tj} = 1,0027379 \text{ Sterntage}$	–
Tag	$d = 24 \text{ h}$ $= 1440 \text{ min}$ $= 86400 \text{ s}$	der Tag ist um 3 min 56 s länger als der Sterntag
Astronomische Einheit	$AE = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$	mittlere Entfernung zwischen Sonne und Erde

<sup>1)</sup> Zeitintervall zwischen zwei einander folgenden Durchgängen der Sonne durch denselben Punkt der scheinbaren Sonnenbahn (Ekliptik).  
Der Punkt der Ekliptik wird in Bezug auf einen Fixstern gemessen.  
Mittlere Schiefe der Ekliptik ist zurzeit  $\approx 23^\circ 27' 15''$ .



**Unser Sonnensystem** Einige wissenschaftliche Größen bezüglich unseres Sonnensystems lauten:

Planeten der Sonne	Äquator-durchmesser km	Masse (Erde = 1 <sup>1)</sup> )	Mittlere Dichte kg/m <sup>3</sup>	Siderische Rotationsperiode		Abstand von der Sonne 10 <sup>6</sup> km	Siderische Umlaufzeit Jahre
Sonne	1391016	333062	1409	25,23 d	5,52 h	–	–
Erde	12742	1,000	5 513,4		23,93 h	149,60	1,00
Mond <sup>2)</sup>	3475	0,012	3344	27 d	7,1 h	0,38400 (von der Erde)	
Merkur	4879	0,055	5428,9	58 d	15,51 d	58	0,24
Venus	12104	0,815	5243,0	243 d	0,43 d	108	0,62
Mars	6779	0,107	3934,0	1 d	0,62 h	228	1,88
Jupiter	139822	317,828	1326,2		9,92 h	778	11,86
Saturn	116464	95,161	687,1		10,66 h	1428	29,46
Uranus	50724	14,536	1270		17,24 h	2872	84,02
Neptun	49244	17,148	1638		16,11 h	4498	164,79
Pluto <sup>3)</sup>	2377	0,0022	–	6 d	9,29 d	5910	249,17

Quelle: Solar System Dynamics, Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Dezember 2019 und Solar System Exploration Website, NASA: Angaben Sonne Oktober 2021, Angaben Mond Dezember 2019, <https://ssd.jpl.nasa.gov/> und <https://solarsystem.nasa.gov/>

1) Erdmasse =  $5,97217 \cdot 10^{24}$  kg, Volumen der Erdkugel = 1083 206,9 Mio. km<sup>3</sup>, Mittlere Erddichte = 5 513,4 kg/m<sup>3</sup>, Umfang der Erdbahn = 939 120 000 km.

2) Satellit der Erde.

3) Seit 2006 auf Beschluss der International Astronomical Union nur noch Zwergplanet.

**Die Erde – Größenzahlen**

Einige wichtige Größenzahlen unserer Erde lauten (gerundete Werte):

<b>Erdoberfläche</b>	510,1 Mio. km <sup>2</sup>
davon Landfläche insgesamt	147,9 Mio. km <sup>2</sup> (29%)
davon Wasserfläche insgesamt	362,2 Mio. km <sup>2</sup> (71%)
Länge des Äquators <sup>1)</sup>	40 076 km
Halbmesser des Äquators a	6 378 km
Länge des Meridians <sup>2)</sup>	40 000 km
halbe Erdachse b	6 356 km
Länge des Wendekreises	36 778 km
Länge eines Polarkreises	15 996 km
Abplattung (a – b)/a	1 : 297
Mittlere Länge zwischen zwei Großkreisen im Abstand von 1°	111,120 km (entspricht 60 nautischen Meilen)

1) Der Äquator ist der größte Breitenkreis (Großkreis). Breitenkreise verlaufen parallel zum Äquator in Ost-West-Richtung.

2) Ein Meridian ist ein halber Längengrad. Längengrade sind Großkreise, die in Nord-Süd-Richtung verlaufen und sich in den Polen kreuzen.

**Legende**

a m  
Äquatorradius

b m  
Polradius.

**Wissenswertes** Die folgende Tabelle zeigt einige wissenswerte Geschwindigkeiten  
**Geschwindigkeiten** (gerundete Werte).

Bezeichnung	Geschwindigkeit	
	m/s	km/h
Golfstrom	1 ... 2	0,06 ... 0,12
Windstärke 6 (starker Wind)	11 ... 14	39 ... 49
Windstärke 12 (Orkan)	>32	>118
Schall in Luft (bei +20 °C)	340	1 200
Punkt am Äquator	464	1 670
Erdbebenwellen	3 000 ... 7 000	180 ... 420
Satelliten-Bahngeschwindigkeit	7 800 (LEO <sup>1</sup> ) ... 3 000 (GEO <sup>2</sup> )	28 080 (LEO <sup>1</sup> ) ... 10 800 (GEO <sup>2</sup> )
Geschwindigkeit zum Verlassen des Erd-Schwerefeldes (am Äquator)	11 200	40 320
Geschwindigkeit zum Verlassen des Sonnensystems (direkt von der Sonne aus)	617 400	2 222 640
Mittlere Bahngeschwindigkeit der Erde um die Sonne	29 800	107 280
Blitz (ungefähr 1/10 ... 1/3 der Lichtgeschwindigkeit)	30 000 000 ... 100 000 000	108 000 000 ... 360 000 000
Kathodenstrahlen (Elektronen, 50 kV)	100 000 000	360 000 000
Licht im Vakuum	299 792 458 <sup>3)</sup>	1 079 252 849

<sup>1)</sup> Low Earth Orbit, niedrige (erdnahe) Erdumlaufbahn, ab etwa 200 km Höhe.

<sup>2)</sup> Geostationary Orbit, geostationäre Umlaufbahn, in 35 786 km Höhe.

<sup>3)</sup> Siehe auch Tabelle Astronomische Einheiten, Seite 118.

## Dimensionslose Kennzahlen

**Dimensionslose Kennzahlen** Die Definition der Ähnlichkeitskennzahlen wird in folgender Tabelle beschrieben.

Art der Ähnlichkeit	Maßstabsfaktoren (Invariante)	Name der Kennzahl	Definition	Ähnlichkeit des physikalischen Sachverhalts
<b>Geometrisch</b> Länge	$\varphi_L = \frac{L_1}{L_0}$	-	-	alle Längen sind bei gleichem Maßstab ähnlich (Pantograph)
<b>Kinematisch</b> Länge Zeit	$\varphi_L, \varphi_t$	Mach	$Ma = \frac{v}{c_s}$	Verhältnis von Geschwindigkeit v zur Schallgeschwindigkeit $c_s$ des Fluids
<b>Statisch</b> Länge Kraft	$\varphi_F = \frac{\rho_1}{\rho_0} \cdot \varphi_L^3$	-	-	Ähnlichkeit der Gewichtskräfte (konstante Erdbeschleunigung)
	$\varphi_L, \varphi_F$	Hooke	$H_0 = \frac{F}{E \cdot L^2}$	alleinige Wirkung von elastischen Kräften (Gleichheit der Dehnungen)

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 121.

Fortsetzung der Tabelle Dimensionslose Kennzahlen von Seite 120.

Art der Ähnlichkeit	Maßstabsfaktoren (Invariante)	Name der Kennzahl	Definition	Ähnlichkeit des physikalischen Sachverhalts
Dynamisch Länge Zeit Kraft	$\varphi_L, \varphi_t, \varphi_F$	Newton	$Ne = \frac{F}{\rho \cdot v^2 \cdot L^2}$	Verhältnis von Widerstandskraft zu Fließkraft
		Cauchy	$Ca = \frac{v}{\sqrt{E/\rho}}$	Verhältnis von Trägheits- zu elastischen Kräften
		Froude	$Fr = \sqrt{\frac{v^2}{g \cdot L}}$	Verhältnis von Trägheits- zu Schwerkraften
		Reynolds	$Re = \frac{v \cdot L}{\nu}$	Verhältnis von Trägheits- zu viskosen Kräften
		Weber	$We = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot L}{\sigma}$	Verhältnis von Trägheitskraft zu Oberflächenkraft
		Euler	$Eu = \frac{\Delta p}{\rho \cdot v^2}$	Verhältnis von Druckkräften zu Trägheitskräften
Thermisch Länge Zeit Temperatur	$\varphi_L, \varphi_t, \varphi_\theta$	Péclet	$Pe = v \cdot L \left( \frac{\rho \cdot c_p}{\lambda} \right)$	Verhältnis von transportierter zu geleiteter Wärmemenge
		Prandtl	$Pr = \frac{P_e}{R_e} = v \cdot \left( \frac{\rho \cdot c_p}{\lambda} \right)$	Verhältnis zwischen kinematischer Viskosität und Temperaturleitfähigkeit
		Nußelt	$Nu = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda}$	Verhältnis des Wärmeübergangs bei strömender und ruhender Schicht
		Fourier	$Fo = \left( \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \right) \cdot \frac{t}{L^2}$	Verhältnis von geleiteter zu gespeicherter Wärme

**Legende**

L	m
Länge	
t	s
Zeit	
F	N
Kraft	
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>
Dichte	
v	m/s
Geschwindigkeit	
E	N/m <sup>2</sup>
Elastizitätsmodul	

g	m/s <sup>2</sup>
Erdbeschleunigung	
$\alpha$	W/(m <sup>2</sup> K)
Wärmeübergangszahl	
$\lambda$	W/(m · K)
Wärmeleitfähigkeit	
$\nu$	m <sup>2</sup> /s
kinematische Zähigkeit	
$c_p$	J/(kg · K)
spezifische Wärmekapazität.	

## Mechanik

### Definitionen

**Mechanik** Die Mechanik ist ein Teilgebiet der Physik. Sie beschreibt Bewegungsvorgänge in der Natur und der Technik. Sie befasst sich dabei mit der ebenen und räumlichen Bewegung von Körpern und der Einwirkung von Kräften.

**Dynamik** Die Dynamik behandelt Kräfte (allgemeiner: Wechselwirkungen) als Ursache der Bewegung von Körpern. Es wird der Zusammenhang dieser Bewegungen mit der Masse und den wirkenden Kräften hergestellt.

Teilgebiete sind:

■ **Kinematik**

Die Kinematik beinhaltet den Ablauf von Bewegungen in Raum und Zeit ohne Berücksichtigung der Kräfte. Wesentliche Begriffe sind die Bewegungsgrößen Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung.

■ **Kinetik**

Die Kinetik beschreibt die Änderung der oben genannten Bewegungsgrößen unter Einwirkung von Kräften im Raum.

**Newton'sche Grundgesetze** Alle dynamischen Bewegungsvorgänge basieren auf den physikalischen Grundgesetzen von Newton:

■ **Trägheitsprinzip**

Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen, geradlinigen Bewegung, solange er nicht durch von außen auf ihn einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Bewegungszustand zu verändern.

■ **Aktionsprinzip/Impulssatz**

Die resultierende Kraft, die für die Bewegungsänderung eines Körpers notwendig ist, ist gleich der zeitlichen Änderung der Bewegungsgröße, also des Impulses oder Drehimpulses.

Beziehungsweise wirkt auf einen Körper eine resultierende Kraft, dann wird er in die Richtung dieser Kraft beschleunigt.

Siehe auch Abschnitt Definition Impulssatz, Seite 136.

■ **Wechselwirkungsprinzip (actio gleich reactio)**

Kräfte wirken immer wechselseitig.

Wenn ein Körper A auf einen anderen Körper B mit der Kraft  $F$  einwirkt, dann wirkt Körper B auf Körper A mit einer gleich großen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft ein.

## Größen und Einheiten

**Größen und Einheiten** Die folgende Tabelle zeigt in der Mechanik verwendete Bezeichnungen, Größen und Einheiten.

Bezeichnung	Größe	Einheit	Erläuterung
Arbeit	$W$	$\text{Nm} = \text{J}$	$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$ ; $W = \int \vec{M} \cdot d\vec{\varphi}$
Beschleunigung	$\vec{a}$	$\text{m/s}^2$	$\vec{a} = d\vec{v} / dt$ ; $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$
Bewegungsgröße, Impuls	$\vec{p}$	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$
Dichte, Massendichte	$\rho$	$\text{kg/m}^3$	$\rho = m/V$
Drall, Drehimpuls	$\vec{L}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$	$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$
Drehstoß	$\vec{H}$	$\text{Nms}$	$\vec{H} = \int \vec{M} \cdot dt$
Drehzahl	$n$	$1/\text{s}$	$n = \vec{\omega} / (2\pi)$
Druck	$p$	$\text{N/m}^2$	$p = \vec{F} / \vec{A}$
dynamische Viskosität	$\eta$	$\text{N} \cdot \text{s/m}^2$	$\vec{\tau} = \eta \cdot d\vec{v} / dh$ (Newton)
Erdbeschleunigung <sup>1)</sup>	$\vec{g}$	$\text{m/s}^2$	$\vec{g} = 9,80665 \text{ m/s}^2$
Fläche	$A$	$\text{m}^2$	$1 \text{ m}^2 = 10^6 \text{ mm}^2$
Frequenz	$f$	$1/\text{s}$	–
Geschwindigkeit	$\vec{v}$	$\text{m/s}$	$\vec{v} = d\vec{s} / dt$ ; $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$
Gewichtskraft <sup>1)</sup>	$\vec{F}_G$	$\text{N}$	$\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$
kartesische Koordinaten	$x, y, z$	$\text{m}$	Rechtssystem
kinematische Viskosität	$\nu$	$\text{m}^2/\text{s}$	$\nu = \eta/\rho$
kinetische Energie	$E_k$	$\text{J} = \text{Nm}$	$E_k = (m/2) \cdot \vec{v}^2$
Kraft	$\vec{F}$	$\text{N}$	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ (Newton)
Kraftmoment, Drehmoment	$\vec{M}$	$\text{Nm}$	$\vec{M} = \text{Kraft} \cdot \text{Hebelarm}$
Kraftstoß	$\vec{I}$	$\text{Ns}$	$\vec{I} = \int \vec{F} \cdot dt$
Kreisfrequenz	$\vec{\omega}$	$1/\text{s}$	$f = \vec{\omega} / (2\pi)$
Leistung	$P$	$\text{W} = \text{Nm/s}$	$P = W/t$
Masse	$m$	$\text{kg}$	SI-Basiseinheit
Massenträgheitsmoment	$J$	$\text{kg m}^2$	Massenmoment 2. Grades
potenzielle Energie (im Erdgravitationsfeld beziehungsweise an der Erdoberfläche)	$E_p$	$\text{J} = \text{Nm}$	$E_p = m \cdot \vec{g} \cdot \vec{h}$ (Lage)
Reibungsarbeit	$W_R$	$\text{Nm}$	$W_R = \int \vec{F}_R \cdot d\vec{s}$
Reibungszahl	$\mu$	1	$\mu = \vec{F}_R / \vec{F}_N$ (Coulomb)
Volumen	$V$	$\text{m}^3$	$1 \text{ m}^3 = 10^9 \text{ mm}^3$
Weglänge, Kurvenlänge	$s$	$\text{m}$	SI-Basiseinheit

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 124.

<sup>1)</sup> Genauere Erläuterung siehe Tabelle Konservative Kräfte, Seite 128

Fortsetzung der Tabelle Größen und Einheiten von Seite 123.

Bezeichnung	Größe	Einheit	Erläuterung
Winkel, Drehwinkel	$\varphi$	rad <sup>1)</sup>	1 rad = 57°17'45"
Winkelbeschleunigung	$\ddot{\alpha}, \ddot{\omega}, \ddot{\varphi}$	rad/s <sup>2</sup>	$\ddot{\alpha} = \dot{\omega} = d\dot{\omega} / dt = \ddot{\varphi}$
Winkelgeschwindigkeit	$\dot{\omega}, \dot{\varphi}$	rad/s	$\dot{\omega} = d\dot{\varphi} / dt = \dot{\varphi}$
Wirkungsgrad	$\eta$	1	$\eta = P_{\text{eff}} / P_{\text{the}}$
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	s	SI-Basiseinheit

<sup>1)</sup> Die Einheit kann durch „1“ ersetzt werden.

## Bewegungsgleichungen

**Grundgesetz für beschleunigte Bewegung**  
Gleichung 1

Das zweite Newton'sche Grundgesetz für eine konstante Masse lautet:  
bei Translation des Schwerpunkts „S“:

$$\sum \vec{F}_S = m \cdot \vec{a}$$

Gleichung 2

bei Rotation um den Schwerpunkt „S“:

$$\sum \vec{M}_S = J_S \cdot \ddot{\omega}$$

Gleichung 3

bei Rotation um den Momentanpol „MP“:

$$\sum \vec{M}_{MP} = J_{MP} \cdot \ddot{\omega}$$

**Dynamisches Gleichgewicht nach d'Alembert**

Fasst man bei einer beschleunigten Bewegung eines Körpers sowohl die Trägheitskräfte ( $m \cdot a$ ) als auch die Momente infolge der Trägheitswirkung ( $J \cdot \omega$ ) als kinetische Reaktion auf (äußere eingeprägte Kräfte beziehungsweise Momente), so erhält man:

Gleichung 4

$$\sum \vec{F}_S + (-m\vec{a}) = 0 \quad \sum \vec{F}_S + \vec{F}_K = 0$$

Gleichung 5

beziehungsweise:

$$\sum \vec{M}_S + (J_S \cdot \ddot{\omega}) = 0 \quad \sum \vec{M}_S + \vec{M}_K = 0$$

**Rückführung auf statisches Gleichgewichtsproblem**

Die kinetische Reaktion ist immer entgegengerichtet der (positiv festgelegten) Richtung der Beschleunigung. Das kinetische Problem kann damit auf ein statisches Gleichgewichtsproblem zurückgeführt werden.

Dann gelten die Grundgleichungen der Statik:

Gleichung 6

$$\sum \vec{F}^* = 0 \quad \sum \vec{M}^* = 0$$

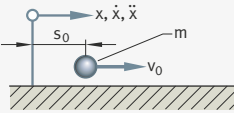
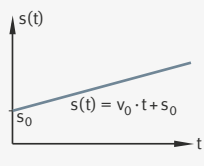
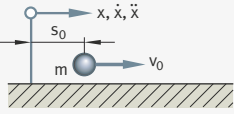
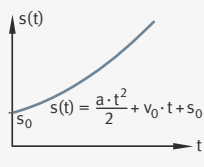
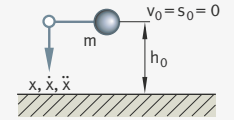
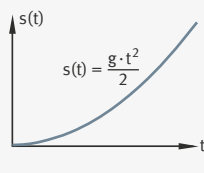
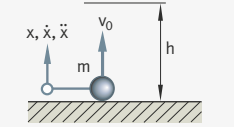
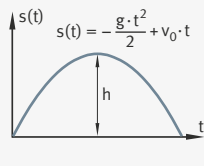
Die Kräftesummen  $\sum \vec{F}^*$  und Momentensummen  $\sum \vec{M}^*$  enthalten die jeweiligen kinetischen Reaktionen.

<b>Bewegungs- gleichungen lösen</b>	Für das Aufstellen von Gleichgewichtsbeziehungen und das Lösen der Bewegungsgleichungen gelten die folgenden Richtlinien.
<b>Koordinaten festlegen</b>	Koordinaten im Schwerpunkt des Körpers und in zu erwartender Bewegungsrichtung festlegen: <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Für die Translationsbewegung des Schwerpunkts</li> <li>■ Für die Rotationsbewegung um den Schwerpunkt</li> </ul>
<b>Kinetische Reaktionen antragen</b>	Kinetische Reaktionen entgegen den positiv festgelegten Richtungen der Beschleunigung antragen: <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Trägheitskräfte</li> <li>■ Momente infolge Trägheitswirkung (soweit vorhanden)</li> </ul>
<b>Restliche Kräfte antragen</b>	Alle weiteren eingepägten Kräfte (äußere Kräfte, Gewichtskräfte) und Reaktionskräfte (Reibungskräfte, Auflagerreaktionen) antragen.
<b>Kräftegleichgewicht bilden</b>	Bei ebener Bewegung Kräftegleichgewicht für alle Kräfte in Bewegungsrichtung einschließlich der kinetischen Reaktionen bilden:
<i>Gleichung 7</i>	$\sum F_x^* = 0 \qquad \qquad \qquad \sum F_y^* = 0$
<b>Momentengleichgewicht bilden</b>	Momentengleichgewicht um den Schwerpunkt, falls der Körper neben der Translationsbewegung auch eine Rotationsbewegung um seinen Schwerpunkt vollführt, jeweils unter Berücksichtigung der Vorzeichen, bilden:
<i>Gleichung 8</i>	$\sum M_{z(S)} = 0$
<b>Geometrische Beziehungen angeben</b>	Geometrische Beziehungen zwischen der Translations- und Rotationsbewegung angeben.
<b>Gleichungen auflösen</b>	Gleichung nach der gesuchten Beschleunigung auflösen: <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Beschleunigung = const. oder f(t): Elementar integrierbar unter Berücksichtigung der Randbedingungen</li> <li>■ Beschleunigung = f(Weg): Einmal integrierbar</li> </ul>
<i>Gleichung 9</i>	$\ddot{x} = \frac{\dot{x} \cdot d\dot{x}}{dx} \qquad \qquad \qquad \ddot{\phi} = \frac{\dot{\phi} \cdot d\dot{\phi}}{d\phi}$
	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Beschleunigung = f(Weg): Es kann ein Schwingungsvorgang vorliegen.</li> </ul>

## Einfache Bewegungsvorgänge

 Bewegungen,  
Weg-Zeit-Diagramme

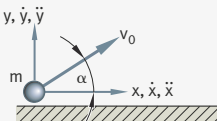
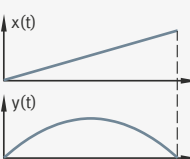
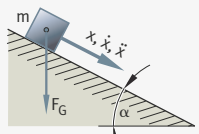
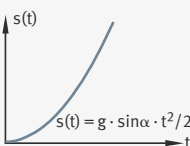
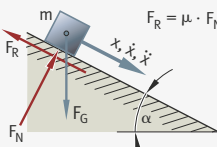
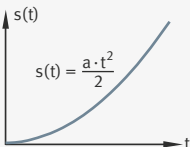
Die folgende Tabelle zeigt Bewegungsvorgänge, Beziehungen und die dazugehörigen Weg-Zeit-Diagramme.

Bewegungsvorgang	Beziehung	Weg-Zeit-Diagramm
<b>Gleichförmige, geradlinige Bewegung</b>		
Beschleunigung $\ddot{x} = 0$ Anfangsbedingungen $s_0, v_0$ 	$\ddot{x} = 0$ $\dot{x} = v_0 = \text{const.}$ $x = s(t) = v_0 \cdot t + s_0$	
<b>Beschleunigte, geradlinige Bewegung</b>		
Beschleunigung $\ddot{x} = a$ Anfangsbedingungen $s_0, v_0$ 	$\ddot{x} = a = \text{const.}$ $\dot{x} = v(t) = a \cdot t + v_0$ $x = s(t) = \frac{a \cdot t^2}{2} + v_0 \cdot t + s_0$	
<b>Freier Fall unter Erdbeschleunigung</b>		
Beschleunigung $\ddot{x} = g$ Anfangsbedingung Höhe $h_0$ 	$\ddot{x} = g$ $\dot{x} = v(t) = g \cdot t$ $x = s(t) = \frac{g \cdot t^2}{2}$ $t(h_0) = \sqrt{2 \cdot h_0 / g}$ (Fallzeit) $v(h_0) = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0}$ (Geschwindigkeit)	
<b>Wurf senkrecht nach oben</b>		
Beschleunigung $\ddot{x} = -g$ Anfangsbedingung $v_0, s_0 = 0$ 	$\ddot{x} = -g$ $\dot{x} = v(t) = -g \cdot t + v_0$ $x = s(t) = -\frac{g \cdot t^2}{2} + v_0 \cdot t$ $h = v_0^2 / (2 \cdot g)$ (Steighöhe) $t(h_0) = v_0 / g$ (Steigzeit)	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 127.



Fortsetzung der Tabelle Bewegungen, Weg-Zeit-Diagramme von Seite 126.

Bewegungsvorgang	Beziehung	Weg-Zeit-Diagramm
<b>Schiefer Wurf unter dem Winkel <math>\alpha</math></b>		
	$\ddot{x} = 0$ $\dot{x} = v_0 \cdot \cos \alpha$ $x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$ $\ddot{y} = -g$ $\dot{y} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha$ $y = -g \cdot t^2 / 2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t$	
<b>Bewegung auf schiefer Ebene, ohne Reibung (<math>\mu = 0</math>)</b>		
	$\ddot{x} = g \cdot \sin \alpha = a$ $\dot{x} = v(t) = g \cdot \sin \alpha \cdot t$ $x = s(t) = g \cdot \sin \alpha \cdot t^2 / 2$ $t = 0$ $s_0 = 0$ $v_0 = 0$	
<b>Bewegung auf schiefer Ebene, mit Reibung, Reibungszahl <math>\mu</math></b>		
	$\ddot{x} = g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) = a$ $\dot{x} = v(t) = a \cdot t$ $x = s(t) = a \cdot t^2 / 2$ $t = 0$ $s_0 = 0$ $v_0 = 0$	

## Kräfte der Kinetik (Auswahl)

**Kräfte der Kinetik** Die folgenden Tabellen beschreiben eine Auswahl der wichtigsten Kräfte der Kinetik.

**Allgemeine Kräfte** In der Kinetik werden folgende allgemeine und eingeprägte Kräfte beschrieben:

Kraft	Größe	Erläuterung
Kraft (allgemein)	F	Muskelkraft, Windkraft, Treibkräfte von Maschinen etc.
Eingeprägte Kräfte	Eingeprägte Kräfte sind primäre Kräfte, die von außen auf einen Körper einwirken. Sie können sowohl bewegungsfördernd als auch -hemmend sein. In der Regel sind sie in Betrag, Richtung und Wirkungslinie bekannt oder vorgegeben.	

**Konservative Kräfte** Bei konservativen Kräften ist die Arbeit (Arbeit = Kraft · Weg) vom Verlauf des Wegs unabhängig.

Kraft	Größe	Erläuterung
Massenanziehungskraft	$F_M = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	Die Massenanziehungskraft zwischen zwei Massen ist proportional zum Produkt der Massen und umgekehrt proportional zum Quadrat ihres Schwerpunktabstandes. Der Proportionalitätsfaktor ist die universelle Gravitationskonstante, $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ .
Schwerkraft, Gewichtskraft	$F_G = m \cdot g$	Die Schwerkraft (Gewicht) wirkt in Erdnähe auf alle Körper. Sie basiert auf dem Massenanziehungsgesetz und der Zentrifugalkraft (Zusatzkraft) auf der Erdoberfläche durch die Rotation der Erde.
Federkraft für lineare Federsteifigkeiten (Hooke'sches Gesetz)	$F_F = c \cdot w$	Die Federkraft ergibt sich aus dem Produkt der Federkonstanten c und der Federauslenkung w. Sie wirkt entgegen der positiven Federauslenkung.

**Dissipative Kräfte** Bei dissipativen (nicht konservativen) Kräften ist die Arbeit (Arbeit = Kraft · Weg) vom Verlauf des Wegs abhängig.

Kraft	Größe	Erläuterung
Gleitreibungskraft	$F_R = \mu \cdot F_N$	Die Gleitreibungskraft zwischen zwei sich berührenden Flächen (Coulomb'sche Reibung) ist proportional zur wirkenden Normalkraft. Der Proportionalitätsfaktor ist die Gleitreibungszahl $\mu$ . Die Gleitreibungskraft wirkt entgegen der relativen Geschwindigkeit der sich berührenden Flächen.
Dämpfungs- kraft	nach Stokes $F_D = b \cdot v$	Der Widerstand nach Stokes gilt für geringe Geschwindigkeiten und ist proportional zur Geschwindigkeit (Dämpfungskonstante $b = F \cdot t/s$ ). Der Widerstand nach Newton gilt für hohe Geschwindigkeiten und ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit (konstanter Beiwert $k$ ). Die Dämpfungskraft wirkt entgegen der positiven Geschwindigkeitsrichtung.
	nach Newton $F_N = k \cdot v^2$	

**Zwangs- oder Führungskräfte** Die Zwangs- oder Führungskräfte werden durch die Einschränkung der Bewegungsmöglichkeit eines bewegten Körpers oder Systems von Körpern bedingt.  
Der Einfluss von reibungsfreien Führungen oder Leitkurven auf den Körper wird durch äußere Führungskräfte berücksichtigt, die senkrecht auf den Leitkurven stehen.

Kraft	Größe	Erläuterung
Zentripetal- kraft	gekrümmte Bahn $F_{ZP} = m \cdot \frac{v^2}{r}$	Bei der Bewegung eines Körpers mit der Geschwindigkeit $v$ auf einer gekrümmten Bahn mit dem Radius $r$ erfährt er eine Beschleunigung, die Zentripetalbeschleunigung, die auf den Krümmungsmittelpunkt gerichtet ist. Die sie erzeugende Kraft bezeichnet man als Zentripetalkraft.
	Kreisbahn $F_{ZP} = m \cdot r \cdot \omega^2$	

**Kinetische Reaktionskräfte** Die kinetischen Reaktionskräfte stellen die Rückwirkung eines bewegten Körpers infolge von beschleunigenden oder verzögernden äußeren Kräften dar. Sie wirken immer den positiven Beschleunigungen entgegen.  
 Fasst man die kinetische Reaktion des Körpers auch als eine am Körper angreifende äußere Kraft (fingierte Kraft) auf, so lässt sich das kinetische Problem auf ein statisches zurückführen und mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen behandeln (d'Alembert'sches Prinzip).

Kraft	Größe	Erläuterung
tangential zur Bahnkurve	$F_{Kt} = -m \cdot \ddot{s}_t$	Die kinetische Reaktion eines Körpers bei der beschleunigten Bewegung wirkt entgegen der positiven Richtung der Beschleunigung, die durch eingeprägte Kräfte und Führungskräfte bewirkt wird.
normal zur Bahnkurve	$F_{Kn} = -m \cdot \ddot{s}_n$	
Zentrifugal- kraft	gekrümmte Bahn $F_{Kn} = -m \cdot \frac{v^2}{r}$	Bei der geführten Bewegung auf einer Bahnkurve ist es zweckmäßig, sie in Komponenten tangential und normal zur Bahnkurve zu zerlegen. Die Zentrifugalkraft ist eine der kinetischen Reaktionen, die normal zur Bahnkurve wirken.
	Kreisbahn $F_{Kn} = -m \cdot r \cdot \omega^2$	

**Zusatzkräfte  
im beschleunigten  
Bezugssystem**

Finden Bewegungsvorgänge in einem beschleunigten Bezugssystem statt, so ist es zweckmäßig, diese als Relativbewegungen gegenüber dem System vom Standpunkt eines mitbeschleunigten Beobachters aus zu untersuchen.

Im beschleunigten Bezugssystem unterliegen alle Körper zusätzlichen Trägheitskräften (Scheinkräften), die vom Standpunkt des mitbeschleunigten Beobachters als äußere am Körper angreifende Kräfte aufgefasst werden können.

Kraft	Größe	Erläuterung
Trägheitskraft im translatorisch beschleunigten Bezugssystem	$F_{\text{Sys}} = -m \cdot a_{\text{Sys}}$	Im translatorisch beschleunigten Bezugssystem (Systembeschleunigung $a_{\text{Sys}}$ ) unterliegen alle Körper einer Trägheitskraft. Sie wirkt der positiven Richtung der Systembeschleunigung entgegen.
Trägheitskraft Zentri- im rotierenden fugalkraft Bezugssystem	$F_Z = m \cdot r \cdot \Omega^2$	Im rotierenden Bezugssystem (Winkelgeschwindigkeit $\Omega$ ) unterliegen alle Körper der Zentrifugalkraft. Dem mitrotierenden Beobachter erscheint diese als eine vom Drehzentrum fortweisende, dem System eigentümliche Feldkraft entsprechend der Schwerkraft (Gewicht). Sie hat für ihn den Charakter einer konservativen eingepprägten Kraft, die allen freien Körpern eine Zentrifugalbeschleunigung in gleicher Richtung erteilt.
Coriolis- kraft	$\vec{F}_C = -2 \cdot m \cdot (\vec{\Omega} \times \vec{v})$	Die Corioliskraft tritt bei Relativbewegungen im rotierenden Bezugssystem auf. Sie steht senkrecht auf der von den Vektoren $v$ und $\Omega$ aufgespannten Ebene und weist in die Richtung, die sich im Sinne einer Rechtsschraube ergibt, wenn man den Vektor $v$ auf dem kürzesten Weg in die Richtung von $\Omega$ überführt. Die Vektoren $v$ und $\Omega$ werden mit dem Kreuzprodukt verrechnet. Bei geführter Bewegung eines Körpers im rotierenden Bezugssystem erfährt dieser eine Coriolisbeschleunigung in Richtung der Corioliskraft.

**Erhaltungssatz der Energie**

**Definition Energie-  
erhaltungssatz**

Der Energieerhaltungssatz der Mechanik besagt:

In einem abgeschlossenen, mechanischen System bleibt die Summe der Energien konstant:

Gleichung 10

$$E_p + E_k + Q = \text{const.}$$

Die Energien setzen sich zusammen aus potenzieller Energie  $E_p$ , kinetischer Energie  $E_k$  und Wärmemenge  $Q$ . Ein mechanisches System wird abgeschlossen genannt, wenn von außen keine Kräfte auf das System wirken oder wenn Kräfte, die von außen auf das System wirken, vernachlässigbar klein sind.

**Reibungsenergie im mechanischen System** Bei einem mechanischen System kann nur eine Zunahme der Wärmemenge auftreten, die durch Reibungsverluste im System verursacht wird. Für die Betrachtung von zwei Zeitpunkten 1 und 2 eines Bewegungsablaufs gilt damit:

Gleichung 11

$$E_{p1} + E_{k1} + Q_1 = E_{p2} + E_{k2} + Q_2$$

Für Reibungsverluste auf dem Weg zwischen 1 und 2 gilt:

Gleichung 12

$$Q_2 - Q_1 = W_{R1,2}$$

Daraus ergibt sich für den Energieerhaltungssatz:

Gleichung 13

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2} + W_{R1,2}$$

**Konservative Systeme** Bei einem **konservativen System**, in dem **keine Reibungsverluste** auftreten, lautet der Energieerhaltungssatz:

Gleichung 14

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$$

Der Energieerhaltungssatz kann auch formuliert werden als:

Gleichung 15

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{1,2} - W_{R1,2}$$

Das heißt, die Änderung der kinetischen Energie zwischen den Punkten 1 und 2 eines Bewegungsablaufs ist gleich der Arbeit, die längs des Wegs von 1 nach 2 von den eingepägten Kräften geleistet wird, abzüglich der Reibungsverluste, die auf dem Weg von 1 nach 2 auftreten.

## Energieformen der Kinetik (Auswahl)

### Energieformen der Kinetik

Die folgende Tabelle beschreibt eine Auswahl der wichtigsten Energieformen der Kinetik.

Energie	Größe	Erläuterung
<b>Kinetische Energien</b>		
Translationsenergie des Masseschwerpunkts	$E_k = \frac{m}{2} \cdot v_S^2$	Die kinetische Gesamtenergie einer sich bewegenden Masse setzt sich aus der Translationsenergie bezogen auf die Schwerpunktschwindigkeit und der Rotationsenergie um den Schwerpunkt zusammen.
Rotationsenergie um den Masseschwerpunkt	$E_k = \frac{J_S}{2} \cdot \omega^2$	
Rotationsenergie um den Dreh- oder Momentanpol	$E_k = \frac{1}{2} \cdot J_{DP} \cdot \omega^2$ $E_k = \frac{1}{2} \cdot J_{MP} \cdot \omega^2$	Bei geführter Drehbewegung der Masse oder dann, wenn man den Momentanpol der Bewegung angeben kann, lässt sich die kinetische Gesamtenergie allein durch die Rotationsenergie um den Dreh- oder Momentanpol angeben.

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 132.

Fortsetzung der Tabelle Energieformen der Kinetik von Seite 131.

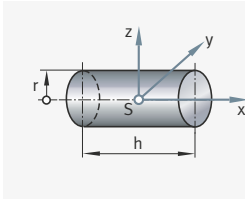
Energie	Größe	Erläuterung
<b>Potenzielle Energien</b>		
Energie der Lage im Erdschwerefeld	$E_p = m \cdot g \cdot h$	Die Energie der Lage einer Masse im konstanten Schwerfeld (Erdsnähe) ist das Produkt aus Gewichtskraft und der Schwerpunkthöhe $h$ über einem gewählten Bezugsniveau.
Arbeit im veränderlichen Potenzialfeld	$W_{1,2} = \int_1^2 m \cdot g(h) \cdot dh$	Arbeit im Erdschwerefeld bei größeren Höhen: $g(h) = g_0 \cdot R_0^2 / (R_0 + h)^2$
Elastische Verformungsenergie einer Feder:		
Translationsfeder	$E_p = \frac{1}{2} \cdot c \cdot w^2$	Die bei der Verformung einer Feder geleistete Arbeit wird in Form von elastischer Energie in der Feder gespeichert. Die Energie ist von der Federkonstanten ( $c = F/s$ beziehungsweise $c' = F \cdot s$ ) und von der Auslenkung $w$ beziehungsweise Verdrehung $\varphi$ der Feder abhängig.
Drehfeder	$E_p = \frac{1}{2} \cdot c' \cdot \varphi^2$	
Elastische Energie von Trägern bei Verformung durch:		
Normalkräfte	$E_p = \frac{1}{2} \int \frac{F_N^2}{E \cdot A} dx$	Wird ein Träger (Querschnittsfläche $A$ , axiales Flächenträgheitsmoment $I_a$ , polares Flächenträgheitsmoment $I_p$ ) oder ein Stab durch äußere Kräfte elastisch verformt, werden von den inneren Spannungen Verschiebungen erzeugt. Die längs der von diesen erzeugten Verschiebungen geleistete Arbeit ist gleich der im Stab oder Träger gespeicherten elastischen Energie. Im Allgemeinen lässt sich diese elastische Verformungsenergie durch die Federkonstante und die Auslenkung beziehungsweise Verdrehung an der Stelle der Verformung angeben (siehe Feder).
Biegemomente	$E_p = \frac{1}{2} \int \frac{M_b^2}{E \cdot I_a} dx$	
Torsionsmomente	$E_p = \frac{1}{2} \int \frac{M_t^2}{G \cdot I_p} dx$	
Energie der Lage im Zentrifugalfeld	$E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \Omega^2 \cdot r^2$	Im rotierenden System existiert für den beschleunigten Beobachter ein Kraftfeld (Zentrifugalfeld), dessen Stärke vom Drehzentrum nach außen zunimmt. Die Energie der Lage wird auf die Drehachse bezogen.
<b>Energieverluste</b>		
durch Gleitreibungskräfte	$W_{R1,2} = F_N \cdot \mu \cdot s_{1,2}$	Sind Gleitreibungskräfte (Widerstandskräfte) vorhanden, wird von diesen längs des wirkenden Wegs $s_{1,2}$ Reibungsarbeit geleistet, die als Wärme auftritt und für den mechanischen Bewegungsablauf verloren ist.
beim unvollkommen elastischen Stoß	$W_{R1,2} = \frac{1}{2} (1 - e^2) \cdot (v_1 - v_2)^2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$	Beim unvollkommen elastischen Stoß von Körpern treten Energieverluste durch innere Werkstoffreibung auf. $e$ = Abstand Schwerpunkt – Befestigungspunkte

**Massenträgheitsmomente homogener Körper**

**Massenträgheitsmomente 2. Grades homogener Körper**

Die Massenträgheitsmomente 2. Grades von homogenen Körpern lassen sich wie folgt berechnen:

**Vollzylinder**

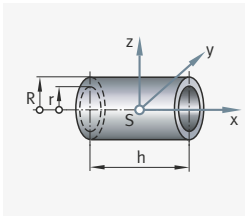


$$m = \rho \pi r^2 h$$

$$J_x = \frac{1}{2} m r^2$$

$$J_y = J_z = \frac{1}{12} m (3r^2 + h^2)$$

**Hohlzylinder**

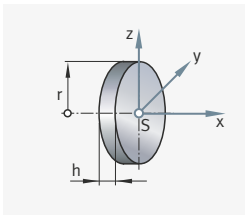


$$m = \rho \pi (R^2 - r^2) h$$

$$J_x = \frac{1}{2} m (R^2 + r^2)$$

$$J_y = J_z = \frac{1}{4} m \left( R^2 + r^2 + \frac{h^2}{3} \right)$$

**Dünne Scheibe**

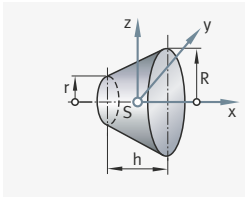


$$m = \rho \pi r^2 h; h \ll r$$

$$J_x = \frac{1}{2} m r^2$$

$$J_y = J_z = \frac{1}{4} m r^2$$

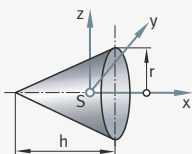
**Kreiskegelstumpf**



$$m = \frac{1}{3} \rho \pi h (R^2 + Rr + r^2)$$

$$J_x = \frac{3}{10} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$$

Kreisegel

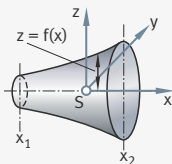


$$m = \frac{1}{3} \rho \pi r^2 h$$

$$J_x = \frac{3}{10} m r^2$$

$$J_y = J_z = \frac{3}{80} m (4r^2 + h^2)$$

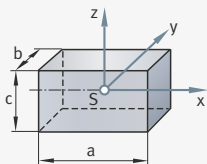
Beliebiger Rotationskörper



$$m = \rho \pi \int_{x_1}^{x_2} f^2(x) dx$$

$$J_x = \frac{1}{2} \rho \pi \int_{x_1}^{x_2} f^4(x) dx$$

Quader



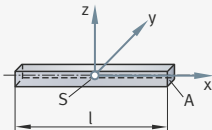
$$m = \rho a b c$$

$$J_x = \frac{1}{12} m (b^2 + c^2)$$

$$J_y = \frac{1}{12} m (a^2 + c^2)$$

$$J_z = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2)$$

Dünner Stab

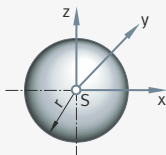


$$m = \rho A l$$

$$J_y = J_z = \frac{1}{12} m l^2$$



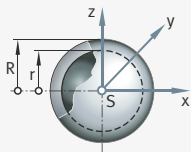
Kugel



$$m = \frac{4}{3} \rho \pi r^3$$

$$J_x = J_y = J_z = \frac{2}{5} m r^2$$

Hohlkugel



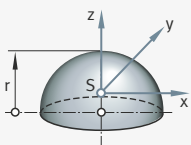
$$m = \frac{4}{3} \rho \pi (R^3 - r^3)$$

$$J_x = J_y = J_z = \frac{2}{5} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$$

für dünnwandige Hohlkugel:

$$J_x = J_y = J_z = \frac{2}{3} m r^2$$

Halbkugel

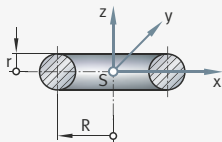


$$m = \frac{2}{3} \rho \pi r^3$$

$$J_x = J_y = \frac{83}{320} m r^2$$

$$J_z = \frac{2}{5} m r^2$$

Kreistorus



$$m = 2 \rho \pi^2 r^2 R$$

$$J_x = J_y = \frac{1}{8} m (4R^2 + 5r^2)$$

$$J_z = \frac{1}{4} m (4R^2 + 3r^2)$$

## Impulssatz

### Definition Impulssatz

Das Dynamische Grundgesetz lautet für die Bewegung einer konstanten Masse  $m$  unter Einwirkung einer äußeren, resultierenden, konstanten Kraft  $\vec{F}$ :

Gleichung 16

$$m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad m = \text{const.}$$

Gleichung 17

Durch Integration über die Dauer der Wirkung erhält man den Impulssatz:

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F} \cdot dt = \vec{F} \cdot (t_1 - t_0) = m \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_0) = \vec{p}_1 - \vec{p}_0$$

Die Größe  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$  heißt Bewegungsgröße oder Impuls der Masse  $m$ .

### Weiterführende Aussagen zum Impulssatz

Auf Basis des Impulssatzes lassen sich folgende Aussagen formulieren:

- Das bestimmte Zeitintegral über die an einer Masse  $m$  angreifende äußere, resultierende Kraft  $\vec{F}$  ist gleich der Änderung des absoluten Impulses der Masse ( $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ ) in Richtung dieser Kraft.
- Wirkt keine äußere, resultierende Kraft  $\vec{F}$  auf die Masse  $m$ , bleibt ihr Impuls  $\vec{p}$  nach Größe und Richtung konstant, denn es gilt:  $\vec{F} = 0$  und damit  $d\vec{p}/dt = 0$ , woraus folgt  $\vec{p} = \text{const.}$   
Diese Aussage lässt sich auf ein System von mehreren, Einzelnen Massen erweitern:  
Wirkt keine äußere, resultierende Kraft auf ein System von Massen, bleibt der Gesamtimpuls des Systems nach Größe und Richtung konstant. Das heißt, der Gesamtschwerpunkt des Systems bleibt entweder in Ruhe oder bewegt sich gleichförmig und geradlinig.

## Drehimpulssatz

### Definition Drehimpulssatz

Analog zum Impulssatz folgt aus dem Dynamischen Grundgesetz für die Bewegung einer Drehmasse mit dem konstanten Trägheitsmoment  $J_0$  um ihren Drehpunkt „0“ unter Wirkung eines äußeren, resultierenden Moments:

Gleichung 18

$$\vec{M}_0 = J_0 \cdot \dot{\vec{\omega}} = J_0 \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d(J_0 \cdot \vec{\omega})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad J_0 = \text{const.}$$

Dabei gilt:

Gleichung 19

$$\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$$

$\vec{r}$  ist hier der Vektor vom Bezugspunkt (Drehpunkt) „0“ zum Angriffspunkt der äußeren, resultierenden Kraft  $\vec{F}$ .

Durch Integration über die Dauer der Wirkung erhält man den Drehimpulssatz:

Gleichung 20

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{M}_O \cdot dt = \vec{M}_O \cdot (t_1 - t_0) = J_O \cdot (\vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_0) = \vec{L}_1 - \vec{L}_0$$

Die Größe  $\vec{L} = J_O \cdot \vec{\omega}$  heißt **Drehimpuls, Impulsmoment, Moment der Bewegungsgröße** oder **Drall** der Drehmasse  $J_O$  um den Bezugspunkt „0“.

Weiterführende Aussagen zum Drehimpulssatz

Auf Basis des Drehimpulssatzes lassen sich (analog zum Impulssatz) folgende Aussagen formulieren:

- Das Zeitintegral über das an eine Drehmasse  $J_O$  hinsichtlich eines Bezugspunkts „0“ angreifende, resultierende Moment  $\vec{M}_O$  der äußeren Kräfte  $\vec{F}$  ist gleich der Änderung des Drehimpulses  $J_O \cdot \vec{\omega}$  (Dralls  $\vec{L}$ ) der Drehmasse in Richtung des wirkenden Moments.
    - Weist der resultierende Momentenvektor in die Richtung des Drehvektors  $\vec{\omega}$  der Drehmasse, bewirkt dieser eine Änderung des Drehimpulses (Dralls) in seiner Größe, also eine reine **Drallgrößenänderung**.
    - Steht der resultierende Momentenvektor senkrecht zur Richtung des Drehvektors  $\vec{\omega}$  der Drehmasse, bewirkt dieser eine Änderung des Drehimpulses (Dralls) in seiner Richtung, also eine reine **Drallrichtungsänderung**.
- In diesem Fall verwendet man die Aussage des Impulsmomentensatzes in der Differenzialform:

Gleichung 21

$$\vec{M}_a = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

- Die zeitliche Änderung des Dralls ist gleich dem Moment der äußeren Kräfte in Bezug auf einen beliebigen Bezugspunkt „0“.
  - Wirkt kein äußeres, resultierendes Moment  $\vec{M}_O$  auf die Drehmasse  $J_O$ , dann bleibt ihr Drehimpuls (Drall)  $\vec{L}$  nach Größe und Richtung im Raum konstant, denn es gilt:  $\vec{M}_a = 0$  und damit  $d\vec{L} = 0$ , woraus folgt  $\vec{L} = \text{const.}$
- Diese Aussage lässt sich ebenfalls auf ein System von mehreren, einzelnen Drehmassen erweitern.

### Rechnungen mit Impulssatz und Drehimpulssatz

Bei der Untersuchung der Bewegung von Körpern unter der Wirkung äußerer Kräfte und Momente sind folgende Betrachtungen hilfreich:

- Zur Berechnung ist es zweckmäßig
  - den Schwerpunkt als Bezugspunkt für die Impulsmomente auszuwählen und zusätzlich die Impulsänderung des Schwerpunkts anzugeben.
  - den Dreh- oder Momentanpol als Bezugspunkt der Bewegung auszuwählen. Bei geführter Bewegung genügt dabei die Angabe der Dralländerung des Körpers um den Drehpol.
- Sowohl Impuls als auch Drehimpuls sind gerichtete Größen. Bei der Untersuchung der Bewegung von Körpern ist die positive Bewegungsrichtung (Koordinaten) festzulegen. Ihre Vorzeichen und die Vorzeichen der wirkenden resultierenden, äußeren Kräfte und Momente sind zu beachten.
- Impuls- und Drehimpulssatz ergeben sich aus der Grundgleichung der Bewegung (Dynamisches Grundgesetz) durch Integration über die Zeit. Damit können alle Bewegungsvorgänge, die durch die Grundgleichung der Bewegung beschrieben werden können, auch mit Hilfe des Impuls- oder Drehimpulssatzes untersucht werden.
- Insbesondere bei so genannten Stoßvorgängen werden Impuls- und Drehimpulssatz betrachtet. Stoßvorgänge können nicht mit Hilfe der einfachen Grundgleichung der Bewegung erfasst werden, da im Allgemeinen keine Aussage über die Größe der wirkenden Stoßkraft und über die Stoßdauer gemacht werden kann.

### Stoßgesetze – Zentraler Kraftstoß

#### Definition Stoß und Kraftstoß

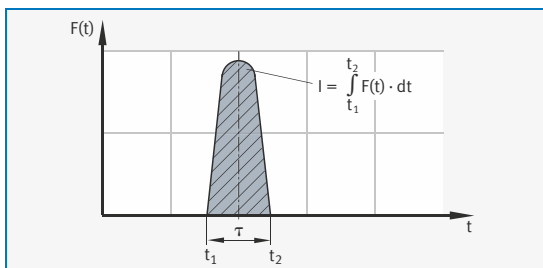
Von einem Stoß spricht man, wenn auf einen Körper der Masse  $m$  während eines sehr kleinen Zeitraums  $\tau$  (Stoßdauer) eine große Kraft  $F(t)$  derart ausgeübt wird, dass das Zeitintegral über die wirkende Kraft einen endlichen Wert annimmt.

Das Zeitintegral über die Kraft  $F(t)$  nennt man Betrag des Kraftstoßes  $I$ :

Gleichung 22

$$I = \int_{t_1}^{t_2} F(t) \cdot dt = \Delta p \quad \text{mit Stoßdauer} \quad \tau = t_2 - t_1$$

**Bild 1**  
Betrag des Kraftstoßes



Im Allgemeinen lässt sich der zeitliche Verlauf der wirkenden Kraft  $F(t)$  nicht getrennt von der Stoßdauer  $\tau$  ermitteln. Beschreiben lässt sich der Kraftstoß  $I$  über seine Wirkung, die **eine endliche Änderung der Geschwindigkeit** des Körpers verursacht. Das heißt es ändert sich der Impuls (Bewegungsgröße) des Körpers in Richtung der wirkenden Stoßkraft.

Nach dem Dynamischen Grundgesetz gilt:

**Gleichung 23**

$$F(t) = \frac{d(m \cdot v)}{dt}$$

Daraus folgt für das Zeitintegral über die wirkende Stoßkraft:

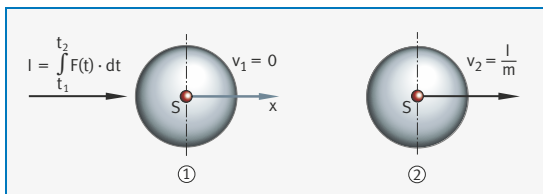
**Gleichung 24**

$$I = \int_{t_1}^{t_2} F(t) \cdot dt = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 = m \cdot \Delta v$$

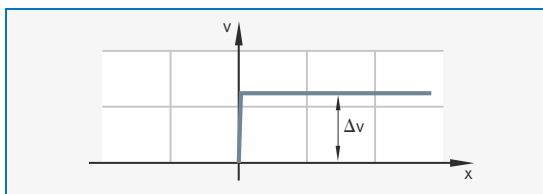
mit  $\Delta v$  = Geschwindigkeitsänderung des Körperschwerpunkts durch den Stoß.

**Bild 2**  
Kraftstoß

- ① Vor dem Stoß ( $t_1$ )
- ② Nach dem Stoß ( $t_2$ )



**Bild 3**  
Kraftstoß  
Geschwindigkeitsverlauf



Durch einen Kraftstoß wird also eine „plötzliche“ Geschwindigkeitsänderung des Körpers verursacht, was einer Impulsänderung entspricht (vergleiche Impulssatz). Diese Geschwindigkeitsänderung erfolgt in so kurzer Zeit, dass der Weg, den der Körper in dieser Zeit zurücklegt, vernachlässigbar klein beziehungsweise praktisch Null ist.

Der Einfluss anderer äußerer Kräfte (Gewichts-, Reibungskräfte etc.) ist während des Stoßvorgangs gegenüber der Größe der Stoßkraft ebenfalls vernachlässigbar.

Wirkt der Kraftstoß „normal“ am Körper und in Richtung des Schwerpunkts S und greifen keine weiteren äußeren Stöße (auch Reaktionsstöße) in Stoßrichtung an, so ergibt sich also in Stoßrichtung eine **plötzliche Änderung der Translationsgeschwindigkeit**.

### Stoßgesetze – Drehstoß

#### Ungeführte Bewegung

Wirkt der Kraftstoß **nicht** in Richtung des Schwerpunkts S des Körpers beziehungsweise hat die Wirkungslinie des Kraftstoßes einen Abstand a zum Schwerpunkt, dann bewirkt der Stoß neben der plötzlichen Änderung der Translationsgeschwindigkeit auch eine plötzliche Änderung der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ .

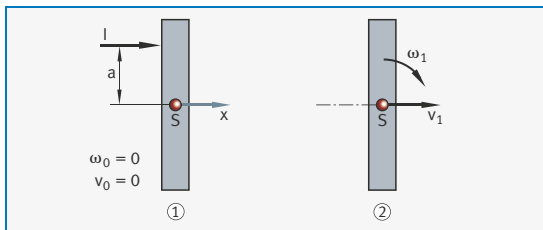
**Drehstoß** Damit ändert sich der Drehimpuls (Drall) des Körpers um den Schwerpunkt S. Diesen Kraftstoß nennt man **Drehstoß**:

Gleichung 25

$$H_S = a \cdot I$$

**Bild 4**  
Ungeführte Bewegungen

- ① Vor dem Stoß
- ② Nach dem Stoß



**Drehstoß bezüglich Schwerpunkt S**  
Gleichung 26

Über die Gleichung zum Kraftstoß:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} F(t) \cdot dt = m \cdot (v_1 - v_0) = m \cdot v_1$$

Gleichung 27

ergibt sich für den Drehstoß bezüglich des Schwerpunkts S:

$$H_S = a \cdot \int_{t_0}^{t_1} F(t) \cdot dt = a \cdot I = J_S \cdot (\omega_1 - \omega_0) = J_S \cdot \omega_1$$

**Drehstoß bezüglich Momentanpol MP**

Beschreibt man die Änderung des Drehimpulses um den Momentanpol MP als Drehstoß  $H_{MP} = l \cdot b$  ( $b =$  Abstand der Wirkungslinie des Kraftstoßes  $l$  vom Momentanpol), erhält man:

**Gleichung 28**

$$H_{MP} = b \cdot \int_{t_0}^{t_1} F(t) \cdot dt = b \cdot l = J_{MP} \cdot (\omega_1 - \omega_0) = J_{MP} \cdot \omega_1$$

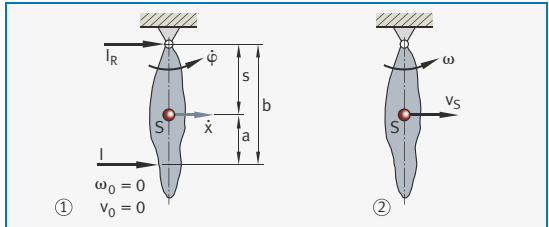
**Geführte Bewegung**

Bei einer geführten Bewegung lässt sich eine Beziehung zwischen der Schwerpunktschwindigkeit und der Winkelgeschwindigkeit des Körpers beschreiben:

**Bild 5**

Geführte Bewegungen

- ① Vor dem Stoß
- ② Nach dem Stoß



Wirken mehrere Kraftstöße (auch Reaktionsstöße) an einem Körper, dann gelten folgende Aussagen:

- Die Summe aller Kraftstöße ist gleich der Änderung des Impulses (Bewegungsgröße).
- Die Summe aller Drehstöße um den Schwerpunkt (Gesamtmoment der Stöße) ist gleich der Änderung des Drehimpulses (Dralls) um den Schwerpunkt.
- Das Gesamtmoment der Stöße um den Momentanpol (Drehpol) ist gleich der Änderung des Drehimpulses (Dralls) um den Momentanpol.

Daraus ergibt sich zum Beispiel für den Schwerpunkt S:

**Gleichung 29**

$$l + l_R = m \cdot v_S$$

$$l \cdot a - l_R \cdot (b - a) = J_S \cdot \omega \quad v_S = (b - a) \cdot \omega = s \cdot \omega$$

und für den Momentanpol MP:

**Gleichung 30**

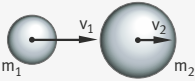
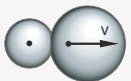
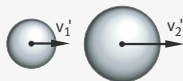
$$l \cdot b = J_{MP} \cdot \omega \quad v_S = s \cdot \omega$$

Nach Festlegung der positiven Geschwindigkeitsrichtungen sind die Vorzeichen der Kraft- und Drehstöße zu beachten.

**Stoßgesetze für den festen Körper**

**Gerader, zentraler Stoß**

Beim geraden, zentralen Stoß liegen die Stoßnormale und die Geschwindigkeitsvektoren in der Verbindungslinie der beiden Körperschwerpunkte.

Stoßperiode	Impulssatz $I =$	Energiesatz $E =$
positive Richtung →		
I. vor dem Stoß $v_1 > v_2$ 	$m_1 v_1 + m_2 v_2$	$\frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2$
II. Augenblick größter Verformung der Körper 	$(m_1 + m_2) v$	$\frac{(m_1 + m_2)}{2} v^2 + E_{p \max} + W_{R1, 2}$
III. nach dem Stoß $v_1' < v_2'$ 	$m_1 v_1' + m_2 v_2'$	$\frac{m_1}{2} (v_1')^2 + \frac{m_2}{2} (v_2')^2 + W_{R1, 2}$

**Newton'sche Stoßhypothese**  
Gleichung 31

Die Stoßhypothese lautet in diesem Zusammenhang:

$$e(v_1 - v_2) = v_2' - v_1'$$



**Beschreibung der Stoßperioden**

Stoßperiode I → II:

- Die Verformung der beiden Körper erfolgt so lange, bis ihre Schwerpunkte den geringsten Abstand voneinander erreichen. In diesem Augenblick sind die Geschwindigkeiten ihrer Schwerpunkte gleich.

Stoßperiode II → III:

- Sind die Körper vollkommen elastisch ( $e = 1$ ), wird die in den Körpern als elastische Verformungsenergie gespeicherte Energie wieder frei und in kinetische Energie umgewandelt.
- Sind die Körper vollkommen unelastisch ( $e = 0$ , vollkommen plastischer Stoß), wird die Verformung nicht wieder rückgängig gemacht. Sie tritt in den Körpern als Wärme auf und ist für den weiteren Bewegungsablauf verloren. Damit entfällt Stoßperiode II → III.
- Der unvollkommen elastische Stoß ( $0 < e < 1$ ) liegt zwischen den beiden Grenzfällen.

**Berechnung der Geschwindigkeiten**

Mit Hilfe des Erhaltungssatzes des Impulses<sup>1)</sup>, des Energieerhaltungssatzes<sup>1)</sup> und der Newton'schen Stoßhypothese<sup>1)</sup> kann man die Geschwindigkeiten der Körper nach dem Stoß und die auftretenden Verluste ermitteln.

Geschwindigkeit der Körper nach dem Stoß (III)	Potenzielle elastische Energie im Augenblick größter Verformung (II)	Energieverlust beim Stoß I → II bzw. II → III
<b>Vollkommen elastischer Stoß <math>e = 1</math></b>		
	$v_2' - v_1' = v_1 - v_2$	
$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$	$E_{p \max} = \frac{1}{2}(v_1 - v_2)^2 \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$	$W_{R1,2} = 0$
$v_2' = v_1' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$		
<b>Unvollkommen elastischer Stoß <math>0 &lt; e &lt; 1</math></b>		
	$v_2' - v_1' = e \cdot (v_1 - v_2)$	
$v_1' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_2(v_1 - v_2)e}{m_1 + m_2}$	$E_{p \max} = \frac{1}{2}e^2(v_1 - v_2)^2 \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$	$W_{R1,2} = \frac{1}{2}(1 - e^2)(v_1 - v_2)^2 \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$
$v_2' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_1(v_1 - v_2)e}{m_1 + m_2}$		
<b>Vollkommen plastischer Stoß <math>e = 0</math></b>		
	$v_1' = v_2' = v$	
$v_1' = v_2' = v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$	$E_{p \max} = 0$	$W_{R1,2} = \frac{1}{2}(v_1 - v_2)^2 \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

<sup>1)</sup> Beim Auswerten der Beziehungen sind die Vorzeichen von  $v$  und  $v'$  zu beachten.

**Schiefer, zentraler Stoß**

Beim schiefen, zentralen Stoß liegt die Stoßnormale in der Verbindungslinie der beiden Körperschwerpunkte, die Geschwindigkeitsvektoren jedoch nicht.

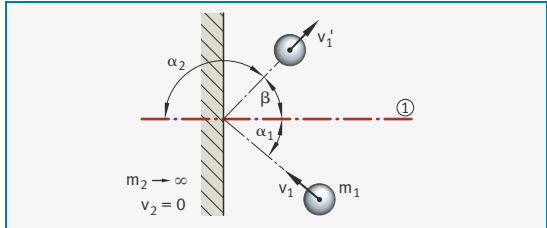
Treten in der Berührungsfläche der beiden Körper keine Reibungskräfte auf, dann entsteht tangential zur Berührungsfläche keine Geschwindigkeitsänderung der Körper. In diesem Fall können die Beziehungen für den geraden, zentralen Stoß verwendet werden, indem man die Komponenten der Geschwindigkeiten in Richtung der Stoßnormalen bestimmt.

Beispiel-System: **Schiefer, zentraler Stoß einer Kugel auf eine Wand**

**Bild 6**

Schiefer, zentraler Stoß

① Stoßnormale



Es gilt senkrecht zur Stoßnormalen:

**Gleichung 32**

$$v_1 \cdot \sin \alpha_1 = v_1' \cdot \sin \alpha_2 = v_1' \cdot \sin \beta$$

Es gilt in Richtung der Stoßnormalen:

**Gleichung 33**

$$v_1' \cdot \cos \alpha_2 = -e \cdot v_1 \cdot \cos \alpha_1 = e \cdot v_1 \cdot \cos \beta$$

Daraus folgt:

**Gleichung 34**

$$\tan \alpha_2 = -\frac{\tan \alpha_1}{e} = -\tan \beta \quad v_1' = -e \frac{v_1 \cdot \cos \alpha_1}{\cos \alpha_2}$$

**Gerader, exzentrischer Stoß**

Beim geraden, exzentrischen Stoß liegen die Geschwindigkeitsvektoren in Richtung der Stoßnormalen, die Stoßnormale jedoch nicht in der Verbindungslinie der beiden Körperschwerpunkte.

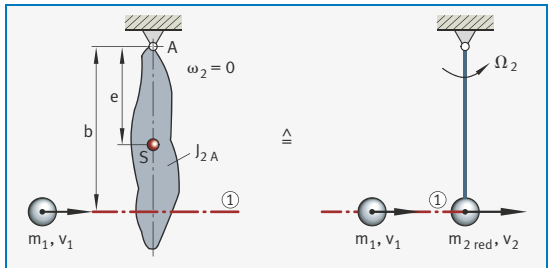
**Geführte Bewegung**

Ist einer der beiden Körper (oder beide) drehbar geführt, können die Beziehungen für den geraden, zentralen Stoß verwendet werden, indem man die Drehmasse der geführten Körper auf die Stoßstelle reduziert.

Beispiel-System: **Geführte Bewegung**

**Bild 7**  
Gerader, exzentrischer Stoß vor dem Stoß

① Stoßnormale



Es gilt:

**Gleichung 35**

$$m_{2 \text{ red}} = \frac{J_2 A}{b^2}$$

Daraus ergibt sich mit einem Stoßfaktor e:

**Gleichung 36**

$$v_1' = \frac{m_1 v_1 - m_{2 \text{ red}} \cdot v_1 \cdot e}{m_1 + m_{2 \text{ red}}} \quad v_2' = \frac{m_1 v_1 - m_1 v_1 \cdot e}{m_1 + m_{2 \text{ red}}}$$

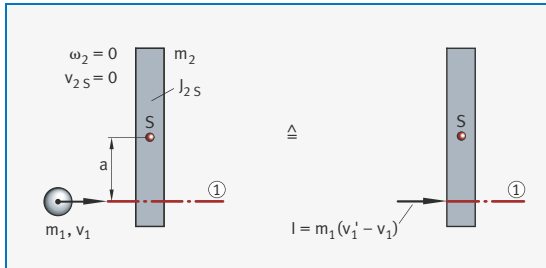
$$\Omega_2 = \frac{v_2'}{b}$$

**Ungeführte Bewegung** Ist keiner der beiden Körper geführt, erhält man aus den Stoßgesetzen (für den Kraft- beziehungsweise Drehstoß) und der Newton'schen Stoßhypothese für die Stoßstelle die Gleichungen zur Bestimmung der Geschwindigkeiten der Körper (Translations- und Winkelgeschwindigkeit) nach dem Stoß.

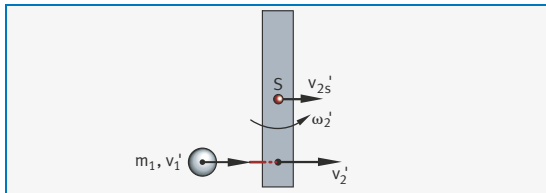
Beispiel-System: **Ungeführte Bewegung**

**Bild 8**  
Vor dem Stoß  
positive Richtung

① Stoßnormale



**Bild 9**  
Nach dem Stoß



Betrachtet man die Wirkung des Kraftstoßes  $I$ , der zwischen beiden Körpern auftritt, für jeden Körper getrennt, erhält man mit:

**Gleichung 37**

$$I = \int F(t) \cdot dt$$

**Gleichung 38**

den Kraftstoß von Körper 2 (Masse  $m_2$ ) auf Körper 1 (Masse  $m_1$ ):

$$\int F(t) \cdot dt = m_1(v_1' - v_1)$$

Aus Reaktionsgründen wirkt ein Kraftstoß mit dem gleichen Betrag auf den Körper 2 (Masse  $m_2$ ):

**Gleichung 39**

$$\int F(t) \cdot dt = m_2 (v_{2S}' - v_{2S}) \quad v_{2S} = 0$$

Zusätzlich wirkt ein Drehstoß um den Schwerpunkt des Körpers 2 (Masse  $m_2$ ):

**Gleichung 40**

$$a \cdot \int F(t) \cdot dt = J_{2S} (\omega_2' - \omega_2) \quad \omega_2 = 0$$

Schließlich erhält man mit der Newton'schen Stoßhypothese für die Stoßstelle:

**Gleichung 41**

$$e = \frac{v_{2S}' - v_1'}{v_1 - v_2} = \frac{(v_{2S}' + \omega_2' \cdot a) - v_1'}{v_1} \quad v_2 = 0$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich die Geschwindigkeiten  $v_1'$  und  $v_{2S}'$  und  $\omega_2'$  nach dem Stoß bestimmen.

**Schiefer, exzentrischer Stoß**

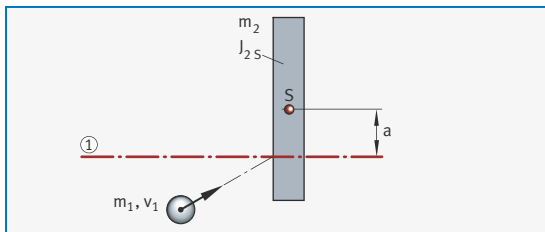
Beim schiefen, exzentrischen Stoß fallen weder die Stoßnormale noch die Verbindungslinie der beiden Körperschwerpunkte oder die Geschwindigkeitsvektoren zusammen.

Treten in der Berührungsfläche der beiden Körper keine Reibungskräfte auf, entsteht quer zur Stoßnormalen keine Geschwindigkeitsänderung der Körper. In diesem Fall können die Beziehungen für den geraden, exzentrischen Stoß verwendet werden, indem man die Komponenten der Geschwindigkeiten in Richtung der Stoßnormalen bestimmt.

Beispiel-System: **Schiefer, exzentrischer Stoß**

**Bild 10**  
Schiefer, exzentrischer Stoß

① Stoßnormale



## Mechanische Schwingungen und Akustik

### Mechanische Schwingungen – Allgemeine Definitionen

#### Beschreibung von Schwingungsvorgängen

Bei einem Schwingungsvorgang wird die vorhandene Energie in bestimmten Zeitabschnitten von einer Energieform in eine andere umgewandelt und periodisch ganz oder teilweise wieder in die erste Energieform zurückgewandelt.

Innerhalb eines mechanischen Translations- oder Drehschwingungssystems, bestehend aus einer Masse und einem potenziellen Energiespeicher, werden die vorhandene kinetische und potenzielle Energie ineinander umgewandelt.

#### Freie, ungedämpfte Schwingung

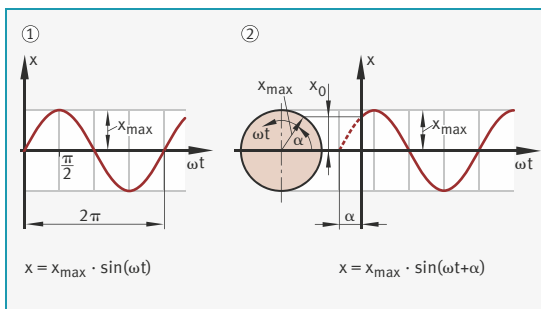
Eine freie, ungedämpfte Schwingung liegt dann vor, wenn dem Schwinger während der Schwingung weder Energie zugeführt noch entzogen wird. Damit bleibt der einmal erteilte Energiebetrag erhalten und es erfolgt eine periodische Energieumwandlung. Das System führt in diesem Fall stationäre Eigenschwingungen aus, deren Frequenz nur von den Eigenschaften des Systems (Masse und potenzieller Energiespeicher) abhängt. Schwingungen dieser Art werden auch **harmonische Schwingungen** genannt. Der zeitliche Schwingungsverlauf lässt sich durch die konstante **Schwingungsamplitude** und eine harmonische, mathematische Funktion (sin, cos) beschreiben, deren Argument die **Eigenfrequenz** des Systems enthält.

**Bild 1**

Freie, ungedämpfte Schwingung

$x_{\max}$  = Amplitude  
 $2\pi$  = Periode

- ① Ohne Phasenverschiebung
- ② Mit Phasenverschiebung  $\alpha$



- Gedämpfte Schwingung** Verliert der Schwinger in jeder Schwingungsperiode einen Anteil der im System vorhandenen Energie, so liegt eine gedämpfte Schwingung vor. Liegt eine lineare, geschwindigkeitsproportionale Dämpfung (Newton'sche Reibung) vor, nimmt die Schwingungsamplitude entsprechend einer geometrischen Reihe ab.
- Erzwungene Schwingung** Wird der Schwinger durch eine äußere, periodisch wirkende Kraft  $F(t)$  beziehungsweise ein Moment  $M(t)$  erregt, treten erzwungene Schwingungen auf. Durch die Erregerkraft kann dem Schwinger Energie zugeführt oder entzogen werden. Nach einer Einschwingphase schwingt das System nicht mehr mit seiner Eigenfrequenz, sondern mit der Frequenz der von außen wirkenden Erregerkraft.
- Resonanz** Entspricht bei einer erzwungenen Schwingung die Frequenz der von außen auf das System wirkenden Erregung der Eigenfrequenz, tritt Resonanz auf. Bei ungedämpften Systemen nehmen im Resonanzfall die Schwingungsamplituden den Wert „unendlich“ an. Die Schwingungsamplituden, in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz betrachtet, werden von der Resonanzstelle (Eigenfrequenz = Erregerfrequenz) in **unterkritische** und **überkritische** Schwingungsgebiete unterteilt.
- Gekoppelte Schwingungen** Werden zwei Schwingungssysteme durch Masse oder Elastizität miteinander gekoppelt, so findet ein periodischer Energieaustausch zwischen den Systemen statt (Mehrmassenschwinger).
- Mathematische Beschreibung von Schwingungen** In der Regel lassen sich mechanische Schwingungsvorgänge je nach Anfangsbedingungen durch Sinus- oder Cosinus-Funktionen beziehungsweise deren Überlagerung beschreiben. Bei der Analyse von Schwingungsvorgängen kann häufig eine Fourier-Analyse behilflich sein, da sich jede Funktion, die stückweise monoton und stetig ist, als Summe von sinus- und cosinusförmigen Grund- und Oberschwingungen darstellen lässt.

**Größen und Einheiten** Einige wichtige Größen und Einheiten für mechanische Schwingungen werden folgendermaßen beschrieben:

Bezeichnung	Größe	Einheit	Erläuterung
Masse	$m$	kg	translatorisch schwingende Masse
Massenträgheitsmoment	$J$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	dreh-schwingende Masse mit dem Trägheitsmoment $J$
Augenblickswert der Schwingung	$x$ $\varphi$	m rad <sup>1)</sup>	momentaner, zeitabhängiger Wert des Schwingungsaus-schlags
Amplitude	$x_{\max}, \hat{x}$ $\varphi_{\max}, \hat{\varphi}$	m rad	maximaler Augenblickswert (Scheitelwert) einer Schwingung
Schwinggeschwindigkeit (Schnelle)	$\dot{x}$ $\dot{\varphi}$	m/s rad/s	Augenblickswert der Wechselgeschwindigkeit in Schwingungsrichtung
Trägheitskraft	$m \cdot \ddot{x}$	N	die d'Alembert'sche Trägheitskraft beziehungsweise das Moment der Trägheitskräfte wirkt entgegen der positiven Beschleunigung
Moment der Trägheitskräfte	$J \cdot \ddot{\varphi}$	$\text{N} \cdot \text{m}$	
Federkonstante	$c$	$\text{N}/\text{m}$	lineare Federn (Federn mit linearer Kennlinie)
Federkraft	$c \cdot x$	N	bei Federn mit linearer Kennlinie ist die Federrückwirkung proportional zur Auslenkung
Drehfederkonstante	$c_T$	$\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad}$	Drehfedern
Federmoment	$c_T \cdot \varphi$	$\text{N} \cdot \text{m}$	bei linearen Drehfedern ist die Federrückwirkung proportional zur Verdrehung
Dämpfungs-konstante (Dämpfungs-koeffizient)	$b$	$\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}$	bei Newton'scher Reibung ist die Dämpfungskraft proportional zur Geschwindigkeit und zu den Dämpfungskonstanten (lineare Dämpfung)
Dämpfungs-konstante für Drehbewegungen	$b$	$\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}/\text{rad}$	
Dämpfungs-faktor (Abklingkoeffizient)	$\delta = b/(2 \cdot m)$ $\delta = b/(2 \cdot J)$	1/s 1/s	auf die doppelte Masse bezogene Dämpfungskonstante
Dämpfungs-grad	$D = \delta/\omega_0$	–	$D < 1$ : gedämpfte Schwingung, $D \geq 1$ : aperiodischer Fall
Dämpfungs-verhältnis	$\hat{x}_n/\hat{x}_{n+1}$ $\hat{\varphi}_n/\hat{\varphi}_{n+1}$	– –	Verhältnis zweier um eine Periode auseinander liegender Amplituden
Logarithmisches Dämpfungs-dekrement	$\Lambda = \frac{2 \cdot \pi \cdot D}{\sqrt{1-D^2}}$	–	$\Lambda = \ln(\hat{x}_n/\hat{x}_{n+1})$ $\Lambda = \ln(\hat{\varphi}_n/\hat{\varphi}_{n+1})$
Zeit	$t$	s	laufende Zeitkoordinate

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 151.

<sup>1)</sup> Die Einheit rad kann beim Rechnen durch „1“ ersetzt werden.



Fortsetzung der Tabelle Größen und Einheiten von Seite 150.

Bezeichnung	Größe	Einheit	Erläuterung
Phasenwinkel	$\alpha$	rad	charakterisiert die Schwingungsphase, das heißt in welchem Schwingungszustand sich das System befindet
Phasenverschiebungswinkel	$\epsilon = \alpha_1 - \alpha_2$	rad	Differenz der Phasenwinkel zweier Schwingungsvorgänge mit gleicher Kreisfrequenz; bei positivem Wert handelt es sich um einen Voreilwinkel
Periodendauer	$T = 2 \cdot \pi / \omega_0$	s	Zeit, in der eine einzelne Schwingung abläuft
Kennfrequenz der Eigenschwingung	$f_0 = 1/T$	Hz	reziproker Wert der Periodendauer
Kennkreisfrequenz der Eigenschwingung	$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$	1/s	Zahl der Schwingungen in $2 \cdot \pi$ Sekunden
Eigenkreisfrequenz (Eigenfrequenz)	$\omega_0 = \sqrt{c/m}$	1/s	Schwingfrequenz der Eigenschwingung des Systems (ungedämpft)
	$\omega_0 = \sqrt{c_T/l}$	1/s	
Eigenkreisfrequenz bei Dämpfung	$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$	1/s	bei sehr kleinem Dämpfungsgrad $D \ll 1$ wird $\omega_d = \omega_0$
Erregerfrequenz	$\Omega$	1/s	Kreisfrequenz der Erregung
Kreisfrequenzverhältnis	$\eta = \Omega/\omega_0$	–	Resonanz liegt bei $\eta = 1$ vor

### Freie, ungedämpfte Schwingung

#### Beschreibung Energieansatz

Im Allgemeinen erfolgt bei freien, ungedämpften mechanischen Schwingungen ein periodischer Austausch zwischen einer **potenziellen** und einer **kinetischen Energie**.

Die potenzielle Energie tritt hier auf als:

- Energie der Lage der schwingenden Masse in einem Schwerfeld (Erdschwerfeld, Zentrifugalfeld etc.)
- Elastische Verformungsenergie (elastische Formänderungsenergie einer Feder, eines Trägers oder eines Stabwerkes etc.)
- Oder beiden

Die kinetische Energie tritt hier auf als:

- Energie der Bewegung der schwingenden Masse

### Bewegungsgleichung, Aufstellung und Lösung

Das einfachste mechanische Schwingungssystem, auf das sich eine Reihe von Schwingungsgebilden zurückführen lässt, ist die **lineare Federschwingung**. Der Schwinger besteht aus einem theoretisch masselosen, elastischen Glied (hier aus einer Feder mit linearer Federkennlinie) und einer Punktmasse.

Zur Aufstellung und Lösung der Bewegungsgleichung für diese freie, ungedämpfte Schwingung betrachtet man die einzelnen Kräfte:

- Translationskräfte
- Trägheitskräfte
- Rückstellkräfte

### Translationskräfte

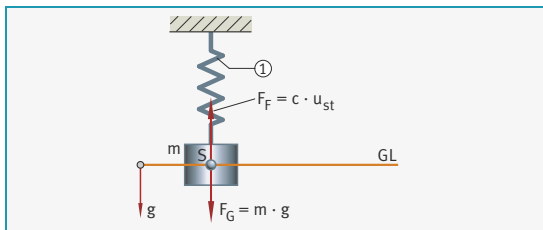
Im Ruhezustand befinden sich die Gewichtskraft  $F_G$  der Masse  $m$  und die Federkraft  $F_F$  im Gleichgewicht.

**Bild 2**

Lineare Federschwingung:  
Translationskräfte

GL = Statische  
Gleichgewichtslage

① Masselose Feder



Im Gleichgewicht der beiden translatorischen Kräfte gilt:

**Gleichung 1**

$$F_G = m \cdot g$$

$$F_F = c \cdot u_{st}$$

Gleichgewicht:

$$F_G = F_F$$

Die Feder wird dabei um den Betrag  $u_{st}$  gegenüber ihrer ungespannten Länge ausgelenkt:

**Gleichung 2**

$$u_{st} = \frac{m \cdot g}{c}$$

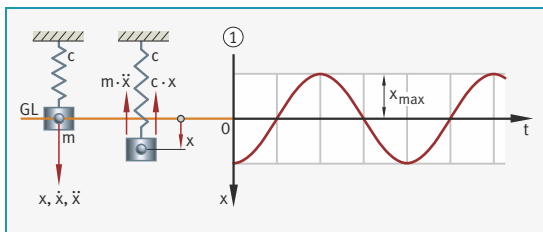
Diese Lage heißt **Ruhelage** oder **statische Gleichgewichtslage**.

Wird die Masse aus der statischen Gleichgewichtslage in vertikaler Richtung ausgelenkt und dann losgelassen, führt sie freie, periodische Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage aus.

**Bild 3**  
Lineare Federschwingung:  
Bewegungsablauf

GL = Statische  
Gleichgewichtslage

① Zeitlicher  
Bewegungsablauf



Der Bewegungsablauf wird durch die Bewegungsgleichung beschrieben. Um diese zu erhalten, wird ein Kräfteansatz nach dem d'Alembert'schen Prinzip gemacht:

- In Bewegungsrichtung die positiven Koordinatenrichtungen für  $x$ ,  $\dot{x}$  und  $\ddot{x}$  antragen, ausgehend vom Schwerpunkt der Masse in der statischen Gleichgewichtslage.
- Danach Kräfte antragen, die im Schwerpunkt der Masse in Bewegungsrichtung angreifen, wenn man sich diese bei der Schwingung in positiver Koordinatenrichtung ausgelenkt denkt.

## Trägheitskräfte

Die Trägheitskräfte betrachtet man mit folgendem Ansatz:

- Kräfteansatz nach d'Alembert: Kinetische Reaktion **entgegen der positiven Richtung der Beschleunigung  $\ddot{x}$**  antragen.
- Findet der Schwingungsvorgang in einem **beschleunigten Bezugssystem** statt (beschleunigter Fahrstuhl, beschleunigtes Fahrzeug oder rotierendes System etc.), greift eine zusätzlich auftretende Systemkraft (kinetische Reaktion, Zentrifugalkraft, Corioliskraft) an der Masse an.

Diese **zusätzlich auftretende Systemkraft wird entgegen der als positiv festgesetzten Richtung der Systembeschleunigung  $\ddot{u}$**  angetragen. Dabei sind  $u$ ,  $\dot{u}$ ,  $\ddot{u}$  die Bewegungskordinaten des beschleunigten Bezugssystems.

Dadurch kann einerseits eine Änderung der statischen Gleichgewichtslage gegenüber der im unbeschleunigten Bezugssystem auftreten oder eine Änderung der Frequenz der Schwingung bewirkt werden.

### Rückstellkräfte

Die Rückstellkräfte betrachtet man mit dem Ansatz:

- **Federkraft** infolge der Auslenkung der Masse aus der statischen Gleichgewichtslage **entgegen der positiven Auslenkungsrichtung antragen**.
- **Gewichtskraft und statische Federkraft:**
  - Erfolgt in einem Schwingungssystem immer nur ein periodischer Austausch zwischen einer potenziellen elastischen und einer kinetischen Energie unter der Wirkung eines konstanten Schwerfeldes, dann heben sich die Gewichtskraft  $F_G$  (der Masse  $m$ ) und die Federkraft  $F_F$  (infolge der statischen Auslenkung) in jedem Augenblick der Bewegung auf, wenn die Bewegungsgleichung für die Schwingung um die statische Gleichgewichtslage aufgestellt wird. **In diesem Fall werden Gewichtskraft und Federkraft gar nicht erst in Ansatz gebracht.**
  - Erfolgt während der Schwingung ein Austausch zwischen einer potenziellen Energie der Lage und einer kinetischen Energie, so ist die **Gewichtskraft  $F_G$**  (der Masse  $m$ ) in Ansatz zu bringen.

### Bewegungsgleichung

Für das Kräftegleichgewicht in Bewegungsrichtung ergibt sich für den dargestellten Schwinger folgende Gleichgewichtsbeziehung:

Gleichung 3

$$\sum F_x = -m \cdot \ddot{x} - c \cdot x = 0$$

Dabei werden die auftretenden Kräfte in der Reihenfolge der Ableitungen von  $x$ , bei der Kraft mit der höchsten Ableitung beginnend, unter Beachtung ihrer Richtung geschrieben.

Dividiert man diese Gleichung durch den Faktor der höchsten Ableitung, ergibt sich die **homogene Differenzialgleichung** als Bewegungsgleichung für die freie, ungedämpfte Schwingung der Masse  $m$ :

Gleichung 4

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \cdot x = 0$$

Diese Form der Gleichung wird im Folgenden als **Normalform** bezeichnet. Sie ist in ihrem mathematischen Aufbau typisch für alle freien, ungedämpften und linearen Schwingungen.

Damit ist das rein mechanische Problem der Aufstellung der Bewegungsgleichung gelöst. Die Lösung der Bewegungsgleichung ist nun eine mathematische Aufgabe.

**Allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung** Die **Beschleunigung** des Bewegungsvorganges ist eine **Funktion des Wegs**. Dadurch ist eine Lösung dieser Gleichung durch zweifache zeitliche Integration nicht ohne Weiteres möglich.

Für die vorliegende Form der d'Alembert'schen Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten lautet der allgemeine Lösungsansatz:

**Gleichung 5**

$$x = C \cdot e^{s \cdot t}$$

Geht man mit diesem Lösungsansatz in die Normalform der Differentialgleichung, so erhält man:

**Gleichung 6**

$$C \cdot s^2 \cdot e^{s \cdot t} + \frac{c}{m} \cdot C \cdot e^{s \cdot t} = 0$$

$$s^2 + \frac{c}{m} = 0$$

$$s_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{m}} = \pm i \sqrt{c/m}$$

Daraus ergibt sich die allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung:

**Gleichung 7**

$$x = C_1 e^{+i \sqrt{c/m} \cdot t} + C_2 e^{-i \sqrt{c/m} \cdot t}$$

Mit Hilfe der Euler'schen Formel  $e^{\pm i \varphi} = \cos \varphi \pm i \cdot \sin \varphi$  lässt sich dafür auch schreiben:

**Gleichung 8**

$$x = C_1 \left( \cos \sqrt{c/m} \cdot t + i \cdot \sin \sqrt{c/m} \cdot t \right)$$

$$+ C_2 \left( \cos \sqrt{c/m} \cdot t - i \cdot \sin \sqrt{c/m} \cdot t \right)$$

$$x = (C_1 + C_2) \cos \sqrt{c/m} \cdot t + i \cdot (C_1 - C_2) \sin \sqrt{c/m} \cdot t$$

Diese Beziehung ergibt als Lösung nur dann einen reellen Wert für die Bewegungskordinate  $x$ , wenn die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  konjugiert komplex sind, und zwar von der Form:

**Gleichung 9**

$$C_{1,2} = K_1 \pm i \cdot K_2$$

Damit stellt die allgemeine Lösung eine harmonische Schwingung dar:

**Gleichung 10**

$$x = 2K_1 \cos \sqrt{c/m} \cdot t - 2K_2 \sin \sqrt{c/m} \cdot t$$

$$\text{mit } \omega_0 = \sqrt{c/m} \quad \omega_0^2 = c/m$$

$\omega_0$  nennt man **Eigenkreisfrequenz** des Schwingungsvorgangs. Das Quadrat der Eigenkreisfrequenz wird in der Normalform der Differenzialgleichung immer durch den Faktor der linearen Bewegungskordinate  $x$  dargestellt.

Auf Basis dieser Überlegungen ist bei der **freien, ungedämpften Schwingung** immer folgende **allgemeine Lösung der Differenzialgleichung** zu erwarten:

**Gleichung 11**

$$x = A \sin \omega_0 t + B \cos \omega_0 t \quad \text{mit } \omega_0 = \sqrt{c/m}$$

**Betrachtung der Anfangsbedingungen**

Die beiden freien Konstanten  $A$  und  $B$  der allgemeinen Lösung werden durch die **Anfangsbedingungen** des Schwingungsvorgangs festgelegt, die normalerweise vorgegeben werden.

Zu den unterschiedlichen Anfangsbedingungen ergeben sich die entsprechenden Lösungen, indem man die Bedingungen in die allgemeine Lösung einsetzt:

Anfangsbedingungen	Lösung
$t = 0 \quad x = 0 \quad \dot{x} = \dot{x}_{\max}$	$x = \frac{\dot{x}_{\max}}{\omega_0} \cdot \sin \omega_0 t$
$t = 0 \quad x = x_{\max} \quad \dot{x} = 0$	$x = x_{\max} \cdot \cos \omega_0 t$
$t = 0 \quad \dot{x} = 0 \quad \ddot{x} =  \ddot{x}_{\max} $	$x = \frac{ \ddot{x}_{\max} }{\omega_0^2} \cdot \cos \omega_0 t$
$t = 0 \quad x = x_0 \quad \dot{x} = \dot{x}_0$	$x = \frac{\dot{x}_0}{\omega_0} \cdot \sin \omega_0 t + x_0 \cdot \cos \omega_0 t$

Aus dem Vergleich der maximalen Schwingungsausschläge  $x_{\max}$  (Amplituden) ergeben sich zwei wichtige Beziehungen zwischen der Eigenkreisfrequenz des Schwingungsgebildes, der Schwingungsamplitude, der maximalen Geschwindigkeit und der maximalen Beschleunigung:

**Gleichung 12**

$$\dot{x}_{\max} = \omega_0 \cdot x_{\max}$$

$$|\ddot{x}_{\max}| = \omega_0^2 \cdot |x_{\max}|$$

Die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung kann daher mit Hilfe der Amplituden in folgender Form dargestellt werden:

**Gleichung 13**

$$x = x_{\max} \cdot \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

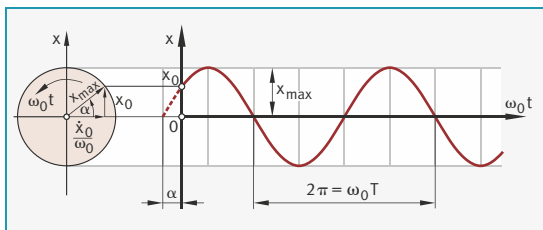
Hier ist  $\alpha$  der Phasenwinkel (Voreilwinkel) gegenüber einer Schwingung  $x = x_{\max} \cdot \sin(\omega_0 t)$  und  $x_{\max}$  die Amplitude des Schwingungsvorgangs. Phasenwinkel und Amplitude sind durch die Anfangsbedingungen bestimmt.

Es ergibt sich:

Anfangsbedingung	Lösung
$t = 0 \quad x = x_0 \quad \dot{x} = \dot{x}_0$	$x_{\max} = \sqrt{x_0^2 + \frac{\dot{x}_0^2}{\omega_0^2}}$ $\tan \alpha = \frac{x_0}{\dot{x}_0 / \omega_0}$

**Bild 4**  
Freie, ungedämpfte  
Schwingung:  
Bewegungsablauf

$2\pi = \text{Periode}$



**Betrachtung  
von überlagerten  
Schwingungen**

Die vorangegangene Darstellungsweise der Bewegungsgleichung ist besonders hilfreich bei der Betrachtung einer Überlagerung von mehreren, gleichzeitigen Schwingungen mit gleicher Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  und verschiedenen Phasenwinkeln  $\alpha$ .

Zwei Schwingungen mit den Phasenwinkeln  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  weisen einen Phasenverschiebungswinkel  $\epsilon$  gegeneinander auf:

**Gleichung 14**

$$\epsilon = \alpha_1 - \alpha_2$$

Zwischen der Eigenkreisfrequenz, der Frequenz und der Periodendauer einer Schwingung bestehen folgende Beziehungen:

**Gleichung 15**

$$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$\omega_0$  = Eigenkreisfrequenz  
(Schwingung in  $2\pi$  Sekunden)

$f_0$  = Frequenz  
(Anzahl Schwingungen pro Sekunde)

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} = \frac{1}{f_0}$$

$T$  = Schwingungsdauer  
für 1 Periode

Bei einer Umlaufbewegung besteht zwischen Frequenz und Drehzahl der Zusammenhang:

**Gleichung 16**

$$f = \frac{n}{60} \quad \text{in Hz (n in min}^{-1}\text{)}$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot n}{30} \quad \text{in s}^{-1} \text{ (n in min}^{-1}\text{)}$$

### Rückführung auf lineare Federschwingung

Eine Reihe von freien, ungedämpften Schwingungsgebilden, bei denen ein Austausch zwischen einer elastischen und einer kinetischen Energie erfolgt, lässt sich auf die Grundform des freien, ungedämpften Schwingers zurückführen.

Die Federkonstante  $c$  der Elastizität an der Stelle und in Schwingungsrichtung der Masse lässt sich ermitteln aus der Bedingung:

**Gleichung 17**

$$c = \frac{F}{u}$$

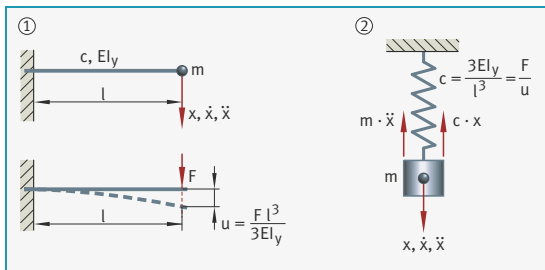
$F$  = Kraft an der Elastizität  
in Schwingungsrichtung der Masse

$u$  = Auslenkung an der Kraftangriffsstelle  
in Richtung der Kraft  $F$

**Bild 5**  
Freie, ungedämpfte Schwingung und Übertragung auf lineare Federschwingung

$c$  = Federkonstante  
 $E_y$  = Biegesteifigkeit

- ① Schwinger  
② Schwingerersatzsystem

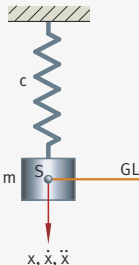
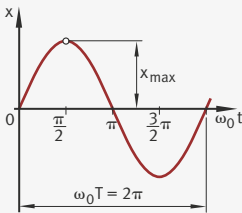
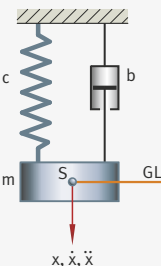
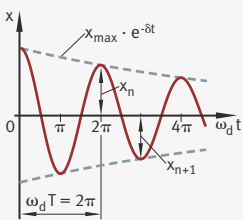




## Übersicht Bewegungsgleichungen und Vergrößerungsfunktion

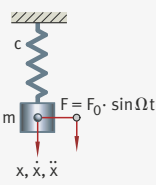
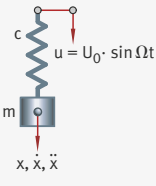
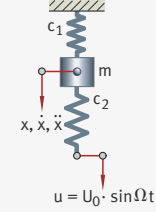
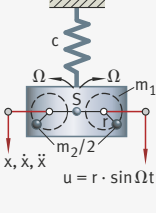
 Freie, ungedämpfte  
und gedämpfte  
Schwingung

Die folgende Tabelle zeigt die Bedingungen und Beziehungen zur Lösung der Bewegungsgleichungen für freie, ungedämpfte und gedämpfte Schwingungen:

Schwingerschema	Differenzialgleichung und Lösung	Zeitlicher Schwingungsverlauf
 <p>GL = statische Gleichgewichtslage</p>	<p><b>Ansatz:</b>  <math>-m \cdot \ddot{x} - c \cdot x = 0</math></p> <p><b>Differenzialgleichung:</b>                  (Normalform der homogenen Dgl. 2. Ordnung):  <math>\ddot{x} + \frac{c}{m} \cdot x = 0</math></p> <p><b>Anfangsbedingungen:</b>  <math>t = 0; x = 0; \dot{x} = \dot{x}_{\max}</math></p> <p><b>Lösung:</b>  <math>x = x_{\max} \cdot \sin \omega_0 t</math>                  mit Eigenkreisfrequenz:  <math>\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}</math></p>	 <p><b>Periodendauer einer Schwingung:</b>  <math>T = 2 \pi / \omega_0</math></p> <p><b>Schwingungsfrequenz:</b>  <math>f = 1/T = \omega_0 / 2 \pi</math></p>
 <p>GL = statische Gleichgewichtslage                  b = Dämpfungskonstante</p>	<p><b>Ansatz:</b>  <math>-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot x = 0</math></p> <p><b>Differenzialgleichung:</b>                  (Normalform der homogenen Dgl. 2. Ordnung):  <math>\ddot{x} + \frac{b}{m} \cdot \dot{x} + \frac{c}{m} \cdot x = 0</math></p> <p><b>Anfangsbedingungen:</b>  <math>t = 0; x = x_0; \dot{x} = 0</math></p> <p><b>Vereinfachte Lösung:</b>  <math>x = e^{-\delta t} \cdot x_{\max} \cdot \cos \omega_d t</math>                  mit Dämpfungsfaktor:  <math>\delta = b / (2 m)</math>                  mit Eigenkreisfrequenz:  <math>\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}</math></p>	<p><b>gedämpfte Schwingung:</b>  <math>b &lt; 2\sqrt{c \cdot m}</math></p>  <p><b>Periodendauer einer Schwingung:</b>  <math>T = 2 \pi / \omega_d</math></p> <p><b>Amplitudenverhältnis für T/2:</b>  <math>x_n / x_{n+1} = e^{-\delta (T/2)}</math></p>

**Fremderregte,  
ungedämpfte  
Schwingung**

Die folgende Tabelle zeigt die Bedingungen und Beziehungen zur Lösung der Bewegungsgleichungen für fremderregte (erzwungene), ungedämpfte Schwingungen. Die Lösungen gelten für den eingeschwungenen Zustand.

Schwingerschema	Differenzialgleichung	Lösung und Amplitude (inhomogen)	Phasenwinkel
Erregerfunktion: $\alpha = \alpha_0 \cdot \sin \Omega t$ 	<b>Ansatz:</b> $-m \cdot \ddot{x} - c \cdot x + F(t) = 0$ <b>Differenzialgleichung:</b> $m \cdot \ddot{x} + c \cdot x = F_0 \sin \Omega t$	<b>Lösung:</b> $x = \frac{F_0}{c - m \Omega^2} \sin(\Omega t + \alpha)$ <b>Amplitude:</b> $x_{\max} = \frac{F_0}{c} \cdot \left  \frac{1}{1 - \eta^2} \right  = \frac{F_0}{c} \cdot V_{03}$	unterkritischer Bereich $\eta = \frac{\Omega}{\omega_0} < 1$ $\alpha = -\epsilon$ $\epsilon = 0^\circ$
	<b>Ansatz:</b> $-m \cdot \ddot{x} - c \cdot x + c \cdot u = 0$ <b>Differenzialgleichung:</b> $m \cdot \ddot{x} + c \cdot x = c \cdot U_0 \sin \Omega t$	<b>Lösung:</b> $x = \frac{c \cdot U_0}{c - m \Omega^2} \sin(\Omega t + \alpha)$ <b>Amplitude:</b> $x_{\max} = U_0 \left  \frac{1}{1 - \eta^2} \right  = U_0 \cdot V_{03}$	$\alpha = -\epsilon$ $\epsilon = 0^\circ$
	<b>Ansatz:</b> $-m \cdot \ddot{x} - c_1 \cdot x - c_2 \cdot x + c_2 \cdot u = 0$ <b>Differenzialgleichung:</b> $m \cdot \ddot{x} + (c_1 + c_2) \cdot x = c_2 \cdot U_0 \cdot \sin \Omega t$	<b>Lösung:</b> $x = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2 - m \Omega^2} \sin(\Omega t + \alpha)$ <b>Amplitude:</b> $x_{\max} = \frac{c_2 \cdot U_0}{(c_1 + c_2)} \cdot \left  \frac{1}{1 - \eta^2} \right  = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2} \cdot V_{03}$	überkritischer Bereich $\eta = \frac{\Omega}{\omega_0} > 1$ $\alpha = -\epsilon$ $\epsilon = 180^\circ$
	<b>Ansatz:</b> $-(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} - c \cdot x - m_2 \cdot \ddot{u} = 0$ <b>Differenzialgleichung:</b> $(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} + c \cdot x = m_2 \cdot r \cdot \Omega^2 \cdot \sin \Omega t$	<b>Lösung:</b> $x = \frac{m_2 \cdot r \cdot \Omega^2}{c - (m_1 + m_2) \Omega^2} \sin(\Omega t + \alpha)$ <b>Amplitude:</b> $x_{\max} = \frac{m_2 \cdot r}{m_1 + m_2} \cdot \left  \frac{\eta^2}{1 - \eta^2} \right  = \frac{m_2 \cdot r}{m_1 + m_2} \cdot V_{01}$	$\epsilon = 180^\circ$

**Vergrößerungs-  
funktion**

Die Erregung der ungedämpften Schwingungen kann auf verschiedene Arten erfolgen:

- Periodische Kraft- oder Federkrafteerregung

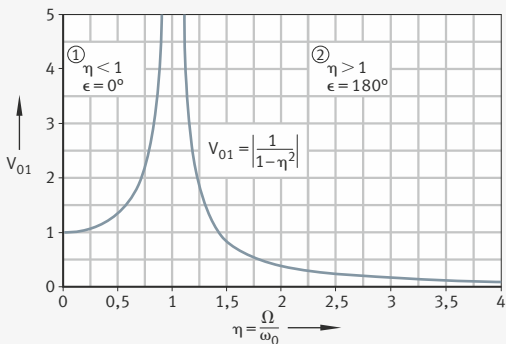
**Bild 6**

Periodische Kraft- oder Federkrafteerregung

$\eta$  = Kreisfrequenzverhältnis

$V_{01}$  = Vergrößerungsfunktion

- ① Unterkritischer Bereich
- ② Überkritischer Bereich



■ Periodische Massenkrafteerregung

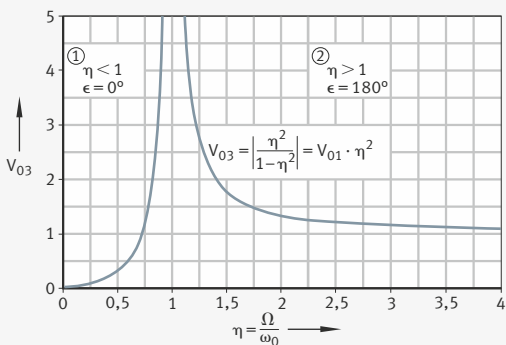
**Bild 7**

Periodische Massenkrafteerregung

$\eta$  = Kreisfrequenzverhältnis

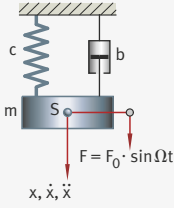
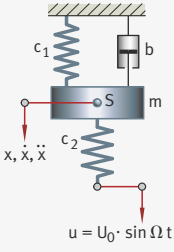
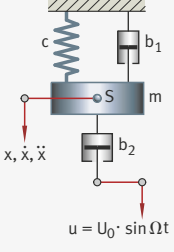
$V_{03}$  = Vergrößerungsfunktion

- ① Unterkritischer Bereich
- ② Überkritischer Bereich



### Fremderregte, gedämpfte Schwingung

Die folgende Tabelle zeigt die Bedingungen und Beziehungen zur Lösung der Bewegungsgleichungen für fremderregte (erzwungene), gedämpfte Schwingungen. Die Lösungen gelten für den eingeschwungenen Zustand.

Schwingerschema	Differenzialgleichung und Amplitude	Phasenwinkel
<b>Erregerfunktion: <math>\alpha = \alpha_0 \cdot \sin \Omega t</math>      Lösungsfunktion: <math>x = x_{\max} \cdot \sin(\Omega t + \alpha)</math></b>		
 <p style="text-align: center;"><math>F = F_0 \cdot \sin \Omega t</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x, \dot{x}, \ddot{x}</math></p>	<p><b>Ansatz:</b></p> $-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot x + F(t) = 0$ <p><b>Differenzialgleichung:</b></p> $m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = F_0 \cdot \sin \Omega t$ <p><b>Amplitude:</b></p> $x_{\max} = \frac{F_0}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $x_{\max} = \frac{F_0}{c} \cdot V_3$	<p><math>\alpha = -\epsilon_3</math></p> $\tan \epsilon_3 = \frac{2D\eta}{1-\eta^2}$
 <p style="text-align: center;"><math>u = U_0 \cdot \sin \Omega t</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x, \dot{x}, \ddot{x}</math></p>	<p><b>Ansatz:</b></p> $-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c_1 \cdot x - c_2 \cdot x + c_2 \cdot u = 0$ <p><b>Differenzialgleichung:</b></p> $m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + (c_1 + c_2) \cdot x = c_2 \cdot U_0 \cdot \sin \Omega t$ <p><b>Amplitude:</b></p> $x_{\max} = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $x_{\max} = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2} \cdot V_3$	<p><math>\alpha = -\epsilon_3</math></p> $\tan \epsilon_3 = \frac{2D\eta}{1-\eta^2}$
 <p style="text-align: center;"><math>u = U_0 \cdot \sin \Omega t</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x, \dot{x}, \ddot{x}</math></p>	<p><b>Ansatz:</b></p> $-m \cdot \ddot{x} - b_1 \cdot \dot{x} - b_2 \cdot \dot{x} - c \cdot x + b_2 \cdot \dot{u} = 0$ <p><b>Differenzialgleichung:</b></p> $m \cdot \ddot{x} + (b_1 + b_2) \cdot \dot{x} + c \cdot x = b_2 \cdot U_0 \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t$ <p><b>Amplitude:</b></p> $x_{\max} = \frac{b_2 \cdot U_0}{b_1 + b_2} \cdot \frac{2D\eta}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $x_{\max} = \frac{b_2 \cdot U_0}{b_1 + b_2} \cdot V_2$	<p><math>\alpha = \gamma_2 = \frac{\pi}{2} - \epsilon_3</math></p> $\tan \gamma_2 = \frac{1-\eta^2}{2D\eta}$

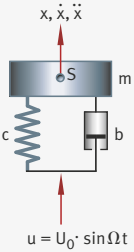
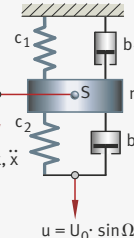
Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 163.

Fortsetzung der Tabelle Fremderregte, gedämpfte Schwingung von Seite 162.

Schwingerschema	Differenzialgleichung und Amplitude	Phasenwinkel
<p><b>Erregerfunktion:</b> <math>\alpha = \alpha_0 \cdot \sin \Omega t</math>      <b>Lösungsfunktion:</b> <math>x = x_{\max} \cdot \sin(\Omega t + \alpha)</math></p>		
<p><math>x, \dot{x}, \ddot{x}</math>      <math>u = r \cdot \sin \Omega t</math></p>	<p><b>Ansatz:</b>  <math>-(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot x - m_2 \cdot \ddot{u} = 0</math></p> <p><b>Differenzialgleichung:</b>  <math>(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = m_2 \cdot r \cdot \Omega^2 \sin \Omega t</math></p> <p><b>Amplitude:</b>  <math>x_{\max} = \frac{m_2 \cdot r}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4 D^2 \eta^2}}</math>  <math>x_{\max} = \frac{m_2 \cdot r}{m_1 + m_2} \cdot V_1</math></p>	<p><math>\alpha = -\epsilon_1</math>  <math>\tan \epsilon_1 = \frac{2 D \eta}{1 - \eta^2}</math></p>
<p><math>u = U_0 \cdot \sin \Omega t</math></p> <p><math>x, \dot{x}, \ddot{x}</math></p>	<p><b>Ansatz:</b>  <math>-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot x + c \cdot u = 0</math></p> <p><b>Differenzialgleichung:</b>  <math>m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = c \cdot U_0 \cdot \sin \Omega t</math></p> <p><b>Amplitude:</b>  <math>x_{\max} = U_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4 D^2 \eta^2}}</math>  <math>x_{\max} = U_0 \cdot V_3</math></p>	<p><math>\alpha = -\epsilon_3</math>  <math>\tan \epsilon_3 = \frac{2 D \eta}{1 - \eta^2}</math></p>
<p><math>u = U_0 \cdot \sin \Omega t</math></p> <p><math>x, \dot{x}, \ddot{x}</math></p>	<p><b>Ansatz:</b>  <math>-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot x + b \cdot \dot{u} = 0</math></p> <p><b>Differenzialgleichung:</b>  <math>m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = b \cdot U_0 \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t</math></p> <p><b>Amplitude:</b>  <math>x_{\max} = U_0 \cdot \frac{2 D \eta}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4 D^2 \eta^2}}</math>  <math>x_{\max} = U_0 \cdot V_2</math></p>	<p><math>\alpha = \gamma_2 = \frac{\pi}{2} - \epsilon_3</math>  <math>\tan \gamma_2 = \frac{1 - \eta^2}{2 D \eta}</math></p>

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 164.

Fortsetzung der Tabelle Fremderregte, gedämpfte Schwingung  
 von Seite 163.

Schwingerschema	Differenzialgleichung und Amplitude	Phasenwinkel
Erregerfunktion: $\alpha = \alpha_0 \cdot \sin \Omega t$ Lösungsfunktion: $x = x_{\max} \cdot \sin(\Omega t + \alpha)$		
 <p style="text-align: center;"><math>x, \dot{x}, \ddot{x}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>u = U_0 \cdot \sin \Omega t</math></p>	<p><b>Ansatz:</b></p> $-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot x + b \cdot \dot{u} + c \cdot u = 0$ <p><b>Differenzialgleichung:</b></p> $m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = b \cdot U_0 \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t + c \cdot U_0 \cdot \sin \Omega t$ <p><b>Amplitude:</b></p> $x_{\max} = U_0 \cdot \sqrt{\frac{1 + 4 D^2 \eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + 4 D^2 \eta^2}}$ $x_{\max} = U_0 \cdot V_{2,3}$	$\alpha = -\epsilon_{2,3}$ $\tan \epsilon_{2,3} = \frac{2 D \eta^3}{1 + \eta^2 (4 D^2 - 1)}$
 <p style="text-align: center;"><math>x, \dot{x}, \ddot{x}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>u = U_0 \cdot \sin \Omega t</math></p>	<p><b>Ansatz:</b></p> $-m \cdot \ddot{x} - (b_1 + b_2) \cdot \dot{x} - (c_1 + c_2) \cdot x + b_2 \cdot \dot{u} + c_2 \cdot u = 0$ <p><b>Differenzialgleichung:</b></p> $m \cdot \ddot{x} + (b_1 + b_2) \cdot \dot{x} + (c_1 + c_2) \cdot x = b_2 \cdot U_0 \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t + c_2 \cdot U_0 \cdot \sin \Omega t$ <p><b>Amplitude:</b></p> $x_{\max} = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2} \cdot \sqrt{\frac{1 + 4 D^2 \eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + 4 D^2 \eta^2}}$ $x_{\max} = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2} \cdot V_{2,3}$	$\alpha = -\epsilon_{2,3}$ $\tan \epsilon_{2,3} = \frac{2 D \eta^3}{1 + \eta^2 (4 D^2 - 1)}$

**Vergrößerungs-  
funktion**

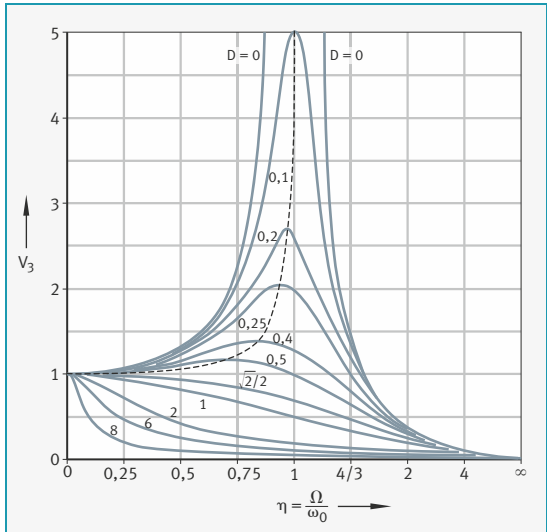
Die Erregung der gedämpften Schwingungen kann auf verschiedene Arten erfolgen:

- Unmittelbare Kraft-, mittelbare Federkraft- und Massenerregung

**Bild 8**

Vergrößerungsfunktion  $V_3$

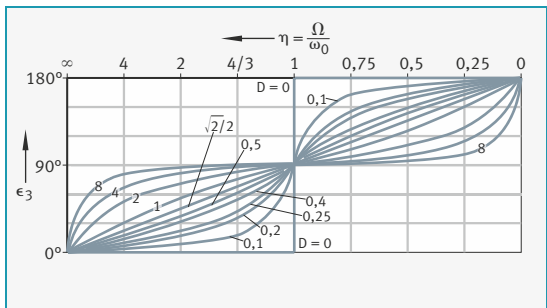
$\eta$  = Kreisfrequenz-  
verhältnis  
für  $V_3, \epsilon_3$



**Bild 9**

Phasenverschiebungs-  
winkel  $\epsilon_3$

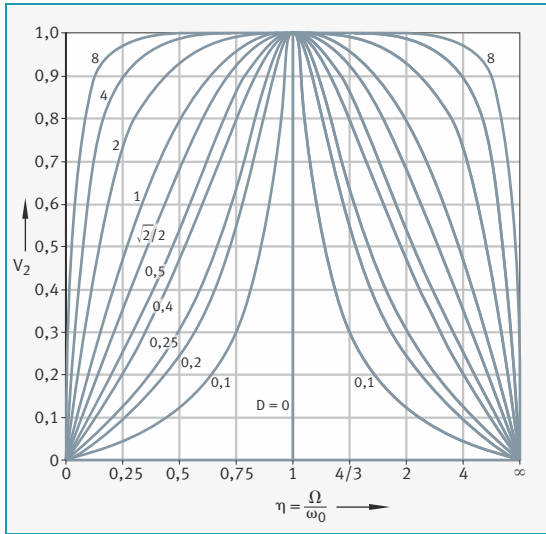
$\eta$  = Kreisfrequenz-  
verhältnis



■ Dämpfungskrafterregung

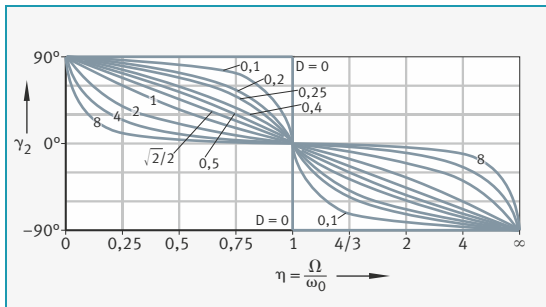
**Bild 10**  
Vergrößerungsfunktion  $V_2$

$\eta$  = Kreisfrequenz-  
verhältnis



**Bild 11**  
Phasenverschiebungswinkel  $\gamma_2$

$\eta$  = Kreisfrequenz-  
verhältnis

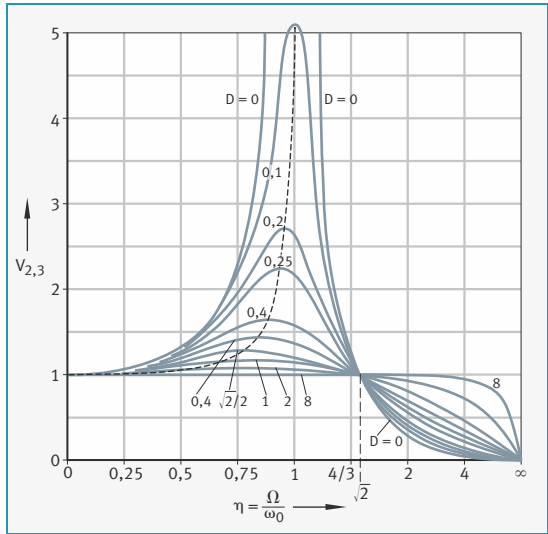




■ Feder- und Dämpfungskrafteerregung

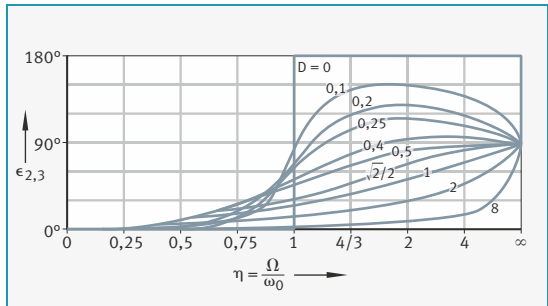
**Bild 12**  
Vergrößerungsfunktion  
 $V_{2,3}$

$\eta$  = Kreisfrequenz-  
verhältnis



**Bild 13**  
Phasenverschiebungswinkel  $\epsilon_{2,3}$

$\eta$  = Kreisfrequenz-  
verhältnis



## Akustik (Schalltechnik)

### Schall, Schalldruck und Schallpegel

Mechanische Schwingungen mit Frequenzanteilen im menschlichen Hörbereich von 20 bis 20 000 Hz bezeichnet man als **Hörschall**. Schall niedrigerer oder höherer Frequenzen wird als Infra- beziehungsweise Ultraschall bezeichnet.

Des Weiteren werden abhängig vom Schall übertragenden Medium folgende Begriffe verwendet:

- Luftschall = Schwingungen in Luft und Gasen
- Flüssigkeitsschall = Schwingungen in Flüssigkeiten
- Körperschall = Schwingungen in festen Körpern

In Luft und anderen Gasen sowie in Flüssigkeiten breitet sich Schall nur in Form von Kompressionswellen aus. Den Wechseldruck  $p(t)$ , der dabei den statischen Druck überlagert, bezeichnet man als **Schalldruck**. Der Schalldruck ist die wichtigste Messgröße in diesen Medien und wird mittels Mikrofonen oder Druckaufnehmern gemessen.

Für den Körperschall ist die wichtigste Messgröße die Schwinggeschwindigkeit  $v(t)$  oder Körperschall-Schnelle senkrecht zur abstrahlenden Oberfläche eines Geräuscherzeugers.

In der Regel wird die Beschleunigung  $a(t)$  mit Piezoquarz-Aufnehmern gemessen und dann in die Körperschall-Schnelle umgerechnet:

Gleichung 18

$$a(t) = dv(t)/dt$$

Für ein Frequenzband mit der Mittenfrequenz  $f$  gilt für den Effektivwert der Schnelle:

Gleichung 19

$$\bar{v}(f) = \bar{a}(f)/2 \cdot \pi \cdot f$$

Die Schnelle wird meistens relativ als Schnellepegel  $L_v$  angegeben, mit dem Bezugswert  $v_0 = 5 \cdot 10^{-8}$  m/s:

Gleichung 20

$$L_v = 10 \cdot \lg(\bar{v}/v_0)^2 = 20 \cdot \lg(\bar{v}/v_0) \quad \text{in dB}$$

Die folgende Tabelle zeigt einige Werte der akustischen Wahrnehmung des menschlichen Ohrs.

Wahrnehmung	Lautstärke phon	Schalldruck N/m <sup>2</sup>	Schalleistung W	Schallintensität W/m <sup>2</sup>
Hörschwelle <sup>1)</sup>	0 – 10	$2 \cdot 10^{-5}$ 2)	$10^{-12}$	$10^{-12}$
Unterhaltung	50 – 60	0,2	$\approx 10^{-3}$	$\approx 10^{-3}$
Schmerzgrenze	130	20	$\approx 10^3$	$\approx 10^3$

<sup>1)</sup> Geringster, vom menschlichen Ohr wahrnehmbarer Lautstärkepegel.

<sup>2)</sup> Bezugsschalldruck:  $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$  N/m<sup>2</sup>, international festgelegter Bezugswert für den Effektivwert des Schalldrucks.

### Schallpegel, Geräuschsituation und Empfindung

Einige Beispielwerte für den Schallpegel in bestimmten Geräuschsituationen und die hervorgerufenen Empfindungen sind:

Schallpegel dB(A) <sup>1)</sup>	Geräuschsituation	Empfindung
0 0 – 10 10 – 20	Absolute Stille, Beginn des Hörbereichs Hörschwelle Blätterscheln	ruhig
30 40 50	Flüstern leise Radiomusik Obergrenze für konzentrierte, geistige Arbeit	leise
50 – 70 75	Büroarbeit, Gespräche zwischen Personen Beginn eines störenden Einflusses auf das Nervensystem	mäßig laut
80 85	starker Straßenverkehr, Grenze der Gehörerholung Beginn der Gehörgefährdung	sehr laut
90 90 – 100	Lkw-Fahrgeräusch Auto-Hupe	extrem laut
110 110 – 120	Presslufthammer großer Schmiedehammer	unerträglich
130 140	Düsenflugzeug (100 m), Schmerzgrenze Raketenstart	schmerzhaft

<sup>1)</sup> Bei der Frequenz von 1000 Hz wird dem Schalldruckpegel in dB der Lautstärkepegel in phon gleichgesetzt.

Schädlichkeitsgrenzen: 90 phon vorübergehend, etwa 75 phon dauernd.

**Größen und Einheiten** Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl von Größen und Beziehungen der Schalltechnik.

Bezeichnung	Größe	Einheit	Erläuterung
Schallgeschwindigkeit	feste Stoffe $c_L = \sqrt{\frac{2G(1-\nu)}{\rho(1-2\nu)}}$ $c_T = \sqrt{G/\rho}$ $c_D = \sqrt{E/\rho}$	m/s	Longitudinalwellen in großen Körpern
			Transversalwellen in großen Körpern
	Dehnwellen in Stäben; Stahl: 5 000 m/s		
	Flüssigkeiten $c = \sqrt{K/\rho}$		Wasser: 1485 m/s
Gase $c = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot \bar{T}}$	Luft: 331 m/s (bei 1 bar, 0 °C) Wasserstoff: 1 280 m/s (bei 1 bar, 0 °C)		
Schallschnelle	$v = a_0 \cdot \omega$ $v = a_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$	m/s	Wechselgeschwindigkeit der schwingenden Teilchen in Schwingungsrichtung
Schalldruck	$p$	N/m <sup>2</sup> μbar	durch die Schallschwingung hervorgerufener Wechseldruck
Schallleistung	$P$	W	Schallenergie, die pro Zeiteinheit durch eine bestimmte Fläche geht
Schallintensität, Schallstärke	$I = P/A$ $= p^2 / (c \cdot \rho)$	W/m <sup>2</sup>	Schallleistung pro Flächeneinheit senkrecht zur Ausbreitungsrichtung
Schallpegel	$L = 10 \cdot \lg(P/P_0)$ $= 10 \cdot \lg(I/I_0)$ $= 20 \cdot \lg(p/p_0)$	Bel B, dB	logarithmisches Maß für den Schalldruck 0 ... 140 dB; $P_0 = 10^{-12}$ W $I_0 = 10^{-12}$ W/m <sup>2</sup> $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ N/m <sup>2</sup>
Lautstärke	$\Lambda = 10 \cdot \lg(I/I_0)$ bei 1000 Hz	phon	Maß der subjektiven Empfindung der Schallintensität für das Ohr
Schallabsorptionsgrad	$\alpha = (P_a - P_r)/P_i$ $\alpha = (p_a^2 - p_r^2)/p_i^2$ Index: a = auftreffend r = reflektiert	1	Maß für die Umwandlung der Schallenergie in Wärme durch Reibung für 500 Hz; Beton: 0,01 Glas: 0,03 Schlackenwolle: 0,36
Schalldämmmaß	$R = 10 \cdot \lg(I_1/I_2)$ Index: 1 = vor der Wand 2 = hinter der Wand	dB	logarithmisches Maß für die Luftschalldämmung einer Wand; Stahlblech, 1 mm: R = 29 dB
akustischer Wirkungsgrad	$\eta = P_{aku}/P_{mech}$	1	Verhältnis der akustischen zur mechanischen Leistung

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 171.

Fortsetzung der Tabelle Größen und Einheiten von Seite 170.

<b>Legende</b>	$a_0$ m Amplitude	$A$ m <sup>2</sup> Fläche
	$f$ Hz Frequenz	$E$ Pa Elastizitätsmodul
	$\rho$ kg/m <sup>2</sup> Dichte	$G$ Pa Gleitmodul
	$\kappa$ Isentropenexponent	$P$ W Leistung
	$K$ Pa Kompressionsmodul	$R$ J/(kg · K) Gaskonstante
	$\nu$ Querkontraktionszahl	$T$ K absolute Temperatur.

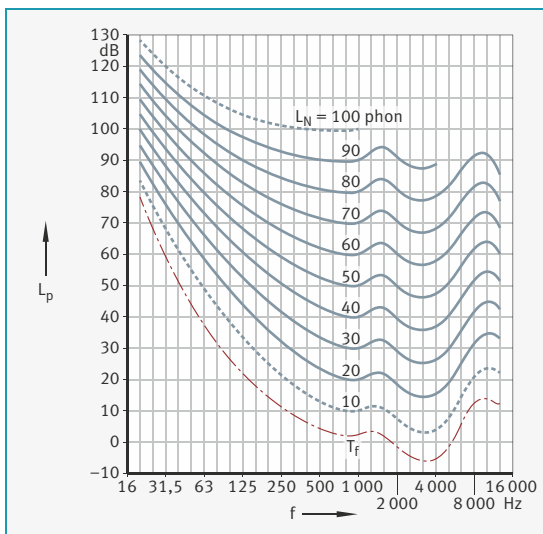
## Normalkurven gleicher Lautstärkepegel

In folgender Grafik sind die Normalkurven gleicher Lautstärkepegel für reine Töne im freien Schallfeld nach DIN ISO 226:2006 dargestellt.

**Bild 14**

Normalkurven gleicher Lautstärkepegel für reine Töne im freien Schallfeld

$L_p$  = Schalldruckpegel  
 $f$  = Frequenz  
 $L_N$  = Lautstärkepegel eines reinen Tons  
 $T_f$  = Hörschwelle



## Hydraulik und Pneumatik

### Hydraulik

**Hydrogetriebe** In Hydrogetrieben sind Pumpen, Motoren und Steuerungselemente (Hydroventile) in einem Kreislauf zusammengeschaltet, in dem die Hydraulikflüssigkeit zur Leistungsübertragung umläuft. Der Kreislauf kann offen oder geschlossen ausgeführt werden. Die Steuerung dient dazu, die Bewegung und die Bewegungsrichtung zu bestimmen, die Belastung des Getriebes zu begrenzen und gegebenenfalls die Übersetzung gemäß den Arbeitsbedingungen einzustellen.

**Hydropumpen** Hydropumpen sind Umlaufverdränger-(Drehkolben-) oder Hubverdränger-(Schubkolben-)Maschinen mit festem oder verstellbarem Verdrängervolumen.

In der Praxis sind die Verdrängerprinzipien bestimmten Anwendungsbereichen zugeordnet. Der zulässige Dauerbetriebsdruck wird durch die Art des Verdrängers und die daraus folgende Belastung des Triebwerks bestimmt. Ein weiteres, wesentliches Merkmal ist die Kammerbildung, das heißt die Kammerform und die Größe des Hubvolumens im Vergleich zur Maschinengröße.

Bei den meist rechteckigen Zellenquerschnitten der Umlaufverdrängermaschinen sind die Spalttoleranzen schwieriger zu beherrschen.

Die druckabhängigen, inneren Leckverluste begrenzen den Anwendungsbereich auf Nieder- und Mitteldruckanlagen.

Zylindrische Passungen sind einfach herzustellen. Der Hoch- und Höchstdruckbereich erfordert daher Schubkolbenmaschinen.

**Umlaufverdrängermaschinen** Umlaufverdrängermaschinen fördern die Druckflüssigkeit bei gleichförmiger Drehung in Zellen, deren Volumen durch die Gestaltung der Begrenzungswände oder das Eindringen eines Zahnes zyklisch verändert wird. Der Umlaufverdränger bewirkt ferner den gegenseitigen Abschluss der Saug- und Druckräume. Verstellbares Hubvolumen wird nur bei einhubigen Flügelzellenpumpen ausgeführt.

- Hubverdränger-  
maschinen** Hubverdrängermaschinen sind gekennzeichnet durch die Trennung des Triebwerks vom Förderraum. Die zyklische Veränderung der Zellengröße erfolgt über einen längsbewegten Kolben. Eine Verstellung des Hubvolumens ist durch Eingriff in die Triebwerksgeometrie oder in die Steuerung möglich. Wegen der inneren Strömungsumkehr der Flüssigkeit benötigen die Maschinen eine Schieber- oder Ventilsteuerung zwischen dem Verdrängungsraum und den Strömungswegen.
- Hydromotoren** Hydromotoren setzen die ihnen zur Verfügung gestellte Fluidenergie in mechanische Arbeit um. Nach ihrer Abtriebsbewegung unterscheidet man Drehmotoren, Schwenkmotoren mit begrenztem Drehwinkel und Schubmotoren (Zylinder). Gegenüber Hydropumpen haben Hydromotoren in der Regel ein konstantes Hubvolumen. Nur in Ausnahmefällen werden Verstellmaschinen eingesetzt.
- Drehmotoren** Als Drehmotoren eignen sich alle für die Hydropumpen beschriebenen Bauprinzipien der Umlaufverdrängermaschinen sowie schiebergesteuerte Schubkolbenmaschinen.  
In ihnen wird die hydraulische Leistung  $P_h = \dot{V} \cdot \Delta p$  (vermindert um die Leckverlustleistung  $P_{v,v} = \dot{V}_v \cdot \Delta p$ , die hydraulische Verlustleistung  $P_{v,h} = \dot{V} \cdot \Delta p_h$  und die mechanische Verlustleistung  $P_{v,r} = M_r \cdot \omega$ ) in die mechanische Motorleistung  $P_m = M \cdot \omega$  umgesetzt.
- Schwenkmotoren** Schwenkmotoren erzeugen die Schwenkbewegung entweder direkt durch Schwenken eines Flügels im unterteilten Kreiszyylinder (Flügelmotor mit Schwenkwinkel 300°) oder aus einer geradlinigen Kolbenbewegung über ein Zahnstangengetriebe.
- Schubmotoren** Man unterscheidet bei Schubmotoren einfach wirkende Ausführungen (Plungerzylinder) und doppelt wirkende Ausführungen (Differenzialzylinder). Differenzialzylinder sind durch wechselweise Kolbenbeaufschlagung für Schub und Zug einsetzbar.

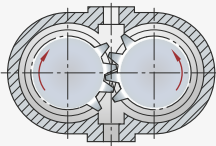
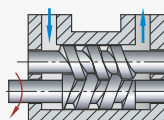
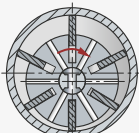
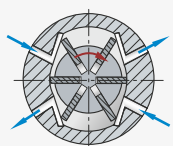
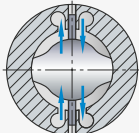
**Hydropumpen** Im Folgenden werden die Größen, Einheiten und Beziehungen für Hydropumpen aufgeführt, sowie gebräuchliche Hydropumpen und deren übliche Betriebswerte zusammengestellt.

**Größen, Einheiten und Beziehungen** Die Beziehungen für Hydropumpen lassen sich sinngemäß auch auf den gegenläufigen Energieumwandlungsprozess in Hydromotoren anwenden.

Größe	Einheit	Bezeichnung	Beziehung, Bemerkung
$M$	Nm	mechanisches Antriebsmoment der Pumpe	von der Antriebsmaschine an die Pumpenwelle abgegebenes Moment
$M_r$	Nm	Reibmoment innerhalb der Pumpe	Reibung im Triebwerk und zwischen den Verdrängerelementen
$M_{th}$	Nm	theoretisches Pumpenmoment	$M_{th} = \Delta p \cdot V_H / (2 \cdot \pi)$ $= \Delta p \cdot V_0$
$P_m$	W	mechanische Antriebsleistung der Pumpe	$P_m = M \cdot \omega$ $P_m = P_{th} + P_{v,r} + P_{v,h}$
$P_{th}$	W	Verdrängungsleistung gegen $\Delta p$	$P_{th} = M_{th} \cdot \omega$
$P_u$	W	Verdrängerleistung	$P_u = (M - M_r) \cdot \omega$ Die Verdrängerleistung wird auf den Verdrängungsvolumenstrom übertragen und aufgeteilt in die Verdrängungsleistung $P_{th}$ gegen $\Delta p$ und die hydraulische Verlustleistung $P_{v,h}$
$P_{v,h}$	W	hydraulische Verlustleistung	$P_{v,h} = \dot{V}_{th} \cdot \Delta p_h = M_h \cdot \omega$
$P_{v,r}$	W	Reibverlustleistung der Pumpe	$P_{v,r} = M_r \cdot \omega$
$V_H$	m <sup>3</sup>	Hubvolumen = Verdrängungsvolumen	Das Verdrängungsvolumen wird aus den geometrischen Daten der Pumpe ermittelt
$\dot{V}$	m <sup>3</sup> /s	tatsächlicher Förderstrom	$\dot{V} = \dot{V}_{th} - \dot{V}_v$ Die Druckdifferenz $\Delta p$ verursacht einen Leckstrom $\dot{V}_v$ durch die Spalte, der den Verdrängungsvolumenstrom reduziert
$\dot{V}_{th}$	m <sup>3</sup> /s	theoretischer Förderstrom (unter Voraussetzung vollständiger Füllung des Hubvolumens beim Ansaugen)	$\dot{V}_{th} = n \cdot V_H = \omega \cdot V_0$ $n$ = Drehzahl $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$ $V_0 = V_H / (2 \cdot \pi)$ Grundvolumen
$\eta$	–	Gesamtwirkungsgrad	$\eta = \frac{P_h}{P_m} = 1 - \frac{\sum P_v}{P_m}$ $\eta = \eta_{h,m} \cdot \eta_v$
$\eta_{h,m}$	–	mechanisch-hydraulischer Wirkungsgrad	$\eta_{h,m} = \frac{P_{th}}{P_m} = 1 - \frac{P_{v,r} + P_{v,h}}{P_m}$
$\eta_v$	–	volumetrischer Wirkungsgrad	$\eta_v = \frac{P_h}{P_{th}} = 1 - \frac{P_{v,v}}{P_{th}} = 1 - \frac{\dot{V}_v}{\dot{V}_{th}}$

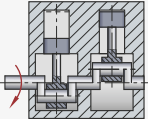
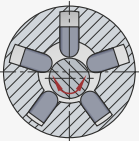
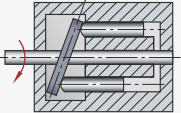
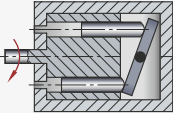
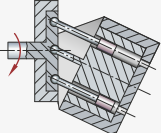


**Umlaufverdränger-  
maschinen** Die folgende Tabelle zeigt eine Übersicht über Bauarten gebräuchlicher Umlaufverdrängemaschinen und deren übliche Betriebswerte.

Verdräng- element	Benennung	Verdrängungs- volumen cm <sup>3</sup> /U	Druck- bereich bar	Drehzahl 1/min	Günstige Ölviskosität 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s	
Zahn	Zahnradpumpe 	0,4 ... 1200	... 200	1500 ... 3000	40 ... 80	
	Schraubenpumpe 	2 ... 800	... 200	1000 ... 5000	80 ... 200	
Flügel	Treibschieberpumpe	einhubig 	30 ... 800	... 100	500 ... 1500	30 ... 50
		mehrhubig 	3 ... 500	... 160 (200)	500 ... 3000	30 ... 50
	Sperrschieberpumpe 	8 ... 1000	... 160	500 ... 1500	30 ... 50	

Quelle: Dubbel (leicht konstruktiv verändert).

**Hubverdränger-** Die folgende Tabelle zeigt eine Übersicht über Bauarten gebräuchlicher  
**maschinen** Hubverdrängermaschinen und deren übliche Betriebswerte.

Verdräng- element	Benennung	Verdrängungs- volumen cm <sup>3</sup> /U	Druck- bereich bar	Drehzahl 1/min	Günstige Ölviskosität 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s
Kolben	Reihenkolbenpumpe 	... 800	... 400	1000 ... 2 000	20 ... 50
	Radialkolbenpumpe mit innerer Kolbenabstützung 	0,4 ... 15 000	... 630	1000 ... 2 000	20 ... 50
	Axialkolbenpumpe oder Taumelscheibenpumpe 	1,5 ... 3 600	... 400	500 ... 3 000	30 ... 50
	Schrägscheibenpumpe 				
	Schrägachsenpumpe 				

Quelle: Dubbel (leicht konstruktiv verändert).

**Hydrostatische Standgetriebe** Hydrostatische Standgetriebe können anhand einiger ihrer charakteristischen Merkmale wie folgt eingeteilt werden:

Getriebetyp	Verdrängermaschinen (Hubvolumen fest oder verstellbar)		Drehzahlübersetzung $i_G$ (konstant oder einstellbar, abhängig oder unabhängig von der Belastung)	Steuerung oder Regelung der Drehzahlübersetzung		Momen- tenüber- setzung $\mu_G$
	Pumpe	Motor		Steuerung	Regelung	
I Bild 1, Seite 178			konstant, unabhängig von der Belastung	nicht möglich		konstant
II Hauptstrom- drosselgetriebe Bild 2, Seite 178			$i_G$ einstellbar, bei Steuerung abhängig, bei Regelung unabhängig von der Belastung			-
III Nebenstrom- drosselgetriebe Bild 3, Seite 178			$i_G$ einstellbar, bei Steuerung abhängig, bei Regelung unabhängig von der Belastung			konstant
IV			stufenweise einstellbar, unabhängig von der Belastung	Zuschalten einer Maschine	-	-
V Bild 4, Seite 178			$i_G$ einstellbar, Drehzahlübersetzung ist unabhängig von der Belastung des Hydromotors	Steuerung oder Regelung durch Verstellung des Hubvolumens einer oder beider (VII) Verdrängermaschinen		-
VI Bild 4, Seite 178						-
VII Bild 4, Seite 178						-

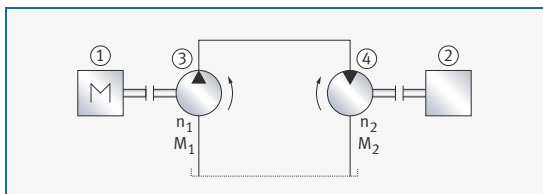
Zugehörige Beispiel-Darstellungen siehe Seite 178.

Die folgenden Darstellungen zeigen Beispiele zu den Getriebetypen I bis VII der hydrostatischen Standgetriebe.

Das folgende Bild zeigt einen **offenen Kreislauf**:

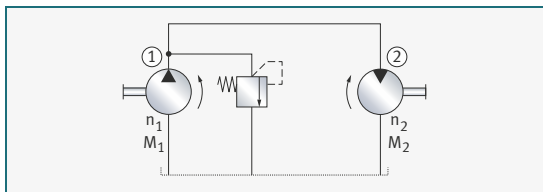
Hydropumpe und Hydromotor sind nicht verstellbar.

- Bild 1**  
Getriebetyp I
- ① Antriebsmaschine
  - ② Arbeitsmaschine
  - ③ Hydropumpe
  - ④ Hydromotor



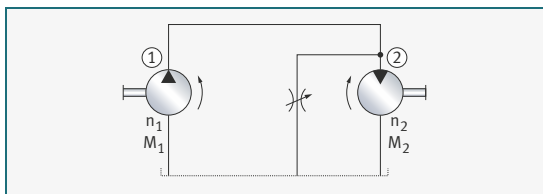
- Bild 2**  
Getriebetyp II  
Hauptstrom-  
drosselgetriebe

- ① Hydropumpe
- ② Hydromotor



- Bild 3**  
Getriebetyp III  
Nebenstrom-  
drosselgetriebe

- ① Hydropumpe
- ② Hydromotor

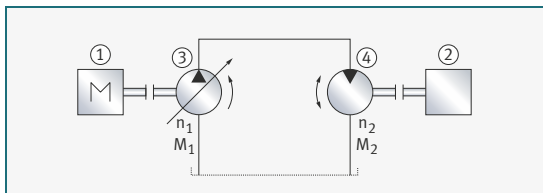


Das folgende Bild zeigt einen **geschlossenen Kreislauf**:

Die Hydropumpe ist verstellbar und reversierbar, der Hydromotor ist nicht verstellbar.

- Bild 4**  
Getriebetyp V bis VII

- ① Antriebsmaschine
- ② Arbeitsmaschine
- ③ Hydropumpe
- ④ Hydromotor



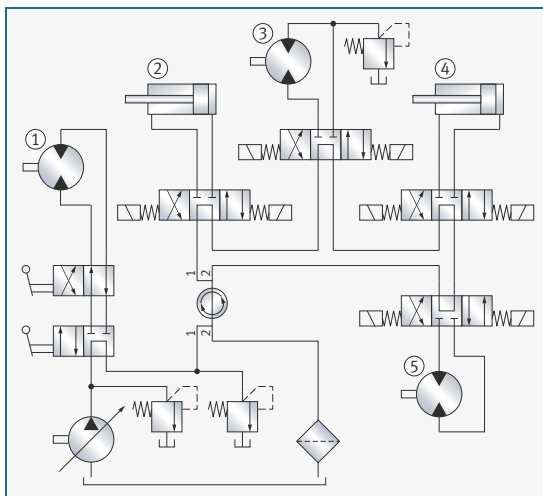
## Ölhydraulische Anlagen

Die folgenden Tabellen geben eine Übersicht über Sinnbilder und Benennung ölhydraulischer Anlagen. Die Hydrauliksymbole entsprechen DIN ISO 1219-1:2019 „Fluidtechnik – Grafische Symbole und Schaltpläne“.

Die zugehörige Darstellung zeigt ein Beispiel für eine vollständige, ölhydraulische Anlage. Dargestellt wird immer die Ruhestellung der Anlage.

**Bild 5**  
Industriekran

- ① Fahren
- ② Wippen
- ③ Heben
- ④ Schieben
- ⑤ Drehen



Sinnbild	Benennung und Erklärung
<b>Hydropumpe</b>	
	<b>Pumpe</b> mit konstantem Verdrängungsvolumen ① mit einer Stromrichtung ② mit zwei Stromrichtungen
	<b>Pumpe</b> mit veränderlichem Verdrängungsvolumen ① mit einer Stromrichtung ② mit zwei Stromrichtungen








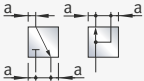

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 180.

Fortsetzung der Tabelle Ölhydraulische Anlagen von Seite 179.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
<b>Hydromotor</b>	
	<b>Motor</b> mit konstantem Verdrängungsvolumen ① mit einer Stromrichtung ② mit zwei Stromrichtungen
	<b>Motor</b> mit veränderlichem Verdrängungsvolumen ① mit einer Stromrichtung ② mit zwei Stromrichtungen
	<b>Schwenkmotor</b> (mit begrenztem Schwenkwinkel)
<b>Hydropumpe – Hydromotor</b>	
	<b>Pumpe-Motor</b> mit konstantem Verdrängungsvolumen als Pumpe in einer Stromrichtung als Motor in entgegengesetzter Richtung
	<b>Pumpe-Motor</b> mit konstantem Verdrängungsvolumen als Pumpe oder Motor in einer Stromrichtung
	<b>Pumpe-Motor</b> mit konstantem Verdrängungsvolumen als Pumpe oder Motor in zwei Stromrichtungen
<b>Hydrokompaktgetriebe</b>	
	<b>Getriebe</b> für eine Abtriebsdrehrichtung mit Verstellung und Konstantmotor für eine Förderrichtung
	<b>Getriebe</b> für zwei Abtriebsdrehrichtungen mit Verstellpumpe und Verstellmotor für zwei Förderrichtungen

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 181.

Fortsetzung der Tabelle Ölhydraulische Anlagen von Seite 180.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
<b>Hydroventile (allgemein)</b>	
	Das Ventil wird durch ein Quadrat oder ein Rechteck dargestellt
	Anzahl der Felder = Anzahl der Ventileinstellungen, wobei bei zwei Feldern die Nullstellung rechts angeordnet ist
	Bei Ventilen mit stetigem funktionellen Übergang zwischen den Schaltstellungen werden die Felder oben und unten von zwei Linien eingefasst
	An das Feld Nullstellung werden die Anschlüsse beziehungsweise Zu- und Abläufe herangezogen
	Innerhalb der Felder geben die Linien und Pfeile die Durchflussrichtung an
	Eine Verbindung zweier Wege innerhalb eines Ventils wird durch einen Punkt gekennzeichnet. Sich kreuzende Linien ohne Punkt bedeuten Wege, die keine Verbindung untereinander haben
	Absperrungen werden durch Querstriche gekennzeichnet
	Die jeweilige Lage der Wege und Pfeile (schräg oder gerade) innerhalb der Felder entspricht der Lage der Anschlüsse
	Bleibt bei Stellungsänderung der Zu- oder Ablauf mit einem Anschluss verbunden, ist der Pfeil gegenüber den Anschlüssen versetzt

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 182.

Fortsetzung der Tabelle Ölhydraulische Anlagen von Seite 181.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
<b>Hydroventilbetätigung</b>	
Die Sinnbilder der Betätigungsarten und Hilfsglieder werden rechtwinklig zu den Anschlüssen außerhalb des Rechtecks angeordnet (weitere Betätigungsarten siehe Betätigungs- und Antriebsarten, Seite 186). Die Ventile werden in der stromlosen Ausgangslage gezeichnet.	
	<b>4/2-Wegeventil</b> (Ventil mit 4 Anschlüssen und 2 Schaltstellungen) mit Betätigung durch Magnetspule und Rückholfeder
	<b>4/3-Wegeventil</b> (Ventil mit 4 Anschlüssen und 3 Schaltstellungen) mit Handbetätigung durch Drücken oder Ziehen und Federzentrierung in Nullstellung
<b>Hydrowegeventile</b>	
Der Benennung Wegeventile wird die Anzahl der Wege und die Anzahl der Schaltstellungen vorangestellt; z. B. Wegeventil mit drei gesteuerten Anschlüssen und zwei Schaltstellungen: 3/2-Wegeventil (gesprochen: Drei-Strich-Zwei-Wegeventil).	
	<b>2/2-Wegeventil</b> in Nullstellung gesperrt
	<b>2/2-Wegeventil</b> in Nullstellung Durchfluss frei
	<b>3/2-Wegeventil</b> in Nullstellung Zufluss gesperrt
	<b>3/3-Wegeventil</b> mit Sperr-Nullstellung, Vorwärts- und Rückwärtsstellung
	<b>4/2-Wegeventil</b> mit Vorwärts- und Rückwärtsstellung
	<b>4/3-Wegeventil</b> mit Umlauf-Nullstellung, Vorwärts- und Rückwärtsstellung
	<b>4/4-Wegeventil</b> wie 4/3, jedoch mit Schwimmstellung nach Vorwärtsstellung
	<b>6/3-Wegeventil</b> in Nullstellung, 1 Zulauf frei, 2 Zulaufe gesperrt

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 183.

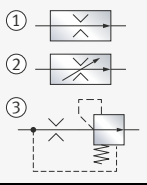
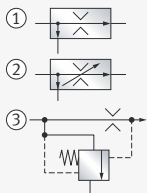

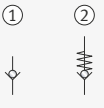
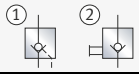




Fortsetzung der Tabelle Ölhydraulische Anlagen von Seite 182.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
<b>Hydrodruckventile</b>	
	<b>Druckventil (allgemein)</b> ① Einkantenventil mit geschlossener Nullstellung ② Einkantenventil mit offener Nullstellung ③ Zweikantenventil, drei gesteuerte Anschlüsse
	<b>Druckbegrenzungsventil</b> Begrenzung des Drucks am Eingang durch Öffnen des Auslasses gegen Rückstellkraft
	<b>Druckregelventil</b> hält Ausgangsdruck konstant ① ohne Auslassöffnung = Druckminderventil ② mit Auslassöffnung = Druckreduzierventil
	<b>Druckgefälleventil</b> vermindert Ausgangsdruck um einen festen Betrag gegenüber dem Eingangsdruck
	<b>Druckverhältnisventil</b> vermindert Ausgangsdruck in festem Verhältnis gegenüber dem Eingangsdruck
	<b>Zuschaltventil</b> gibt den Weg zu weiteren Geräten frei bei Erreichen des durch die Federkraft bestimmten Eingangsdrucks
	<b>Druckstufenventil</b> begrenzt Eingangsdruck auf einen Wert, der proportional zum Steuerdruck ist
<b>Hydrostromventile</b>	
	<b>Drossel</b> Ventil mit eingebauter, konstanter Verengung, Durchfluss und Druckgefälle sind viskositätsabhängig
	<b>Blende</b> Engstelle scharfkantig, weitgehend viskositätsunabhängig und in beiden Richtungen wirksam
	<b>Drosselventil</b> Einschnürung einstellbar und in beiden Richtungen wirksam

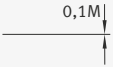
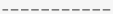

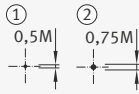

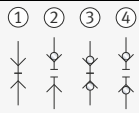
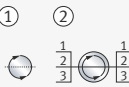



Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 184.

Fortsetzung der Tabelle Ölhydraulische Anlagen von Seite 183.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
<b>Hydrostromventile</b>	
	<b>2-Wege-Stromregelventil</b> ① 2-Wege-Strombegrenzungsventil ② 2-Wege-Stromeinstellungsventil ③ Stromregelventil hält Ablaufstrom konstant durch selbsttätiges Schließen
	<b>3-Wege-Stromregelventil</b> ① 3-Wege-Strombegrenzungsventil ② 3-Wege-Stromeinstellungsventil ③ Stromregelventil hält Ablaufstrom konstant durch selbsttätiges Öffnen eines Abflusses (Bypass-Ventil)
	<b>Stromteiler</b> Ventile zum Teilen oder Vereinigen mehrerer Ab- oder Zulaufströme. Weitgehend unabhängig vom Druck
<b>Hydrosperventile</b>	
	<b>Sperrventile</b> sperren Durchfluss in einer Richtung und geben ihn in entgegengesetzter Richtung frei ① Rückschlagventil: Sperrung, wenn Ausgangsdruck größer als Eingangsdruck, ② Sperrung, wenn Ausgangsdruck größer oder gleich Eingangsdruck (mit Feder)
	<b>Rückschlagventil</b> ① Sperrung kann aufgehoben werden ② Durchfluss kann gesperrt werden
	<b>entsperbares Doppelrückschlagventil</b> mit 2 Rückschlagventilen für 2 getrennte Durchflüsse, deren selbsttätige Sperrung durch den Zulaufdruck wechselseitig aufgehoben wird
	<b>Drosselrückschlagventil</b> mit Durchfluss in einer und Drosselung in der anderen Richtung




















Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 185.

Fortsetzung der Tabelle Ölhydraulische Anlagen von Seite 184.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
<b>Hydroleitungen und Zubehör</b>	
	<b>Arbeitsleitung</b> Rohrleitung und Energieübertragung
	<b>Steuerleitung, Leckölleitung, Entlüftungsleitung, Spülleitung</b> Zum Übertragen der Steuerenergie, zum Einstellen und Regeln, zum Abführen auftretender Leckflüssigkeiten
	<b>biegsame Leitung</b> im Betrieb biegsame Leitung, Gummischlauch, Wellrohr und so weiter
	<b>Leitungsverbindung</b> feste Verbindung, beispielsweise geschweißt, gelötet, geschraubt (einschl. Fittings) ① innerhalb eines Symbols ② außerhalb eines Symbols
	<b>Leitungskreuz</b> Überquerung von Leitungen, die nicht miteinander verbunden sind
	<b>Schnelltrennkupplung</b> ① gekuppelt, ohne mechanisch öffnendes Rückschlagventil ② entkuppelt, mit einem Rückschlagventil ③ gekuppelt, mit zwei Rückschlagventilen ④ entkuppelt, mit zwei Rückschlagventilen
	<b>Drehverbindung</b> im Betrieb drehbare Leitungsverbindung, beispielsweise Drehzapfen ① mit einem Weg ② mit drei Wegen
	<b>Entlüftung</b> ohne Anschlussmöglichkeit
	<b>Behälter</b> offen, mit Atmosphäre verbunden ① mit Rohrende über dem Flüssigkeitsspiegel ② mit Rohrende unterhalb des Flüssigkeitsspiegels
	<b>Hydrospeicher</b> zum Speichern hydraulischer Energie

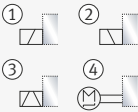



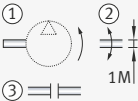
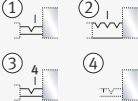




Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 186.

Fortsetzung der Tabelle Ölhydraulische Anlagen von Seite 185.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
<b>Hydroleitungen und Zubehör</b>	
	<b>Filter oder Sieb</b> zum Abscheiden von Schmutzteilen
	<b>Heizung</b> Pfeile zeigen das Zuführen der Wärme an
	<b>Kühler</b> Pfeile zeigen das Abführen der Wärme an
	<b>Manometer</b>
	<b>Thermometer</b>
	<b>Druckschalter</b> elektromechanisch, einstellbar
	<b>Absperrventil</b>
<b>Betätigungs- und Antriebsarten</b>	
       	<b>manuelle Betätigungsarten</b> ① allgemein ② durch Drücken ③ durch Ziehen ④ durch Drücken und Ziehen ⑤ durch Drehen ⑥ durch Schlüssel ⑦ durch Hebel ⑧ durch Pedal mit Raste
   	<b>mechanische Betätigungsarten</b> ① durch Stößel ② durch Feder ③ durch Tastrolle ④ durch Rollenhebel

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 187.



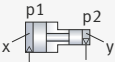

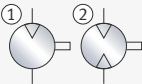


Fortsetzung der Tabelle Ölhydraulische Anlagen von Seite 186.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
<b>Betätigungs- und Antriebsarten</b>	
	<b>elektrische Betätigung</b> ① Magnetspule, eine Wicklung, Wirkrichtung zum Verstellelement hin ② Magnetspule, eine Wicklung, Wirkrichtung vom Verstellelement weg ③ zwei gegenseitig wirkende Wicklungen ④ Schrittmotor
	<b>Druckbetätigung (direkt)</b> ① durch Druckbeaufschlagung ② durch Druckentlastung
	<b>Druckbetätigung (indirekt)</b> ① durch Druckbeaufschlagung der Steuerleitung ② durch Druckentlastung der Steuerleitung
	<b>kombinierte Betätigung</b> ① Magnetspule und Vorsteuerventil ② Magnetspule oder Vorsteuerventil
	<b>Welle</b> ① Pumpenantriebswelle in einer Drehrichtung (Rechtsdrehung in Blickrichtung auf das Wellenende) ② in zwei Drehrichtungen ③ mit Wellenkupplung
	<b>Raste</b> ① 1 arretierbare Schaltstellung ② 3 arretierbare Schaltstellungen ③ 4 arretierbare Schaltstellungen ④ keine rastbare Schaltstellung
	<b>Druckquelle</b> hydraulische Energie
	<b>Druckquelle</b> pneumatische Energie
	<b>Elektromotor</b> mit nahezu konstanter Drehzahl
	<b>Wärme­kraft­ma­chine</b>

**Pneumatik**

**Pneumatische Anlagen**




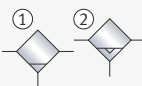
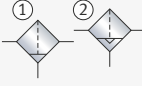






Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über Sinnbilder und Benennung pneumatischer Anlagen.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
<b>Pneumatik – Kompressor</b>	
	<b>Kompressor</b> mit konstantem Verdrängungsvolumen, nur eine Stromrichtung
	<b>Vakuumpumpe</b> dient dazu, gasförmige Medien aus einem Raum niedrigen Drucks zu entfernen
	<b>Druckübersetzer</b> bestehend aus zwei unterschiedlichen Druckkammern x und y
	<b>Druckmittelwandler</b> in dem bei gleichem Druck von einem Druckmittel zum anderen übergegangen wird
<b>Pneumatik – Motor</b>	
	<b>Pneumatischer Motor</b> mit konstantem Verdrängungsvolumen ① mit einer Stromrichtung ② mit zwei Stromrichtungen
	<b>Schwenkmotor</b>
<b>Pneumatikventil</b>	
	<b>Schnellentlüftungsventil</b> Sperrventil, bei dem bei entlüfteter Eingangsleitung die Ausgangsleitung ins Freie entlüftet wird (hier mit Schalldämpfer in der Ausgangsleitung)

Die übrigen Symbole sind identisch mit denen der Ölhydraulik

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 189.

Fortsetzung der Tabelle Pneumatische Anlagen von Seite 188.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
<b>Pneumatikleitungen und Zubehör</b>	
	<b>Schalldämpfer</b> zur Verminderung des entstehenden Geräusches
	<b>Druckluftspeicher</b>
	<b>Durchflussmessgerät</b> (auch für hydraulische Anlagen) Volumenstrommessgerät
<b>Wartungseinheit</b>	
	<b>Wasserabscheider</b> Abscheiden und Entfernen von Kondenswasser aus der Anlage ① handbetätigt ② automatische Entleerung
	<b>Filter</b> mit Wasserabscheider ① handbetätigt ② automatische Entleerung
	<b>Entlüftung</b> ohne Anschlussmöglichkeit
	<b>Trockner</b> in dem Luft mittels Chemikalien getrocknet wird
	<b>Öler</b> in dem durchströmender Luft eine geringe Menge Öl zugeführt wird
<b>Betätigungen</b>	
	<b>Druckbetätigung (direkt)</b> ① durch Druckbeaufschlagung ② durch Druckentlastung
	<b>Druckbetätigung (indirekt)</b> ① durch Druckbeaufschlagung ② durch Druckentlastung
	<b>kombinierte Betätigung</b> ① Elektromagnet und Steuerventil ② Elektromagnet oder Steuerventil

## Mechatronik

### Begriffe und Definitionen

#### **Mechatronik**

Bei der Entwicklung und Erstellung mechatronischer Produkte wirken die Fachbereiche Mechanik, Hydraulik, Pneumatik, Elektrotechnik/ Elektronik, Regelungstechnik und Informationstechnik integrativ zusammen.

Während in der Anfangszeit (ca. 1970) Mechatronik nur als das Zusammenführen von Mechanik und Elektronik verstanden wurde, ist der Begriff heute weiter zu fassen:

„Mechatronik ist eine Ingenieurwissenschaft, die die Funktionalität eines technischen Systems durch eine enge Verknüpfung mechanischer, elektrotechnischer und datenverarbeitender Komponenten erzielt.“ (Bosch, Kraftfahrzeugtechnisches Taschenbuch 1995).

Ähnlich ist die Definition der IEEE/ASME von 1996, die auch als Grundlage für die VDI-Richtlinie 2206 „Entwicklung mechatronischer und cyberphysischer Systeme“ genutzt wurde:

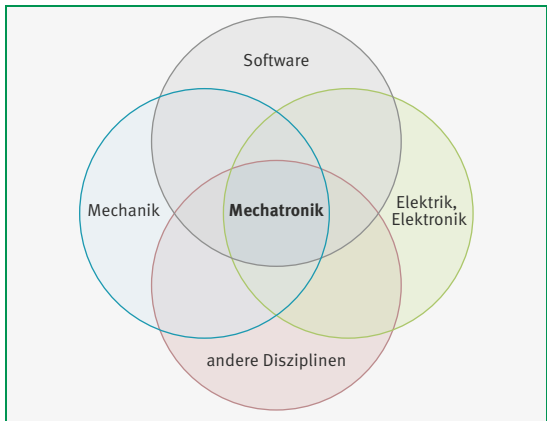
„Mechatronics is the synergetic integration of mechanical engineering with electronic and intelligent computer control in the design and manufacturing of industrial products and processes.“

#### **Bild 1**

Struktur mechatronischer Systeme

Quelle:

VDI/VDE-Richtlinie  
2206:2021





Die Mechatronik kann also Synergien durch Integration von Maschinenbau, Elektrotechnik und Informationstechnik sowie gegebenenfalls weiteren anderen Disziplinen schaffen und damit zur Verbesserung der Funktionalität technischer Systeme führen.

Das Spektrum mechatronischer Produkte reicht von einfachen Gebrauchsgegenständen über Haushaltsgeräte („weiße und braune Ware“), Kraftfahrzeugtechnik, Medizintechnik bis hin zur Luft- und Raumfahrttechnik.

- Technisches System** Ein technisches System besteht aus Teilsystemen beziehungsweise Elementen, die untereinander durch Beziehungen (Relationen) verbunden und zur Umgebung durch eine Systemgrenze (Hüllfläche) abgegrenzt sind. Dabei treten als Ein- und Ausgangsgrößen Energie, Stoff und Informationen auf. Vergleiche auch Bild 2, Seite 192.
- Technischer Prozess** Ein technischer Prozess setzt in einem technischen System Energie, Stoff und Information um, wobei die zeitliche Abfolge durch Zustände gekennzeichnet ist.
- Stoffe, Energie und Information** Als Stoffe werden beispielsweise Rohprodukte, Materialien, Bauteile, Gase und Flüssigkeiten bezeichnet. Die Energie kann mechanisch, thermisch, elektrisch, chemisch usw. bereitgestellt werden. Die Information kann beispielsweise ein Signal, eine Messgröße, verschiedene Daten oder ein Steuerimpuls sein.

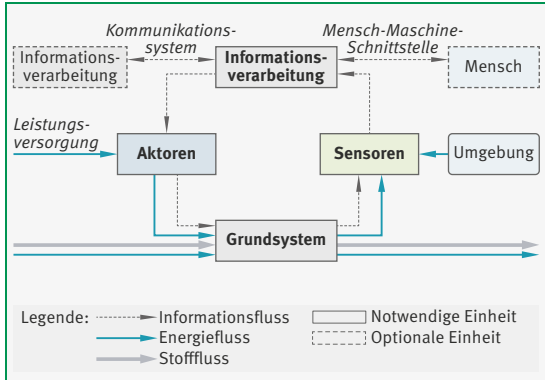
## Mechatronisches System

Mechatronische Systeme sind technische Systeme, deren Besonderheit, gemäß Bild 1, Seite 190, das Zusammenwirken von Maschinenbau, Elektrotechnik, Informationstechnik sowie gegebenenfalls weiterer Disziplinen ist.

Betrachtet man das mechatronische System als Blackbox, so lässt es sich als Referenzarchitektur wie folgt darstellen:

**Bild 2**  
Referenzarchitektur eines mechatronischen Systems

Quelle:  
VDI/VDE-Richtlinie  
2206:2021



Die Eingangs- und Ausgangsgrößen sind Stoff-, Energie- und Informationsflüsse. Die technische Komponente, das Grundsystem (oder auch der technische Prozess), stellt praktisch das tragende Basissystem dar und besteht maßgeblich aus Elementen der Mechanik, Elektrotechnik, Hydraulik und Pneumatik. Sie wird mittels der informationsverarbeitenden Komponente gesteuert beziehungsweise geregelt. Dabei setzen die Sensoren die Signale der technischen Komponente in Informationen für die informationsverarbeitende Komponente um und die Aktoren greifen durch Modifikation von Parametern der technischen Komponente ein.

Je nach Komplexität des Systems können folgende Aufgaben in mechatronischen Systemen übernommen werden:

- Steuerung, Regelung
- Überwachung und Fehlerdiagnose
- Koordination
- Management

Sie decken damit das gesamte Spektrum von reaktiven bis hin zu kognitiven Tätigkeiten ab.

**Cyber-physisches System** Die VDI-Richtlinie 2206 definiert den Begriff des cyber-physischen Systems (CPS) als „System, das auf einem mechatronischen Kern basiert, der durch seine Vernetzung mit dem Internet der Dinge und Dienste gekennzeichnet ist, wodurch beispielsweise Verhaltens- oder Eigenschaftsänderungen während des Betriebs ermöglicht werden“. Die Basis bildet also ein mechatronisches System, welches über die Systemgrenze hinaus kommunizieren kann.

Diese vertiefte Vernetzung technischer Systeme untereinander und die Anbindung an das Internet der Dinge erschließt weiteres Potenzial in Bezug auf die Digitalisierung von Produkten, Prozessen und zugehörigen Dienstleistungen. Sie geht aber auch mit einer erhöhten Verantwortung in Bezug auf die Cyber-Sicherheit einher.

---

### Sensoren

**Hauptaufgabe** Als Sensor versteht man im Kontext der Mechatronik eine Einrichtung, die Informationen über die aktuellen Eigenschaften des Grundsystems und über die Umgebung erfasst und zur Verfügung stellt. Ein Sensor erfasst also charakteristische physikalische Messgrößen und wandelt diese in der Regel in anforderungsgerechte, proportionale elektrische Signale um, die der informationsverarbeitenden Komponente zugeführt werden.

Am Eingang des Sensors wird im allgemeinen Fall eine nichtelektrische Größe aufgenommen, durch Umformer gegebenenfalls (auch mehrfach) in Zwischengrößen umgeformt und von einem Wandler in die primäre analoge elektrische Größe umgesetzt. Abhängig von dem Integrationsgrad des Sensors stellt die primäre analoge elektrische Größe direkt das Ausgangssignal dar oder sie wird durch Auswerteelektroniken weiterverarbeitet und gegebenenfalls durch einen analog-digital-Wandler in ein digitales Ausgangssignal umgesetzt.

Die Sensoren müssen somit ausgewählt werden in Bezug auf:

- die zu erfassende physikalische Kenngröße
- den abzubildenden Messbereich
- die geforderte Genauigkeit
- eventuell geforderte Vorverarbeitungen
- das geforderte Ausgangssignal

**Wirkprinzipien** Gängige Sensoren basieren häufig auf drei grundlegenden, aus der Messtechnik bekannten Wirkprinzipien. Resistive Sensoren erfassen die Veränderung eines elektrischen Widerstands, während induktive Sensoren auf der Messung der Veränderung eines magnetischen Widerstands basieren. Die Funktion kapazitiver Sensoren hingegen beruht auf der Messung der Veränderung der elektrischen Kapazität.

Daneben gibt es weitere Sensoren, die unter anderem optische, piezoelektrische oder pyroelektrische Effekte ausnutzen.

**Beispiele** Die folgende Tabelle bietet, ohne Anspruch auf Vollständigkeit, einen Überblick über gängige Sensoren, gegliedert nach deren Messgröße (Input) und dem Sensor-Ausgangssignal (Output).

Messgröße (Input)	Sensor-Ausgangssignal (Output)					
	Elektrischer Widerstand			Spannung U	Strom I	Ladung Q
	resistiv R	induktiv L	kapazitiv C			
Dehnung $\epsilon = \Delta l/l_0$	Dehnungsmessstreifen (DMS)	–	–	–	faser-optischer Sensor	–
Position: Länge l Weg s Winkel $\varphi$	Potentiometer, magnetoresistiver Sensor, Gauß-Feldplatte	Differenzial-Transformator, Tauchanker-Wegsensor	kapazitiver Wegsensor	Hall-Sensor, optoelektronischer Lichtschranken-Sensor	Wirbelstrom-Sensor	–
Geschwindigkeit $v = ds/dt$	magnetoresistiver Drehwinkel-Sensor	induktiver Drehwinkel-Sensor	–	Magnetpol-Drehzahl-Sensor	optoelektronischer Drehzahl-Sensor	Gyrometer/ Piezo-Sensor
Beschleunigung $a = dv/dt$	seismischer Sensor: Masse-Dämpfer-Feder-System, Rückführung auf Wegmessung: resistiv, induktiv, kapazitiv, optoelektronisch, piezoresistiv; Hall/Gauß-Sensorik oder Dehnungsmessung (DMS)					
Kraft F Moment F · l	piezoresistiver Sensor, Dehnstoff-Sensor	magnetoelastischer Sensor	Kraftkompensations-Sensor	Federelemente oder DMS, Rückführung auf: Weg(s)-Messung mit $F = f(s)$ , oder Dehnungs( $\epsilon$ )-Messung mit $F = f(\epsilon)$		piezoelektrischer Sensor
Druck $p = \text{Kraft}/\text{Fläche}$	piezoresistiver Sensor, Dehnstoff-Sensor	magnetoelastischer Sensor	kapazitiver Drucksensor	Federelemente oder DMS, Rückführung auf: Weg(s)-Messung mit $F = f(s)$ , oder Dehnungs( $\epsilon$ )-Messung mit $F = f(\epsilon)$		piezoelektrischer Sensor
Temperatur T	NTC- und PTC-Widerstand	–	–	Thermoelement	optoelektronisches Pyrometer	–
Feuchte $f_{\text{abs}} \cdot f_{\text{rel}}$	resistives Hygrometer	–	Kondensator, Hygrometer	–	–	–

Quelle: Horst Czichos, Mechatronik, Grundlagen und Anwendungen technischer Systeme, 4. überarbeitete und erweiterte Auflage.

Stephan Rinderknecht, Rainer Nordmann, Herbert Birchofer, Einführung in die Mechatronik für den Maschinenbau, 2. überarbeitete Auflage, Skripte im Shaker Verlag, Shaker Verlag, Aachen, 2018.

## Informationsverarbeitung

**Hauptaufgabe** Allgemein stellt die Informationsverarbeitung das Verbindungsglied zwischen Sensorik und Aktorik dar. Innerhalb eines Prozessrechners wird das Sensorsignal verarbeitet und ein Stellsignal für den Aktor ausgegeben. Der Prozessrechner ist eine programmierbare, elektronische Hardwarekomponente, die dem Gesamtsystem in gewisser Weise eine künstliche Intelligenz verleiht. Man unterscheidet dabei zwischen Steuern und Regeln des Systems. Damit die Anwender das mechatronische System während des Betriebs beeinflussen können, ist eine Mensch-Maschine-Schnittstelle notwendig. Im cyber-physikalischen System kann die Schnittstelle auch ohne Menschinteraktion erfolgen.

### Steuern und Regeln

**Steuern** Beim Steuern erfolgt eine direkte Beeinflussung des an den Aktor ausgegebenen Stellsignals durch die Führungsgröße ohne Rückwirkung über Sensoren. Im sogenannten Open-Loop erfolgt also keine Überprüfung der Ausgangsgröße des Grundsystems mit seiner gewünschten Führungsgröße. Bei Ungenauigkeiten in der Abbildung des Systemverhaltens oder bei Störungen von außen ist die Steuerung ungenau.

**Regeln** Beim Regeln erfolgt, im sogenannten Closed-Loop, über die Sensoren eine Rückführung der Ausgangsgröße des Grundsystems, eine sogenannte Rückkopplung. Dadurch entsteht ein geschlossener Wirkungsablauf. Durch einen Soll-Ist-Vergleich mit der Führungsgröße wird eine entsprechende fortlaufende Anpassung der Stellgröße möglich. Eine Regelung kann damit unbekannte Störungen, Parameterschwankungen und Modellunsicherheiten ausgleichen und einen stabilen Betrieb sicherstellen.

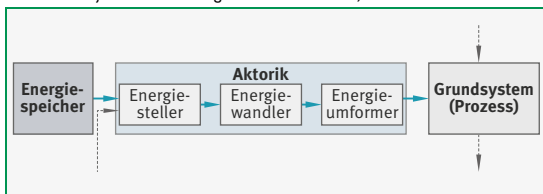
## Aktoren

### Hauptaufgabe

Als Aktor versteht man im Kontext der Mechatronik eine Einrichtung, die Zustandsgrößen in mechatronischen Systemen gezielt beeinflusst. Der Aktor stellt das Verbindungsglied zwischen der Informationsverarbeitung und dem zu beeinflussenden Grundsystem dar. Das oft digitale Stellsignal niedriger Leistung aus der Informationsverarbeitung muss gegebenenfalls zunächst in ein analoges Signal umgewandelt werden.

Die Aktorik kann je nach Anwendung mehrere Funktionsglieder, mindestens jedoch den Energiesteller umfassen, siehe Bild 3:

**Bild 3**  
Aufbau eines Aktors



### Energiesteller

Der Aktor wird über den Energiesteller durch die Stellgröße von geringer Leistung angesprochen. Die benötigte höhere Energie wird – bestimmt durch die Stellgröße am Ausgang des Energiestellers – aus leistungsstarken Energiespeichern bereitgestellt. Beispiele für Energiesteller sind dabei Transistoren, Thyristoren und Ventile. Die Energie aus dem Energiespeicher kann hydraulisch, pneumatisch, elektrisch, mechanisch usw. vorliegen.

### Energiewandler

Je nach Anforderung muss die vom Energiesteller zur Verfügung gestellte Energie durch den Energiewandler in eine andere Energieart umgewandelt werden. Beispielsweise wandeln Elektromotoren elektrische Energie in mechanische Rotationsenergie und Hydraulikzylinder wandeln hydraulische Energie in mechanische Translationsenergie um.

### Energieumformer

Durch den Energieumformer kann die Energie aus dem Energiewandler durch Energieumformer artgleich weiter an die prozessbedingte Anforderung angepasst werden. So können besondere Anforderungen, wie kleine Stellwege bei großen Belastungen (sogenannte Kraftstellglieder) und große Stellwege bei kleinen Belastungen (sogenannte Wegstellglieder) realisiert werden. Beispiele für mechanische Wandler sind Getriebe, Spindeln und Hebel.

**Beispiele** Die folgende Tabelle bietet, ohne Anspruch auf Vollständigkeit, einen Überblick über gängige Funktionsglieder von Aktoren.

Wirkprinzip		Funktionsglied
elektromechanisch	elektromagnetisch	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Elektromagnet</li> <li>■ Reluktanzmotor</li> </ul>
	elektrodynamisch	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Tauchspule</li> <li>■ Gleichstrommotor</li> <li>■ EC-Motor</li> <li>■ Synchron- und Asynchronmaschine</li> </ul>
hydromechanisch	pneumatisch	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Pneumatikzylinder</li> <li>■ Radial- und Axialkolbenmotor</li> <li>■ Lamellenmotor</li> </ul>
	hydrostatisch und hydrodynamisch	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ hydrostatischer Motor</li> <li>■ Hydraulikzylinder</li> <li>■ hydrodynamischer Motor, Strömungsmotor</li> <li>■ Schrägachsenmotor</li> <li>■ Schrägscheibenmotor</li> <li>■ Flügelzellenmotor</li> <li>■ Radialkolbenmotor</li> </ul>
stoffmechanisch	thermomechanisch	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Formgedächtnislegierung</li> <li>■ Bimetall</li> <li>■ Dehnstoffelement</li> </ul>
	elektromechanisch	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Piezokristall</li> <li>■ elektroaktives Polymer</li> <li>■ elektrorheologische Flüssigkeit</li> </ul>
	magnetomechanisch	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ ferromagnetischer Kristall</li> <li>■ magnetische Formgedächtnislegierung</li> <li>■ magnetorheologische Flüssigkeit</li> </ul>
	chemomechanisch	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Brennstoffzelle</li> <li>■ Sauerstoffpumpe</li> <li>■ Polymer-Gel</li> <li>■ vernetzte Polymere</li> </ul>

Quelle: Horst Czichos, Mechatronik, Grundlagen und Anwendungen technischer Systeme, 4. überarbeitete und erweiterte Auflage.

Stephan Rinderknecht, Rainer Nordmann, Herbert Birkhofer, Einführung in die Mechatronik für den Maschinenbau, 2. überarbeitete Auflage, Skripte im Shaker Verlag, Shaker Verlag, Aachen, 2018.

Entwicklungsprozess

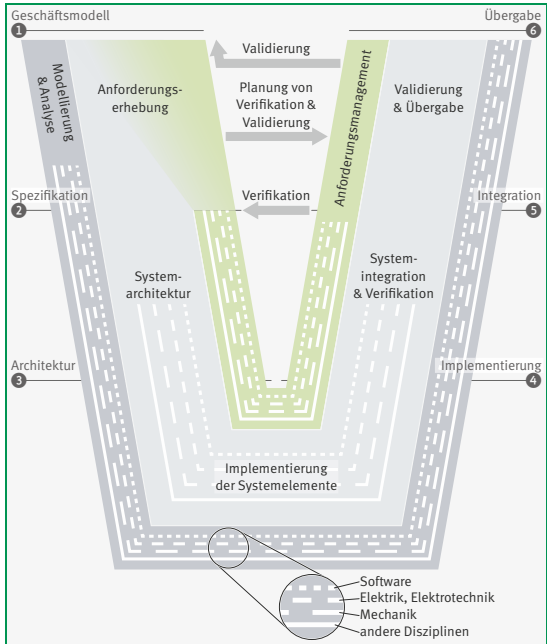
Die Entwicklung mechatronischer und cyber-physischer Systeme erfordert ganzheitliches und interdisziplinäres Denken und Arbeiten.

Da die Entwicklungsmethoden und -prozesse in den einzelnen Fachdomänen zwar Ähnlichkeiten aufweisen, in entscheidenden Punkten jedoch verschieden sind, gilt es, mittels guter Kommunikation im interdisziplinären Team eine domänenübergreifende Vorgehensweise sicherzustellen. Dabei spielen die Frage der Modellbildung und die Orientierung am Funktionsbegriff eine entscheidende Rolle.

In der VDI-Richtlinie 2206 wird ein Prozessmodell in V-Form zur Entwicklung mechatronischer und cyber-physischer Systeme vorgestellt. Es soll als Rahmenwerk verstanden werden, das anpassbar an die jeweilige Unternehmensstruktur, die Verknüpfung von Aufgaben der interdisziplinären Produktentwicklung im Sinne eines iterativen Vorgehens beim Entwurf zur Absicherung der Produkteigenschaften beschreibt.

**Bild 4**  
V-Modell für Entwicklung mechatronischer und cyber-physischer Systeme

Quelle:  
VDI/VDE-Richtlinie  
2206:2021





Für die Qualität der entstehenden Produkte kristallisieren sich drei Aspekte als maßgeblich heraus: die Integration der Fachdomänen, eine ganzheitliche Vorgehensweise und die richtige Modellbildung (als Basis für Simulationen des Gesamtsystems).

Wichtig ist die Bereitstellung einer Prozesslandschaft, in der die Mechatroniker die jeweils bestgeeignete Methode einsetzen sollen. Mitarbeiter in einem solchen Team müssen über einen Blick für das Ganze verfügen und sich als Systemarchitekten verstehen, die im Bedarfsfall auf die Kompetenzen der Fachspezialisten zurückgreifen können.

- Aufbau des V-Modells** Das V-Modell ist aufgeteilt in drei Stränge, welche parallel durchlaufen werden müssen und eng miteinander verknüpft sind.
- Mittlerer Strang des V-Modells** Der mittlere Strang repräsentiert die Systementwicklung mit den iterativen und teilweise überlappenden Kernaufgaben:
- Anforderungen erheben.
  - Systemarchitektur entwickeln.
  - Systemelemente implementieren.
  - Subsysteme zum Gesamtsystem zusammenführen und verifizieren.
  - System validieren und übergeben.
- Innerer Strang des V-Modells** Der innere Strang beschreibt die Anforderungsentwicklung, bestehend aus Anforderungserhebung und Anforderungsmanagement. Das Anforderungsmanagement dient dazu, Anforderungsänderungen während des gesamten Entwicklungsprojekts zu analysieren, zu strukturieren, zuzuordnen und zu integrieren.
- Äußerer Strang des V-Modells** Der äußere Strang umfasst die Modellbildung und Analyse des Systems beziehungsweise diverser Subsysteme. Ziel der Modellierung sind mathematische und deskriptive Ersatzmodelle des Systems, der Subsysteme oder Systemelemente, welche die Struktur und das Verhalten mit ausreichender Genauigkeit beschreiben.
- Dabei ist es wichtig, dass leistungsfähige Software-Werkzeuge bereitgestellt werden, mit denen mittels Simulation die notwendigen Eigenschaftsabsicherungen in den verschiedenen Entwicklungsstadien möglich werden.

### **Modellbildung und Simulation**

**Hauptaufgabe** Das Ziel einer Modellierung ist die Analyse und/oder die Vorhersage des betrachteten Systems selbst und/oder des Verhaltens des betrachteten Systems. So können bereits in der Entwurfsphase wichtige Erkenntnisse zur optimalen Auslegung des Systems oder zum Austausch von Komponenten ermittelt werden.

Die Modellbildung umfasst dabei das Umsetzen eines realen (existierenden oder gedachten) Systems in ein abstraktes Abbild (Modell). Ein Modell stellt als Abstraktion immer eine Vereinfachung eines realen Systems dar. Hierbei gilt der Grundsatz: so einfach wie möglich, so komplex wie nötig. Während zum einen alle relevanten physikalischen Effekte abbildet werden müssen, um das reale Systemverhalten mit ausreichender Güte vorherzusagen, muss zum anderen der numerische Aufwand für die Simulation beherrschbar bleiben.

**Theoretische Modellbildung** Bei der theoretischen Modellbildung erfolgt die Systembeschreibung auf Basis von mathematisch formulierten physikalischen Gesetzmäßigkeiten – in der Regel gewöhnliche und partielle Differenzialgleichungen.



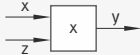
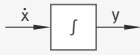
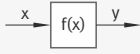
Zu den häufigsten benötigten Gesetzen gehören:

- Newton'sche Axiome
- Hebelgesetze
- Hauptsätze der Thermodynamik
- Ohm'sches Gesetz
- Kirchhoff'sche Regeln

Das Vorgehen zur theoretischen Modellbildung gliedert sich in drei Schritte. Zunächst muss das reale System in ein begrenztes, vereinfachtes Ersatzsystem überführt werden. Das statische und dynamische Verhalten des Systems wird anschließend mittels der Differenzialgleichungen beschrieben. Durch simultane Lösung der Differenzialgleichungen kann abschließend das reale Verhalten des Systems simuliert werden.

**Blockschaltbilder** Die Wirkungszusammenhänge zwischen einem System und seiner Umwelt oder zwischen Teilsystemen werden am übersichtlichsten durch Wirkungspläne beschrieben. In der Anwendung wird diese Vernetzung von Differenzialgleichungen oft in symbolischer Form als Blockschaltbild dargestellt. Hierbei wird für jedes betrachtete Element die charakteristische Übertragungsfunktion zwischen den Eingangsgrößen (Ursache) und den Ausgangsgrößen (Wirkung) als einfacher Block dargestellt. Die einzelnen Blöcke sind über ihre Eingangs- und Ausgangsgrößen miteinander verknüpft. Die Darstellung als Blockschaltbild ist im Ingenieurbereich weit verbreitet und wird in vielen numerischen Lösungswerkzeugen wie zum Beispiel MATLAB®/SIMULINK®, LabVIEW™, usw. verwendet.

**Symbole für Standardoperatoren** In der folgenden Tabelle ist die symbolische Darstellung für Standardoperatoren dargestellt, mit denen sich Differenzialgleichungen und damit die Systemelemente im Blockschaltbild aufbauen lassen.

Operation	Mathematische Formulierung	Symbolische Darstellung
Addition und Subtraktion (auch mit mehr als zwei Eingängen)	$y = x - z$	
Multiplikation (Verstärker/Gain) mit dem konstanten Ausdruck a	$y = x \cdot a$	
Multiplikation von zwei Variablen	$y = x \cdot z$	
Integration über die Zeit	$y = x$	
beliebige Funktionen (mit konstanten Ausdrücken oder mehreren Eingängen)	$y = f(x)$	

**Ersatzschaltbilder für Systemkomponenten** In den folgenden Tabellen sind gängige Ersatzschaltbilder für die verschiedenen Systemkomponenten aus der Mechanik, Elektrotechnik, Hydraulik und Pneumatik dargestellt:

Komponente	Physikalische/ mathematische Größe	Mathematische Formulierung	Symbolische Darstellung
<b>mechanische Systemkomponenten</b>			
Feder	Elastizität (Speicher)	$F_k = k \cdot x = k \cdot \int \dot{x} \cdot dt$	
Drehfeder		$M_k = \hat{k} \cdot \varphi = \hat{k} \cdot \int \dot{\varphi} \cdot dt$	
Dämpfer	Widerstand (Senke)	$F_d = d \cdot \dot{x}$	
Drehdämpfer		$M_d = \hat{d} \cdot \dot{\varphi}$	
Masse	Trägheit (Speicher)	$F_m = m \cdot \ddot{x} = m \cdot \frac{d\dot{x}}{dt}$	
Drehmasse		$M_m = \theta \cdot \ddot{\varphi} = \theta \cdot \frac{d\dot{\varphi}}{dt} \int \dot{\varphi} \cdot dt$	

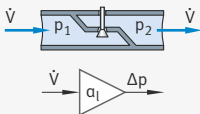
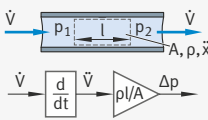
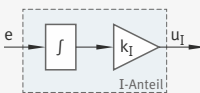
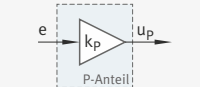
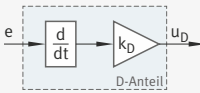
Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 203.

Fortsetzung der Tabelle Ersatzschaltbilder für Systemkomponenten von Seite 202.

Komponente	Physikalische/ mathematische Größe	Mathematische Formulierung	Symbolische Darstellung
<b>elektrische Systemkomponenten</b>			
Kondensator	Kapazität (Speicher)	$U_C = \frac{1}{C} \cdot \int I \cdot dt = \frac{1}{C} \cdot Q$	
ohmscher Widerstand	Widerstand (Senke)	$U_R = R \cdot I = R \cdot \dot{Q}$	
Spule	Induktivität (Speicher)	$U_L = L \cdot \dot{I} = L \cdot \ddot{Q}$	
<b>hydraulische und pneumatische Systemkomponenten</b>			
Behälter	Kapazität (Speicher)	<p>Gewichtsspeicher:  <math>(p_1 - p_2) \cdot A = \rho \cdot g \cdot A \cdot h</math>  <math>\dot{V} = (\dot{V}_2 - \dot{V}_1) = A \cdot \dot{h}</math>  <math>\Delta \dot{p} = \dot{p}_1 - \dot{p}_2</math>  <math>= \frac{\rho \cdot g}{A} \cdot \dot{V} = \frac{1}{C_{\text{hyd}}} \cdot \dot{V}</math></p> <p>allgemeiner Druckspeicher:  <math>\Delta p = p_1 - p_2</math>  <math>= \frac{1}{C_{\text{hyd}}} \cdot \int \dot{V} \cdot dt</math>  <math>C_{\text{hyd}} = \frac{dV}{d\Delta p}</math></p>	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 204.

Fortsetzung der Tabelle Ersatzschaltbilder für Systemkomponenten von Seite 203.

Komponente	Physikalische/ mathematische Größe	Mathematische Formulierung	Symbolische Darstellung
<b>hydraulische und pneumatische Systemkomponenten</b>			
Drossel, Blende	Widerstand (Senke)	linearer Fall: $\Delta p = p_1 - p_2 = \alpha_l \cdot \dot{V}$  nichtlinearer Fall: $\Delta p = p_1 - p_2 = \alpha_{nl} \cdot \dot{V}^n$	
Fluidmasse	Trägheit (Speicher)	$(p_1 - p_2) \cdot A = \rho \cdot l \cdot A \cdot \ddot{x}$ $= \rho \cdot l \cdot \ddot{V}$  $\Delta p = p_1 - p_2$ $= \frac{\rho \cdot l}{A} \cdot \dot{V} = L_{hyd} \cdot \dot{V}$	
<b>Regler</b>			
I-Anteil des Reglers	Integralbeiwert $k_I$	$u_I = k_I \cdot \int e \cdot dt$	
P-Anteil des Reglers	Verstärkungsfaktor $k_P$	$u_P = k_P \cdot e$	
D-Anteil des Reglers	Differenzialbeiwert $k_D$	$u_D = k_D \cdot \dot{e}$	

Die vorangehenden Tabellen verdeutlichen für wichtige Systemkomponenten neben der funktionsorientierten Schemadarstellung die Umsetzung der mathematischen Beschreibung in Blockschaltbilder mittels der Grundoperationen, siehe Tabelle Symbole für Standardoperatoren, Seite 201. Entsprechend lassen sich auch alle weiteren Elemente, wie Quellen (zum Beispiel Batterien) und Wandler (zum Beispiel Getriebe) usw. darstellen.

### Motivation und Indikatoren für den Einsatz

Motive und Gründe für die Realisierung mechatronischer Systeme können sein:

- Funktionstransfer, das heißt kostenoptimale Verteilung der Hauptfunktion auf die verschiedenen Domänen
- Realisierung neuer Funktionen
- Erhöhung der Bewegungspräzision unter Echtzeitbedingungen
- Robustheit gegenüber mechanischen Störungen
- Anpassungsfähigkeit an veränderte Umweltbedingungen
- Selbstdiagnose, Selbstkorrektur
- Verbesserung der Betriebssicherheit
- Zunehmende Autonomie
- Selbstständiges Lernen
- Kompensation mechanischer Unzulänglichkeiten

Trotz der genannten Vorteile kann der blinde Einsatz von Komponenten aus unterschiedlichen Fachdomänen ein Problem komplizierter und die Lösung teurer machen. Der Einsatz mechatronischer Lösungen muss mit einem höheren Nutzen verbunden sein.

### Beispiele für mechatronische Systeme

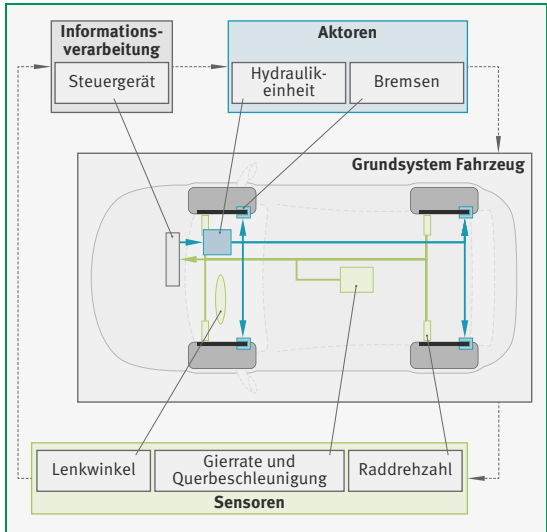
#### ABS und ESP

Das Antiblockier-System (ABS) gewährleistet durch das Zusammenwirken von Mechanik, Elektronik und Software die Lenkbarkeit und Fahrstabilität eines Fahrzeugs beim Bremsvorgang. Ein Blockieren der Räder wird vermieden.

Ähnlich wie Antiblockier-Systeme sind Elektronische Stabilitätsprogramme (ESP) in modernen Kraftfahrzeugen praktisch Standard. Sie gewährleisten ein stabiles und damit sicheres Fahrverhalten bei Kurvenfahrt, da unabhängig vom Fahrer durch gezieltes Abbremsen einzelner Räder dem Ausbrechen des Fahrzeugs entgegengewirkt wird.

Das Fahrzeug ist das Gesamtsystem und dient gleichzeitig als tragende technische Komponente (Grundsystem), siehe Bild 5. Diverse Sensoren erfassen über die Raddrehzahl-, Gierraten-, Querbeschleunigungs-, Lenkradwinkel- und Vordrucksensoren den aktuellen Fahrzustand. Ein elektronisches Steuergerät (hier informationstechnische Komponente) verarbeitet diese Daten und sendet im Bedarfsfall Steuer-signale an die Hydraulikeinheit (Aktor).

**Bild 5**  
 ABS und ESP als Beispiel  
 für ein mechatronisches  
 System in einem PKW



**Magnetlager**

Dieses Lager eignet sich für extrem hohe Drehzahlen (zum Beispiel für Werkzeugmaschinen-spindeln), bei denen konventionelle Lagerungen versagen. Der Rotor wird berührungslos und reibungsfrei in einem Magnetfeld gehalten. Lagerkräfte werden über Magnetkräfte im Gleichgewicht gehalten, diese werden so gesteuert und geregelt, dass der Rotor stabil schwebt.



### Funktionserweiterung von Wälzlagern

#### Mechatronik in Wälzlagern

Wälzlager sind grundsätzlich dafür konstruiert, Drehungen um eine Achse oder Verschiebungen längs einer Achse reibungsarm zu ermöglichen, gewisse andere Bewegungen durch Aufnahme von Kräften und Momenten jedoch zu unterbinden. Im Laufe der Entwicklung wurden Lagerkomponenten dabei so gestaltet, dass sie zusätzliche mechanische Funktionen wie Führung, Abstützung oder Befestigung übernehmen konnten, wie beispielsweise Flanschlager.

Die Integration von Sensoren und Aktoren bietet die Möglichkeit, den Funktionsumfang von Lagern noch erheblich zu erweitern.

Sensoren erfassen Betriebsparameter und Lagerzustände und geben diese Informationen meist in Form elektrischer Signale weiter.

Erfasst werden beispielsweise:

- Drehwinkel (Rotativlager)
- Position (Linearlager)
- Geschwindigkeit und Drehzahl
- Axial-, Radialkraft
- Dreh-, Kippmoment
- Temperatur
- Schmierstoffzustand
- Vibrationen, Laufgeräusch
- Abnutzung, Beschädigung

Aktoren können in Verbindung mit einem Wälzlager folgende Funktionen erfüllen:

- Antreiben
- Bremsen, Blockieren
- Einstellen von Betriebsspiel oder Steifigkeit
- Dämpfen von Schwingungen
- Nachschmieren

Generatoren erzeugen umgekehrt aus mechanischer Energie elektrische. Die Lagerbewegung kann dafür vielfach als Quelle dienen.

Damit das mechatronische Lager seine Aufgabe erfüllen kann, müssen die Funktionen von Sensor und Aktor aufeinander abgestimmt sein. Die von der Sensorik erfassten Betriebsparameter werden in einem Regelungssystem entsprechend ihrer Programmierung elektronisch verarbeitet und die Aktorik angesteuert. Die Regelung wird heute meist mit Mikrocontrollern realisiert; manche sind so klein, dass sie ebenfalls ins Lager integriert werden können.

Steuert der Mikroprozessor einen Motor in einem Wälzlager, kann dieser in Bewegungsrichtung des Lagers beschleunigen oder verzögern und über den geschlossenen Regelkreis den Systemzustand in die gewünschte Richtung (zum Beispiel Drehzahlstabilisierung) beeinflussen.

Das Ziel ist, eine mechatronische Einheit zu schaffen, bei der die Komponenten optimal aufeinander abgestimmt sind, um die Vorteile von mechanischen und elektronischen Komponenten bestmöglich zu nutzen.

Im Vergleich zu Lösungen aus Einzelkomponenten, die nachträglich installiert werden müssen, bieten mechatronische Wälzlager die Vorteile von integrierten Lösungen wie geringerer Bauraum, einfachere Montage und die Einsparung von Bauteilen.

### Sensorik im und am Lager

Wälzlager mit Sensoren zu versehen dient meist einem der drei folgenden Ziele:

- Ermittlung realer Betriebsbedingungen, wie Lasten, Stöße und Temperatur.  
Die erfassten Daten werden zur fundierten Lagerauslegung für gleiche und ähnliche Anwendungsfälle genutzt. Solchen Messkampagnen gehen oft unerwartete Lagerschäden oder -ausfälle voran. Nach Klärung des Beanspruchungsfalls wird die Auslegung angepasst. Im regulären Betrieb sind weitere Messungen meist nicht mehr erforderlich.
- Permanente Zustandsüberwachung des Wälzlagers und weiterer eng benachbarter Maschinenelemente, wie Zahnräder.  
Die Sensoren nehmen dazu meist mehrere lagerrelevante Messgrößen auf. Häufig erfolgt eine automatische Signalbewertung anhand bestimmter Algorithmen. Nötigenfalls wird ein optischer oder akustischer Alarm an das Bedienpersonal gegeben.
- Online-Messung von Betriebsdaten für die Steuerung oder Regelung des Aggregats, in dem das Lager verbaut ist.  
Die Einsatzfälle reichen dabei von E-Motoren (Kommutierung) über Werkzeugmaschinen (Lastermittlung), Fahrzeuge wie Autos (ABS, ESP, Steer-by-Wire), E-Bikes (Tretmomentmessung) oder Eisenbahn (Bremsregelung) bis zu stationären Produktionsanlagen (Überlastvermeidung), Robotern (Kollaboration, Sicherheitsfunktionen, kraft-/drehmomentgesteuerte Prozesse) und Haushaltsgeräten.

## Abstimmung von Messgrößen und Messzweck

Je nach Zweck der Messung werden am Lager unterschiedliche physikalische Messgrößen erfasst. Die dafür notwendigen Sensoren werden entsprechend ausgewählt. Die Tabelle stellt dazu den Zusammenhang von Messgrößen und Zweck dar.

Messgröße	Zweck		
	Auslegung	Zustandsüberwachung	Regelung Gesamtsystem
Position, Geschwindigkeit	–	■	■
Axial- und Radialkraft	■	–	■
Dreh- und Kippmoment	■	–	■
Temperatur	■	■	■
Schmierstoffzustand	–	■	–
Vibration, Geräusch	–	■	–
Abnutzung, Beschädigung	–	■	–

Im Folgenden werden zu einigen ausgewählten Größen Messverfahren exemplarisch dargestellt, die in der Wälzlagertechnik eine Rolle spielen.

## Messen von Position und Geschwindigkeit

Die Erfassung der Drehgeschwindigkeit ist aufgrund ihrer Verwendung in der Robotik oder für Antiblockier-Systeme in Pkws die heute am weitesten verbreitete, integrierte Wälzlagersensorik. Allgemein werden die Stellung und die Geschwindigkeit einer bewegten Lagerkomponente relativ zu einer stationären bestimmt.

Grundsätzlich zu unterscheiden sind:

- Absolutpositionsmessung, wobei zu jedem Zeitpunkt, insbesondere unmittelbar nach dem Einschalten, die Relativposition zwischen festen Bezugspunkten als Datum vorliegt.
- Inkrementelle Messung, wobei primär Informationen über Positions- und Richtungsänderungen erzeugt werden.

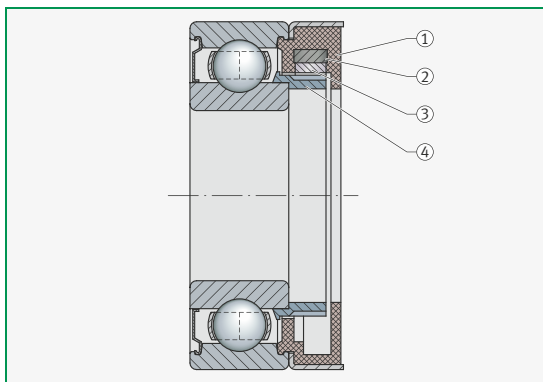
Durch Hinzufügen eines Indexes kann ein inkrementelles Messsystem in Richtung eines absoluten Messsystems weiterentwickelt werden. Voraussetzung ist eine entsprechende Signalverarbeitung, insbesondere die Erkennung der Bewegungsrichtung. Es wird nach dem Einschalten aber stets eine Orientierungsfahrt bis zur Erreichung des Indexpunkts benötigt.

Der für ein Rotativlager typische Aufbau enthält einen am rotierenden Lagerring angebrachten Encoder, den Maßstab. Dessen Stellung wird von einem oder mehreren mit dem stationären Ring verbundenen Sensoren gemessen. Das erzeugte Signal wird per Kabel weitergeleitet. Solche Lager bauen häufig etwas breiter als die Originaltypen, stimmen mit diesen aber in den übrigen Einbaumaßen und in den Leistungsdaten überein, siehe Bild 6.

**Bild 6**

Rotativ-Wälzlager  
mit Messsystem

- ① Sensorgehäuse
- ② Magnet
- ③ Hall-IC (Sensor)
- ④ Impulsgeberring (Encoder)

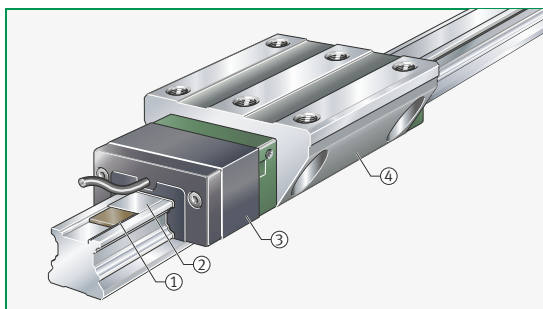


Bei Linearlagern wird der Encoder meist als Maßband auf die Profilschiene aufgebracht. Der Sensor wird an den Führungswagen angebaut. Encoder dienen zur Messung von Position und Geschwindigkeit des Führungswagens auf der Führungsschiene, siehe Bild 7.

**Bild 7**

Linear-Wälzführung  
mit Messsystem

- ① Führungsschiene mit integriertem Maßband
- ② Abdeckband
- ③ Adaptiver Messkopf
- ④ Führungswagen



## Wirkprinzipien

Sensoren können unterschiedliche Wirkprinzipien nutzen. Für Wälzlager wurden bereits optische, induktive, kapazitive und magnetische Sensoren verwendet. Die weitaus meisten Applikationen basieren bis heute auf magnetischen Verfahren.

## Messen von Kraft und Drehmoment

Für die Drehzahlbestimmung sind einige andere Komponenten, wie Welle oder Zahnrad, ebenso gut geeignet wie das Lager. Für die Kraftmessung ist das Lager dagegen häufig das einzig brauchbare Maschinenelement.

### Direkt messbare Kräfte

Bei Einwirkung von Kräften, denen ein Wälzlager Widerstand entgegensetzt, stellen sich mehrere Effekte ein, die grundsätzlich für eine Messung genutzt werden können:

- Pressungen an internen und externen Kontaktstellen nehmen zu.
- Spannungen und damit Dehnungen an bestimmten Volumenelementen und Oberflächenkonturen treten auf.
- Abstände zwischen bestimmten Bezugspunkten ändern sich. Das Lager federt ein.

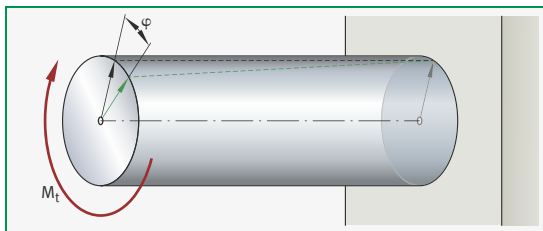
### Drehmomentbestimmung

Dagegen tritt keiner dieser Effekte auf, wenn sich ein Drehmoment längs der von einem Rotativlager gewährleisteten Drehachse aufbaut. Eine direkte Drehmomentmessung innerhalb eines Lagers ist deshalb schwierig.

Bei Anordnungen mit zwei Lagern an den beiden Enden einer vom Drehmoment tordierten Welle kann jedoch die Differenz der Lagerdrehwinkel als Messgröße dienen, siehe Bild 8. Zahnräder setzen schließlich das Drehmoment in Reaktionskräfte um, so dass in Getrieben aus Lagerkräften mittelbar auf das Moment geschlossen werden kann.

**Bild 8**  
Torsion einer Welle

$\varphi$  = Torsionswinkel  
 $M_t$  = Torsionsmoment



Die oben beschriebene Drehmomentmessung über den Torsionswinkel ist bei Wellen mit höherer Torsionssteifigkeit nicht praxistauglich. Stattdessen kann die Drehmomentmessung dann mit verschiedenen magnetischen Messverfahren erfolgen, die die Scherspannungen in einem tordierten Bauteil direkt oder indirekt erfassen. Auch der Einsatz von Dehnungsmessstreifen oder Sensorbeschichtungen auf zum Beispiel einer Welle ist denkbar.

### Wahl des Messverfahrens

Für die Auswahl des Messverfahrens mitentscheidend ist die Frage, ob die Kräfte auch bei Lagerstillstand messbar sein müssen. Ist das nicht erforderlich, können Signale herangezogen werden, die mit dem Wälzkörperdurchlauf periodisch variieren und deren Amplitude als Maß für die Kraft dient. Langzeitdrift und Temperatureinfluss stören dann weit weniger als im anderen Fall.

### Messung von Pressungen mittels Sensorschichten

An den Stellen der Kraftübertragung, nämlich Welle/Innenring, Innenring/Wälzkörper, Wälzkörper/Außenring und Außenring/Gehäuse, ist normalerweise kein Platz für Sensoren, außer sie sind sehr dünn. Piezoelektrische und piezoresistive Schichtsysteme erfüllen diese Anforderung. Erstere erzeugen elektrische Ladungen, wenn sich die einwirkende Kraft und damit ihre Dicke ändert; letztere nehmen abhängig von der jeweiligen Belastung einen anderen elektrischen Widerstand an. Für dynamische Messungen sind beide Verfahren geeignet, für statische eher die piezoresistiven Systeme.

### Zustandsüberwachung

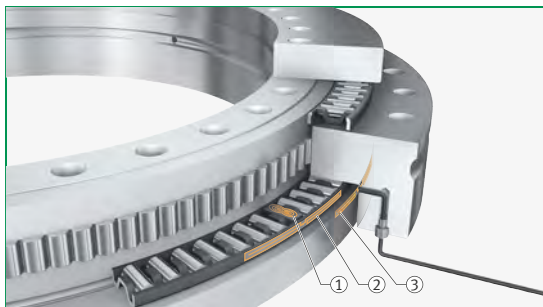
Neben der klassischen Zustandsüberwachung können Lager auch einer Unversehrtheitsprüfung (structural health monitoring) unterzogen werden. Dabei werden Sensoren für zerstörungsfreie Prüftechnik ins Lager integriert.

Eine dieser Prüfmethode ist die Wirbelstromprüfung der Laufbahnen, siehe Bild 9. Die Sonden sitzen dabei in einer oder mehreren Käfigtaschen und können während des Umlaufs Innen- wie Außenring auf Risse oder Ausbrüche prüfen. Energieversorgung und Signalübertragung erfolgen drahtlos.

**Bild 9**

Induktive Schadensüberwachung von Wälzlagern

- ① Induktiver Sensor
- ② Antenne am Käfig
- ③ Antenne am Außenring



**Aktorlager** Es gibt eine ganze Reihe von Wirkmechanismen, die ins Wälzlager integriert oder zumindest platzsparend angebaut werden können.

Rein mechanisch funktionieren:

- Freilauf zur Blockade einer Rotationsrichtung
- Bremsscheibe am drehenden und Bremsattel am stehenden Ring
- Passive Dämpfungselemente zur Schwingungsreduktion

Der Einsatz von thermisch oder elektrisch aktivierbaren Wirkelementen bietet weitere Möglichkeiten, Lager mit Zusatzfunktionen auszustatten. Einige sind bereits realisiert, andere befinden sich noch im Entwicklungsstadium.

Die folgende Tabelle stellt dazu den Zusammenhang von Aktorprinzip und Anwendung dar.

Aktorprinzip	Anwendung				
	Antreiben	Bremsen Blockieren	Stellen	Dämpfen	Nach- schmieren
E-Motor	■	■	–	–	■
Magnetspule	–	■	■	–	■
Piezoelement	■	■	■	■	■
Magnetostriktion	■	■	■	■	■
rheologische Flüssigkeit	–	■	–	■	–
Formgedächtnis- legierung	–	■	■	■	■
Dielektrisches Polymer	■	■	■	–	■
Thermische Expansion	–	■	–	–	–

**Antreiben und Bremsen** Soll ein Elektromotor ein bestimmtes Drehmoment erzeugen, so müssen Rotor und Stator eine darauf abgestimmte Größe haben. Ist das zur Führung der Welle notwendige Lager deutlich kleiner als der Elektromotor, ist eine Integration nicht sinnvoll.

### Integration von Elektromotoren

Besser geeignet für die Integration von Elektromotoren sind Lager mit relativ großem Durchmesser, wenn dieser nicht durch hohe Belastungen bedingt ist, sondern durch andere konstruktive Anforderungen. Solche Lager sind deshalb trotz ihrer Größe nicht besonders massiv und schwer.

Eingesetzt werden sie beispielsweise in Fördereinrichtungen und Computertomografen, siehe Bild 10. Wird die Erzeugung des Drehmoments über einen Ringmotor auf den Umfang verteilt, lassen sich platzsparende und ruhig laufende Lösungen realisieren. Auch Segmentmotoren, bei denen die Wicklung nicht den kompletten Umfang des Lagers umspannen muss, sind möglich.

**Bild 10**  
Lager für Computertomografen mit integriertem Ringmotor



**Stellen und Dämpfen** Diese beiden Funktionen gleichen sich darin, dass jeweils nur geringe Verstellwege zwischen  $1\ \mu\text{m}$  und  $100\ \mu\text{m}$  erforderlich sind, jedoch teils erhebliche Kräfte. Die Einstellung von Lagerparametern wie Steifigkeit, Vorspannung oder Lagerluft verlangt keine besonders schnell arbeitenden Aktoren. Häufig sollen nur Temperatureinflüsse kompensiert werden. Bei der aktiven Schwingungsreduktion muss dagegen der Aktorfrequenzgang auf das vorliegende Anregungsspektrum abgestimmt sein.

### Veränderung der Vorspannung

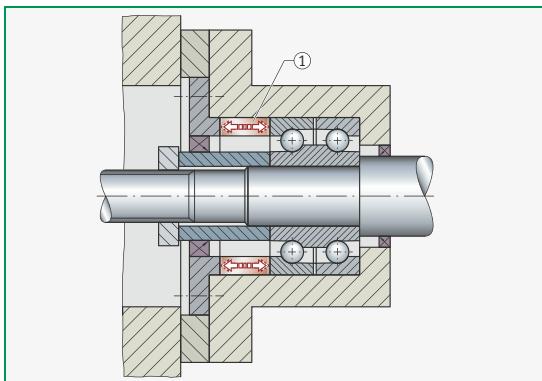
Spindellager zeichnen sich durch besonders genaue Wellenführung aus. Um Spielfreiheit sicherzustellen, werden sie vorgespannt. Bei zu hoher Wärmebelastung besteht allerdings die Gefahr, dass die Vorspannung zu hoch wird und sich dadurch die Lebensdauer mindert.



Mit einem axial wirksamen Piezoelement kann die Vorspannung unabhängig von der Temperatur konstant gehalten werden, siehe Bild 11.

**Bild 11**  
Spindellageranordnung,  
Vorspannung mit Piezo-  
spannelementen

① Piezospannelement



## Energieversorgung und Datenübertragung

Sensoren wie Aktoren benötigen meist elektrische Energie um zu funktionieren. Das Wälzlager kann hier als Quelle für die mechanische Energie dienen.

Gespeist werden müssen je nach Anwendungsfall:

- Sensoren
- Signalverarbeitungs- und -auswerteeinheiten
- Kabellose Datenübertrager
- Elektronische Regler
- Aktoren

Aufwändiger als die Energieversorgung ist die Datenübertragung. Kabel leisten beides, behindern aber in vielen Fällen die Montage und werden leicht beschädigt. Stecker am Lager sind teuer, wenn sie die üblichen Anforderungen an mechanische Stabilität und Dichtheit erfüllen sollen. Einiges spricht also für eine funkbasierte Datenübertragung.

## Entwicklungs- potenzial mechatronischer Wälzlager

Wälzlager sind, trotz ihrer über 120-jährigen Geschichte, noch lange nicht am Ende ihrer Evolution angekommen. Ein Zweig dieser Entwicklung, die Integration von elektronischen Komponenten, wurde in diesem Kapitel skizziert.

Die hier vorgestellten Lösungen geben den momentanen Entwicklungsstand mechatronischer Lager wieder. Raum für Optimierungen, eventuell auch ganz neue Ideen, ist vorhanden. Das Wälzlager wird sich zunehmend wandeln und von der Komponente zum (hoffentlich ebenso) zuverlässigen und robusten mechatronischen System werden.

## Zustandsüberwachung von Maschinen mit Wälzlagern mittels Schwingungsanalyse

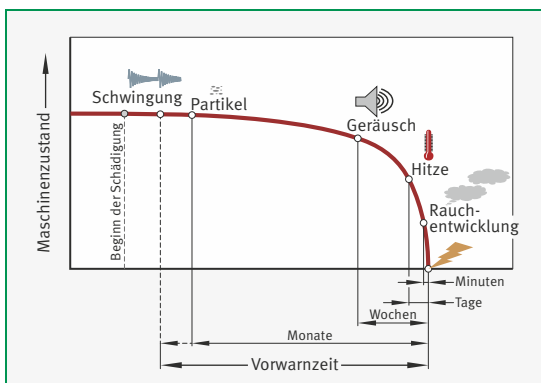
### Schwingungsanalyse

Ihren Anfang nahm die Schwingungsanalyse mit den Beobachtungen der Maschinenbediener, die Auffälligkeiten mit „menschlicher Sensorik“, also über Hören, Fühlen und Sehen, wahrnahmen und bis zu einem gewissen Grad auch bewerteten. Mit dem Fortschritt der Messtechnik konnten die auffälligen Schwingungen von Maschinen bald nicht mehr nur subjektiv, sondern umfassender und objektiv aufgenommen werden. Dadurch wurde die Qualität der daraus gewonnenen Erkenntnisse immer weiter verbessert.

Heutzutage ist die schwingungsbasierte Maschinenüberwachung (Schwingungsmessung und -analyse) ein etabliertes und zuverlässiges Werkzeug zur Erkennung und Ursachenfindung von Maschinenproblemen in einem frühen Stadium. Sie unterstützt damit die rechtzeitige Planung von notwendigen Instandhaltungsmaßnahmen.

Unwucht und Ausrichtfehler lassen sich mit der Schwingungsmessung und Schwingungsanalyse genauso als Fehlerzustände detektieren wie Wälzlerschäden, Verzahnungsdefekte und andere. Je nach Applikation lassen sich Vorwarnzeiten von mehreren Monaten realisieren, siehe Bild 12.

**Bild 12**  
Schadensverlauf und  
Detektierbarkeit  
in Abhängigkeit von  
der Zeit



Schwingungen werden durch auftretende Kräfte angeregt. Für jede Maschine im Betrieb wird eine gewisse Grundschwingung festzustellen sein, die ihren mechanischen Zustand widerspiegelt. Ändern sich die Kräfte, die in der Maschine wirken, zum Beispiel durch eine auftretende Unwucht, beschädigte Maschinenbauteile oder elektrische Probleme, so ändert sich auch das Schwingverhalten der Maschine. Steigt der Schwingungspegel bei weiterhin gleichbleibenden Betriebsparametern an, deutet dies auf eine Verschlechterung des Maschinenzustands hin.

Mit der Schwingungsanalyse können anhand charakteristischer Schwingungsmuster in den Messsignalen die verschiedenen Maschinenfehler und Schadensarten identifiziert werden. Aufgrund der frühzeitigen Erkennung des veränderten Zustands kann zunächst ein Weiterbetreiben der Maschine durchaus zulässig sein. Diese Methode der Zustandsüberwachung bietet ein großes Potential zur Kosteneinsparung, sofern durch sie die Lebensdauer der Anlagen und Maschinen beinahe vollständig ausgenutzt und ihre Verfügbarkeit erhöht werden können.

In den meisten Fällen wird der Fokus auf die Messung und Analyse von Körperschall gelegt. Hierbei werden die Schwingungen an der Oberfläche eines festen Körpers, zum Beispiel eines Maschinengehäuses, aufgenommen, die innerhalb des Körpers von ihrem Entstehungsort zum Messort übertragen werden. Alternativ dazu können auch Messverfahren angewandt werden, bei denen die Schwingbewegung eines ganzen Körpers, wie beispielsweise einer Welle, betrachtet wird.

Zur Messung von Schwingungen werden Schwingungsaufnehmer verwendet, die üblicherweise Beschleunigungen messen. Dabei unterscheidet man zwischen Piezosensoren, die Schwingungen in einem Frequenzbereich von bis zu 20 kHz aufnehmen und Halbleitersensoren (auch MEMS-Sensoren genannt), deren Messbereich unterhalb von 10 kHz liegt, die dafür aber deutlich preiswerter sind.

Man unterscheidet für die Erfassung der Messdaten zwischen Online- und Offline-Messsystemen. Bei den Online-Messsystemen werden die teilweise bereits intelligente Sensorik permanent an der Maschine angebracht und die Daten kontinuierlich aufgezeichnet. Bei den Offline-Messsystemen (meistens Handmessgeräte), die für temporäre Messungen verwendet werden, installiert man die Sensoren in der Regel mit Magneten temporär an der Maschine.

**Zeitbereich und Frequenzbereich**

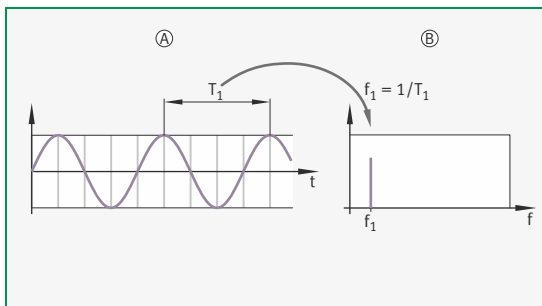
Das Ziel der schwingungsbasierten Maschinenüberwachung ist es, die Ursache für ein auftretendes Maschinenproblem zu finden. Dazu wird immer versucht, so viele Informationen wie möglich aus den Messdaten zu gewinnen. Schwingungssignale können im Zeit- oder im Frequenzbereich analysiert werden. Basierend auf derselben Messung handelt es sich um zwei unterschiedliche Darstellungsformate, die die Informationen liefern.

Wenn ein Schwingungssignal aus dem Zeitbereich in den Frequenzbereich übertragen wird, ist das Resultat ein Frequenzspektrum oder kurz Spektrum. Für das Schwingungssignal im Zeitbereich wird die Messgröße über die Zeitachse aufgetragen, beim Spektrum dagegen über die Frequenzachse, siehe Bild 13.

**Bild 13**

Zeit- und Frequenzdarstellung eines Sinussignals

- Ⓐ Zeitbereich
- Ⓑ Frequenzbereich
- $t = \text{Zeit}$
- $T_1 = \text{Periodendauer}$
- $f = \text{Frequenz}$
- $f_1 = \text{Frequenz der Sinusschwingung}$



Je nach Hersteller und Messsystem stellt eine Analysesoftware neben verschiedenen Darstellungsformen auch diverse Funktionalitäten zur Verfügung, die dem Anwender eine Hilfestellung bei der Auswertung geben. Diese umfassen einfache Analysewerkzeuge wie verschiedene Cursorarten und Zoomfunktionen bis hin zu mathematischen Funktionen. Mit diesen Mitteln lassen sich die Ursachen beziehungsweise Quellen der Schwingungsmuster genau identifizieren.

**Amplitudenmodulation und Demodulation (Hüllkurve)**

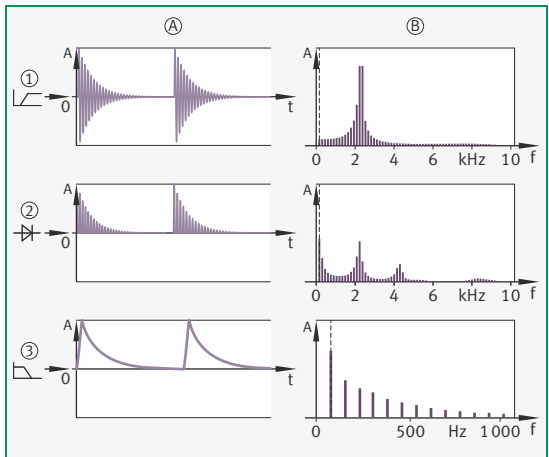
In der Schwingungsüberwachung von Maschinen, vor allem bei der Überwachung von Getrieben und Wälzlagern, treten häufig amplitudenmodulierte Signale auf. Diese Signale zeichnen sich dadurch aus, dass ihre Amplitudenwerte regelmäßig größer und kleiner werden.

In der Maschinenüberwachung hat die Amplitudenmodulation eine große Bedeutung im Bereich von stoßförmigen Anregungen, zum Beispiel bei Wälzlagerschäden, Anschlagen oder Getriebeschäden. Die Trägerfrequenz ist in diesen Fällen eine Systemeigenfrequenz. Sie wird mit der Frequenz der auftretenden Stöße moduliert. In der Regel ist dabei die Trägerfrequenz nicht von Interesse, weshalb durch Demodulation das Trägersignal vom Nutzsignal (Stoßfrequenzen) getrennt wird.

Die dafür von den verschiedenen Messgeräteherstellern verwendeten Varianten der Demodulation nutzen alle die stoßförmige Anregung im Schadensfall aus und extrahieren diesen Signalanteil aus dem Gesamtsignal. Das hierbei entstehende Signal wird auch als Hüllkurve bezeichnet. Im Gegensatz dazu werden Geschwindigkeits- oder Beschleunigungssignale, die nicht in dieser Form verarbeitet werden, auch Rohsignale genannt. Für die Hüllkurve werden die Filter so gesetzt, dass Eigenfrequenzen der mechanischen Struktur, die durch die Stöße angeregt werden, eingehüllt und herausgefiltert werden, siehe Bild 14. Dies ermöglicht es, im Spektrum nur noch die Wiederholfrequenz der Stöße mit Vielfachen zu sehen. Diese Wiederholfrequenz der Stöße wird in der Hüllkurvenanalyse ausgewertet.

**Bild 14**  
Hüllkurve im Detail

- Ⓐ Zeitbereich
  - Ⓑ Frequenzbereich
  - ① Hochpassfilter
  - ② Gleichrichter
  - ③ Tiefpassfilter
- A = Messgröße  
t = Zeit  
f = Frequenz



**Lagerschadensmuster  
und Berechnung  
der Frequenzen**

Für die Lagerschadensanalyse wird üblicherweise die Hüllkurvenanalyse angewendet. Dort zeigen sich die typischen Lagerschäden sehr deutlich. Fortgeschrittene Lagerschäden können auch im Beschleunigungsspektrum sichtbar sein, aber die Analyse ist dort meist sehr schwierig.

Die folgenden Abbildungen zeigen jeweils sowohl ein theoretisches Hüllkurvenspektrum als auch ein gemessenes Hüllkurvenspektrum eines Lagerschadens.

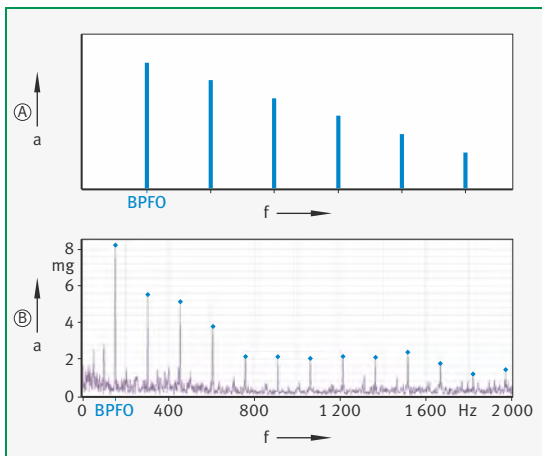
Bei einem Schaden auf der Lauffläche des Außenrings zeigt sich im Spektrum der Hüllkurve die Außenring-Überrollfrequenz (BPFO) mit ihren Harmonischen.

**Bild 15**

Außenringschaden  
(Hüllkurvenspektrum)

- Ⓐ Theoretisches Schwingungsmuster
- Ⓑ Gemessenes Signal

a = Beschleunigung  
f = Frequenz  
BPFO = Außenring-Überrollfrequenz

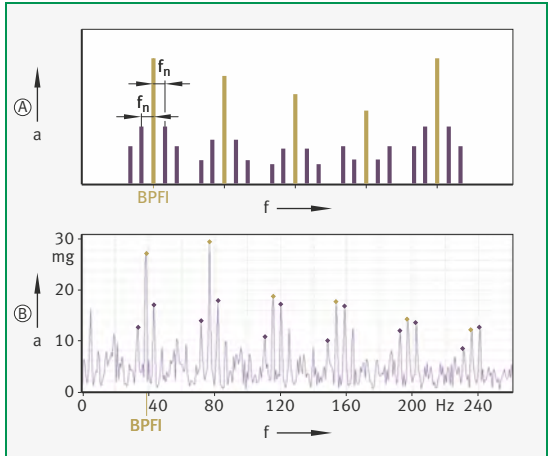


Bei einem Innenringschaden ist im Hüllkurvenspektrum die Innenring-Überrollfrequenz (BPFI) mit ihren Harmonischen und mit Seitenbändern im Abstand der Drehfrequenz des drehenden Lagerrings zu sehen.

**Bild 16**  
Innenringschaden  
(Hüllkurvenspektrum)

- Ⓐ Theoretisches Schwingungsmuster
- Ⓑ Gemessenes Signal

a = Beschleunigung  
f = Frequenz  
 $f_n$  = Drehfrequenz  
BPFI = Innenring-Überrollfrequenz

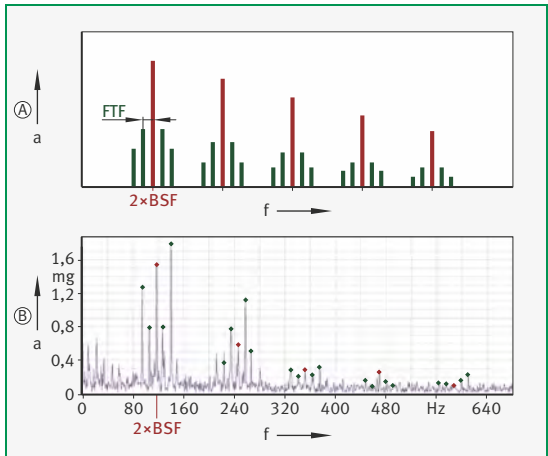


Bei einem Wälzkörperschaden zeigt sich im Hüllkurvenspektrum die doppelte Wälzkörper-Drehfrequenz ( $2 \times BSF$ ) mit ihren Harmonischen und mit Seitenbändern im Abstand der Drehfrequenz des Käfigs.

**Bild 17**  
Wälzkörperschaden  
(Hüllkurvenspektrum)

- Ⓐ Theoretisches Schwingungsmuster
- Ⓑ Gemessenes Signal

a = Beschleunigung  
f = Frequenz  
BSF = Wälzkörper-Rotationsfrequenz  
FTF = Käfig-Rotationsfrequenz



Damit die Zuordnung der oben beschriebenen Muster zu den verbauten Lagertypen möglich ist, kann man die Überrollfrequenzen anhand der nachfolgenden Formeln berechnen. Alternativ findet man die Frequenzen auf den Seiten der Lagerhersteller wie zum Beispiel bei Schaeffler auf der Plattform **medias**:  
<https://medias.schaeffler.de>.

### Typische Frequenzen

Die Frequenzkomponenten, die durch die wiederholte Überrollung einer schadhaften Stelle die typischen Schadensmuster in den Schwingungssignalen bilden, entsprechen den kinematischen Frequenzen des jeweiligen Lagers, die sich aus dessen Geometrie ergeben.

Gebräuchlich sind für die einzelnen Schadensfrequenzen Bezeichnungen und Abkürzungen wie:

- Außenring-Überrollfrequenz:  
 $f_A$  oder BPFO (ball pass frequency outer race)
- Innenring-Überrollfrequenz:  
 $f_I$  oder BPFI (ball pass frequency inner race)
- Wälzkörper-Rotationsfrequenz:  
 $f_W$  oder BSF (ball spin frequency)
- Käfig-Rotationsfrequenz:  
 $f_K$  oder FTF (fundamental train frequency)



Mit den folgenden Formeln können die kinematischen Frequenzen berechnet werden.

Für die Außenring-Überrollfrequenz gilt:

**Gleichung 1**

$$\text{BPFO} = f_A = \frac{1}{2} \cdot f_n \cdot z \cdot \left[ 1 - \frac{D_W}{D_T} \cdot \cos \alpha \right]$$

Für die Innenring-Überrollfrequenz gilt:

**Gleichung 2**

$$\text{BPFI} = f_I = \frac{1}{2} \cdot f_n \cdot z \cdot \left[ 1 + \frac{D_W}{D_T} \cdot \cos \alpha \right]$$

Für die Wälzkörper-Rotationsfrequenz gilt:

**Gleichung 3**

$$\text{BSF} = f_W = \frac{1}{2} \cdot f_n \cdot \frac{D_T}{D_W} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{D_W}{D_T} \cdot \cos \alpha \right)^2 \right]$$

Weitere Informationen bezüglich der Überwachung zum Beispiel von Getrieben finden Sie im Handbuch „Condition Monitoring Praxis“ von Schaeffler. Unterstützung bietet auch die Abteilung Condition Monitoring Service von Schaeffler.

# Festigkeitsberechnung

## Begriffe, Größen und Definitionen

### Festigkeitslehre

Die Festigkeitslehre liefert die Grundlagen für die Berechnung der Beanspruchung und die Bemessung technischer Konstruktionen.

Dabei werden folgende zwei Fragen beantwortet:

- Verteilung der inneren Kräfte auf der Schnittfläche eines beanspruchten Maschinenteils
- Durch diese Schnittgrößen hervorgerufene Formänderungen

Aus der Beantwortung der ersten Frage erhält man die vorhandene Beanspruchung der Konstruktion. Die Beantwortung der zweiten Frage liefert eine Aussage über die mit der Beanspruchung verbundenen elastischen Verformungen eines Maschinenteils, wie zum Beispiel Längenänderungen oder Durchbiegungen.

### Spannung in Flächenelementen

Den äußeren Kräften und Momenten an einem Körper halten im Inneren des Körpers entsprechende Reaktionskräfte das Gleichgewicht. Bei homogener angenommener Massenverteilung treten die inneren Reaktionskräfte flächenhaft verteilt auf. Die in jedem Flächenelement herrschende Kraftdichte (Quotient aus innerer Kraft und Wirkungsfläche) ist die **Spannung**. Sie wechselt meistens von Punkt zu Punkt ihre Größe und Richtung.

Zur Beschreibung des Spannungszustands in einem Querschnitt werden die Spannungen zerlegt:

- **Normalspannung**  $\sigma$  = Komponente senkrecht zur Schnittebene
- **Schubspannungen**  $\tau$  = zwei Komponenten in der Schnittebene

Wird eine Schnittebene so gelegt, dass beide Schubspannungen Null werden, erreicht die Normalspannung einen Extremwert, der als **Hauptspannung** bezeichnet wird.

### Formänderung

Spannungen sind stets mit Formänderungen verbunden. Man unterscheidet zwei Arten von Formänderungen:

- Elastische Formänderungen
- Plastische Formänderungen

**Elastische Formänderung** Elastische Formänderungen verschwinden wieder nach dem Entfernen der eingepprägten äußeren Belastung. Sie folgen oftmals dem Hooke'schen Gesetz.

Als Dehnungen bezeichnet man Längenänderungen eines Linienelements pro Längeneinheit. Die Längenänderungen werden durch **Normalspannungen** hervorgerufen.

Die Dehnungen sind nach dem Hooke'schen Gesetz proportional zu den begleitenden Spannungen:

**Gleichung 1**

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \varepsilon = \text{Dehnungen}$$

Dabei ist die Proportionalitätskonstante die Werkstoffkenngröße Elastizitätsmodul E.

**Schubspannungen** führen zu Winkeländerungen. Die Änderung eines ursprünglich rechten Winkels wird, auf diesen bezogen, als Gleitung oder Scherung  $\gamma$  bezeichnet.

Die Gleitung ist proportional zur Schubspannung:

**Gleichung 2**

$$\tau = G \cdot \gamma \quad \gamma = \text{Gleitungen}$$

Dabei ist die Proportionalitätskonstante die Werkstoffkenngröße Gleit-(Schub-)modul G.

Zwischen den beiden Werkstoffkenngrößen besteht die Beziehung:

**Gleichung 3**

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \nu = \text{Querkontraktionszahl}$$

**Plastische Formänderung** Überschreiten die äußeren Kräfte an einem Bauteil und damit die inneren Spannungen einen bestimmten, dem Werkstoff eigenen Grenzwert, treten entweder plastische Formänderungen, die nach dem Entfernen der äußeren Belastung erhalten bleiben, oder ein Bruch des Bauteils auf. Es gilt die Theorie des Fließens, der Verfestigung und des Bruchs.

In der Regel wird bei der Auslegung von Bauteilen nur der elastische Bereich des Materials ausgenutzt. Deshalb soll hier nur das elastische Verhalten der Werkstoffe betrachtet und der Bereich der plastischen Verformung ausgeschlossen werden.

**Größen und Einheiten** Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl verwendeter Größen und Einheiten der Festigkeitsberechnung.

Größe	Einheit	Bezeichnung	Bemerkung
x, y, z	mm	kartesische Koordinaten	Rechtssystem
u, v, w	mm	Verformung in x-, y-, z-Richtung	
a	mm	Abstand, Hebelarm, große Ellipsenhalbachse	Abweichend vom SI-System wird im Maschinenbau nicht die Basiseinheit Meter (m), sondern die abgeleitete Einheit Millimeter (mm) verwendet.
b	mm	Breite, kleine Ellipsenhalbachse	
d, D	mm	Durchmesser	
r, R	mm	Radius, Halbmesser	
f	mm	Durchbiegung, Durchhang	
h	mm	Höhe	
l	mm	Länge	
A	mm <sup>2</sup>	Fläche, Querschnittsfläche	
E	N/mm <sup>2</sup>	Elastizitätsmodul	$E = \sigma/\epsilon$
F	N	Kraft	1 N = 1 kg · m/s <sup>2</sup>
F <sub>G</sub>	N	Gewichtskraft	$F_G = m \cdot g$
g	mm/s <sup>2</sup>	Erdbeschleunigung	$g = 9,80665 \text{ m/s}^2$
G	N/mm <sup>2</sup>	Schubmodul	$G = \tau/\gamma$
H	mm <sup>3</sup>	Flächenmoment 1. Grades	$H_y = \int z \, dA$
I <sub>a</sub>	mm <sup>4</sup>	axiales Flächenmoment 2. Grades	$I_y = \int z^2 \, dA$
I <sub>p</sub>	mm <sup>4</sup>	polares Flächenmoment 2. Grades	$I_p = \int r^2 \, dA$
I <sub>t</sub>	mm <sup>4</sup>	Torsionsflächenmoment	–
m	kg	Masse	SI-Basiseinheit
M <sub>b</sub>	N · mm	Biegemoment	Schnittgröße
M <sub>t</sub>	N · mm	Torsionsmoment	Schnittgröße
F <sub>N</sub> , N	N	Normalkraft	Schnittgröße
p	N/mm <sup>2</sup>	Druck, Hertz'sche Pressung	–
Q	N	Querkraft	Schnittgröße

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 227.

Fortsetzung der Tabelle Größen und Einheiten von Seite 226.

Größe	Einheit	Bezeichnung	Bemerkung
$R_e$	N/mm <sup>2</sup>	Streckgrenze, Fließgrenze	siehe Werkstofftabellen
$R_m$	N/mm <sup>2</sup>	Zugfestigkeit, Bruchfestigkeit	
$R_{p0,2}$	N/mm <sup>2</sup>	0,2-Dehngrenze	
T	K	Temperatur	SI-Basiseinheit
$W_a$	mm <sup>3</sup>	axiales Widerstandsmoment	$W_x, W_y, W_z$
$W_p$	mm <sup>3</sup>	polares Widerstandsmoment	$W_p = I_p/R$ (Kreis)
$W_t$	mm <sup>3</sup>	Torsionswiderstandsmoment	–
$W_i$	N · mm	innere Formänderungsarbeit	der inneren Spannungen
$W_{\bar{a}}$	N · mm	äußere Formänderungsarbeit	der Kräfte, Momente
$\alpha$	1/K	thermischer Längenausdehnungskoeffizient	$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T$
$\alpha_k$	1	Formziffer, Kerbformzahl	–
$\beta$	1/K	thermischer Raumausdehnungskoeffizient	$\beta = 3 \alpha$
$\beta_k$	1	Kerbwirkungszahl	–
$\gamma$	1	Gleitung, Schiebung	$\gamma = \tau/G$
$\epsilon$	1	Dehnung	$\epsilon = \Delta l/l$
$\epsilon_q$	1	Querdehnung	$\epsilon_q = \Delta d/d = -\nu \epsilon$
$\epsilon_m$	1	Bruchdehnung	–
$\Theta$	rad/mm	Drillung	$\Theta = \varphi/l$
$\nu$	1	Querkontraktionszahl	$\nu = 0,3$ (für die meisten metallischen Werkstoffe) Weitere Bezeichnungen für $\nu$ : $1/m, \nu_E$
$\rho$	kg/mm <sup>3</sup>	Dichte, Massendichte	–
$\sigma$	N/mm <sup>2</sup>	Normalspannung (Zug-, Druckspannung)	$\sigma = F_N/A$
$\sigma_W$	N/mm <sup>2</sup>	Wechselfestigkeit	siehe Smith-Diagramm
$\sigma_{Sch}$	N/mm <sup>2</sup>	Schwellfestigkeit	
$\sigma_A$	N/mm <sup>2</sup>	Ausschlagfestigkeit	
$\sigma_D$	N/mm <sup>2</sup>	Dauerfestigkeit (allgemein)	
$\tau$	N/mm <sup>2</sup>	Schubspannung, Scherspannung	–
$\varphi$	rad	Winkel, Torsionswinkel	–

**Werkstoffkennwerte** In der folgenden Tabelle sind einige wichtige Werkstoffkennwerte aufgeführt.  
 Weitere oder differenzierte Werte siehe Kapitel Konstruktionswerkstoffe in diesem Taschenbuch.

Werkstoff	Elastizitätsmodul <sup>1)</sup> E kN/mm <sup>2</sup> = GPa	Querkontraktionszahl $\nu$	Längenausdehnungskoeffizient $\alpha$ 10 <sup>-6</sup> /K	Dichte $\rho$ kg/dm <sup>3</sup>	Zugfestigkeit <sup>2)</sup> R <sub>m</sub> N/mm <sup>2</sup> = MPa
<b>Metalle</b>					
Aluminium	72,2	0,34	23,9	2,7	40 ... 160
Al-Legierungen	59 ... 78	0,33 ... 0,34	18,5 ... 24,0	2,6 ... 2,9	300 ... 700
Blei	16	0,44	29,1	11,34	10 ... 20
Bronze	108	0,35	16,8 ... 18,8	7,2 ... 8,9	300 ... 320
Eisen	206	0,28	11,7	7,86	300
Gold	79	0,42	14,2	19,3	130 ... 300
Gusseisen	64 ... 81	0,24 ... 0,29	9 ... 12	7,1 ... 7,4	140 ... 490
Kupfer	125	0,35	16,86	8,93	200 ... 230
Magnesium	44	0,33	26,0	1,74	150 ... 200
Messing	78 ... 123	0,35	17,5 ... 19,1	8,3 ... 8,7	140 ... 780
Messing (60% Cu)	100	0,36	18	8,5	200 ... 740
Nickel	167	0,31	13,3	8,86	370 ... 800
Ni-Legierungen	158 ... 213	0,31	11 ... 14	7,8 ... 9,2	540 ... 1275
Platin	170	0,22	9,0	21,5	220 ... 380
Silber	80	0,38	19,7	10,5	180 ... 350
Stahl, unlegiert	210	0,3	12	7,85	300 ... 700
Stahl, legiert	186 ... 216	0,2 ... 0,3	9 ... 19	7,8 ... 7,86	500 ... 1500
X5CrNi18-10	190	0,27	16	7,9	500 ... 700
100Cr6, gehärtet	208	0,30	12	7,85	2000 ... 2400
Titan	105	0,33	8,35	4,5	300 ... 740
Zink	94	0,25	29	7,14	100 ... 150
Zinn	55	0,33	21,4	7,29	15 ... 30

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 229.

1) Zwischen dem Elastizitätsmodul E und dem Schubmodul G der Werkstoffe besteht die Beziehung:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

2) Differenzierte Werte für die Zugfestigkeit R<sub>m</sub> und die Streckgrenze R<sub>e</sub> der Werkstoffe sind den entsprechenden DIN-Normen zu entnehmen beziehungsweise dem Kapitel Konstruktionswerkstoffe in diesem Taschenbuch.

Fortsetzung der Tabelle Werkstoffkennwerte von Seite 228.

Werkstoff	Elastizitätsmodul <sup>1)</sup> E kN/mm <sup>2</sup> = GPa	Querkontraktionszahl $\nu$	Längenausdehnungskoeffizient $\alpha$ 10 <sup>-6</sup> /K	Dichte $\rho$ kg/dm <sup>3</sup>	Zugfestigkeit <sup>2)</sup> R <sub>m</sub> N/mm <sup>2</sup> = MPa
<b>Nichtmetallische Werkstoffe (anorganisch)</b>					
Bauglas	62 ... 86	0,25	9	2,4 ... 2,7	30 ... 90
Beton	22 ... 39	0,15 ... 0,22	5,4 ... 14,2	2,0 ... 2,8	10 ... 40
Glas (allgemein)	39 ... 98	0,10 ... 0,28	3,5 ... 5,5	2,2 ... 6,3	30 ... 90
Granit	50 ... 60	0,13 ... 0,26	3 ... 8	2,6 ... 2,8	10 ... 20
Marmor	60 ... 90	0,25 ... 0,30	5 ... 16	1,8 ... 2,7	–
Porzellan	60 ... 90	–	3 ... 6,5	2,2 ... 2,5	15 ... 40
Quarzglas	62 ... 76	0,17 ... 0,25	0,5 ... 0,6	2,21	30 ... 90
Ziegelstein	10 ... 40	0,20 ... 0,35	8 ... 10	1,7 ... 1,9	–
<b>Nichtmetallische Werkstoffe (organisch)</b>					
Araldit	3,2	0,33	50 ... 70	–	–
Plexiglas® (PMMA)	2,6 ... 3,2	0,35	70 ... 100	1,18	40 ... 70
Polyamid (Nylon®)	1,3 ... 1,7	–	70 ... 100	1,01 ... 1,14	40 ... 80
Polyethylen (HDPE)	0,15 ... 1,6	–	150 ... 200	0,91 ... 0,97	25 ... 30
Polyvinylchlorid	1 ... 3	–	70 ... 100	1,2 ... 1,7	45 ... 60

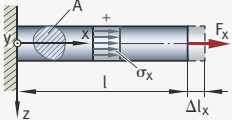
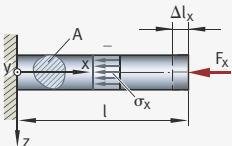
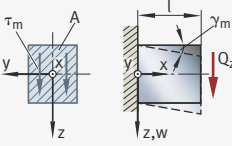
1) Zwischen dem Elastizitätsmodul E und dem Schubmodul G der Werkstoffe besteht die Beziehung:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

2) Differenzierte Werte für die Zugfestigkeit R<sub>m</sub> und die Streckgrenze R<sub>e</sub> der Werkstoffe sind den entsprechenden DIN-Normen zu entnehmen beziehungsweise dem Kapitel Konstruktionswerkstoffe in diesem Taschenbuch.

## Beanspruchungsarten

**Beanspruchungsarten** Im Folgenden sind die wichtigsten Beanspruchungsarten mit den auftretenden Spannungen und zugehörigen Verformungen zusammengestellt.

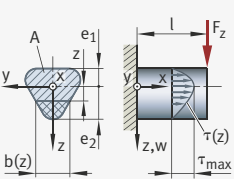
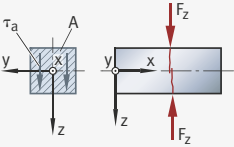
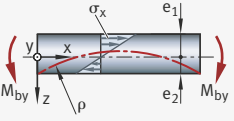
Beanspruchungsart	Spannung	Verformung
<p>Zugbeanspruchung</p> 	<p>Normalspannung</p> $\sigma_x = \frac{F_x}{A}$ <p>Zugbeanspruchung  <math>F_x</math> ist positiv  <math>\sigma_x</math> ist positiv</p> <p>Druckbeanspruchung  <math>F_x</math> ist negativ  <math>\sigma_x</math> ist negativ</p>	<p>Dehnung (Stauchung<sup>1)</sup>)</p> $\epsilon_x = \frac{\Delta l_x}{l} = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{F_x}{E \cdot A}$ <p>Verlängerung (Verkürzung<sup>1)</sup>)</p> $\Delta l_x = \frac{F_x \cdot l}{E \cdot A}$ <p>Querkontraktion (Querstauchung)</p> $\epsilon_y = -\nu \cdot \epsilon_x$ $\epsilon_z = -\nu \cdot \epsilon_x$
<p>Druckbeanspruchung</p> 		
<p>Schubbeanspruchung (mittlere)</p> 	<p>Schubspannung (mittlere)</p> $\tau_m = \frac{Q_z}{A}$	<p>Gleitung (mittlere)</p> $\gamma_m = \frac{\tau_m}{G} = \frac{Q_z}{G \cdot A}$ $w(l) = \gamma_m \cdot l$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 231.

<sup>1)</sup> Je nach Vorzeichen von  $F_x$ .

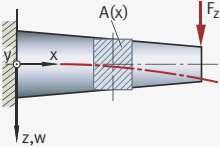
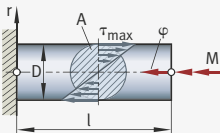
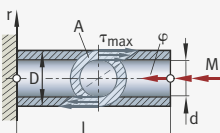


Fortsetzung der Tabelle Beanspruchungsarten von Seite 230.

Beanspruchungsart	Spannung	Verformung
<p><b>Schubbeanspruchung (real)</b></p>  <p><math>Q_z = F_z</math></p>	<p><b>Schubspannungsverteilung</b></p> $\tau(z) = \frac{Q_z H_y(z)}{I_y b(z)}$ <p>mit statischem Moment</p> $H_y(z) = \int_z^{e_2} z b(z) dz$ $\tau_{\max} = \frac{Q_z H_y(z=0)}{I_y(z=0)}$	<p><b>Durchsenkung des Trägers (nur infolge Schubspannung)</b></p> $w(x) = k \frac{Q_z}{G \cdot A} \cdot x < \frac{\tau_{\max}}{G} \cdot x$ $w(l) = k \frac{Q_z \cdot l}{G \cdot A}$ <p>k = Querschnittsfaktor</p>
<p><b>Abscherbeanspruchung</b></p> 	<p><b>Scherspannung</b></p> $\tau_a = \frac{F_z}{A}$	<p>Abscheren bei Überschreitung der Scherfestigkeit des Werkstoffs</p>
<p><b>querkraftfreie Biegung</b></p>  <p><math>M_{by} = \text{const.}</math>  <math>I_y = \text{const.}</math>  <math>e_1 = e_{\max}</math>  <math>I_y = \text{Axiales Flächenmoment 2. Grades um die y-Achse}</math></p>	<p><b>Biegespannung Verteilung</b></p> $\sigma(z) = -\frac{M_{by}}{I_y} z$ <p>Maximalwert</p> $\sigma_{\max} = \frac{M_{by}}{I_y} e_{\max} = \frac{M_{by}}{W_y}$	<p><b>Krümmung</b></p> $k = \frac{1}{\rho} = \frac{M_{by}}{E I_y}$ <p>ρ = Krümmungsradius</p> <p><b>Differenzialgleichung der Biegelinie</b></p> $w''(x) = -\frac{M_{by}}{E I_y}$

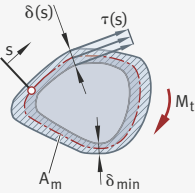
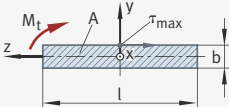
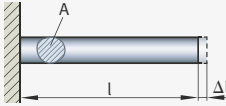
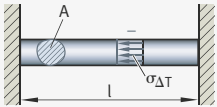
Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 232.

Fortsetzung der Tabelle Beanspruchungsarten von Seite 231.

Beanspruchungsart	Spannung	Verformung
<b>Biegung</b> (allgemein)    $I_y(x) \neq \text{const.}$ $M_{by}(x) \neq \text{const.}$ (Querkrafteinfluss wird vernachlässigt, gerechtfertigt für lange, schlanke Balken)	<b>Biegespannung</b> Verteilung  $\sigma_b(x, z) = -\frac{M_{by}(x)}{I_y(x)} z$ Maximalwert  $\sigma_{b_{\max}}(x) = \frac{M_{by}(x)}{W_y(x)}$	<b>Differentialgleichung der Biegelinie</b>  $w''(x) = \frac{M_{by}(x)}{EI_y(x)}$
<b>Torsion kreisförmiger Vollquerschnitte</b>    $I_p = \text{polares Flächenmoment 2. Grades}$	<b>Torsionsspannung</b> Verteilung  $\tau(r) = \frac{M_t}{I_p} r$ Maximalwert  $\tau_{\max} = \frac{M_t}{I_p} \cdot \frac{D}{2} = \frac{M_t}{W_p}$	<b>Drillung</b>  $\vartheta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_t}{GI_p}$  <b>Drillwinkel</b>  $\varphi = \frac{M_t l}{GI_p}$
<b>Torsion kreisringförmiger Querschnitte (Rohre)</b>  	<b>Torsionsspannung</b> Maximalwert  $\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_p}$ $W_p = \frac{I_p(D) - I_p(d)}{D/2}$	<b>Drillwinkel</b>  $\varphi = \frac{M_t l}{GI_p}$ $I_p = I_p(D) - I_p(d)$

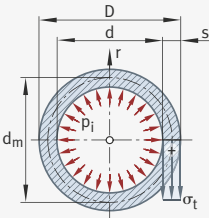
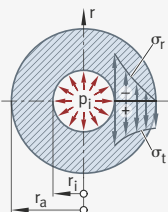
Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 233.

Fortsetzung der Tabelle Beanspruchungsarten von Seite 232.

Beanspruchungsart	Spannung	Verformung
<b>Torsion dünnwandiger, geschlossener Hohlquerschnitte (Bredt'sche Formeln)</b> 	<b>Schubspannung</b> Verlauf über Umfang $\tau(s) = \frac{M_t}{2 A_m \delta(s)}$ Maximalwert $\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{M_t}{2 A_m \cdot \delta_{\min}}$	<b>Drillung</b> $\vartheta = \frac{M_t}{G \cdot I_t} = \frac{M_t}{G} \oint \frac{ds}{4 A_m^2}$ $I_t = \frac{4 A_m^2}{\oint \frac{ds}{\delta(s)}}$
<b>Torsion schmaler Rechteckquerschnitte</b> 	<b>Schubspannung</b> Verlauf $\tau = \frac{2 M_t}{I_t} y$ Maximalwert $\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{2 M_t}{I_t} \frac{b}{2} = \frac{3 M_t}{b^2 h}$	<b>Drillung</b> $\vartheta = \frac{M_t}{G \cdot I_t} = \frac{M_t}{G} \frac{3}{b^3 h}$ $I_t = \frac{b^3 h}{3}$
<b>Erwärmung eines Stabes bei freier Dehnung</b> 	<b>keine Spannungen</b> Die Dehnung erfolgt spannungsfrei.	<b>Längenänderung</b> $\Delta l = l \cdot \alpha \cdot \Delta T$ alpha = thermischer Längenausdehnungskoeffizient Delta T = Temperaturänderung
<b>Erwärmung eines Stabes, beidseitig eingespannt</b> 	<b>Wärmespannung</b> $\sigma_{\Delta T} = -E \cdot \alpha \cdot \Delta T$ alpha = thermischer Längenausdehnungskoeffizient Delta T = Temperaturänderung	<b>keine Verformung</b> Eine Verlängerung ist aufgrund der Einspannung nicht möglich und muss durch eine Stauchung im Stab aufgenommen werden.

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 234.

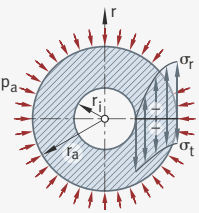
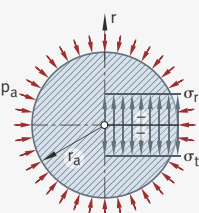
Fortsetzung der Tabelle Beanspruchungsarten von Seite 233.

Beanspruchungsart	Spannung	Verformung
dünnwandiges Rohr unter Innendruck $p_i$  $D/d < 1,2$	Tangentialspannung (Kessel- formel) $\sigma_t = \frac{p_i d_m}{2s}$ Axialspannung (Kessel- formel) $\sigma_a = \frac{p_i d_m}{4 \cdot s}$ mit $d_m = \frac{D+d}{2}$ $s = \frac{D-d}{2}$	Durchmesseränderung $\Delta d_m = \frac{d_m \sigma_t}{E}$ Längenänderung $\Delta l = \frac{l \sigma_a}{E}$
dickwandiges Rohr unter Innendruck $p_i$ <sup>1)</sup>  Verhältnis: $Q = \frac{r_i}{r_a} = \frac{d_i}{d_a}$	Tangentialspannung $\sigma_t = p_i \frac{(r_a/r)^2 + 1}{(r_a/r_i)^2 - 1}$ Radialspannung $\sigma_r = -p_i \frac{(r_a/r)^2 - 1}{(r_a/r_i)^2 - 1}$ Axialspannung <sup>2)</sup> $\sigma_a = p_i \frac{1}{(r_a/r_i)^2 - 1}$	radiale Verschiebung $u(r) = \frac{p_i}{E} \left[ \frac{(1-\nu)Q^2 r + (1+\nu)r_i^2/r}{1-Q^2} \right]$ Durchmesseränderung $\Delta d_a = \frac{p_i d_a}{E} \frac{2Q^2}{1-Q^2}$ $\Delta d_i = \frac{p_i d_i}{E} \left[ \frac{1+Q^2}{1-Q^2} + \nu \right]$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 235.

- Die Beziehungen für die Spannungen und Verformungen können bei Vorhandensein von  $p_i$  und  $p_a$  superponiert (überlagert) werden. FEM-Berechnungsergebnisse können gegenüber den aus diesen Formeln ermittelten um bis zu 10% abweichen.
- System ist axial dehnungsbehindert.

Fortsetzung der Tabelle Beanspruchungsarten von Seite 234.

Beanspruchungsart	Spannung	Verformung
dickwandiges Rohr unter Außendruck $p_a$ <sup>1)</sup>  $r_i \leq r \leq r_a$	Tangentialspannung $\sigma_t = -p_a \frac{(r_a/r_i)^2 + (r_a/r)^2}{(r_a/r_i)^2 - 1}$ Radialspannung $\sigma_r = -p_a \frac{(r_a/r_i)^2 - (r_a/r)^2}{(r_a/r_i)^2 - 1}$ Axialspannung <sup>2)</sup> $\sigma_a = -p_a \frac{(r_a/r_i)^2}{(r_a/r_i)^2 - 1}$	radiale Verschiebung $u(r) = -\frac{p_a}{E} \frac{[(1-\nu)r + (1+\nu)r_i^2/r]}{(1-Q^2)}$ Durchmesseränderung $\Delta d_a = -\frac{p_a d_a}{E} \left[ \frac{1+Q^2}{1-Q^2} - \nu \right]$ $\Delta d_i = -\frac{p_a d_i}{E} \frac{2}{1-Q^2}$
Vollwelle unter Außendruck $p_a$  $0 \leq r \leq r_a$	Tangentialspannung $\sigma_t = -p_a = \text{const.}$ Radialspannung $\sigma_r = -p_a = \text{const.}$ Axialspannung <sup>2)</sup> $\sigma_a = -p_a = \text{const.}$	radiale Verschiebung $u(r) = -\frac{p_a r}{E} (1-\nu)$ Durchmesseränderung $\Delta d_a = -\frac{p_a d_a}{E} (1-\nu)$ $\nu = \text{Querkontraktionszahl}$

1) Die Beziehungen für die Spannungen und Verformungen können bei Vorhandensein von  $p_i$  und  $p_a$  superponiert (überlagert) werden. FEM-Berechnungsergebnisse können gegenüber den aus diesen Formeln ermittelten um bis zu 10% abweichen.

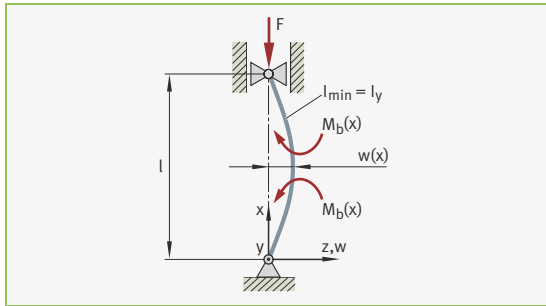
2) System ist axial dehnungsbehindert.

### Knickung schlanker Stäbe

Die Knickbeanspruchung stellt einen Grenzfall der Druckbeanspruchung dar, wie sie beispielsweise bei langen Spindeln oder Pendelstützen von Aufsteckgetriebenen, Fachwerkstäben und Ähnlichem auftritt. Schlank Stäbe gehen unter Druckbeanspruchung bei Erreichen einer kritischen Druckspannung aus der nicht ausgebogenen (instabilen) Gleichgewichtslage in eine benachbarte, gebogene (stabile) Lage über.

**Bild 1**

Knickung eines schlanken Stabs



Mit Hilfe der Druckspannung:

**Gleichung 4**

$$\sigma_d = \frac{F}{A}$$

ergibt sich für die Knickspannung (im Euler-Bereich für Euler-Knickfall 2, siehe Bild 1):

**Gleichung 5**

$$\sigma_K = \frac{F_K}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{A \cdot l^2} \quad I_y = I_{\min}$$

### Knicken im elastischen (Euler-) Bereich

Betrachtet man die verformte Gleichgewichtslage des dargestellten Stabs (siehe Bild 1), lautet die Differenzialgleichung für die Knickung um die Querschnittshauptachse y (mit  $I_y$  als kleinstem Flächenmoment 2. Ordnung) im Fall kleiner Auslenkungen  $w(x)$ :

**Gleichung 6**

$$E \cdot I_y \cdot w''(x) = -M_b(x) = -F \cdot w(x)$$

$$w''(x) + \alpha^2 \cdot w(x) = 0 \quad \text{mit } \alpha = \sqrt{\frac{F}{E \cdot I_y}}$$

Die Lösung dieser Differenzialgleichung lautet:

**Gleichung 7**

$$w(x) = c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x)$$

Aus den Randbedingungen für den dargestellten Stab:

**Gleichung 8**

$$w(x = 0) = 0 \quad \text{und} \quad w(x = l) = 0$$

folgen  $c_2 = 0$  und  $\sin(\alpha \cdot l) = 0$  (Eigenwertgleichung) mit den Eigenwerten:

**Gleichung 9**

$$\alpha_K = \frac{n \cdot \pi}{l} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Daraus ergibt sich die Knicklast:

**Gleichung 10**

$$F_K = \alpha_K^2 \cdot E \cdot I_y = n^2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_y / l^2$$

und die kleinste Knicklast:

**Gleichung 11**

$$F_K = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{l^2} \quad n = 1$$

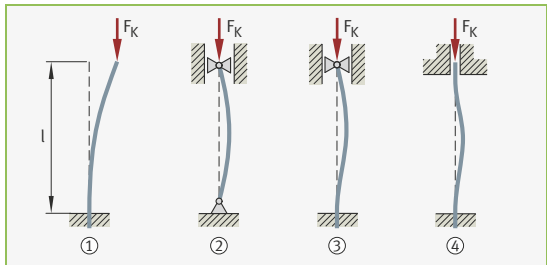
Für andere Lagerungsfälle ergeben sich entsprechende Eigenwerte, die sich jedoch alle mit der reduzierten Knicklänge  $l_K$  auf die Euler'sche Knicklast zurückführen lassen.

### Die vier Euler-Knickfälle

#### Bild 2

Euler-Knickfälle

- ① Fall 1:  $l_K = 2l$
- ② Fall 2:  $l_K = l$
- ③ Fall 3:  $l_K = 0,7l$
- ④ Fall 4:  $l_K = 0,5l$



## Festigkeitsberechnung

Mit dem Trägheitsradius:

**Gleichung 12**

$$i_y = \sqrt{I_y / A}$$

und dem Schlankheitsgrad:

**Gleichung 13**

$$\lambda = l_K / i_y = l_K / \sqrt{I_y / A}$$

folgt für die Knickspannung:

**Gleichung 14**

$$\sigma_K = F_K / A = \pi^2 \cdot E / \lambda^2$$

Diese Beziehungen für  $F_K$  und  $\sigma_K$  gelten nur im linearen, elastischen Werkstoffbereich, also solange gilt:

**Gleichung 15**

$$\sigma_K = \pi^2 \cdot E / \lambda^2 < R_p \quad \text{bzw.} \quad \lambda > \sqrt{\pi^2 \cdot E / R_p}$$

Der Übergang vom elastischen in den unelastischen (plastischen) Bereich liegt bei der Grenzschlankheit:

**Gleichung 16**

$$\lambda_0 = \sqrt{\pi^2 \cdot E / R_p}$$

Dabei ist  $R_p$  die Proportionalitätsgrenze des Werkstoffs.

**Knicken  
im unelastischen  
(plastischen) Bereich  
Gleichung 17**

Für kleinere Schlankheitsgrade als die Grenzschlankheit wird der Verlauf der Euler-Hyperbel durch die Tetmajer-Gerade (siehe Bild 3, Seite 239) ersetzt, die folgende Form aufweist:

$$\sigma_K = a - b \cdot \lambda$$

In der nachfolgenden Tabelle sind für einige Werkstoffe Werte für die Grenzschlankheit  $\lambda_0$  sowie a und b zusammengestellt.

Werkstoff	Alte Bezeichnung	E N/mm <sup>2</sup>	$\lambda_0$	a	b
S235JR	St 37	$2,1 \cdot 10^5$	104	310	1,14
E295, E335	St 50, St 60	$2,1 \cdot 10^5$	89	335	0,62
5%-Ni-Stahl		$2,1 \cdot 10^5$	86	470	2,30
Grauguss		$1,0 \cdot 10^5$	80	$\sigma_K = 776 - 12 \cdot \lambda + 0,053 \cdot \lambda^2$ <sup>1)</sup>	
Nadelholz		$1,0 \cdot 10^4$	100	29,3	0,194

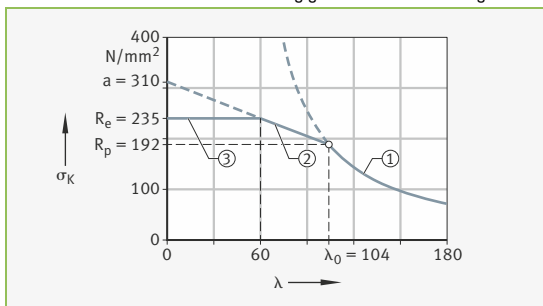
<sup>1)</sup> Keine Gerade mehr, sondern Engesser-Hyperbel.



Die Tetmajer-Gerade gilt vom Schnittpunkt mit der Euler-Hyperbel bis zum Schnittpunkt mit der Streckgrenze  $R_e$  des verwendeten Werkstoffs. Damit existieren drei Bereiche in Abhängigkeit vom Schlankheitsgrad:

**Bild 3**  
Knickspannungsdiagramm für S235

- ① Euler-Hyperbel
- ② Tetmajer-Gerade
- ③ Streckgrenze



Im Beispiel „Knickspannungsdiagramm für Werkstoff S235“ erhält man für die Streckgrenze  $R_e$ :

**Gleichung 18**

$$R_e = 235 \text{ N/mm}^2$$

und für die Proportionalitätsgrenze  $R_p$ :

**Gleichung 19**

$$R_p = 0,8 \cdot R_e = 188 \text{ N/mm}^2$$

### Ein- und mehrachsige Spannungszustände

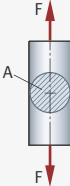
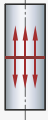

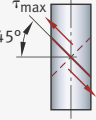
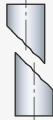
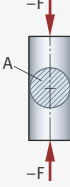

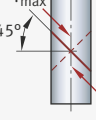
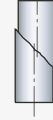
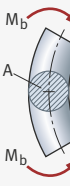
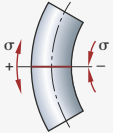

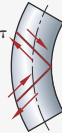

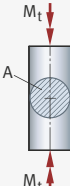


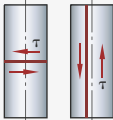
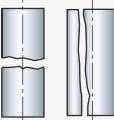
#### Bruchformen

Im Folgenden wird der Mechanismus der Bruchformen für den einachsigen Spannungszustand dargestellt.

Die wichtigsten Versagensarten bei mechanischer Beanspruchung sind:

Versagensart	Maßgebender Festigkeitskennwert
Fließbeginn	Streckgrenze, 0,2-Dehngrenze
Trennbruch	Bruchfestigkeit
Ermüdungsbruch	Dauerfestigkeit für den vorliegenden dynamischen Beanspruchungsfall

Für den einachsigen Spannungszustand lassen sich folgende Bruchformen beschreiben:

Äußere Beanspruchung	Spröde Werkstoffe <sup>1)</sup>		Zähe Werkstoffe	
	Größte Normalspannung	Trennbruch	Größte Schubspannung	Schub- oder Gleitverformung
<b>Zug</b> 	 $\sigma_{\max} = \frac{F}{A}$		 $\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{2}$	
<b>Druck</b> 	 $\sigma_{\max} = -\frac{F}{A}$	Trennbruch nicht möglich	 $\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{2}$	
<b>Biegung</b> 	 $\sigma_{\max} = \frac{M_b}{W_a}$		 $\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{2}$	
<b>Torsion</b> 	 $\sigma_{\max} = 2 \tau_{\max}$		 $\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_p}$	
<b>Anwendbare Bruchhypothese</b>	<b>Normalspannungshypothese</b>		<b>Schubspannungshypothese, Gestaltänderungsenergiehypothese</b>	

<sup>1)</sup> Gemäß FKM-Richtlinie gelten Werkstoffe mit einer Bruchdehnung < 8–12% als spröde.

**Festigkeits-hypothesen** Für den mehrachsigen Spannungszustand lassen sich folgende wichtige Festigkeits-hypothesen aufstellen:

Verstärken durch	Trennbruch	Verformen, Gleitzerrüttung	
Festigkeits-hypothese	Normalspannungs-hypothese (NH)	Schubspannungs-hypothese (SH)	Gestaltänderungsenergie-hypothese (GEH)
Spannungs-zustand	Vergleichsspannung $\sigma_v$		
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$	3-achsig $\sigma_1$	$\sigma_1 - \sigma_3 = 2 \tau_{\max}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = 0$	$\sigma_1$	$\sigma_1 = 2 \tau_{\max}$	$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$
$\sigma_1, \sigma_3, \sigma_2 = 0$	$\sigma_1$	$\sigma_1 - \sigma_3 = 2 \tau_{\max}$	$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_3}$
$\sigma_x, \sigma_y, \tau$	2-achsig $\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}$	$\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}$ <sup>1)</sup> $\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}$ <sup>2)</sup>	$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau^2}$
$\sigma_x, \tau, \sigma_y = 0$ <sup>3)</sup>	$\frac{1}{2}\sigma_x + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}$	$\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}$	$\sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2}$

1) Es gilt:

$$\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} > \sigma_x + \sigma_y$$

2) Es gilt:

$$\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} < \sigma_x + \sigma_y$$

3) Biegung und Torsion:

Bei überlagerter Biegung und Torsion hat sich die Anwendung der Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) bewährt. Für dynamische Beanspruchungen (zum Beispiel Wechselbiegebeanspruchung mit überlagerter Torsionsbeanspruchung) ist das Anstrengungsverhältnis  $\alpha_0$  zu berücksichtigen:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau)^2}$$

Bei Biegung wechselnd und Torsion ruhend:  $\alpha_0 = 0,7^4$

Bei Biegung wechselnd und Torsion wechselnd:  $\alpha_0 = 1,0^4$

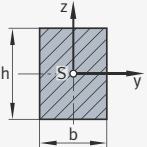
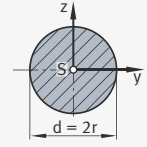
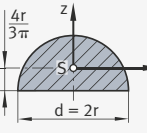
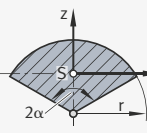
Bei Biegung ruhend und Torsion wechselnd:  $\alpha_0 = 1,5^4$

4) Näherungswerte nur gültig für ungekerbte Bauteile aus allgemeinem Baustahl.

Flächen- und Widerstandsmomente

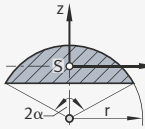
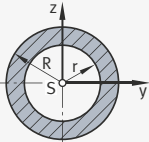
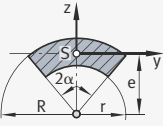
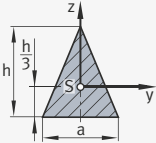
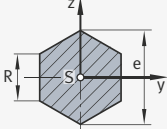
Axiale Flächen- und Widerstandsmomente

Axiale Flächenmomente 2. Grades und Widerstandsmomente werden berechnet mit:

<p><b>Rechteck</b></p> 	$I_y = \frac{b h^3}{12} = A \frac{h^2}{12}$ $I_z = \frac{h b^3}{12} = A \frac{b^2}{12}$	$W_y = \frac{b h^2}{6} = A \frac{h}{6}$ $W_z = \frac{h b^2}{6} = A \frac{b}{6}$
<p><b>Kreis</b></p> 	$I_y = I_z = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{A r^2}{4}$	$W_y = W_z = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi r^3}{4} = \frac{A r}{4}$
<p><b>Halbkreis</b></p> 	$I_y = \left( \frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right) r^4 = \frac{I_y}{e} = 0,1907 \cdot r^3$ $I_z = \frac{\pi r^4}{8} = \frac{A r^2}{4}$	$W_y = 0,0198 r^4$ $e = r - \frac{4r}{3\pi}$ $W_z = \frac{\pi r^3}{8} = \frac{A r}{4}$
<p><b>Kreisausschnitt</b></p> 	$I_y = r^4 \left[ \frac{2\alpha + \sin 2\alpha}{8} - \frac{2(1 - \cos 2\alpha)}{9\alpha} \right]$ $I_z = \frac{r^4}{8} (2\alpha - \sin 2\alpha)$	$W_y = \frac{I_y}{ z_{\max} }$ $z = \frac{2r \sin \alpha}{3\alpha}$ <p>α in Bogenmaß einsetzen</p>

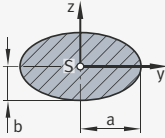
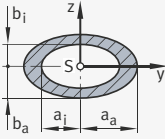
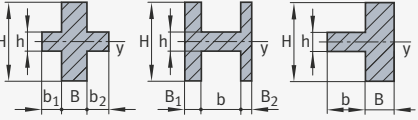
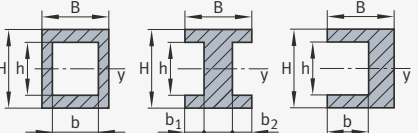
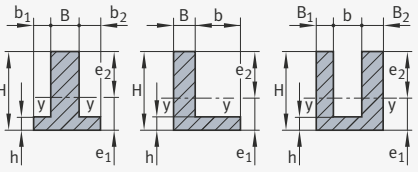
Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 243.

Fortsetzung der Tabelle Axiale Flächen- und Widerstandsmomente von Seite 242.

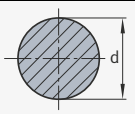
<b>Kreisabschnitt</b> 	$I_y = r^4 \left[ \frac{4\alpha - \sin 4\alpha}{16} - \frac{8}{9} \cdot \frac{\sin^6 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha} \right]$ $I_z = \frac{r^4}{48} [12\alpha - 8\sin 2\alpha + \sin 4\alpha]$	$W_y = \frac{I_y}{ z_{\max} }$ $z = \frac{4r \sin^3 \alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)}$ α in Bogenmaß einsetzen
<b>Kreisring</b> 	$I_y = I_z = \frac{\pi}{4} (R^4 - r^4)$	$W_y = W_z = \frac{\pi}{4} \frac{(R^4 - r^4)}{R}$
<b>Kreisringausschnitt</b> 	$I_y = \frac{R^4 - r^4}{8} \cdot (2\alpha + \sin 2\alpha) - e^2 \alpha (R^2 - r^2)$ $I_z = \frac{R^4 - r^4}{8} \cdot (2\alpha - \sin 2\alpha)$	$W_y = \frac{I_y}{R - e}$ $e = \frac{2}{3} \cdot \frac{(R^3 - r^3) \sin \alpha}{(R^2 - r^2) \alpha}$ α in Bogenmaß einsetzen
<b>Dreieck</b> 	$I_y = \frac{ah^3}{36} = \frac{Ah^2}{18}$ $I_z = \frac{ha^3}{48} = \frac{Aa^2}{24}$	$W_y = \frac{ah^2}{24} = \frac{Ah}{12}$ $W_z = \frac{ha^2}{24} = \frac{Aa}{12}$
<b>Sechseck</b> 	$I_y = I_z = \frac{5\sqrt{3}}{16} R^4 = \frac{5\sqrt{3}}{256} e^4$	$W_y = \frac{5\sqrt{3}}{16} R^3 = \frac{5\sqrt{3}}{128} e^3$ $W_z = \frac{5}{8} R^3 = \frac{5}{64} e^3$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 244.

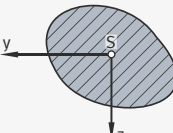
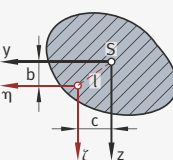
Fortsetzung der Tabelle Axiale Flächen- und Widerstandsmomente von Seite 243.

<p><b>Ellipse</b></p> 	$I_y = \frac{\pi a b^3}{4} = \frac{A b^2}{4}$ $I_z = \frac{\pi a^3 b}{4} = \frac{A a^2}{4}$	$W_y = \frac{\pi a b^2}{4} = \frac{A b}{4}$ $W_z = \frac{\pi a^2 b}{4} = \frac{A a}{4}$
<p><b>Hohlellipse</b></p> 	$I_y = \frac{\pi (a_a b_a^3 - a_i b_i^3)}{4}$ $I_z = \frac{\pi (a_a^3 b_a - a_i^3 b_i)}{4}$	$W_y = \frac{\pi (a_a b_a^3 - a_i b_i^3)}{4 b_a}$ $W_z = \frac{\pi (a_a^3 b_a - a_i^3 b_i)}{4 a_a}$
<p><b>Kreuz, H-Profil, T-Profil</b></p> 	$I_y = \frac{B H^3 + b h^3}{12} \quad W_y = \frac{B H^3 + b h^3}{6 H}$ <p>mit <math>B = B_1 + B_2</math> und <math>b = b_1 + b_2</math></p>	
<p><b>Rechteck-Hohlprofil, I-Profil, C-Profil</b></p> 	$I_y = \frac{B H^3 - b h^3}{12} \quad W_y = \frac{B H^3 - b h^3}{6 H}$ <p>mit <math>b = b_1 + b_2</math></p>	
<p><b>T-Profil, L-Profil, U-Profil</b></p> 	$I_y = \frac{B H^3 + b h^3}{3} - (B H + b h) e_2^2$ <p>mit <math>B = B_1 + B_2</math> und <math>b = b_1 + b_2</math></p> $W_{y1,2} = \frac{I_y}{e_{1,2}}$ $e_1 = \frac{1}{2} \frac{B H^2 + b h^2}{B H + b h} \quad e_2 = H - e_1$	

**Tafel:** Für Kreisquerschnitte mit Durchmesser  $d$  erhält man folgende Werte für Kreisquerschnitte Flächenmomente 2. Grades und Widerstandsmomente:

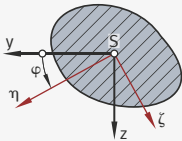
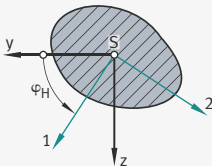
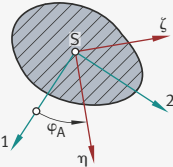
	Flächenmoment		Widerstandsmoment	
	axial	polar	axial	polar
	$I_a = \frac{\pi d^4}{64}$	$I_p = 2 \cdot I_a$	$W_a = \frac{\pi d^3}{32}$	$W_p = 2 \cdot W_a$

**Flächenmomente für verschiedene Bezugsachsen** In der folgenden Tabelle sind einige Flächenmomente 2. Grades für verschiedene Bezugsachsen aufgeführt.

Flächenmoment 2. Grades für	Axiales Flächenmoment 2. Grades	Zentrifugalmoment	Polares Flächenmoment 2. Grades
<b>Beliebig senkrecht aufeinander stehende Schwerpunktsachsen yz</b>			
	$I_y = \int_A z^2 \cdot dA$ $I_z = \int_A y^2 \cdot dA$	$I_{yz} = \int_A y \cdot z \cdot dA$	$I_{ps} = \int_A r^2 \cdot dA$ $I_{ps} = \int_A (y^2 + z^2) \cdot dA$ $= I_y + I_z$
<b>Achsen, die zu den yz-Achsen parallel verschoben sind</b>			
	$I_\eta = I_y + b^2 \cdot A$ $I_\zeta = I_z + c^2 \cdot A$	$I_{\eta\zeta} = I_{yz} + b \cdot c \cdot A$	$I_p = I_{ps} + I^2 \cdot A$ $= I_{ps} + (b^2 + c^2) \cdot A$ $= I_\eta + I_\zeta$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 246.

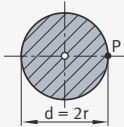
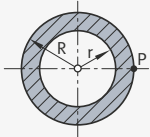
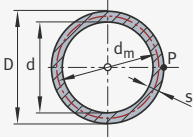
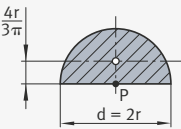
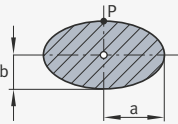
Fortsetzung der Tabelle Flächenmomente für verschiedene Bezugsachsen von Seite 245.

Flächenmoment 2. Grades für	Axiales Flächenmoment 2. Grades	Zentrifugalmoment	Polares Flächenmoment 2. Grades
<b>Achsen, die gegenüber den yz-Achsen um den Winkel <math>\varphi</math> im positiven Sinn gedreht liegen</b>			
	$I_{\eta} = \frac{I_y + I_z}{2} + \frac{I_y - I_z}{2} \cdot \cos 2\varphi - I_{yz} \cdot \sin 2\varphi$ $I_{\zeta} = \frac{I_y + I_z}{2} - \frac{I_y - I_z}{2} \cdot \cos 2\varphi - I_{yz} \cdot \sin 2\varphi$ $I_{\eta\zeta} = \frac{I_y - I_z}{2} \cdot \sin 2\varphi - I_{yz} \cdot \cos 2\varphi$		$I_{ps} = I_{\eta} + I_{\zeta}$ $= I_y + I_z$
<b>Hauptträgheitsachsen, die gegenüber den yz-Achsen um den Winkel <math>\varphi_H</math> im positiven Sinn gedreht liegen</b>			
	$\sin 2\varphi_H = \frac{I_{yz}}{\sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2}}$ $\cos 2\varphi_H = \frac{\frac{I_y + I_z}{2}}{\sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2}}$ $I_{1,2} = \frac{I_y + I_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2} = 0$		$I_{ps} = I_1 + I_2$ $= I_y + I_z$
<b>Achsen, die gegenüber den Hauptträgheitsachsen um den Winkel <math>\varphi_A</math> im positiven Sinn gedreht liegen</b>			
	$I_{\eta} = \frac{I_1 + I_2}{2} + \frac{I_1 - I_2}{2} \cdot \cos 2\varphi_A$ $I_{\zeta} = \frac{I_1 + I_2}{2} - \frac{I_1 - I_2}{2} \cdot \cos 2\varphi_A$ $I_{\eta\zeta} = \frac{I_1 - I_2}{2} \cdot \sin 2\varphi_A$		$I_{ps} = I_{\eta} + I_{\zeta}$ $= I_1 + I_2$



## Torsionsflächen- und Torsionswiderstandsmomente

Torsionsflächenmomente und Torsionswiderstandsmomente lassen sich wie folgt berechnen (dabei sind „P“ die Orte für  $\tau_{\max}$ ):

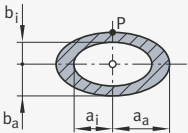
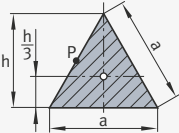
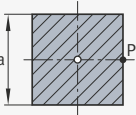
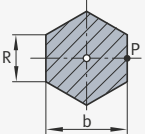
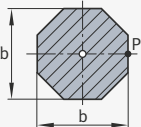
<p><b>Kreis<sup>1)</sup></b></p> 	$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi r^4}{2}$ $W_p = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi r^3}{2}$
<p><b>Kreisring<sup>1)</sup></b></p> 	$I_p = \frac{\pi}{2} (R^4 - r^4)$ $W_p = \frac{\pi (R^4 - r^4)}{2R}$
<p><b>dünnwandiger Kreisring<sup>1)</sup></b></p> 	$\frac{D}{d} < 1,2 \quad d_m = \frac{D+d}{2}$ $I_p = \frac{\pi}{4} d_m^3 s$ $W_p = \frac{\pi}{2} d_m^2 s$
<p><b>Halbkreis</b></p> 	$I_t = 0,296 r^4$ $W_t = 0,348 r^3$
<p><b>Ellipse<sup>2)</sup></b></p> 	$I_t = \pi \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2}$ $W_t = \frac{\pi}{2} a b^2$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 248.

1)  $\tau_{\max}$  herrscht am gesamten Umfang.

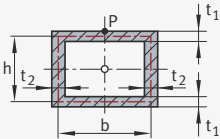
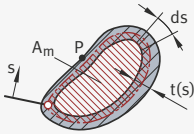
2) P gilt nur, wenn  $a/b \geq 1$ .

Fortsetzung der Tabelle Torsionsflächen- und Torsionswiderstandsmomente von Seite 247.

<p><b>Hohlellipse</b></p> 	$a_a : b_a = a_i : b_i = c$ $I_t = \pi \frac{c^3 (b_a^4 - b_i^4)}{1 + c^2}$ $W_t = \frac{\pi c (b_a^4 - b_i^4)}{2 b_a}$
<p><b>gleichseitiges Dreieck</b></p> 	$I_t = \frac{a^4}{46,19} \approx \frac{h^4}{26}$ $W_t = \frac{a^3}{20} \approx \frac{h^3}{13}$
<p><b>Quadrat</b></p> 	$I_t = 0,141 a^4$ $W_t = 0,208 a^3$
<p><b>Sechskant</b></p> 	$I_t = 0,115 b^4 = 1,037 R^4$ $W_t = 0,188 b^3 = 0,977 R^3$
<p><b>Achtkant</b></p> 	$I_t = 0,108 b^4$ $W_t = 0,185 b^3$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 249.

Fortsetzung der Tabelle Torsionsflächen- und Torsionswiderstandsmomente von Seite 248.

<p><b>dünnwandiger Kastenquerschnitt</b></p> 	$t_1 < t_2 \ll b, h$ $I_t = \frac{2(bh)^2}{\frac{b}{t_1} + \frac{h}{t_2}}$ $W_t = 2 b h t_{\min}$
<p><b>dünnwandiger Hohlquerschnitt</b></p> 	$I_t = \frac{4 A_m^2}{\oint \frac{ds}{t(s)}}$ $W_t = 2 A_m t_{\min}$ <p><math>A_m =</math> Inhalt der von der Mittellinie umgrenzten Fläche</p>

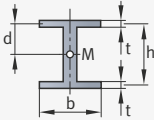
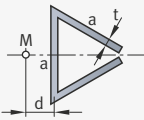
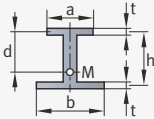
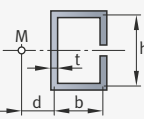
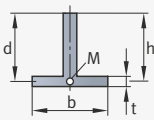
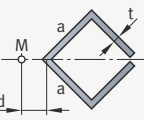
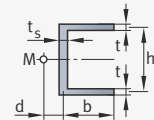
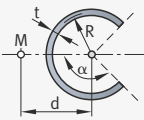
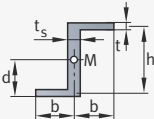
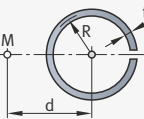
### Querkraftbiegung

#### Schubmittelpunkte dünnwandiger Profile


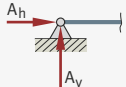
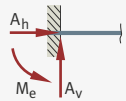
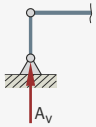
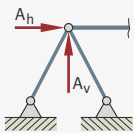
Bei der Querkraftbiegung symmetrischer Profile liegt Torsionsfreiheit im Querschnitt vor. Der Schubmittelpunkt (Querkraftmittelpunkt) liegt auf der Symmetrie-Ebene. Hat der Profilquerschnitt zwei Symmetrieachsen, fällt der Schubmittelpunkt in den Symmetriepunkt, das heißt in den Schwerpunkt.

Dies ist im Allgemeinen nicht mehr der Fall, wenn die Lastebene nicht mit einer Symmetrie-Ebene des Profils zusammenfällt. Eine Verdrehbeanspruchung des Profils lässt sich dann durch geeignete Verschiebung der Lastebene vermeiden, wobei diese lediglich von der Art des Profils, nicht aber von der Größe der Belastung abhängig ist (Profilkonstante).



Nachstehend sind für einige Profile die Lagen  $d$  der Schubmittelpunkte  $M$  angegeben.

Profil	Lage $d$	Profil	Lage $d$
	$d = \frac{h}{2}$		$d = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
	$d = \frac{hb^3}{a^3 + b^3}$		$d = \frac{b}{2} \frac{3b + 2h}{3b + h}$
	$d = h$		$d = \frac{a\sqrt{2}}{4}$
	$d = \frac{3tb^2}{ht_s + 6bt}$		$d = 2R \frac{\sin \alpha - \alpha \cos \alpha}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha}$ $\alpha$ in Bogenmaß einsetzen
	$d = \frac{h}{2}$		$d = 2R$

**Ebene Auflagerarten** Für ebene Auflagerarten ergeben sich folgende mögliche Lagerreaktionen:

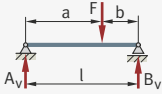
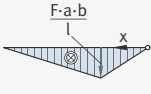
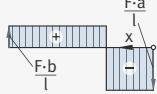
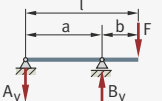
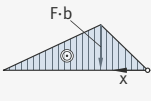
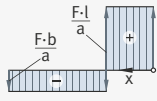
Auflagerart	Freiheitsgrade	Lagerreaktionen	Erläuterung
<b>verschiebliches Gelenklager</b> 	2	1	Der am verschieblichen Gelenklager angelenkte Stab kann in horizontaler Richtung verschoben und um den Gelenkpunkt gedreht werden. Er besitzt demnach zwei Freiheitsgrade. Das Lager kann nur eine senkrecht zur Gleitrichtung wirkende Reaktionskraft aufbringen.
<b>festes Gelenklager</b> 	1	2	Bei einem festen Gelenklager kann der Träger in keine Richtung verschoben, sondern nur um das Gelenk gedreht werden. Die Wirkung des festen Gelenklagers auf ihn kann allgemein durch eine beliebig gerichtete Kraft dargestellt werden, die in zwei voneinander unabhängige Komponenten zerlegt werden kann.
<b>festе Einspannung</b> 	0	3	Ein fest eingespannter Träger kann weder verschoben noch gedreht werden. Er hat keinen Freiheitsgrad. Die Lagerung kann durch beliebig gerichtete Kräfte und Momente belastet werden. Die Wirkung der festen Einspannung auf den Träger kann daher durch zwei Kräfte und ein Einspannmoment dargestellt werden.
<b>Pendelstütze</b> 	2	1	Die Wirkung einer Pendelstütze auf den angelenkten Träger entspricht der eines verschieblichen Gelenklagers. Senkrecht zur Pendelstütze kann der Stab verschoben und um das Gelenk gedreht werden. Lediglich in Richtung der Stütze kann eine Reaktionskraft auf den Träger übertragen werden.
<b>Dreigelenkstütze</b> 	1	2	Die Dreigelenkstütze entspricht in ihrer Wirkung dem festen Gelenklager. Sie verhindert in der von den Stützen aufgespannten Ebene jede Translationsbewegung. Es bleibt nur ein Freiheitsgrad für die Drehung um den Gelenkpunkt. Die Wirkung auf den Träger wird durch zwei voneinander unabhängige Kräfte erfasst.

**Zwischenelemente** Für Zwischenelemente ergeben sich folgende mögliche Zwischenbedingungen:

Zwischenelement	Zwischenbedingungen	Zwischenreaktionen	Erläuterung
<b>Gelenk</b> 	$M_b = 0$	$Q \neq 0$ $N \neq 0$	Ein Gelenk liefert die Zwischenbedingung, dass das Biegemoment am Gelenk verschwinden muss, wenn Reibungsfreiheit der Trägerverbindung vorausgesetzt wird. Bei einem Schnitt durch das Gelenk treten daher als Schnittgrößen oder Zwischenreaktionen nur eine Querkraft und eine Normkraft auf.
<b>Schiebehülse</b> 	$N = 0$	$Q \neq 0$ $M_b \neq 0$	Eine Schiebehülse kann keine Normkraft übertragen. Das Verschwinden der Normkraft an ihr kann als Zwischenbedingung gewertet werden. Als Zwischenreaktionen können Querkraft und Biegemoment übertragen werden. Auch hier wird Reibungsfreiheit der Verbindung vorausgesetzt.

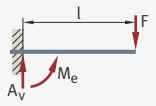
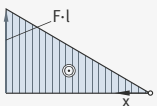
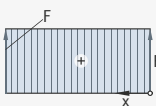
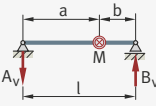
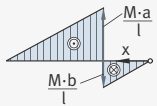
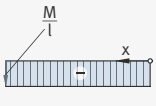
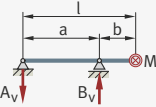
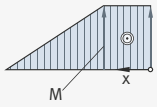
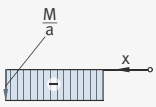
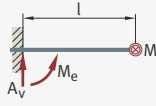
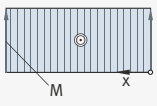
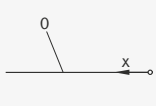
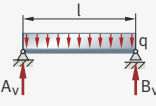
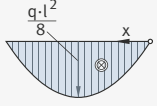
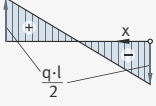
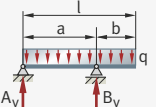
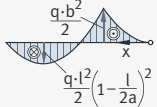
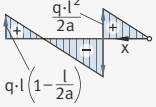
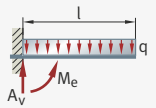
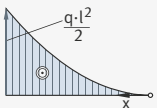
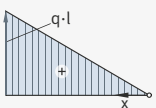
**Querkraftbiegung für einfache, belastete Träger** Für einfache, belastete Träger lassen sich Lagerreaktionen, Momenten- und Querkraftverläufe ermitteln und Gleichungen für die elastische Biegelinie aufstellen.

**Lagerreaktionen, Momenten- und Querkraftverläufe** Als Lagerreaktionen, Momenten- und Querkraftverläufe erhält man für einfache, belastete Träger:

System	Lagerreaktionen	Biegemomentenverlauf	Querkraftverlauf
	$A_v = F \cdot \frac{b}{l}$ $B_v = F \cdot \frac{a}{l}$		
	$A_v = F \cdot \frac{b}{a}$ $B_v = F \cdot \frac{l}{a}$		

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 253.

Fortsetzung der Tabelle Lagerreaktionen, Momenten- und Querkraftverläufe von Seite 252.

System	Lagerreaktionen	Biegemomentenverlauf	Querkraftverlauf
	$A_v = F$ $M_e = F \cdot l$		
	$A_v = \frac{M}{l}$ $B_v = \frac{M}{l}$		
	$A_v = \frac{M}{a}$ $B_v = \frac{M}{a}$		
	$A_v = 0$ $M_e = M$		
	$A_v = \frac{q \cdot l}{2}$ $B_v = \frac{q \cdot l}{2}$		
	$A_v = q \cdot l \left(1 - \frac{l}{2a}\right)$ $B_v = \frac{q \cdot l^2}{2a}$		
	$A_v = q \cdot l$ $M_e = \frac{q \cdot l^2}{2}$		

**Gleichung der elastischen Biegelinie**  
**Gleichung 20**

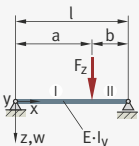
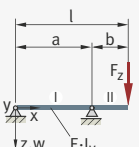

$$w''(x) = - \frac{M_{by}(x)}{E \cdot I_y(x)}$$

und:

**Gleichung 21**

$$I_y(x) = \text{const.}$$

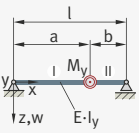
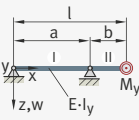
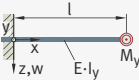
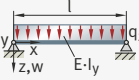
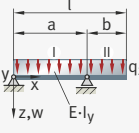
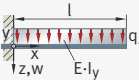
Damit erhält man:

System	Gleichung der elastischen Linie $w(x)$	$w_{\max}$
	$w_I = \frac{F_z \cdot l^3}{6 E \cdot I_y} \left( 2 \frac{a \cdot x}{l^2} - 3 \frac{a^2 \cdot x}{l^3} + \frac{a^3 \cdot x}{l^4} + \frac{a \cdot x^3}{l^4} - \frac{x^3}{l^3} \right)$ $w_{II} = \frac{F_z \cdot l^3}{6 E \cdot I_y} \left( - \frac{a^3}{l^3} + 2 \frac{a \cdot x}{l^2} + \frac{a^3 \cdot x}{l^4} - 3 \frac{a \cdot x^2}{l^3} + \frac{a \cdot x^3}{l^4} \right)$	$w(a) = \frac{F_z \cdot a^2 \cdot b^2}{3 E \cdot I_y \cdot l}$ <p><math>a &gt; b</math>  <math>w_{I, \max}</math> bei <math>x = l \sqrt{\frac{2a}{3l} - \frac{a^2}{3l^2}}</math></p> <p><math>a &lt; b</math>  <math>w_{II, \max}</math> bei <math>x = l - l \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{a^2}{3l^2}}</math></p>
	$w_I = \frac{F_z \cdot l^3}{6 E \cdot I_y} \left( \frac{a \cdot x}{l^2} - \frac{a^2 \cdot x}{l^3} - \frac{x^3}{a \cdot l^2} + \frac{x^3}{l^3} \right)$ $w_{II} = \frac{F_z \cdot l^3}{6 E \cdot I_y} \left( \frac{a^2}{l^2} - 4 \frac{a \cdot x}{l^2} + \frac{a^2 \cdot x}{l^3} + 3 \frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3} \right)$	$w_{I, \max} = \frac{\sqrt{3} \cdot F_z \cdot a^2 \cdot b}{27 E \cdot I_y}$ $w_{II, \max} = \frac{F_z \cdot l \cdot b^2}{3 E \cdot I_y}$
	$w = \frac{F_z \cdot l^3}{6 E \cdot I_y} \left( 3 \frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3} \right)$	$w_{\max} = \frac{F_z \cdot l^3}{3 E \cdot I_y}$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 255.



Fortsetzung der Tabelle Gleichung der elastischen Biegelinie von Seite 254.

System	Gleichung der elastischen Linie $w(x)$	$w_{\max}$
	$w_I = \frac{M_y \cdot l^2}{6 E \cdot I_y} \left( 6 \frac{a \cdot x}{l^2} - 2 \frac{x}{l} - 3 \frac{a^2 \cdot x}{l^3} - \frac{x^3}{l^3} \right)$ $w_{II} = \frac{M_y \cdot l^2}{6 E \cdot I_y} \left( -3 \frac{a^2}{l^2} + 2 \frac{x}{l} + 3 \frac{a^2 \cdot x}{l^3} - 3 \frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \right)$	$w_{I, \max} = \frac{M_y \cdot l^2}{3 E \cdot I_y}$ $\cdot \left( -\frac{2}{3} + \frac{2a}{l} - \frac{a^2}{l^2} \right)^{\frac{3}{2}}$ $w_{II, \max} = \frac{M_y \cdot l^2}{3 E \cdot I_y} \left( \frac{1}{3} - \frac{a^2}{l^2} \right)^{\frac{3}{2}}$
	$w_I = \frac{M_y \cdot l^2}{6 E \cdot I_y} \left( \frac{a \cdot x}{l^2} - \frac{x^3}{a \cdot l^2} \right)$ $w_{II} = \frac{M_y \cdot l^2}{6 E \cdot I_y} \left( \frac{a^2}{l^2} - 4 \frac{a \cdot x}{l^2} + 3 \frac{x^2}{l^2} \right)$	$w_{I, \max} = \frac{\sqrt{3} \cdot M_y \cdot a^2}{27 E \cdot I_y}$ $w_{II, \max} = \frac{M_y \cdot l^2}{6 E \cdot I_y} \left( 3 - \frac{4a}{l} + \frac{a^2}{l^2} \right)$
	$w = -\frac{M_y}{2 E \cdot I_y} x^2$	$w_{\max} = \frac{M_y \cdot l^2}{2 E \cdot I_y}$
	$w = \frac{q_z \cdot l^4}{24 E \cdot I_y} \left( \frac{x}{l} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$	$w_{\max} = \frac{5 q_z \cdot l^4}{384 E \cdot I_y}$
	$w_I = \frac{q_z \cdot l^4}{24 E \cdot I_y} \left( -2 \frac{a \cdot x}{l^2} + 4 \frac{a^2 \cdot x}{l^3} - \frac{a^3 \cdot x}{l^4} + 2 \frac{x^3}{a \cdot l^2} - 4 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$ $w_{II} = \frac{q_z \cdot l^4}{24 E \cdot I_y} \left( 2 \frac{a^2}{l^2} - 8 \frac{a \cdot x}{l^2} + 4 \frac{a^2 \cdot x}{l^3} - \frac{a^3 \cdot x}{l^4} + 6 \frac{x^2}{l^2} - 4 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$	$w_{II, \max} = \frac{q_z \cdot l^4}{24 E \cdot I_y} \cdot \left( 3 - 8 \frac{a}{l} + 6 \frac{a^2}{l^2} - \frac{a^3}{l^3} \right)$
	$w = \frac{q_z \cdot l^4}{24 E \cdot I_y} \left( 6 \frac{x^2}{l^2} - 4 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$	$w_{\max} = \frac{q_z \cdot l^4}{8 E \cdot I_y}$

### Prinzip der passiven Formänderungsarbeit

#### Anwendungsbereich

Das Prinzip der passiven Formänderungsarbeit wird angewendet zur:

- Berechnung von Verformungen (Durchbiegungen, Verdrehungen) an statisch bestimmt gelagerten Systemen
- Berechnung der Lagerreaktionen bei äußerlich statisch unbestimmten Systemen
- Berechnung von Schnittgrößen bei innerlich statisch unbestimmt aufgebauten Systemen

#### Prüfung

Zunächst ist in jedem Fall zu prüfen, ob das System äußerlich statisch bestimmt gelagert und innerlich statisch bestimmt aufgebaut ist.

#### Beispiel 1: Statisch bestimmtes System

Ist das System sowohl äußerlich als auch innerlich statisch bestimmt, gelten folgende Richtlinien:

- An der Stelle des Systems, an der eine Verformung (Durchbiegung oder Verdrehung) gesucht ist, in Richtung der gesuchten Verformung eine Einheitskraft „1“ (bei Durchbiegungen) beziehungsweise ein Einheitsmoment „M“ (bei Verdrehungen) als äußere Belastung auf das System aufbringen. Bei der Belastungsfolge wird das System zunächst nur mit der Einheitsgröße belastet und erst dann mit den wirkenden äußeren Kräften beaufschlagt (Punkt 1).
- Normalkraft-, Querkraft- (meistens vernachlässigbar) und Momentenverläufe (Biegemoment, Torsionsmoment) für jede äußere Belastung einschließlich der Einheitsgrößen getrennt ermitteln. Für die Bestimmung aller Schnittgrößen ist die gleiche laufende Koordinate  $x$  beizubehalten. Die Schnittgrößen infolge der Einheitsgrößen werden durch einen Querstrich gekennzeichnet (Punkt 2).
- Angabe der gesamten im System auftretenden passiven, inneren Formänderungsarbeit. Es gilt dann:  
Äußere passive Formänderungsarbeit = innere passive Formänderungsarbeit (Punkt 3):

Gleichung 22

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \delta \cdot W &= \int \frac{M_b \cdot \bar{M}_b}{E \cdot I_a} \cdot dx + \int \frac{M_t \cdot \bar{M}_t}{G \cdot I_p} \cdot dx + \int \frac{N \cdot \bar{N}}{E \cdot A} \cdot dx + \textcircled{3} \\ \textcircled{2} \quad M \cdot \varphi &= \end{aligned}$$

- ① Auslenkung
- ② Verdrehung
- ③ passive Federarbeit (Querkräfte werden vernachlässigt)


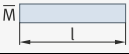







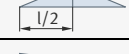
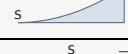

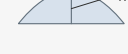



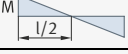


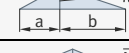

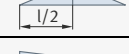
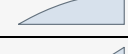


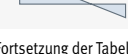
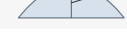
- Auswerten der Integrale mit Hilfe der Integraltafeln oder mathematischer Berechnung (Vorzeichen der Schnittgrößen beachten) (Punkt 4)
- Division der gewonnenen Beziehung durch die Einheitsgröße und die gesuchte Größe ausrechnen (Punkt 5)

- Beispiel 2:** Ist das System statisch unbestimmt, kann es:
- Statisch unbestimmt gelagert sein
  - Innerlich statisch unbestimmt aufgebaut sein

- Statisch unbestimmt gelagertes System** Ist das System statisch unbestimmt gelagert, gelten folgende Richtlinien:
- System statisch bestimmt machen, indem man überzählige Auflagerverbindungen löst und an diesen Stellen die Lagerreaktionen als äußere, eingeprägte Kräfte am System anbringt. Außerdem ist gleichzeitig für diese Stelle eine Randbedingung anzugeben, die den Ausgangszustand kennzeichnet (Punkt 1).
  - An der Stelle, an der eine Randbedingung vorliegt, eine Einheitskraft „1“ (bei Durchsenkungen) beziehungsweise ein Einheitsmoment „M“ (bei Verdrehungen) anbringen (Punkt 2).
  - Siehe Punkte 2 bis 4 bei statisch bestimmtem System (Punkt 3).
  - Einsetzen der Randbedingung, Division der Beziehung durch die Einheitsgröße und unbekannte Lagerreaktion ausrechnen (Punkt 4).

- Innerlich statisch unbestimmt aufgebautes System** Ist das System innerlich statisch unbestimmt aufgebaut, gelten folgende Richtlinien:
- System statisch bestimmt machen durch den Einbau von Gelenken, Verschiebehülsen, Führung von Schnitten und so weiter. Schnittgrößen als äußere eingeprägte Kräfte anbringen und Randbedingungen festlegen.
  - Siehe Punkte 1 bis 4 bei statisch unbestimmt gelagertem System.
- In der Praxis werden statisch unbestimmt gelagerte Systeme heutzutage numerisch berechnet.

**Integraltafeln** Die folgenden Tabellen zeigen eine Auswahl von Beispiel-Berechnungen des Integrals:  $\int M \cdot \bar{M} \cdot dx$

Beispiel-Berechnungen des Integrals $\int M \cdot \bar{M} \cdot dx$ Die Momente $M$ und $\bar{M}$ sind vertauschbar. In den Tabellen sind ihre Beträge angegeben, ihre Vorzeichen sind bei der Auswertung zu beachten ( $s$ = Parabelscheitel).			
			
	$M \cdot \bar{M} \cdot l$		0
	$\frac{1}{2} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{2}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{2} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{1}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{2} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{2}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{2} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{1}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{2} M \cdot (\bar{M}_1 + \bar{M}_2) \cdot l$		$\frac{2}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{2} M \cdot (\bar{M}_1 + \bar{M}_2) \cdot l$		
			
	$\frac{1}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{1}{6} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{5}{12} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left(1 + \frac{b}{l}\right)$		$\frac{1}{4} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{4} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{1}{4} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot (2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) \cdot l$		$\frac{1}{12} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot (2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) \cdot l$		$\frac{1}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 259.

Fortsetzung der Tabelle Integraltafeln  $\int M \cdot \bar{M} \cdot dx$  von Seite 258.

**Beispiel-Berechnungen des Integrals  $\int M \cdot \bar{M} \cdot dx$**   
 Die Momente  $M$  und  $\bar{M}$  sind vertauschbar. In den Tabellen sind ihre Beträge angegeben, ihre Vorzeichen sind bei der Auswertung zu beachten ( $s$  = Parabelscheitel).

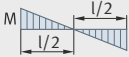
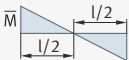




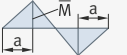

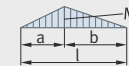
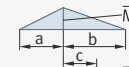
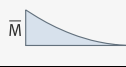
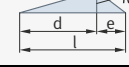
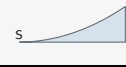
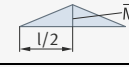
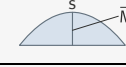





	$\frac{1}{6} [M_1 \cdot (2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + M_2 \cdot (2\bar{M}_2 + \bar{M}_1)] \cdot l$		$\frac{1}{12} \bar{M} \cdot (M_1 + 3M_2) \cdot l$
	$\frac{1}{6} [2(M_1 \cdot \bar{M}_1 + M_2 \cdot \bar{M}_2) + M_2 \cdot \bar{M}_1 + M_1 \cdot \bar{M}_2] \cdot l$		$\frac{1}{3} \bar{M} \cdot (M_1 + M_2) \cdot l$
	$\frac{1}{6} \bar{M} \cdot (M_1 + M_2) \cdot l$		$\frac{1}{12} \bar{M} \cdot (3M_1 + 5M_2) \cdot l$
	$\frac{1}{12} \bar{M} \cdot (3M_1 + M_2) \cdot l$		$\frac{1}{12} \bar{M} \cdot (5M_1 + 3M_2) \cdot l$
	$\frac{1}{6} [2(M_1 \cdot \bar{M}_1 + M_2 \cdot \bar{M}_2) + M_2 \cdot \bar{M}_1 + M_1 \cdot \bar{M}_2] \cdot l$		$\frac{1}{3} \bar{M} \cdot (M_1 + M_2) \cdot l$
	$\frac{1}{6} \bar{M} \cdot (M_1 - M_2) \cdot l$		$\frac{1}{12} \bar{M} \cdot (3M_1 + 5M_2) \cdot l$
	$\frac{1}{12} \bar{M} \cdot (3M_1 + M_2) \cdot l$		$\frac{1}{12} \bar{M} \cdot (5M_1 + 3M_2) \cdot l$
	$\frac{1}{12} \bar{M} \cdot (M_1 + 3M_2) \cdot l$		

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 260.

Fortsetzung der Tabelle Integraltafeln  $\int M \cdot \bar{M} \cdot dx$  von Seite 259.

### Beispiel-Berechnungen des Integrals $\int M \cdot \bar{M} \cdot dx$

Die Momente  $M$  und  $\bar{M}$  sind vertauschbar. In den Tabellen sind ihre Beträge angegeben, ihre Vorzeichen sind bei der Auswertung zu beachten ( $s$  = Parabelscheitel).

			
	$\frac{1}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$-\frac{1}{6} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{1}{6} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$-\frac{1}{6} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{1}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left(1 - \frac{a}{l}\right)$
	$0$		
			
	$\frac{1}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{1}{12} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left(3 - 3 \frac{a}{l} + \frac{a^2}{l^2}\right)$
	$\frac{1}{6} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left(2 - \frac{c^2}{d \cdot b}\right)$		$\frac{1}{12} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left(3 - 3 \frac{b}{l} + \frac{b^2}{l^2}\right)$
	$\frac{1}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left(\frac{3l}{4b} - \frac{a^2}{l \cdot b}\right)$		$\frac{1}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left(1 + \frac{a}{l} - \frac{a^2}{l^2}\right)$
	$\frac{1}{6} M \cdot \left[ \bar{M}_1 \cdot \left(1 + \frac{b}{l}\right) + \bar{M}_2 \cdot \left(1 + \frac{a}{l}\right) \right] \cdot l$		$\frac{1}{12} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left(5 - \frac{b}{l} - \frac{b^2}{l^2}\right)$
	$\frac{1}{6} M \cdot \left[ \bar{M}_1 \cdot \left(1 + \frac{b}{l}\right) + \bar{M}_2 \cdot \left(1 + \frac{a}{l}\right) \right] \cdot l$		$\frac{1}{12} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left(5 - \frac{a}{l} - \frac{a^2}{l^2}\right)$
	$\frac{1}{6} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left(1 - 2 \frac{a}{l}\right)$		

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 261.

Fortsetzung der Tabelle Integraltafeln  $\int M \cdot \bar{M} \cdot dx$  von Seite 260.

### Beispiel-Berechnungen des Integrals $\int M \cdot \bar{M} \cdot dx$

Die Momente  $M$  und  $\bar{M}$  sind vertauschbar. In den Tabellen sind ihre Beträge angegeben, ihre Vorzeichen sind bei der Auswertung zu beachten ( $s$  = Parabelseitel).


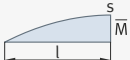


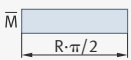
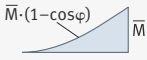
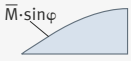
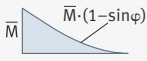
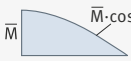
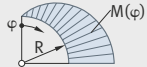
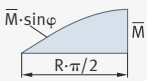
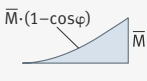
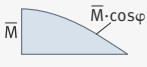
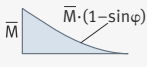
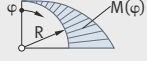
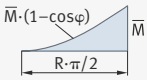
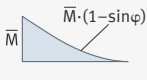
	$\frac{1}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{7}{48} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left( \frac{3l}{4b} - \frac{a^2}{l \cdot b} \right)$		$\frac{7}{48} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{4} M \cdot (\bar{M}_1 + \bar{M}_2) \cdot l$		$\frac{5}{12} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{4} M \cdot (\bar{M}_1 + \bar{M}_2) \cdot l$		$\frac{17}{48} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	0		$\frac{17}{48} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{5} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{2}{15} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{30} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{3}{10} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{1}{5} M \cdot \bar{M} \cdot l$		
	$\frac{8}{15} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{7}{15} M \cdot \bar{M} \cdot l$
	$\frac{7}{15} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{2}{3} M \cdot \bar{M} \cdot l \cdot \left( 1 - 2 \frac{a^2}{l^2} + \frac{a^3}{l^3} \right)$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 262.

Fortsetzung der Tabelle Integraltafeln  $\int M \cdot \bar{M} \cdot dx$  von Seite 261.

### Beispiel-Berechnungen des Integrals $\int M \cdot \bar{M} \cdot dx$

Die Momente  $M$  und  $\bar{M}$  sind vertauschbar. In den Tabellen sind ihre Beträge angegeben, ihre Vorzeichen sind bei der Auswertung zu beachten ( $s$  = Parabelscheitel).

			
	$\frac{8}{15} M \cdot \bar{M} \cdot l$		$\frac{1}{30} M \cdot \bar{M} \cdot l$
<b>konstante und harmonische Momentenverläufe an Kreisbogenträgern</b>			
	$dx = R \cdot d\varphi$ $M = \text{const.}$		
	$M \cdot \bar{M} \cdot R \cdot \frac{\pi}{2}$		$M \cdot \bar{M} \cdot R \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$
	$M \cdot \bar{M} \cdot R$		$M \cdot \bar{M} \cdot R \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$
	$M \cdot \bar{M} \cdot R$		
	$M(\varphi) = \sin \varphi$		
	$\frac{1}{4} M \cdot \bar{M} \cdot R \cdot \pi$		$\frac{1}{2} M \cdot \bar{M} \cdot R$
	$\frac{1}{2} M \cdot \bar{M} \cdot R$		$M \cdot \bar{M} \cdot R \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$
	$M(\varphi) = 1 - \cos \varphi$		
	$M \cdot \bar{M} \cdot R \cdot \left(\frac{3}{4} \pi - 2\right)$		$M \cdot \bar{M} \cdot R \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3}{2}\right)$



## Hertz'sche Kontakte und Pressungen

### Berechnung von Kontaktpaarungen

Die Berechnungsgleichungen für einige wichtige Hertz'sche Kontaktpaarungen lauten:

Kontaktart	Allgemein	Kontakt gekrümmter Oberflächen	Punktkontakt Kugel/Kugel
Hertz'sche Pressung (allgemeine Formel)	$p_{\max}$	$p_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{\pi \cdot a \cdot b}$	$p_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{\pi \cdot a^2}$
Körperkombination Körper 1, Körper 2 <sup>1)</sup>	$\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}$ Ermittlung der Krümmungssumme siehe Seite 265.	①, ② Hauptkrümmungsebenen 	Kugel/Kugel 
Hauptachsen der „elliptischen“ Kontaktfläche	a, b a = große Halbachse b = kleine Halbachse	$a = \xi \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)}{E \cdot \sum \rho}}$ $b = \eta \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)}{E \cdot \sum \rho}}$ $\xi, \eta = f(\cos \tau)^2$	$a = b = \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)}{4E \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)}}$
Maximale Hertz'sche Pressung	$p_{\max}$	$p_{\max} = \frac{1}{\xi \cdot \eta} \sqrt[3]{\frac{3F \cdot E^2 (\sum \rho)^2}{8 \pi^3 (1-\nu^2)^2}}$ $\xi, \eta = f(\cos \tau)^2$	$p_{\max} = \sqrt[3]{\frac{6F \cdot E^2}{\pi^3 (1-\nu^2)^2} \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)^2}$
Annäherung beider Körper	$\delta$	$\delta = \frac{\psi}{\xi} \sqrt[3]{\frac{9F^2 \sum \rho (1-\nu^2)^2}{8E^2}}$ $\psi/\xi = f(\cos \tau)^2$	$\delta = \sqrt[3]{\frac{9F^2 (1-\nu^2)^2}{2E^2} \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)}$
Hertz'sche Pressung für Werte aus Spalte „Allgemein“	$p_{\max}$ in N/mm <sup>2</sup> für $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$ $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5$ N/mm <sup>2</sup> d, l in mm, F in N	$p_{\max} = \frac{864}{\xi \cdot \eta} \sqrt[3]{F (\sum \rho)^2}$ $\xi \cdot \eta = f(\cos \tau)^2$	$p_{\max} = 2176 \sqrt[3]{F \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)^2}$

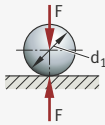
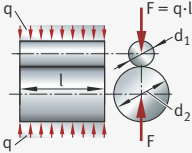
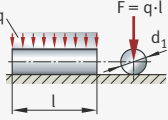
Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 264.

<sup>1)</sup> Wenn die Körper aus unterschiedlichen Werkstoffen mit den elastischen Konstanten  $E_1$  und  $\nu_1$  beziehungsweise  $E_2$  und  $\nu_2$  bestehen, wird in allen Gleichungen der Term

$$\frac{1-\nu^2}{E} \text{ ersetzt durch } \frac{1}{2} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)$$

<sup>2)</sup> Hilfwert  $\cos \tau$  siehe Seite 265.

Fortsetzung der Tabelle Berechnung von Kontaktpaarungen von Seite 263.

Kontaktart	Punktkontakt Kugel/Ebene	Linienkontakt	
Hertz'sche Pressung (allgemeine Formel)	$p_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{\pi \cdot a^2}$	$p_{\max} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{F}{2b \cdot l} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{F}{b \cdot l}$	
Körperkombination Körper 1, Körper 2 <sup>1)</sup>		Zylinder/Zylinder 	Zylinder/Ebene 
Hauptachsen der „elliptischen“ Kontaktfläche	$a = b = \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)}{4E} d_1}$	$a = l$ $b = \sqrt{\frac{4F(1-\nu^2)}{\pi \cdot E \cdot l \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)}}$	$a = l$ $b = \sqrt{\frac{4F(1-\nu^2)}{\pi \cdot E \cdot l} d_1}$ Kontaktfläche = Rechteck
Maximale Hertz'sche Pressung	$p_{\max} = \sqrt[3]{\frac{6F \cdot E^2}{\pi^3 (1-\nu^2)^2 \cdot d_1^2}}$	$p_{\max} = \sqrt{\frac{F \cdot E}{\pi \cdot l (1-\nu^2) \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)}}$	$p_{\max} = \sqrt{\frac{F \cdot E}{\pi \cdot d_1 \cdot l \cdot (1-\nu^2)}}$
Annäherung beider Körper	$\delta = \sqrt[3]{\frac{9F^2(1-\nu^2)^2}{2E^2 \cdot d_1}}$	$\delta = \frac{2F}{\pi l} \left[ \frac{1-\nu_1^2}{E_1} \left( \ln \frac{d_1}{b} + 0,407 \right) + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \left( \ln \frac{d_2}{b} + 0,407 \right) \right]$	$\delta = \frac{3,97}{10^5} \cdot \frac{F^{0,9}}{ 0,8}$ für St/St
Hertz'sche Pressung für Werte aus Spalte „Allgemein“	$p_{\max} = 2176 \sqrt[3]{\frac{F}{d_1^2}}$	$p_{\max} = 271 \sqrt{\frac{F}{d_1 \cdot l} \left( 1 + \frac{d_1}{d_2} \right)}$	$p_{\max} = 271 \sqrt{\frac{F}{d_1 \cdot l}}$

<sup>1)</sup> Wenn die Körper aus unterschiedlichen Werkstoffen mit den elastischen Konstanten  $E_1$  und  $\nu_1$  beziehungsweise  $E_2$  und  $\nu_2$  bestehen, wird in allen Gleichungen der Term

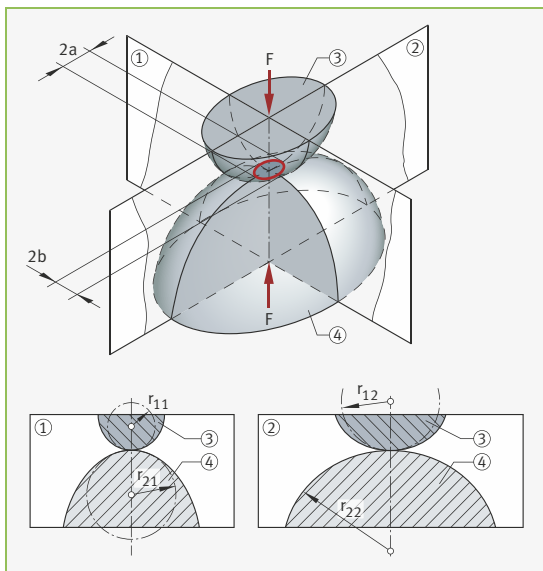
$$\frac{1-\nu^2}{E} \text{ ersetzt durch } \frac{1}{2} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)$$

## Hertz'sche Beiwerte gekrümmter Oberflächen

Im Folgenden werden Werte für die Beiwerte  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\xi \cdot \eta$ ,  $\psi/\xi$  nach Hertz für die Berührung gekrümmter Oberflächen unter Last berechnet. Die Hertz'schen Beiwerte  $\xi$ ,  $\eta$  und  $\psi/\xi$  werden auch als  $\mu$ ,  $\nu$  und  $2K/(\pi \mu)$  bezeichnet, siehe Wälzlagerpraxis.

**Bild 4**  
Berührung gekrümmter Oberflächen unter Last

- ① Hauptkrümmungsebene 1
- ② Hauptkrümmungsebene 2
- ③ Körper 1
- ④ Körper 2



### Berechnung Gleichung 23

Für die Krümmung  $\rho$  gilt:

$$\rho_{ij} = \frac{1}{r_{ij}} > 0 \quad (\text{konvex}) \qquad \rho_{ij} = \frac{1}{r_{ij}} < 0 \quad (\text{konkav})$$

$$\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22} = \frac{1}{r_{11}} + \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{21}} + \frac{1}{r_{22}}$$

### Gleichung 24

und für den Hilfswert  $\cos \tau$ :

$$\cos \tau = \frac{|\rho_{11} - \rho_{12} + \rho_{21} - \rho_{22}|}{\sum \rho}$$

## Festigkeitsberechnung

Die Achsen a, b der Druckellipse werden berechnet mit:

**Gleichung 25**

$$a = \xi \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)}{E \cdot \sum \rho}} \quad b = \eta \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)}{E \cdot \sum \rho}}$$

Für die maximale Hertz'sche Pressung gilt:

**Gleichung 26**

$$p_{\max} = \frac{1}{\xi \cdot \eta} \sqrt[3]{\frac{3F \cdot E^2 (\sum \rho)^2}{8 \pi^3 (1-\nu^2)^2}}$$

und für die Annäherung der Körper:

**Gleichung 27**

$$\delta = \frac{\psi}{\xi} \sqrt[3]{\frac{9F^2 \cdot \sum \rho (1-\nu^2)^2}{8E^2}}$$

**Tafel:** Damit erhält man als Beiwerte  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\xi \cdot \eta$ ,  $\psi/\xi$  nach Hertz für die Berührung gekrümmter Oberflächen unter Last:  
**Hertz'sche Beiwerte**

cos $\tau$	$\xi$	$\eta$	$\xi \cdot \eta$	$\psi/\xi$	cos $\tau$	$\xi$	$\eta$	$\xi \cdot \eta$	$\psi/\xi$
0,9995	23,95	0,163	3,91	0,171	0,9870	7,02	0,301	2,11	0,411
0,9990	18,53	0,185	3,43	0,207	0,9865	6,93	0,303	2,10	0,416
0,9985	15,77	0,201	3,17	0,230	0,9860	6,84	0,305	2,09	0,420
0,9980	14,25	0,212	3,02	0,249	0,9855	6,74	0,307	2,07	0,423
0,9975	13,15	0,220	2,89	0,266	0,9850	6,64	0,310	2,06	0,427
0,9970	12,26	0,228	2,80	0,279	0,9845	6,55	0,312	2,04	0,430
0,9965	11,58	0,235	2,72	0,291	0,9840	6,47	0,314	2,03	0,433
0,9960	11,02	0,241	2,65	0,302	0,9835	6,40	0,316	2,02	0,437
0,9955	10,53	0,246	2,59	0,311	0,9830	6,33	0,317	2,01	0,440
0,9950	10,15	0,251	2,54	0,320	0,9825	6,26	0,319	2,00	0,444
0,9945	9,77	0,256	2,50	0,328	0,9820	6,19	0,321	1,99	0,447
0,9940	9,46	0,260	2,46	0,336	0,9815	6,12	0,323	1,98	0,450
0,9935	9,17	0,264	2,42	0,343	0,9810	6,06	0,325	1,97	0,453
0,9930	8,92	0,268	2,39	0,350	0,9805	6,00	0,327	1,96	0,456
0,9925	8,68	0,271	2,36	0,356	0,9800	5,94	0,328	1,95	0,459
0,9920	8,47	0,275	2,33	0,362	0,9795	5,89	0,330	1,94	0,462
0,9915	8,27	0,278	2,30	0,368	0,9790	5,83	0,332	1,93	0,465
0,9910	8,10	0,281	2,28	0,373	0,9785	5,78	0,333	1,92	0,468
0,9905	7,93	0,284	2,25	0,379	0,9780	5,72	0,335	1,92	0,470
0,9900	7,76	0,287	2,23	0,384	0,9775	5,67	0,336	1,91	0,473
0,9895	7,62	0,289	2,21	0,388	0,9770	5,63	0,338	1,90	0,476
0,9890	7,49	0,292	2,19	0,393	0,9765	5,58	0,339	1,89	0,478
0,9885	7,37	0,294	2,17	0,398	0,9760	5,53	0,340	1,88	0,481
0,9880	7,25	0,297	2,15	0,402	0,9755	5,49	0,342	1,88	0,483
0,9875	7,13	0,299	2,13	0,407	0,9750	5,44	0,343	1,87	0,486

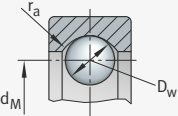
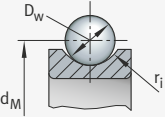
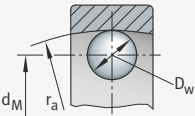
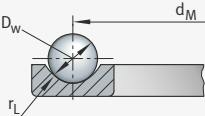
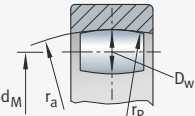
Fortsetzung der Tabelle, Seite 267.

Fortsetzung der Tabelle Tafel: Hertz'sche Beiwerte von Seite 266.

$\cos \tau$	$\xi$	$\eta$	$\xi \cdot \eta$	$\psi/\xi$	$\cos \tau$	$\xi$	$\eta$	$\xi \cdot \eta$	$\psi/\xi$
0,9745	5,39	0,345	1,86	0,489	0,918	3,36	0,441	1,48	0,650
0,9740	5,35	0,346	1,85	0,491	0,916	3,33	0,443	1,47	0,653
0,9735	5,32	0,347	1,85	0,493	0,914	3,30	0,445	1,47	0,657
0,9730	5,28	0,349	1,84	0,495	0,912	3,27	0,448	1,46	0,660
0,9725	5,24	0,350	1,83	0,498	0,910	3,23	0,450	1,45	0,664
0,9720	5,20	0,351	1,83	0,500	0,908	3,20	0,452	1,45	0,667
0,9715	5,16	0,353	1,82	0,502	0,906	3,17	0,454	1,44	0,671
0,9710	5,13	0,354	1,81	0,505	0,904	3,15	0,456	1,44	0,674
0,9705	5,09	0,355	1,81	0,507	0,902	3,12	0,459	1,43	0,677
0,9700	5,05	0,357	1,80	0,509	0,900	3,09	0,461	1,42	0,680
0,9690	4,98	0,359	1,79	0,513	0,895	3,03	0,466	1,41	0,688
0,9680	4,92	0,361	1,78	0,518	0,890	2,97	0,471	1,40	0,695
0,9670	4,86	0,363	1,77	0,522	0,885	2,92	0,476	1,39	0,702
0,9660	4,81	0,365	1,76	0,526	0,880	2,86	0,481	1,38	0,709
0,9650	4,76	0,367	1,75	0,530	0,875	2,82	0,485	1,37	0,715
0,9640	4,70	0,369	1,74	0,533	0,870	2,77	0,490	1,36	0,721
0,9630	4,65	0,371	1,73	0,536	0,865	2,72	0,494	1,35	0,727
0,9620	4,61	0,374	1,72	0,540	0,860	2,68	0,498	1,34	0,733
0,9610	4,56	0,376	1,71	0,543	0,855	2,64	0,502	1,33	0,739
0,9600	4,51	0,378	1,70	0,546	0,850	2,60	0,507	1,32	0,745
0,9590	4,47	0,380	1,70	0,550	0,840	2,53	0,515	1,30	0,755
0,9580	4,42	0,382	1,69	0,553	0,830	2,46	0,523	1,29	0,765
0,9570	4,38	0,384	1,68	0,556	0,820	2,40	0,530	1,27	0,774
0,9560	4,34	0,386	1,67	0,559	0,810	2,35	0,537	1,26	0,783
0,9550	4,30	0,388	1,67	0,562	0,800	2,30	0,544	1,25	0,792
0,9540	4,26	0,390	1,66	0,565	0,750	2,07	0,577	1,20	0,829
0,9530	4,22	0,391	1,65	0,568	0,700	1,91	0,607	1,16	0,859
0,9520	4,19	0,393	1,65	0,571	0,650	1,77	0,637	1,13	0,884
0,9510	4,15	0,394	1,64	0,574	0,600	1,66	0,664	1,10	0,904
0,9500	4,12	0,396	1,63	0,577	0,550	1,57	0,690	1,08	0,922
0,9480	4,05	0,399	1,62	0,583	0,500	1,48	0,718	1,06	0,938
0,9460	3,99	0,403	1,61	0,588	0,450	1,41	0,745	1,05	0,951
0,9440	3,94	0,406	1,60	0,593	0,400	1,35	0,771	1,04	0,962
0,9420	3,88	0,409	1,59	0,598	0,350	1,29	0,796	1,03	0,971
0,9400	3,83	0,412	1,58	0,603	0,300	1,24	0,824	1,02	0,979
0,9380	3,78	0,415	1,57	0,608	0,250	1,19	0,850	1,01	0,986
0,9360	3,73	0,418	1,56	0,613	0,200	1,15	0,879	1,01	0,991
0,9340	3,68	0,420	1,55	0,618	0,150	1,11	0,908	1,01	0,994
0,9320	3,63	0,423	1,54	0,622	0,100	1,07	0,938	1,00	0,997
0,9300	3,59	0,426	1,53	0,626	0,050	1,03	0,969	1,00	0,999
0,928	3,55	0,428	1,52	0,630	0	1	1	1	1
0,926	3,51	0,431	1,51	0,634					
0,924	3,47	0,433	1,50	0,638					
0,922	3,43	0,436	1,50	0,642					
0,920	3,40	0,438	1,49	0,646					

## Hertz'sche Pressung in Wälzlagern

Zur Berechnung der Hertz'schen Pressung in Wälzlagern werden folgende Hilfwerte verwendet:

<p><b>Rillenkugellager</b> Kugel – Außenring</p> 	$\gamma = \frac{D_w}{d_M} \cdot \cos \alpha^{1)}$ $r_a \approx 0,53 \cdot D_w$	$\sum \rho = \frac{2}{D_w} \cdot \left( 2 - \frac{\gamma}{1 + \gamma} - \frac{D_w}{2 \cdot r_a} \right)$ $\cos \tau = \frac{-\frac{\gamma}{1 + \gamma} + \frac{D_w}{2 \cdot r_a}}{2 - \frac{\gamma}{1 + \gamma} - \frac{D_w}{2 \cdot r_a}}$
<p><b>Rillenkugellager</b> Kugel – Innenring</p> 	$\gamma = \frac{D_w}{d_M} \cdot \cos \alpha^{1)}$ $r_i \approx 0,52 \cdot D_w$	$\sum \rho = \frac{2}{D_w} \cdot \left( 2 + \frac{\gamma}{1 - \gamma} - \frac{D_w}{2 \cdot r_i} \right)$ $\cos \tau = \frac{\frac{\gamma}{1 - \gamma} + \frac{D_w}{2 \cdot r_i}}{2 + \frac{\gamma}{1 - \gamma} - \frac{D_w}{2 \cdot r_i}}$
<p><b>Pendelkugellager</b> Kugel – Außenring</p> 	$\gamma = \frac{D_w}{d_M} \cdot \cos \alpha^{1)}$ $r_a = \frac{d_M + D_w}{2}$	$\sum \rho = \frac{4}{D_w} \cdot \left( \frac{1}{1 + \gamma} \right)$ $\cos \tau = 0$
<p><b>Axialkugellager</b> Kugel – Laufring</p> 	$\gamma = \frac{D_w}{d_M} \cdot \cos \alpha^{1)}$ $r_L \approx 0,54 \cdot D_w$	$\sum \rho = \frac{2}{D_w} \cdot \left( 2 - \frac{D_w}{2 \cdot r_L} \right)$ $\cos \tau = \frac{1}{4 \cdot \frac{r_L}{D_w} - 1}$
<p><b>Tonnenlager, Pendelrollenlager</b> Rolle – Außenring</p> 	$\gamma = \frac{D_w}{d_M} \cdot \cos \alpha^{1)}$ $r_a = \frac{d_M + D_w}{2}$	$\sum \rho = \frac{1 + \gamma \cdot \left( \frac{r_a}{r_R} - 1 \right)}{1 + \gamma}$ $\cos \tau = \frac{1 - \gamma \cdot \left( \frac{r_a}{r_R} - 1 \right)}{1 + \gamma \cdot \left( \frac{r_a}{r_R} - 1 \right)}$

<sup>1)</sup>  $\alpha$  ist der nominelle Druckwinkel des Lagers.

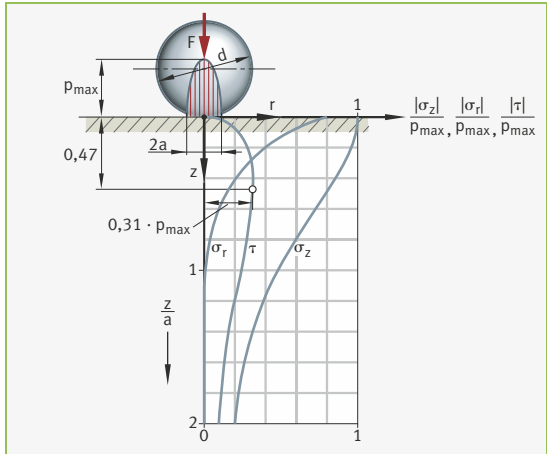
### Spannungszustand unter Hertz'schen Kontakten

Nach der Theorie von Hertz entstehen bei der Berührung (punkt- oder linienförmig) von zwei Körpern Spannungen und Verformungen durch die Wirkung von Druckkräften.

#### Punktberührung Kugel – Ebene

Bei einer Punktberührung Kugel – Ebene gelten folgende Beziehungen:

**Bild 5**  
Punktberührung  
Kugel – Ebene



Für den Halbmesser der Druckfläche gilt:

**Gleichung 28**

$$a = \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2) \cdot d}{4E}}$$

Der Spannungszustand (für  $r = 0$ ) wird berechnet mit:

**Gleichung 29**

$$\frac{\sigma_z}{p_{\max}} = -\frac{1}{\left(\frac{z}{a}\right)^2 + 1}$$

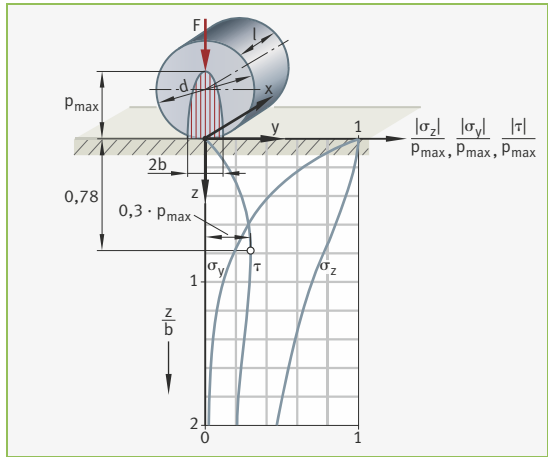
$$\frac{\sigma_r}{p_{\max}} = -(1+\nu) \left[ 1 - \frac{z}{a} \arctan\left(\frac{a}{z}\right) \right] + \frac{1}{2 \left[ \left(\frac{z}{a}\right)^2 + 1 \right]}$$

$$\frac{\tau}{p_{\max}} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\left(\frac{z}{a}\right)^2 + 1} + \frac{1+\nu}{2} \left[ 1 - \frac{z}{a} \arctan\left(\frac{a}{z}\right) \right]$$

### Linienberührung Rolle – Ebene

Bei einer Linienberührung Rolle – Ebene (ebener Spannungszustand) gelten folgende Beziehungen:

**Bild 6**  
Linienberührung  
Rolle – Ebene  
(ebener Spannungszustand)



Für die halbe Breite der Druckfläche gilt:

**Gleichung 30**

$$b = \sqrt{\frac{4F(1-\nu^2) \cdot d}{\pi \cdot E \cdot l}}$$

Der Spannungszustand (für  $y = 0$ ) wird berechnet mit:

**Gleichung 31**

$$\frac{\sigma_z}{p_{\max}} = -\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2}}$$

$$\frac{\sigma_y}{p_{\max}} = 2\left(\frac{z}{b}\right) - \frac{1+2\left(\frac{z}{b}\right)^2}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2}}$$

$$\frac{\tau}{p_{\max}} = \frac{z}{b} - \frac{\left(\frac{z}{b}\right)^2}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2}}$$

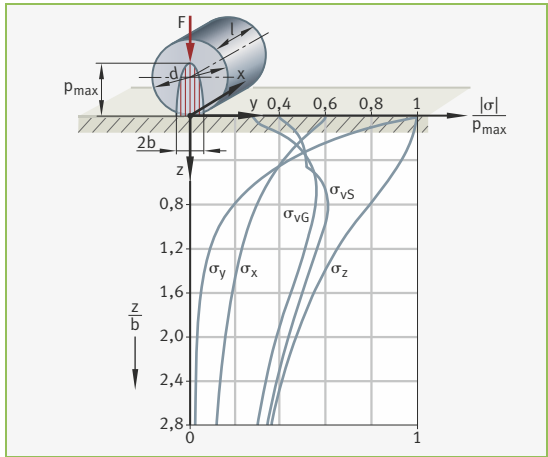


**Linienberührung  
Rolle – Ebene**

Bei einer Linienberührung Rolle – Ebene (räumlicher Spannungszustand) gelten folgende Beziehungen:

**Bild 7**

Linienberührung  
Rolle – Ebene  
(räumlicher Spannungszustand)



Der Spannungszustand (für  $x = y = 0$ ) wird berechnet mit:

**Gleichung 32**

$$\frac{\sigma_x}{p_{\max}} = -2\nu \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{z}{b}\right)^2} - \left(\frac{z}{b}\right) \right]$$

$$\frac{\sigma_y}{p_{\max}} = - \left[ \frac{1 + 2\left(\frac{z}{b}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{b}\right)^2}} - 2\left(\frac{z}{b}\right) \right]$$

$$\frac{\sigma_z}{p_{\max}} = - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{b}\right)^2}}$$

Diese Gleichungen stellen die Maximalspannungen für die Koordinaten  $x = y = 0$  dar. Sie basieren auf der Annahme eines ebenen Formänderungszustands ( $\epsilon_x = 0$ ).

**Vergleichsspannung** Als Festigkeitshypothesen zur Berechnung einer Vergleichsspannung haben sich heute im Allgemeinen folgende Hypothesen durchgesetzt und bewährt:

- **Schubspannungshypothese** nach Tresca und St. Venant
- **Gestaltänderungsenergiehypothese** nach Hencky und von Mises

**Schubspannungshypothese** Nach der Schubspannungshypothese wird angenommen, dass der Werkstoff zu fließen beginnt, wenn die maximale Schubspannung an irgend-einer Stelle einen kritischen Wert erreicht.

Die Vergleichsspannung ergibt sich zu:

**Gleichung 33**

$$\sigma_{vS} = 2 \tau_{\max} = \max \begin{bmatrix} \sigma_z - \sigma_y \\ \sigma_z - \sigma_x \\ \sigma_y - \sigma_x \end{bmatrix}$$

**Gestaltänderungsenergiehypothese** Dagegen setzt nach der Gestaltänderungsenergiehypothese die plastische Verformung ein, wenn die elastisch aufnehmbare Gestaltänderungsenergie in einem Volumenelement überschritten wird.

Die Vergleichsspannung ergibt sich zu:

**Gleichung 34**

$$\sigma_{vG} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \right]}$$

mit den Hauptnormalspannungen  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ .

**Werkstofffestigkeit** Die maximale Vergleichsspannung liegt sowohl nach der Schubspannungshypothese als auch nach der Gestaltänderungsenergiehypothese unterhalb der Werkstückoberfläche:

Schubspannungshypothese	Gestaltänderungsenergiehypothese
$\sigma_{vS \max} = 0,60 \cdot p_{\max}$ in der Tiefe $z = 0,78 \cdot b$	$\sigma_{vG \max} = 0,56 \cdot p_{\max}$ in der Tiefe $z = 0,71 \cdot b$

Geht man von der Vergleichsspannung nach der Schubspannungshypothese aus, so ist die Werkstoffanstrengung:

**Gleichung 35**

$$\sigma_{vS \max} = 0,60 \cdot p_{\max}$$

Um nach der Schubspannungshypothese plastische Verformungen im Material bei statischer Beanspruchung zu vermeiden (bei konstanter Festigkeit über den gesamten Querschnitt), muss erfüllt sein:

**Gleichung 36**

$$\sigma_{vS \max} < R_{p0,2}$$

Dies führt bei einem gegebenen Werkstoff mit der Fließgrenze  $R_b$  oder der Ersatz-Streckgrenze  $R_{p0,2}$  zu einer zulässigen maximalen Hertz'schen Pressung von:

**Gleichung 37**

$$p_{\max \text{ zul}} < 1,67 \cdot R_{p0,2}$$

Bei einsatz-, flamm- oder induktionsgehärteten Werkstoffen ist zu beachten, dass eine ausreichend große Härtetiefe vorliegt. Als Härtetiefe wird nach DIN EN ISO 2639:2002 diejenige Tiefe der gehärteten Randzone bezeichnet, in der noch eine Härte von 550 HV vorliegt. Außerdem muss der Härteverlauf bis zum Kernbereich des Materials so verlaufen, dass die aus der Härte umwertbare Festigkeit beziehungsweise Fließgrenze des Materials an allen Stellen über dem Vergleichsspannungsverlauf liegt.

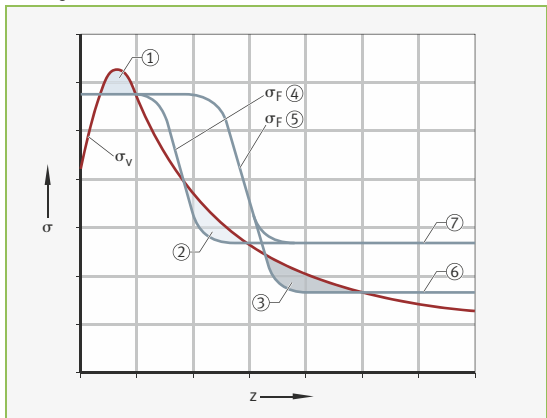
In Bild 8 ist schematisch dargestellt, wo sich im Material bei einem Vergleich der Werkstoffanstrengung mit der Fließgrenze des Materials Verformungszonen ausbilden können:

**Bild 8**

Verformungszonen

$\sigma_v$  = Vergleichsspannung  
 $\sigma_f$  = Fließspannung  
 $z$  = Randabstand

- ①, ②, ③ Verformungszonen
- ④ Bei kleiner Einsatzhärtungs-Härtetiefe
- ⑤ Bei großer Einsatzhärtungs-Härtetiefe
- ⑥ Niedrige Kernfestigkeit
- ⑦ Hohe Kernfestigkeit



- In Zone ① wird im Bereich des Spannungsmaximums die Fließgrenze des Werkstoffs überschritten, sowohl bei einem Material konstanter Festigkeit beziehungsweise der Durchhärtung als auch bei der Randschichthärtung. Diese Verformung tritt bei hinreichend hoher Hertz'scher Pressung bei allen Werkstoffen und Härteverfahren auf.
- In Zone ② verformt sich der Werkstoff plastisch, wenn die Härtetiefe zu klein gewählt wurde.
- In Zone ③ treten plastische Verformungen auf, wenn die Härte beziehungsweise die Fließspannung des Kernwerkstoffs zu niedrig liegt.

Ein steiler Härtegradient, der insbesondere bei der Flamm- und Induktionshärtung auftreten kann, führt bei gleicher nomineller Härtetiefe zu einer Ausweitung der Verformungszonen.

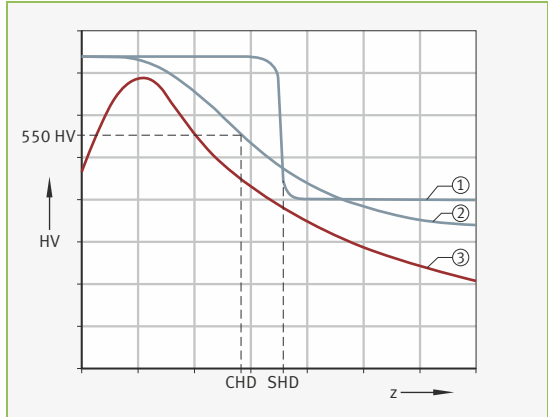
**Härtetiefe** Bei einsatz-, flamm- oder induktionsgehärteten Laufbahnen muss neben einer Oberflächenhärte von 670 HV bis 840 HV auch eine ausreichend große Härtetiefe (bei Einsatzhärtung: Einsatzhärtungs-Härtetiefe CHD; bei Flamm- oder Induktionshärtung: Einhärtungs-Härtetiefe SHD) gewährleistet sein.

Die Härteverläufe sind in Bild 9 schematisch dargestellt, wobei sich der erforderliche Härteverlauf aus der Umwertung des Vergleichsspannungsverlaufes in Vickershärte ergibt (siehe Umwertungstabelle in Kapitel Konstruktionswerkstoffe, Seite 317).

Für die Oberflächenhärte ergeben sich folgende Verläufe:

**Bild 9**  
Härtetiefe

- HV = Vickershärte  
z = Abstand von der Oberfläche  
CHD = Einsatzhärtungs-Härtetiefe  
SHD = Einhärtungs-Härtetiefe
- ① Flamm- oder Induktionshärtung
  - ② Einsatzhärtung
  - ③ Erforderliche Härte



Die erforderliche Mindesthärtetiefe hängt im Wesentlichen von dem Wälzkörperdurchmesser, der Werkstoffbeanspruchung, der Kernfestigkeit und dem Härtungsverfahren ab.

Für Laufbahnen, die bis zur statischen Tragfähigkeit  $C_0$  beansprucht werden, bei der für Linienberührung eine Hertz'sche Pressung von  $p_{\max} = 4000 \text{ N/mm}^2$  vorliegt, können die Härtetiefen aus den folgenden Beziehungen ermittelt werden.

Für die **Einsatzhärtung** ergibt sich die Einsatzhärtungs-Härtetiefe:

**Gleichung 38**

$$\text{CHD} \geq 0,052 \cdot D_w \quad D_w = \text{Wälzkörperdurchmesser}$$

Für die **Flamm- oder Induktionshärtung** ergibt sich die Einhärtungs-Härtetiefe:

**Gleichung 39**

$$\text{SHD} \geq 140 \cdot D_w / R_{p0,2}$$

### Werkstoffwahl für Wälzlagerlaufbahnen

Bei der Werkstoffwahl für Wälzlagerlaufbahnen ist zu berücksichtigen, dass zum Erreichen der vollen statischen und dynamischen Tragfähigkeit der Lagerstelle sowohl eine ausreichende Rand- beziehungsweise Oberflächenhärte und eine ausreichende Härtezonenausbildung als auch ein guter Reinheitsgrad, der dem üblichen Standard bei Wälzlagerstählen entspricht, notwendig sind. Eine ausreichende Härte liegt in aller Regel zwischen 58 HRC (654 HV) und 64 HRC (800 HV), eine Umrechnung der Härtewerte erfolgt nach DIN EN ISO 18265.

Für alle im Folgenden aufgeführten Stähle gilt, dass größere Bauteilquerschnitte meist eine Anhebung des Legierungsgehalts im Stahl erfordern.

Für Wälzlagererringe und Wälzkörper eignen sich besonders:

#### ■ Durchhärtbare Stähle

(zum Beispiel 100Cr6 oder 100CrMnSi6-4 nach DIN EN ISO 683-17).

Bei diesen Stählen beziehungsweise dem landestypischen Äquivalent wie SAE52100 ist im speziellen Fall auch eine Randschichthärtung, insbesondere die induktive Randschichthärtung, möglich. Die Härtung erfolgt entweder martensitisch oder bainitisch.

#### ■ Einsatzstähle

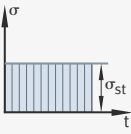
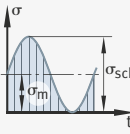
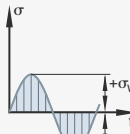
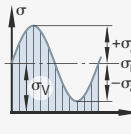
(zum Beispiel 17MnCr5 nach DIN EN ISO 683-17 oder 16MnCr5 nach DIN EN 10084). Die notwendige Randhärte und der Härtetiefenverlauf müssen durch Eindiffusion von Kohlenstoff beziehungsweise Kohlenstoff und Stickstoff vor dem eigentlichen martensitischen Härten eingestellt werden. Zur Ermittlung notwendiger Härteverläufe existieren entsprechende Berechnungswerkzeuge, zum Beispiel Bearinx. Der Prozess ist kosten- und energieintensiver als das Durchhärten.

#### ■ Stähle für das Induktivhärten

(zum Beispiel C56E2 nach DIN EN ISO 683-17). Mit diesem Härteverfahren wird meist nur die Laufbahn gehärtet. Als Ausgangszustand empfiehlt sich der vergütete Zustand. Der Prozess verlangt eine Abstimmung von Induktor, Verfahrensparameter und Bauform, meist sind Vorversuche erforderlich. Häufig muss mit Schlupfstellen gerechnet werden, also Stellen, die zweimal erwärmt und damit weich werden. Statt der Induktivhärtung wird zunehmend die Laserhärtung und nur noch selten die Flammhärtung eingesetzt.

## Dynamische Beanspruchung – Gestaltfestigkeit

**Bauteilbeanspruchung** Für die Bauteilbeanspruchung liegen folgende Spannungsverläufe vor:

Belastungsfall	I statisch	II rein schwellend	III rein wechselnd	I + III allgemein schwingend
				
<b>Oberspannung</b>	$\sigma_{st} = \text{const.}$	$\sigma_o = \sigma_{sch}$	$\sigma_o = +\sigma_w$	$\sigma_o = \sigma_m + \sigma_a$
<b>Mittelspannung</b>	–	$\sigma_m = \sigma_{sch}/2$	$\sigma_m = 0$	$\sigma_m = \sigma_v$ (Vorspannung)
<b>Unterspannung</b>	–	$\sigma_u = 0$	$\sigma_u = -\sigma_w$	$\sigma_u = \sigma_m - \sigma_a$
<b>Für die Bauteilberechnung maßgebender Festigkeitskennwert des Werkstoffs</b>				
	Bruchfestigkeit $R_m$ (spröder Werkstoff)	Schwellfestigkeit $\sigma_{sch}$	Wechselfestigkeit $\sigma_w$	Ausschlagfestigkeit $\sigma_A$
	Streckgrenze $R_e; R_{p0,2}$ (zäher Werkstoff)	Dauerfestigkeitskennwert $\sigma_D$ (allgemein) oder Zeitfestigkeit bei zeitfester Auslegung zum Beispiel $\sigma_{Sch-N}, \sigma_{W-N}$		

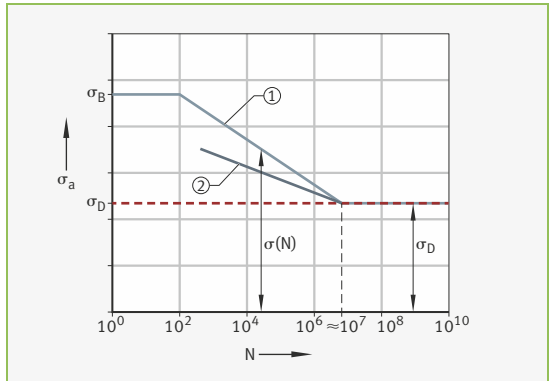
## Wöhler-Diagramm

Die folgende Darstellung zeigt das Wöhler-Diagramm für das Beispiel Zug – Druck.

**Bild 10**

Wöhler-Diagramm

- $\sigma_a$  = Spannungsausschlag
- N = Lastwechsel
- $\sigma_D$  = Dauerfestigkeit
- $\sigma(N)$  = Zeitfestigkeit
- $\sigma_B$  = Bruchspannung
- ① Wöhlerkurve
- ② Schadenslinie



Bei Beanspruchung unterhalb der Schadenslinie erfolgt noch keine Vorschädigung des Werkstoffs.

## Dauerfestigkeits-Schaubild nach Smith

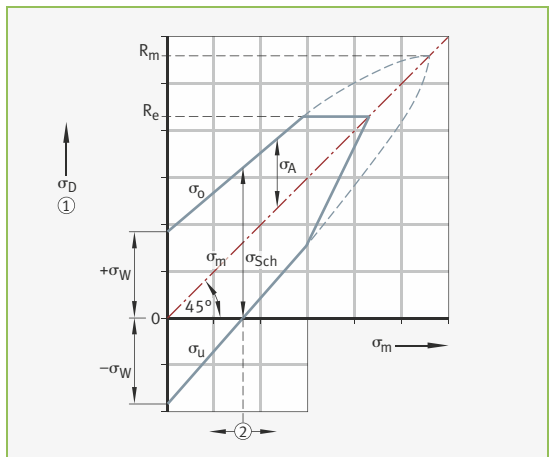
Im Schaubild nach Smith wird die Dauerfestigkeit dargestellt.

**Bild 11**

Dauerfestigkeits-Schaubild nach Smith

- $\sigma_D$  = Dauerfestigkeit
- $\sigma_m$  = Mittelspannung
- $\sigma_W$  = Wechselfestigkeit
- $\sigma_A$  = Ausschlagfestigkeit
- $\sigma_{Sch}$  = Schwellfestigkeit
- $\sigma_o$  = Oberspannung
- $\sigma_u$  = Unterspannung
- $R_m$  = Bruchfestigkeit
- $R_e$  = Streckgrenze

- ① Festigkeitskennwerte
- ② Wechsel-, Schwellbereich



### Größen- und Oberflächeneinfluss

In den Darstellungen Bild 12 und Bild 13 werden der Größeneinfluss und der Oberflächeneinfluss auf die Bauteilfestigkeit ( $\neq$  Werkstofffestigkeit) dargestellt. Dabei gilt:

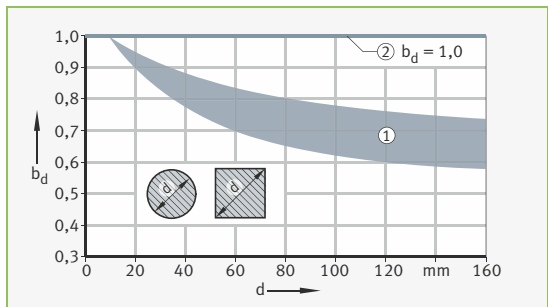
Vergleichsspannung am Bauteil	$\leq$	Zulässige Beanspruchung	=	Gestaltfestigkeit des Bauteils
$\sigma_v$		$\sigma_{zul}$		$\frac{\sigma_D \cdot b_o \cdot b_d}{S_{min} \cdot \beta_k}$
mit		$\sigma_D$		= maßgebender Dauerfestigkeitswert des Werkstoffs
		$b_o$		= Oberflächenzahl ( $\leq 1$ )
		$b_d$		= Größenzahl ( $\leq 1$ )
		$\beta_k$		= Kerbwirkungszahl ( $\geq 1$ )
		$S_{min}$		= Mindestsicherheit (1,2 ... 2)

**Bild 12**

Größeneinfluss

$b_d$  = Größenzahl  
d = Bauteildurchmesser

- ① Für Biegung und Torsion
- ② Für Zug/Druck

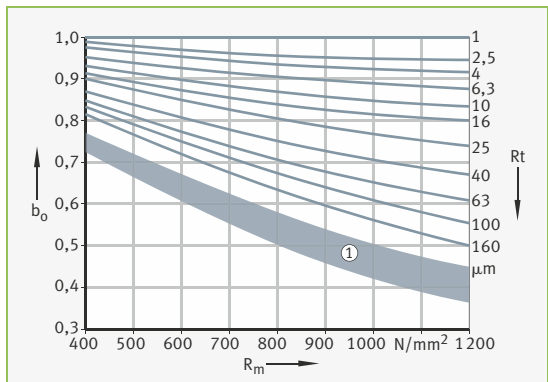


**Bild 13**

Einfluss der Oberflächengüte auf die Dauerfestigkeit

$b_o$  = Oberflächenzahl  
Rt = Rautiefe  
 $R_m$  = Bruchfestigkeit des Werkstoffs

- ① Oberflächen mit Walzhaut





### Dauerfestigkeits- schaubilder allgemeiner Baustähle

Im Folgenden werden Schaubilder gezeigt zur Dauerfestigkeit allgemeiner Baustähle (DIN 17100 beziehungsweise DIN EN 10025).

Dabei gilt bei:

- Belastungsfall I: stationäre Beanspruchung
- Belastungsfall II: reine Schwellbeanspruchung
- Belastungsfall III: reine Wechselbeanspruchung

Für kaltgezogenes Material (zum Beispiel E295GC) können die Streckgrenzwerte bis zu 50%, die Schwell- und Wechselfestigkeitswerte dagegen nur um etwa 10% höher angesetzt werden als die Tabellenwerte.

Durch Kaltumformung geht die Dehnungsfähigkeit des Materials zurück, die Empfindlichkeit gegen Trennbruch ist größer.

### Zug- und Druck- beanspruchung

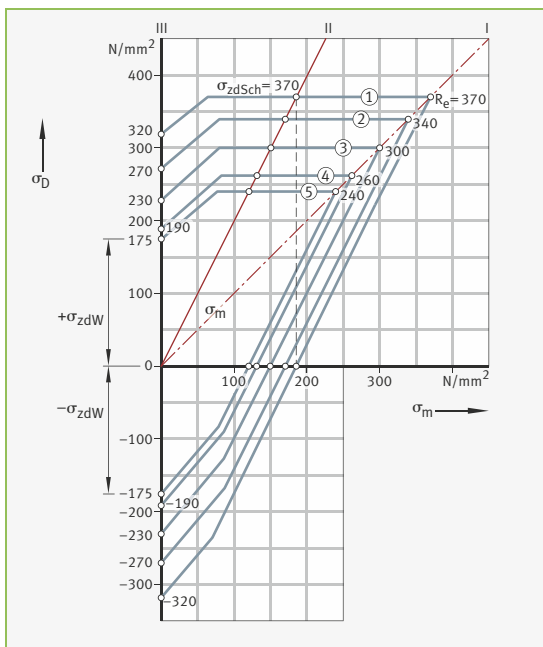
Unter Zug- und Druckbeanspruchung erhält man:

#### Bild 14

Dauerfestigkeit  
allgemeiner Baustähle:  
Zug- und Druck-  
beanspruchung

$\sigma_D$  = Dauerfestigkeit  
 $\sigma_m$  = Mittelspannung  
 $\sigma_{zdW}$  = Zug-Druck-  
 Wechselfestigkeit  
 $\sigma_{zdSch}$  = Zug-Schwell-  
 festigkeit  
 $R_e$  = Streckgrenze

- ① E360
- ② E335
- ③ E295
- ④ S275
- ⑤ S235



Quelle: Steinhilper, W.; R. Röper: Maschinen- und Konstruktionselemente. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (2002).

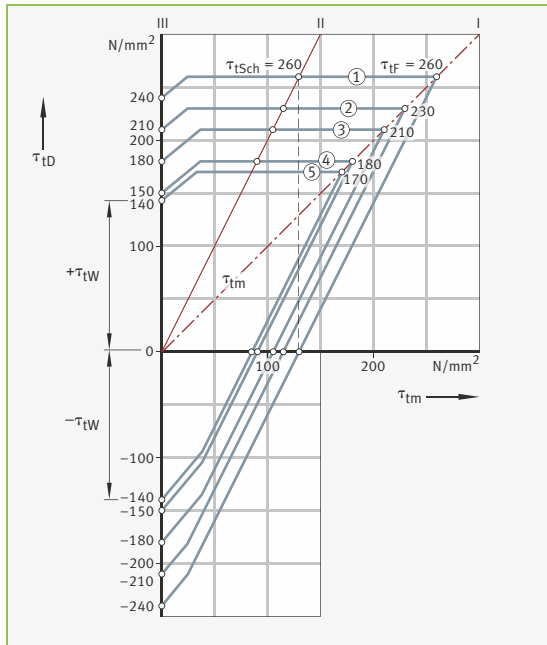
## Torsionsbeanspruchung Bild 15

Dauerfestigkeit  
allgemeiner Baustähle:  
Torsionsbeanspruchung

- $\tau_{tD}$  = Torsions-Dauerfestigkeit
- $\tau_{tm}$  = Torsions-Mittelspannung
- $\tau_{tW}$  = Torsions-Wechselspannung
- $\tau_{tSch}$  = Torsions-Schwellfestigkeit
- $\tau_{tF}$  = Torsions-Fließgrenze

- ① E360
- ② E335
- ③ E295
- ④ S275
- ⑤ S235

Unter Torsionsbeanspruchung erhält man:



Quelle: Steinhilper, W.; R. Röper: Maschinen- und Konstruktionselemente. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (2002).

## Biegebeanspruchung

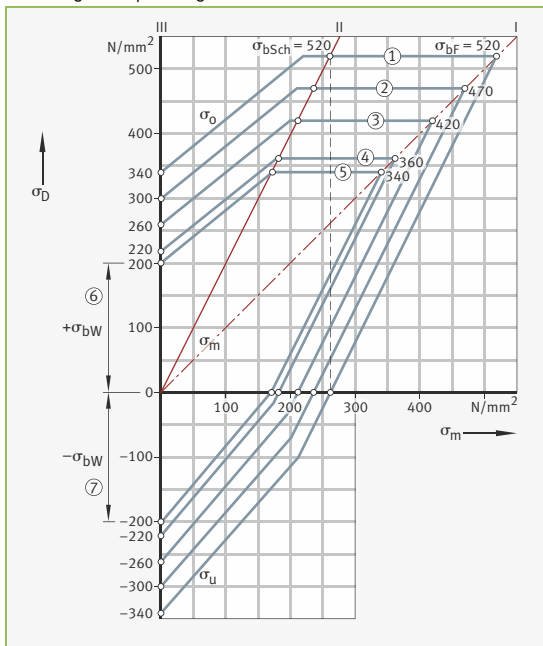
**Bild 16**

Dauerfestigkeit  
allgemeiner Baustähle:  
Biegebeanspruchung

$\sigma_D$  = Dauerfestigkeit  
 $\sigma_m$  = Mittelspannung  
 $\sigma_{bW}$  = Biege-Wechsel-  
festigkeit  
 $\sigma_o$  = Oberspannung  
 $\sigma_u$  = Unterspannung  
 $\sigma_{bSch}$  = Biege-Schwell-  
festigkeit  
 $\sigma_{bF}$  = Biege-Fließgrenze

- ① E360
- ② E335
- ③ E295
- ④ S275
- ⑤ S235
- ⑥ Zuggebiet
- ⑦ Druckgebiet

Unter Biegebeanspruchung erhält man:



Quelle: Steinhilper, W.; R. Röper: Maschinen- und Konstruktionselemente.  
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (2002).

## Konstruktionswerkstoffe

Im Folgenden wird eine Auswahl wesentlicher Konstruktionswerkstoffe vorgestellt – beginnend mit den verschiedenen Stahlsorten (einschließlich ihrer Wärmebehandlung), über Gusseisen, Stahlguss, Nichteisen-Metalle bis hin zu den Kunststoffen.

### Stahl

**Stahlsorten** Über Normen (DIN, EN, ISO) werden unterschiedliche Sorten von Stählen festgelegt. Im Folgenden wird eine Auswahl von Stählen näher beschrieben:

- Unlegierte Baustähle
- Vergütungsstähle
- Einsatzstähle
- Rostfreie Stähle
- Wälzlagerstähle
- Automatenstähle

**Systematik der Werkstoffbezeichnungen** In der Norm DIN EN 10027-1:2017 werden Kurznamen für Stähle gezeigt. Die gesamte Norm ist sehr umfangreich. Deshalb wird hier beispielhaft die Systematik der Maschinenbaustähle vorgestellt.

Hauptsymbole		Zusatzsymbole für Stähle	Zusatzsymbole für Stahlerzeugnisse	
G E n n n		an...	+an +an...	
Hauptsymbole		Zusatzsymbole		
Buchstabe	Mechanische Eigenschaften	Für Stahl		Für Stahlerzeugnisse
		Gruppe 1	Gruppe 2	
G = Stahlguss (wenn erforderlich)	nnn = festgelegte Mindeststreckgrenze <sup>2)</sup> in MPa <sup>3)</sup> für den kleinsten Dickenbereich	G = andere Merkmale, wenn erforderlich mit ein oder zwei nachfolgenden Ziffern oder falls Kerbschlageigenschaften festgelegt sind, entsprechend den folgenden Regeln nach Tabelle Kerbschlagarbeit, Seite 283		C = Eignung zum Kaltziehen  Symbole für den Behandlungszustand siehe Norm DIN EN 10027-1:2017, Tabelle 18
E = Maschinenbaustähle		C = Eignung zum Kaltziehen		

<sup>1)</sup> n = Ziffer, a = Buchstabe, an = alphanumerisch.

<sup>2)</sup> Unter dem Begriff „Streckgrenze“ ist je nach den Angaben in der betreffenden Erzeugnisnorm die obere oder die untere Streckgrenze ( $R_{eH}$  oder  $R_{eL}$ ) oder die Dehngrenze bei nichtproportionaler Dehnung ( $R_p$ ) oder die Dehngrenze bei gesamter Dehnung ( $R_f$ ) zu verstehen.

<sup>3)</sup> 1 MPa = 1 N/mm<sup>2</sup>.

**Kerbschlagarbeit** Die folgende Tabelle zeigt die Kerbschlagarbeit nach DIN EN 10027-1:2017 Tabelle 1, Gruppe 1.

Kerbschlagarbeit J (Joule)			Prüftemperatur °C
27 J	40 J	60 J	
JR	KR	LR	+20
J0	K0	L0	0
J2	K2	L2	-20
J3	K3	L3	-30
J4	K4	L4	-40
J5	K5	L5	-50
J6	K6	L6	-60

**Beispiele Kurznamen** Einige Beispiele für Kurznamen nach EN 10027-1 sind:

Norm	Kurzname	Norm	Kurzname
EN 10025-2	E295	EN 10293	GE240
	E295GC	EN 10296-1	E355K2
	E335		
	E360		

**Unlegierte Baustähle** Nach der Norm DIN EN 10025-2:2019 sind unlegierte Baustähle Lang- und Flacherzeugnisse aus warmgewalzten, unlegierten Grund- und Qualitätstählen. Sie sind gekennzeichnet durch ihre chemische Zusammensetzung und mechanischen Eigenschaften, siehe Tabelle Mechanische Eigenschaften, Seite 284.

Unlegierte Baustähle werden zum Beispiel im Hochbau, Tiefbau, Brückenbau, Wasserbau, Behälterbau sowie im Fahrzeug- und Maschinenbau verwendet.

Stähle nach dieser Norm sind nicht für eine Wärmebehandlung vorgesehen. Spannungsarmglühen ist zulässig.

**Mechanische Eigenschaften** Für einige unlegierte Baustähle zeigt die folgende Tabelle die mechanischen Eigenschaften als Auszug aus der zugehörigen Norm.

Stahlsorte Bezeichnung		Zugfestigkeit $R_m$ <sup>1)</sup> für Nenndicken mm			Streckgrenze $R_{eH}$ <sup>1)</sup> für Nenndicken mm					
Kurzname	Werkstoff- nummer	< 3	> 3 $\leq$ 100	> 100 $\leq$ 150	$\leq$ 16	> 16 $\leq$ 40	> 40 $\leq$ 63	> 63 $\leq$ 80	> 80 $\leq$ 100	> 100 $\leq$ 150
		MPa			min. MPa					
S185	1.0035	310 ... 540	290 ... 510	280 ... 500	185	175	175	175	175	165
S235JR S235J0 S235J2	1.0038 1.0114 1.0117	360 ... 510	360 ... 510	350 ... 500	235	225	215	215	215	195
S275JR S275J0 S275J2	1.0044 1.0143 1.0145	430 ... 580	410 ... 560	400 ... 540	275	265	255	245	235	225
S355JR S355J0 S355J2 S355K2	1.0045 1.0553 1.0577 1.0596	510 ... 680	470 ... 630	450 ... 600	355	345	335	325	315	295
E295 <sup>2)</sup>	1.0050	490 ... 660	470 ... 610	450 ... 610	295	285	275	265	255	245
E335 <sup>2)</sup>	1.0060	590 ... 770	570 ... 710	550 ... 710	335	325	315	305	295	275
E360 <sup>2)</sup>	1.0070	690 ... 900	670 ... 830	650 ... 830	360	355	345	335	325	305

Weitere mechanische und technologische Eigenschaften sowie die chemische Zusammensetzung der Stähle siehe DIN EN 10025.

- <sup>1)</sup> Die Werte für den Zugversuch in der Tabelle gelten für Längsproben I, bei Band, Blech und Breitflachstahl in Breiten  $\geq$  600 mm für Querproben t.  
<sup>2)</sup> Diese Stahlsorten kommen üblicherweise nicht für Profilerzeugnisse (I-, U-Winkel) in Betracht.

**Vergütungsstähle** In den Normen DIN EN ISO 683-1:2018 und DIN EN ISO 683-2:2018 sind die mechanischen Eigenschaften für Stähle im vergüteten Zustand (+ QT) aufgeführt. Die Festlegung der Maßgrenzen bedeutet nicht, dass bis zur festgelegten Probenentnahmestelle weitgehend martensitisch durchvergütet werden kann. Die Härtetiefe ergibt sich aus dem Verlauf der Stirnabschreckkurven.

**Mechanische Eigenschaften** Für einige unlegierte Vergütungsstähle zeigt die folgende Tabelle die mechanischen Eigenschaften als Auszug aus der zugehörigen Norm.

Stahlbezeichnung		Streckgrenze $R_e^{1)}$ (0,2%-Grenze)			Zugfestigkeit $R_m$			Bruchdehnung <sup>2)</sup> A			Brucheinschnürung Z			Kerbschlagarbeit (Charpy-Probe) <sup>3)</sup> KV		
		min. MPa			MPa			min. %			min. %			min. J		
Kurzname	Werkstoffnummer	Durchmesser mm														
		–	16	40	–	16	40	–	16	40	–	16	40	–	16	40
		16	40	100	16	40	100	16	40	100	16	40	100	16	40	100
C25	1.0406	370	320	–	550	500	–	19	21	–	–	–	–	–	–	–
C25E	1.1158				...	...								35	35	–
C25R	1.1163				700	650								35	35	
C30	1.0528	400	350	300 <sup>4)</sup>	600	550	500	18	20	21 <sup>4)</sup>	–	–	–	–	–	–
C30E	1.1178				...	...	...							30	30	30 <sup>4)</sup>
C30R	1.1179				750	700	650 <sup>4)</sup>							30	30	30
C35	1.0501	430	380	320	630	600	550	17	19	20	40	45	50	–	–	–
C35E	1.1181				...	...	...							25	25	25
C35R	1.1180				780	750	700							25	25	25
C40	1.0511	460	400	350	650	630	600	16	18	19	35	40	45	–	–	–
C40E	1.1186				...	...	...							20	20	20
C40R	1.1189				800	780	750							20	20	20
C45	1.0503	490	430	370	700	650	630	14	16	17	35	40	45	–	–	–
C45E	1.1191				...	...	...							15	15	15
C45R	1.1201				850	800	780							15	15	15
C50	1.0540	520	460	400	750	700	650	13	15	16	–	–	–	–	–	–
C50E	1.1206				...	...	...									
C50R	1.1241				900	850	800									
C55	1.0535	550	490	420	800	750	700	12	14	15	30	35	40	–	–	–
C55E	1.1203				...	...	...									
C55R	1.1209				950	900	850									
C60	1.0601	580	520	450	850	800	750	11	13	14	25	30	35	–	–	–
C60E	1.1221				...	...	...									
C60R	1.1223				1000	950	900									
28Mn6	1.1170	590	490	440	800	700	650	13	15	16	40	45	50	25	30	30
					...	...	...									
					950	850	800									

1)  $R_e$ : Obere Streckgrenze oder, falls keine ausgeprägte Streckgrenze auftritt, 0,2%-Dehngrenze  $R_{p0,2}$ .

2) Bruchdehnung: Anfangslänge  $L_0 = 565 \cdot \sqrt{S_0}$  ( $S_0$  = ursprünglicher Querschnitt).

3) Mindestkerbschlagarbeit zu vereinbaren, falls eine Prüfung mit einer Probe mit Charpy-U-Kerb verlangt wird.

4) Gültig für Durchmesser bis 63 mm oder für Dicken bis 35 mm.

Für einige legierte Vergütungsstähle zeigt die folgende Tabelle die mechanischen Eigenschaften als Auszug aus der zugehörigen Norm.

Stahlbezeichnung		Streckgrenze $R_e^{1)}$ (0,2%-Grenze) min. MPa			Zugfestigkeit $R_m$ MPa			Bruchdehnung <sup>2)</sup> A min. %			Bruch-einschnürung Z min. %			Kerbschlagarbeit (Charpy-Probe) <sup>3)</sup> KV min. J		
Kurzname	Werkstoffnummer	Durchmesser mm														
		> 16	16	40	100	16	40	100	16	40	100	16	40	100	16	40
34Cr4 34CrS4	1.7033 1.7037	700	590	460	900	800	700	12	14	15	35	40	45	-	40	40
37Cr4 37CrS4	1.7034 1.7038	750	630	510	950	850	750	11	13	14	35	40	40	-	35	35
41Cr4 41CrS4	1.7035 1.7039	800	660	560	1000	900	800	11	12	14	30	35	40	-	35	35
25CrMo4 25CrMoS4	1.7218 1.7213	700	600	450	900	800	700	12	14	15	50	55	60	-	50	50
34CrMo4 34CrMoS4	1.7220 1.7226	800	650	550	1000	900	800	11	12	14	45	50	55	-	40	45
42CrMo4 42CrMoS4	1.7225 1.7227	900	750	650	1100	1000	900	10	11	12	40	45	50	-	35	35
50CrMo4	1.7228	900	780	700	1100	1000	900	9	10	12	40	45	50	-	30	30

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 287.

1)  $R_e$ : Obere Streckgrenze oder, falls keine ausgeprägte Streckgrenze auftritt, 0,2%-Dehngrenze  $R_{p0,2}$ .

2) Bruchdehnung: Anfangslänge  $L_0 = 565 \cdot \sqrt{S_0}$  ( $S_0$  = ursprünglicher Querschnitt).

3) Mindestkerbschlagarbeit zu vereinbaren, falls eine Prüfung mit einer Probe mit Charpy-U-Kerb verlangt wird.



Fortsetzung der Tabelle Mechanische Eigenschaften (Vergütungsstähle)  
von Seite 286.

Stahl- bezeichnung		Streckgrenze $R_e^{1)}$ (0,2%-Grenze)			Zugfestigkeit $R_m$			Bruch- dehnung <sup>2)</sup> A			Bruch- einschnürung Z			Kerbschlagarbeit (Charpy-Probe) <sup>3)</sup> KV		
		min. MPa			MPa			min. %			min. %			min. J		
Kurzname	Werk- stoff- nummer	Durchmesser mm														
		16	40	100	16	40	100	16	40	100	16	40	100	16	40	100
36CrNiMo4	1.6511	900	800	700	1100	1000	900	10	11	12	-	-	-	-	-	-
		16	40	100	16	40	100	16	40	100	16	40	100	16	40	100
		...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
		1300	1200	1100	1300	1200	1100									
34CrNiMo6	1.6582	1000	900	800	1200	1100	1000	9	10	11	40	45	50	-	45	45
					...	...	...									
					1400	1300	1200									
30CrNiMo8	1.6580	850	850	800	1030	1030	980	12	12	12	40	40	45	-	30	35
					...	...	...									
					1230	1230	1180									
51CrV4	1.8159	900	800	700	1100	1000	900	9	10	12	40	45	50	-	30	30
					...	...	...									
					1300	1200	1100									

- 1)  $R_e$ : Obere Streckgrenze oder, falls keine ausgeprägte Streckgrenze auftritt, 0,2%-Dehngrenze  $R_{p0,2}$ .  
 2) Bruchdehnung: Anfangslänge  $L_0 = 565 \cdot \sqrt{S_0}$  ( $S_0$  = ursprünglicher Querschnitt).  
 3) Mindestkerbschlagarbeit zu vereinbaren, falls eine Prüfung mit einer Probe mit Charpy-U-Kerb verlangt wird.

**Einsatzstähle** Nach der Norm DIN EN ISO 683-3:2022 sind Einsatzstähle Baustähle mit verhältnismäßig niedrigem Kohlenstoffgehalt. Sie werden für Bauteile verwendet, deren Randzone vor der Härtung üblicherweise aufgekocht oder carbonitriert wird.

Die Stähle haben nach dem Härten in der Randzone eine hohe Härte und guten Verschleißwiderstand. Die Kernzone weist vor allem eine hohe Zähigkeit auf. Dazu ist jedoch eine Abstimmung des zu härtenden Querschnitts, dem Härteverfahren und der Stahlzusammensetzung erforderlich.

Die Norm DIN EN ISO 683-3 ist gültig für Halbzeug, zum Beispiel: Vorblöcke, Vorbrammen, Knüppel, warmgewalzten Draht, warmgewalzten oder geschmiedeten Stabstahl (Rund-, Vierkant-, Sechskant-, Achtkant- und Flachstahl), warmgewalzten Breitflachstahl, warm- oder kaltgewalztes Blech und Band, Freiform- und Gesenkschmiedestücke.

**Brinellhärte** Für einige Einsatzstähle zeigt die folgende Tabelle die Brinellhärte in verschiedenen Behandlungszuständen als Auszug aus der zugehörigen Norm.

Stahlbezeichnung		Härte im Behandlungszustand <sup>1)</sup>			
Kurzname	Werkstoffnummer	+S <sup>2)</sup>	+A <sup>3)</sup>	+TH <sup>4)</sup>	+FP <sup>5)</sup>
		max. HBW	max. HBW	HBW	HBW
C10E	1.1121	–	131	–	–
C10R	1.1207	–	131	–	–
C15E	1.1141	–	143	–	–
C15R	1.1140	–	143	–	–
17Cr3	1.7016	–	174	–	–
17CrS3	1.7014	–	174	–	–
28Cr4	1.7030	255	217	166 ... 217	156 ... 207
28CrS4	1.7036	255	217	166 ... 217	156 ... 207
16MnCr5	1.7131	–	207	156 ... 207	140 ... 187
16MnCrS5	1.7139	–	207	156 ... 207	140 ... 187
20MnCr5	1.7147	255	217	170 ... 217	152 ... 201
20MnCrS5	1.7149	255	217	170 ... 217	152 ... 201
20MoCr4	1.7321	255	207	156 ... 207	140 ... 187
20MoCrS4	1.7323	255	207	156 ... 207	140 ... 187
20NiCrMo2-2	1.6523	–	212	161 ... 201	149 ... 194
20NiCrMoS2-2	1.6526	–	212	161 ... 201	149 ... 194
17NiCrMo6-4	1.6566	255	229	179 ... 229	149 ... 201
17NiCrMoS6-4	1.6569	255	229	179 ... 229	149 ... 201

<sup>1)</sup> Anforderungen an die Härte für die in den nachfolgenden Zuständen gelieferten Erzeugnisse.

<sup>2)</sup> Behandelt auf Scherbarkeit.

<sup>3)</sup> Weichgeglüht.

<sup>4)</sup> Behandelt auf Festigkeit.

<sup>5)</sup> Behandelt auf Ferrit-Perlit-Gefüge.

**Rostfreie Stähle** In der Norm DIN EN 10088:2014 werden die chemische Zusammensetzung und mechanischen Eigenschaften von nichtrostenden Stählen aufgeführt.

Rostfreie Stähle sind besonders beständig gegen chemisch angreifende Stoffe. Sie enthalten mindestens 10,5% Cr und höchstens 1,2% C. Die Eigenschaft „rostfrei“ setzt eine dem Stahl angepasste Wärmebehandlung voraus. Das gilt vor allem für die martensitisch gehärteten Stähle. Nach ihren wesentlichen Gebrauchseigenschaften werden sie weiter unterteilt in:

- Korrosionsbeständige Stähle:  
Werkstoffnummern 1.40xx bis 1.46xx
- Hitzebeständige Stähle:  
Werkstoffnummern 1.47xx und 1.48xx
- Warmfeste Stähle:  
Werkstoffnummern 1.49xx

Die nichtrostenden Stähle können auch nach ihrem Mikrogefüge eingeteilt werden in:

- Ferritische Stähle:  
Gute Schweißneigung, warmfest, besondere magnetische Eigenschaften, schlecht zerspanbar, kaltumformbar, nicht beständig gegen interkristalline Korrosion,  $E = 220\ 000\ \text{MPa}$
- Martensitische Stähle:  
Härtbar, gut zerspanbar, hohe Festigkeit, magnetisch, bedingt schweißbar,  $E = 216\ 000\ \text{MPa}$
- Ausscheidungshärtende Stähle:  
Härtbar durch Ausscheidungshärten, Zerspanbarkeit abhängig von der Härte, magnetisch,  $E = 200\ 000\ \text{MPa}$
- Austenitische Stähle:  
Gute Schweißneigung, gut kaltumformbar, schwer zerspanbar, unmagnetisch,  $E = 200\ 000\ \text{MPa}$
- Austenitisch-ferritische Stähle (Duplex-Stähle):  
Beständig gegen Spannungsrisskorrosion, hohe Erosionsbeständigkeit und Ermüdungsfestigkeit,  $E = 200\ 000\ \text{MPa}$

**Mechanische Eigenschaften** Für einige rostfreie Stähle zeigt die folgende Tabelle die mechanischen Eigenschaften als Auszug aus der zugehörigen Norm.

Stahlbezeichnung		Bruchdehnung A	Zugfestigkeit für $d_N^{(1)}$ $R_{mN}$	Streckgrenze, 0,2%-Grenze für $d_N^{(1)}$ $R_{eN}, R_{p0,2N}$	Verwendungsbeispiele
Kurzname	Werkstoffnummer				
nichtrostende Stähle nach DIN EN 10088-3 (Halbzeuge, Stäbe und Profile)		min. %	min. MPa	min. MPa	zeichnen sich durch bessere Beständigkeit gegen chemisch angreifende Stoffe aus (im Vergleich zu niedrig legierten Stählen); Beständigkeit beruht auf der Bildung von Deckschichten durch den chemischen Angriff
Behandlungszustand	ferritische Stähle: gegläht (+A)				
	martensitische Stähle: vergütet (+QT, zum Beispiel QT700)				
	austenitische und austenitisch-ferritische Stähle: lösungsgegläht (+AT)				
praktisch kein technologischer Größeneinfluss					
<b>Ferritische Stähle</b>					
X2CrMoTiS18-2	1.4523	15	430	280	säurebeständige Teile in der Textilindustrie
X6CrMoS17	1.4105	20	430	250	Automatenstahl; Bolzen, Befestigungselemente
X6Cr13	1.4000	20	400	230	Chipträger, Bestecke, Innenausbau
X6Cr17	1.4016	20	400	240	Verbindungselemente, tiefgezogene Formteile
<b>Martensitische Stähle</b>					
X20Cr13	1.4021	13	700	500	Armaturen, Flansche, Federn, Turbinenteile
X39CrMo17-1	1.4122	12	750	550	Rohre, Wellen, Spindeln, Verschleißteile
X14CrMoS17	1.4104	12	650	500	Automatenstahl; Drehteile, Apparatebau
X12CrS13	1.4005	12	650	450	Verbindungselemente, Schneidwerkzeuge, verschleißbeanspruchte Bauteile
X3CrNiMo13-4	1.4313	15	780	620	
X17CrNi16-2	1.4057	14	800	600	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 291.

Quelle: nach Roloff/Matek Maschinenelemente Band 2, Springer Fachmedien Wiesbaden, 25. Auflage 2021.

<sup>1)</sup>  $d_N$ : Bezugsabmessung (Durchmesser, Dicke) des Halbzeugs nach der jeweiligen Werkstoffnorm.  
 $R_{mN}, R_{eN}, R_{p0,2N}$ : Normwerte der Zugfestigkeit, Streckgrenze und 0,2%-Dehngrenze bezogen auf  $d_N$ .  
 Richtwerte für Dauerfestigkeit:  $\sigma_{bW} \approx 0,5 \cdot R_m, \sigma_{zW} \approx 0,4 \cdot R_m, \tau_{tW} \approx 0,3 \cdot R_m$ .

Fortsetzung der Tabelle Mechanische Eigenschaften (nichtrostende Stähle)  
von Seite 290.

Stahlbezeichnung		Bruchdehnung A	Zugfestigkeit für $d_N^{1)}$ $R_m$	Streckgrenze, 0,2%-Grenze für $d_N^{1)}$ $R_{eN}, R_{p0,2N}$	Verwendungsbeispiele
Kurzname	Werkstoffnummer				
		min. %	min. MPa	min. MPa	
<b>Austenitische Stähle</b>					
X5CrNi18-10	1.4301	45	500	190	universeller Einsatz; Bauwesen, Fahrzeugbau, Lebensmittelindustrie
X8CrNiS18-9	1.4305	35	500	190	Automatenstahl; Maschinen- und Verbindungselemente
X6CrNiTi18-10	1.4541	40	500	190	Haushaltswaren, Fotoindustrie, Sanitär
X2CrNiMo17-12-2	1.4404	40	500	200	Offshore-Technik, Druckbehälter, geschweißte Konstruktionsteile; Achsen, Wellen
X2CrNiMoN17-13-3	1.4429	40	580	280	
X5CrNiMo17-12-2	1.4401	40	500	200	Bleichereien, Lebensmittel-, Öl- und Farbenindustrie
X6CrNiMoTi17-12-2	1.4571	40	500	200	Behälter (Tankwagen), Heizkessel, Kunstharz- und Gummiindustrie
<b>alle austenitischen Sorten kalt verfestigt</b>					
Zugfestigkeitsstufe	C700	20	700	350	tragende Bauteile
	C800	12	800	500	
<b>Austenitisch-ferritische Stähle (Duplex-Stähle)</b>					
X2CrNiMoN22-5-3	1.4462	25	650	450	Bauteile für hohe chemische und mechanische Beanspruchung; Wasser- und Abwassertechnik, Offshore-Technik, Zellstoff- und chemische Industrie, Tankbau, Zentrifugen, Fördertechnik
X2CrNiN23-4	1.4362	25	600	400	
X2CrNiMoCuWN25-7-4	1.4501	25	730	530	

Quelle: nach Roloff/Matek Maschinenelemente Band 2, Springer Fachmedien Wiesbaden, 25. Auflage 2021.

<sup>1)</sup>  $d_N$ : Bezugsabmessung (Durchmesser, Dicke) des Halbzeugs nach der jeweiligen Werkstoffnorm.  
 $R_{mN}, R_{eN}, R_{p0,2N}$ : Normwerte der Zugfestigkeit, Streckgrenze und 0,2%-Dehngrenze bezogen auf  $d_N$ .  
 Richtwerte für Dauerfestigkeit:  $\sigma_{bW} \approx 0,5 \cdot R_m, \sigma_{zdw} \approx 0,4 \cdot R_m, \tau_{tW} \approx 0,3 \cdot R_m$ .

**Wälzlagerstähle** Nach der Norm DIN EN ISO 683-17:2015 sind Wälzlagerstähle Stähle für Teile von Wälzlagern. Sie unterliegen im Betrieb vor allem hohen örtlichen Wechselbeanspruchungen und Verschleißwirkungen. Im Gebrauchszustand weisen sie (zumindest in der Randzone) ein Härtingsgefüge auf.

**Härte** Für einige Wälzlagerstähle zeigt die folgende Tabelle die Härte in den weichgeglühten Lieferzuständen als Auszug aus der zugehörigen Norm. Im Endzustand nach martensitischer oder bainitischer Härtung liegt die Oberflächen-/Randhärte in der Regel über 58 HRC.

Stahlbezeichnung		Härte im Lieferzustand						Frühere Bezeichnung
Kurzname	Werkstoffnummer	+S	+A	+HR	+AC <sup>1)</sup>	+AC <sup>1)</sup> +C	+FP	
		max. HBW	max. HBW	HBW	max. HBW	max. HBW	HBW	
<b>Durchhärtende Wälzlagerstähle</b>								
100Cr6	1.3505	2)	–	–	207	241 <sup>3)4)5)</sup>	–	100 Cr 6
100CrMnSi6-4	1.3520	2)	–	–	217	251 <sup>4)5)</sup>	–	100 CrMn 6
100CrMo7	1.3537	2)	–	–	217	251 <sup>4)5)</sup>	–	100 CrMo 7
100CrMo7-3	1.3536	2)	–	–	230	–	–	100 CrMo 7 3
100CrMnMoSi8-4-6	1.3539	2)	–	–	230	–	–	100 CrMnMo 8
<b>Einsatzhärtende Wälzlagerstähle</b>								
17MnCr5	1.3521	6)	207	156 ... 207	170	7)	140 ... 187	17 MnCr 5
19MnCr5	1.3523	255	217	170 ... 217	179	7)	152 ... 201	19 MnCr 5
18NiCrMo14-6	1.3533	255	–	–	241	7)	–	17 NiCrMo 14

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 293.

- 1) Für Einsatzstähle wird dieser Zustand verwendet, wenn Kaltumformen vorgesehen ist. Bei durchhärtenden, nichtrostenden und warmharten Wälzlagerstählen wird dieser Zustand auch verwendet, wenn der Stahl durch spanendes Bearbeiten weiterverarbeitet wird.
- 2) Wenn dieser Zustand nötig wird, sind der Höchstwert der Härte und die Anforderungen an das Gefüge bei der Anfrage und Bestellung zu vereinbaren.
- 3) Die Härte von Draht für Nadellager darf bis zu 331 HBW betragen.
- 4) Die Härte von kaltgefertigten Rohren darf bis zu 321 HBW betragen.
- 5) Die Härte für Blankstahlerzeugnisse mit einem Durchmesser < 13 mm muss < 320 HBW betragen.
- 6) Unter geeigneten Bedingungen ist diese Sorte im unbehandelten Zustand scherbar.
- 7) Je nach Kaltumformgrad dürfen die Werte bis zu etwa 50 HBW über den Werten für den Zustand +AC liegen.

Fortsetzung der Tabelle Härte von Seite 292.

Stahlbezeichnung		Härte im Lieferzustand						Frühere Bezeichnung
Kurzname	Werkstoffnummer	+S	+A	+HR	+AC <sup>1)</sup>	+AC <sup>1)</sup> +C	+FP	
		max. HBW	max. HBW	HBW	max. HBW	max. HBW	HBW	
<b>Induktionshärtende Wälzlagerstähle</b>								
C56E2	1.1219	255 <sup>2)</sup>	229	–	–	–	–	Cf 54
43CrMo4	1.3563	255 <sup>2)</sup>	241	–	–	–	–	43 CrMo 4
<b>Nichtrostende Wälzlagerstähle</b>								
X47Cr14	1.3541	3)	–	–	248	4)	–	X 45 Cr 13
X108CrMo17	1.3543	3)	–	–	255	4)	–	X 102 CrMo 17
X89CrMoV18-1	1.3549	3)	–	–	255	4)	–	X 89 CrMoV 18 1
<b>Warmharte Wälzlagerstähle</b>								
80MoCrV42-16	1.3551	3)	–	–	248	4)	–	80 MoCrV 42 16
X82WMoCrV6-5-4	1.3553	3)	–	–	248	4)	–	X 82 WMoCrV 6 5 4
X75WCrV18-4-1	1.3558	3)	–	–	269	4)	–	X 75 WCrV 18 4 1

1) Für Einsatzstähle wird dieser Zustand verwendet, wenn Kaltumformen vorgesehen ist.

Bei durchhärtenden, nichtrostenden und warmharten Wälzlagerstählen wird dieser Zustand auch verwendet, wenn der Stahl durch spanendes Bearbeiten weiterverarbeitet wird.

2) Je nach chemischer Zusammensetzung der Schmelze und den Maßen kann Zustand +A erforderlich sein.

3) Scherbarkeit wird im Allgemeinen nur im Zustand +AC möglich.

4) Je nach Kaltumformgrad dürfen die Werte bis zu etwa 50 HBW über den Werten für den Zustand +AC liegen.

**Automatenstähle** Nach der Norm DIN EN ISO 683-4:2018 sind Automatenstähle gekennzeichnet durch gute Zerspanbarkeit und gute Spanbrüchigkeit. Dies wird im Wesentlichen durch höhere Schwefelgehalte, gegebenenfalls gemeinsam mit weiteren Zusätzen (zum Beispiel Blei), erzielt.

Blanke Automatenstähle unterscheiden sich von den warmgeformten Automatenstählen dadurch, dass sie durch spanlose Kaltformung (Ziehen) oder durch spanende Bearbeitung (Schälen, Schruppschleifen) eine glatte, blanke Oberfläche und eine wesentlich höhere Maßgenauigkeit erhalten haben.

**Mechanische Eigenschaften** Für einige Automatenstähle zeigt die folgende Tabelle die mechanischen Eigenschaften als Auszug aus der zugehörigen Norm.

Stahlbezeichnung		Durchmesser d		Unbehandelt		Vergütet		
Kurzname	Werkstoffnummer	über	bis	Härte <sup>1)</sup>	Zugfestigkeit R <sub>m</sub>	Streckgrenze R <sub>e</sub>	Zugfestigkeit R <sub>m</sub>	Dehnung A
		mm	mm	max. HBW	MPa	min. MPa	MPa	min. %
<b>Nicht für eine Wärmebehandlung bestimmte Automatenstähle</b>								
11SMn30	1.0715	5	10	169	380 ... 570	–	–	–
11SMnPb30	1.0718	10	16	169	380 ... 570	–	–	–
11SMn37	1.0736	16	40	169	380 ... 570	–	–	–
11SMnPb37	1.0737	40	63	169	370 ... 570	–	–	–
		63	100	154	360 ... 520	–	–	–
<b>Einsatzstähle</b>								
10S20	1.0721	5	10	156	360 ... 530	–	–	–
10SPb20	1.0722	10	16	156	360 ... 530	–	–	–
		16	40	156	360 ... 530	–	–	–
		40	63	156	360 ... 530	–	–	–
		63	100	146	350 ... 490	–	–	–
15SMn13	1.0725	5	10	181	430 ... 610	–	–	–
17SMn20	1.0735	10	16	178	430 ... 600	–	–	–
		16	40	178	430 ... 600	–	–	–
		40	63	172	430 ... 580	–	–	–
		63	100	160	420 ... 540	–	–	–

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 295.

<sup>1)</sup> In Schiedsfällen sind die Zugfestigkeitswerte maßgebend. Die Härtewerte dienen nur als Anhalt.



Fortsetzung der Tabelle Mechanische Eigenschaften (Automatenstähle)  
von Seite 294.

Stahlbezeichnung		Durchmesser d		Unbehandelt		Vergütet		
Kurzname	Werkstoffnummer	über	bis	Härte <sup>1)</sup>	Zugfestigkeit R <sub>m</sub>	Streckgrenze R <sub>e</sub>	Zugfestigkeit R <sub>m</sub>	Dehnung A
		mm	mm	max. HBW	MPa	min. MPa	MPa	min. %
<b>Vergütungsstähle</b>								
35S20 35SPb20	1.0726 1.0756	5	10	210	550 ... 720	430	630 ... 780	15
		10	16	204	550 ... 700	430	630 ... 780	15
		16	40	198	520 ... 680	380	600 ... 750	16
		40	63	196	520 ... 670	320	550 ... 700	17
		63	100	190	500 ... 650	320	550 ... 700	17
36SMn14 36SMnPb14	1.0764 1.7065	5	10	225	580 ... 770	480	700 ... 850	14
		10	16	225	580 ... 770	460	700 ... 850	14
		16	40	219	560 ... 750	420	670 ... 820	15
		40	63	216	560 ... 740	400	640 ... 700	16
		63	100	216	550 ... 740	360	570 ... 720	17
38SMn28 38SMnPb28	1.0760 1.0761	5	10	228	580 ... 780	480	700 ... 850	15
		10	16	219	580 ... 750	460	700 ... 850	15
		16	40	213	560 ... 730	420	700 ... 850	15
		40	63	213	560 ... 730	400	700 ... 850	16
		63	100	204	550 ... 700	380	630 ... 800	16

<sup>1)</sup> In Schiedsfällen sind die Zugfestigkeitswerte maßgebend. Die Härtewerte dienen nur als Anhalt.

### Gusseisen und Stahlguss

#### **Gusseisen mit Lamellengraphit**

Nach der Norm DIN EN 1561:2012 ist Gusseisen mit Lamellengraphit eine Gusslegierung auf der Basis Eisen-Kohlenstoff. Dabei liegt der Kohlenstoff weitgehend in Form von lamellarem Graphit vor.

Die Eigenschaften von Gusseisen mit Lamellengraphit hängen von der Form und der Verteilung des Graphits und von der metallischen Grundmasse ab.

**Zugfestigkeit** Die folgende Tabelle zeigt die Zugfestigkeit für einige Sorten von Gusseisen mit Lamellengraphit als Auszug aus der zugehörigen Norm.

Werkstoffbezeichnung		Maßgebende Wanddicke		Zugfestigkeit $R_m$			Frühere Bezeichnung
				Einzuhaltende Werte <sup>1)</sup>		Erwartungswerte im Gussstück <sup>4)</sup>	
Kurzzeichen	Werkstoffnummer	über	bis	im getrennt gegossenen Probestück <sup>2)</sup>	im angegossenen Probestück <sup>3)</sup>		min. MPa
		mm	mm	MPa	min. MPa		
EN-GJL-100	5.1100	5	40	–	100	–	GG-10 EN-JL 1010
EN-GJL-150	5.1200	2,5 <sup>5)</sup>	50	150 ... 250	150	135	GG-15 EN-JL 1020
		50	100			130	
		100	200			110	
EN-GJL-200	5.1300	2,5 <sup>5)</sup>	50	200 ... 300	200	180	GG-20 EN-JL 1030
		50	100			180	
		100	200			160	
EN-GJL-250	5.1301	5 <sup>5)</sup>	50	250 ... 350	250	225	GG-25 EN-JL 1040
		50	100			220	
		100	200			200	
EN-GJL-300	5.1302	10 <sup>5)</sup>	50	300 ... 400	300	270	GG-30 EN-JL 1050
		50	100			260	
		100	200			240	
EN-GJL-350	5.1303	10 <sup>5)</sup>	50	350 ... 450	350	320	GG-35 EN-JL 1060
		50	100			310	
		100	200			280	

- <sup>1)</sup> Falls bei einer Bestellung der Nachweis der Zugfestigkeit vereinbart wurde, ist die Art des Probestücks bei der Bestellung anzugeben.
- <sup>2)</sup> Die Werte beziehen sich auf Probestücke mit einem Rohgussdurchmesser von 30 mm. Wenn für einen bestimmten Wanddickenbereich keine Festlegungen getroffen werden können, ist dies durch einen Strich gekennzeichnet.
- <sup>3)</sup> Die Werte beziehen sich auf Proben, die aus gegossenen Probestücken durch mechanische Bearbeitung hergestellt wurden.
- <sup>4)</sup> Richtwerte für die Zugfestigkeit von Proben aus den vom Gussstück entnommenen Probestücken. Wenn für einen bestimmten Wanddickenbereich keine Festlegungen getroffen werden können, ist dies durch einen Strich gekennzeichnet. Die Werte dienen zur Information.
- <sup>5)</sup> Dieses Maß ist als untere Grenze des Wanddickenbereichs eingeschlossen.

**Gusseisen mit Kugelgraphit** Nach der Norm DIN EN 1563:2019 ist Gusseisen mit Kugelgraphit ein Gusswerkstoff auf der Basis Eisen-Kohlenstoff. Dabei liegt der Kohlenstoff überwiegend in Form von kugeligen Graphitpartikeln vor. Gusseisen mit Kugelgraphit ist auch als duktiler Gusseisen bekannt.

**Mechanische Eigenschaften** In der folgenden Tabelle (Auszug aus der Norm) sind mechanische Eigenschaften einiger Gusseisen mit Kugelgraphit aufgeführt, gemessen an Proben, die aus Probestücken durch Bearbeitung hergestellt wurden.

Werkstoffbezeichnung		Maßgebende Wanddicke		Gewährleistete Eigenschaften			Frühere Bezeichnung
Kurzzeichen	Werkstoffnummer	über	bis	Zugfestigkeit $R_m$ min. MPa	0,2%-Dehngrenze $R_{p0,2}$ min. MPa	Bruchdehnung A min. %	
<b>Ferritische bis perlitische Sorten</b>							
EN-GJS-350-22-LT (LT: für tiefe Temperaturen)	5.3100	–	30	350	220	22	GGG-35.3 EN-JS1015
		30	60	330	210	18	
		60	200	320	200	15	
EN-GJS-350-22-RT (RT: für Raumtemperatur)	5.3101	–	30	350	220	22	EN-JS1014
		30	60	330	220	18	
		60	200	320	210	15	
EN-GJS-400-18-LT (LT: für tiefe Temperaturen)	5.3103	–	30	400	240	18	GGG-40.3 EN-JS1025
		30	60	380	230	15	
		60	200	360	220	12	
EN-GJS-400-18-RT (RT: für Raumtemperatur)	5.3104	–	30	400	250	18	EN-JS1024
		30	60	390	250	15	
		60	200	370	240	12	
EN-GJS-400-15	5.3106	–	30	400	250	15	GGG-40 EN-JS1030
		30	60	390	250	14	
		60	200	370	240	11	
EN-GJS-600-3	5.3201	–	30	600	370	3	GGG-60 EN-JS1060
		30	60	600	360	2	
		60	200	550	340	1	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 298.

Fortsetzung der Tabelle Mechanische Eigenschaften  
(Gusseisen mit Kugelgraphit) von Seite 297.

Werkstoffbezeichnung		Maßgebende Wanddicke		Gewährleistete Eigenschaften			Frühere Bezeichnung
Kurzzeichen	Werkstoffnummer	über	bis	Zugfestigkeit $R_m$	0,2%-Dehngrenze $R_{p0,2}$	Bruchdehnung A	
		mm	mm	min. MPa	min. MPa	min. %	
<b>Mischkristallverfestigte ferritische Sorten</b>							
EN-GJS-450-18	5.3108	–	30	450	350	18	–
		30	60 <sup>1)</sup>	430	340	14	
EN-GJS-500-14	5.3109	–	30	500	400	14	–
		30	60 <sup>1)</sup>	480	390	12	
EN-GJS-600-10	5.3110	–	30	600	470	10	–
		30	60 <sup>1)</sup>	580	450	8	

<sup>1)</sup> Eigenschaften für Wanddicken > 60 mm sind zwischen Hersteller und Käufer zu vereinbaren.

Die folgende Tabelle (Auszug aus der Norm) zeigt Mindestwerte für die Schlagenergie, gemessen an Proben mit V-Kerb, die aus Probestücken durch Bearbeitung hergestellt wurden.

Werkstoffbezeichnung		Maßgebende Wanddicke		Mindestwerte der Schlagenergie					
				Raumtemperatur RT (23 ± 5) °C		Tiefe Temperatur LT (-20 ± 2) °C		Tiefe Temperatur LT (-40 ± 2) °C	
Kurzzeichen	Werkstoffnummer	über	bis	Mittelwert <sup>1)</sup>	Einzelwert	Mittelwert <sup>1)</sup>	Einzelwert	Mittelwert <sup>1)</sup>	Einzelwert
		mm	mm	J	J	J	J	J	J
EN-GJS-350-22-LT (LT: für tiefe Temperaturen)	5.3100	–	30	–	–	–	–	12	9
		30	60	–	–	–	–	12	9
		60	200	–	–	–	–	10	7
EN-GJS-350-22-RT (RT: für Raumtemperatur)	5.3101	–	30	17	14	–	–	–	–
		30	60	17	14	–	–	–	–
		60	200	15	12	–	–	–	–
EN-GJS-400-18-LT (LT: für tiefe Temperaturen)	5.3103	–	30	–	–	12	9	–	–
		30	60	–	–	12	9	–	–
		60	200	–	–	10	7	–	–
EN-GJS-400-18-RT (RT: für Raumtemperatur)	5.3104	–	30	14	11	–	–	–	–
		30	60	14	11	–	–	–	–
		60	200	12	9	–	–	–	–

<sup>1)</sup> Mittelwert bei 3 Prüfungen.

**Angeglichene Probestücke** Die Eigenschaften einer angegossenen Probe können die Eigenschaften des eigentlichen Gussstücks nicht genau wiedergeben. Es können sich hier jedoch bessere Näherungswerte ergeben als mit einem getrennt gegossenen Probestück.

In der folgenden Tabelle (Auszug aus der Norm) sind Richtwerte für mechanische Eigenschaften einiger Gusseisen mit Kugelgraphit aufgeführt, gemessen an Proben, die vom Gussstück entnommen wurden.

Werkstoffbezeichnung		Maßgebende Wanddicke		Gewährleistete Eigenschaften			Frühere Bezeichnung
Kurzzeichen	Werkstoffnummer	über	bis	Zugfestigkeit $R_m$	0,2%-Dehngrenze $R_{p0,2}$	Bruchdehnung A	
		mm	mm	min. MPa	min. MPa	min. %	
<b>Ferritische bis perlitische Sorten</b>							
EN-GJS-350-22C-LT (LT: für tiefe Temperaturen)	5.3100	–	30	350	220	22	GGG-35.3 EN-JS1015
		30	60	330	210	18	
		60	200	320	200	15	
EN-GJS-350-22C-RT (RT: für Raumtemperatur)	5.3101	–	30	350	220	22	EN-JS1029
		30	60	330	220	18	
		60	200	320	210	15	
EN-GJS-400-18C-LT (LT: für tiefe Temperaturen)	5.3103	–	30	400	240	18	GGG-40.3 EN-JS1025
		30	60	380	230	15	
		60	200	360	220	12	
EN-GJS-400-18C-RT (RT: für Raumtemperatur)	5.3104	–	30	400	250	18	EN-JS1059
		30	60	390	250	15	
		60	200	370	240	12	
EN-GJS-400-15C	5.3106	–	30	400	250	15	GGG-40 EN-JS1030
		30	60	390	250	14	
		60	200	370	240	11	
EN-GJS-600-3C	5.3201	–	30	600	370	3	GGG-60 EN-JS1060
		30	60	600	360	2	
		60	200	550	340	1	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 300.

Fortsetzung der Tabelle Angegossene Probestücke  
(Gusseisen mit Kugelgraphit) von Seite 299.

Werkstoffbezeichnung		Maßgebende Wanddicke		Gewährleistete Eigenschaften			Frühere Bezeichnung
Kurzzeichen	Werkstoffnummer	über	bis	Zugfestigkeit $R_m$	0,2%-Dehngrenze $R_{p0,2}$	Bruchdehnung A	
		mm	mm	min. MPa	min. MPa	min. %	
<b>Mischkristallverfestigte ferritische Sorten</b>							
EN-GJS-450-18C	5.3108	–	30	350	440	16	–
		30	60	340	420	16	
		60	200	Richtwerte sind vom Hersteller zur Verfügung zu stellen			
EN-GJS-500-14C	5.3109	–	30	400	480	12	–
		30	60	390	460	10	
		60	200	Richtwerte sind vom Hersteller zur Verfügung zu stellen			
EN-GJS-600-10C	5.3110	–	30	450	580	8	–
		30	60	430	560	6	
		60	200	Richtwerte sind vom Hersteller zur Verfügung zu stellen			

Wird für eine Gußkonstruktion eine höhere Werkstofffestigkeit benötigt, kann diese mit einer ADI-Sorte (Austempered ductile (cast) iron), realisiert werden. Die dafür benötigte Wärmebehandlung besteht entweder aus einer Zwischenstufenumwandlung (austempering) oder Vergüten über Härten und Anlassen.

Die gebräuchlichsten ADI-Sorten bieten nach DIN EN 1564:2012 folgende Eigenschaften:

Werkstoffbezeichnung	Härte		Streckgrenze $R_e$	Zugfestigkeit $R_m$	Bruchdehnung A
	min. HBW	max. HBW			
EN-GJS-800-8	260	320	500	800	8
EN-GJS-1000-5	300	360	700	1000	5
EN-GJS-1200-2	340	440	850	1200	2
EN-GJS-1400-1	380	480	1100	1400	1

**Stahlguss für allgemeine Anwendungen** Nach der Norm DIN EN 10293:2015 sind in der folgenden Tabelle die mechanischen und magnetischen Eigenschaften einiger Sorten Stahlguss als Auszug aufgeführt.

Stahlgussorte		Wärmebehandlung Symbol <sup>1)</sup>	Maßegebende Wanddicke		Zugfestigkeit $R_m$	0,2% Dehngrenze $R_{p0,2}$	Bruchdehnung <sup>2)</sup> A	Kerbschlagarbeit KV	Magnetische Induktion <sup>4)</sup> bei Feldstärke von		
Kurzname	Werkstoffnummer		über	bis					bei RT <sup>3)</sup>	25 A/cm	50 A/cm
				MPa	min. MPa	min. %	min. J	min. T	min. T	min. T	
GE200	1.0420	+N	–	300	380 ... 530	200	25	27	1,45	1,60	1,75
GE240	1.0446	+N	–	300	450 ... 600	240	22	27	1,40	1,55	1,70
GE300	1.0558	+N	–	30	600 ... 750	300	15	27	1,30	1,50	1,65
			30	100	520 ... 670	300	18	31			
GS200	1.0449	+N	–	100	380 ... 530	200	25	35	–	–	–
GS240	1.0455	+N	–	100	450 ... 600	240	22	31	–	–	–

<sup>1)</sup> +N bedeutet: Normalglühen.

<sup>2)</sup> Bruchdehnung: Anfangslänge  $L_0 = 5d_0$ .

<sup>3)</sup> RT bedeutet: Raumtemperatur ( $23 \pm 5$  °C).

<sup>4)</sup> Diese Werte gelten nur nach Vereinbarung.

**Warmfester Stahlguss** Nach der Norm DIN EN 10213:2016 sind in der folgenden Tabelle die mechanischen Eigenschaften einiger Sorten warmfesten Stahlgusses als Auszug aufgeführt.

Stahlgussorte		Wärmebehandlung Symbol <sup>1)</sup>	Zugfestigkeit R <sub>m</sub>	0,2%-Dehngrenze R <sub>p0,2</sub> bei Temperatur von							Bruchdehnung A	Kerbschlagarbeit KV
Kurzname	Werkstoffnummer			20 °C	200 °C	300 °C	350 °C	400 °C	450 °C	500 °C		
				MPa								
GP240GH	1.0619	+N	420 ... 600	240	175	145	135	130	125	–	22	27
		+QT	420 ... 600	240	175	145	135	130	125	–	22	40
GP280GH	1.0625	+N	480 ... 640	280	220	190	170	160	150	–	22	27
		+QT	480 ... 640	280	220	190	170	160	150	–	22	35
G20Mo5	1.5419	+QT	440 ... 590	245	190	165	155	150	145	135	22	27
G17CrMo5-5	1.7357	+QT	490 ... 690	315	250	230	215	200	190	175	20	27
G17CrMo9-10	1.7379	+QT	590 ... 740	400	355	345	330	315	305	280	18	40
G12CrMoV5-2	1.7720	+QT	510 ... 660	295	244	230	–	214	–	194	17	27
G17CrMoV5-10	1.7706	+QT	590 ... 780	440	385	365	350	335	320	300	15	27
GX15CrMo5	1.7365	+QT	630 ... 760	420	390	380	–	370	–	305	16	27
GX8CrNi12	1.4107	+QT1	540 ... 690	355	275	265	–	255	–	–	18	45
		+QT2	600 ... 800	500	410	390	–	370	–	–	16	40
GX4CrNi13-4	1.4317	+QT	760 ... 960	550	485	455	440	–	–	–	15	27
GX23CrMoV12-1	1.4931	+QT	740 ... 880	540	450	430	410	390	370	340	15	27
GX4CrNiMo16-5-1	1.4405	+QT	760 ... 960	540	485	455	–	–	–	–	15	60

1) +N bedeutet: Normalglühen.

+QT bedeutet: Vergüten (Härten in Luft oder Flüssigkeit + Anlassen).

Wenn es alternative Wärmebehandlungen gibt, ist die gewünschte Alternative in der Bestellung anzugeben, zum Beispiel GX8CrNi12 +QT1 oder 1.4107 +QT.



**Temperguss** Nach der Norm DIN EN 1562:2019 ist Temperguss ein Eisen-Kohlenstoff-Gusswerkstoff, dessen Gussstücke bei werkstoffgerechter Konstruktion weitgehend graphitfrei erstarren.

Je nach Art der Wärmebehandlung des Rohgussstücks erhält man:

■ Schwarzen Temperguss (nicht entkohlend gegläht)

■ Weißen Temperguss (entkohlend gegläht)

Nach einer Glühbehandlung zerfällt das im Gefüge vorliegende Eisencarbid (Zementit) restlos. Mit Ausnahme von vollständig entkohltem, weißen Temperguss enthalten beide Gruppen freien Kohlenstoff in Form von Graphit, so genannte Temperkohle. Beide Gruppen haben Werkstoffsorten mit Gefügen, die von Ferrit bis Perlit und/oder anderen Umwandlungsgefügen von Austenit reichen können.

Die chemische Zusammensetzung des Temperrohgusses sowie die Art des temperatur- und zeitabhängigen Glühverfahrens bestimmen den Gefügebau und damit auch die Eigenschaften des Werkstoffs.

Die Werkstoffe werden je nach Zugfestigkeit und Dehnung bezeichnet. Dies erfolgt für entkohlend geglähten Temperguss für eine Probe mit 12 mm Durchmesser und für nicht entkohlend geglähten Temperguss für eine Probe mit 12 mm oder 15 mm Durchmesser. Vergleichswerte für die Zugfestigkeit und die Bruchdehnung sind aber auch für andere Proben-durchmesser angegeben.

Schweißarbeiten im Verlauf der Herstellung oder bei der Verwendung von Tempergussstücken müssen zwischen dem Besteller und dem Hersteller des Gussstücks vereinbart sein. Reparaturschweißungen müssen nachträglich wärmebehandelt werden.

Verzug infolge Wärmebehandlung lässt sich durch Richten beseitigen. Warmrichten oder Spannungsarmglühen kann in Sonderfällen vereinbart werden.

Temperguss ist gut spanend zu bearbeiten. Die Eignung der einzelnen Sorten hängt jeweils vom Gefügebau ab.

Für eine Modellanfertigung gelten die Schwindmaße:

■ 1% bis 2% für weißen Temperguss

■ 0% bis 1,5% für schwarzen Temperguss

Die mittlere Dichte des Werkstoffs beträgt  $7,4 \text{ kg/dm}^3$ .

**Mechanische Eigenschaften** In der folgenden Tabelle sind die mechanischen Eigenschaften von Temperguss als Auszug aus der zugehörigen Norm aufgeführt.

Werkstoffbezeichnung		Maßgebende Wanddicke		Nenn-durchmesser der Probe d	Zugfestigkeit R <sub>m</sub>	0,2%-Dehngrenze R <sub>p0,2</sub>	Bruchdehnung A <sub>3,4</sub>	Brinellhärte <sup>1)</sup>	Mindestwerte der Schlagenergie		Frühere Bezeichnung
Kurzzeichen	Werkstoffnummer	über	bis						Mittel aus 3 Proben	Einzelwert	
		mm	mm								
<b>Entkohlend geglähter (weißer) Temperguss</b>											
EN-GJMW-350-4 <sup>2)</sup>	5.4200	–	3	6	270	–	10	230	–	–	GTW-35-04 EN-JM1010
		3	5	9	310	–	5	230	–	–	
		5	7	12	350	–	4	230	–	–	
		7	–	15	360	–	3	230	–	–	
EN-GJMW-360-12 <sup>2)</sup>	5.4201	–	3	6	280	– <sup>3)</sup>	16	200	14	10	GTW-S-38-12 EN-JM1020
		3	5	9	320	170	15	200	14	10	
		5	7	12	360	190	12	200	14	10	
		7	–	15	370	200	8	200	14	10	
EN-GJMW-400-5 <sup>2)</sup>	5.4202	–	3	6	300	– <sup>3)</sup>	12	220	7	5	GTW-40-05 EN-JM1030
		3	5	9	360	200	8	220	7	5	
		5	7	12	400	220	5	220	7	5	
		7	–	15	420	230	4	220	7	5	
EN-GJMW-450-7 <sup>2)</sup>	5.4203	–	3	6	330	– <sup>3)</sup>	12	220	10	7	GTW-45-07 EN-JM1040
		3	5	9	400	230	10	220	10	7	
		5	7	12	450	260	7	220	10	7	
		7	–	15	480	280	4	220	10	7	
EN-GJMW-550-4	5.4204	–	3	6	–	– <sup>3)</sup>	–	250	–	–	–
		3	5	9	490	310	5	250	–	–	
		5	7	12	550	340	4	250	–	–	
		7	–	15	570	350	3	250	–	–	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 305.

<sup>1)</sup> Die Werte dienen zur Information.

<sup>2)</sup> Werkstoff zugelassen für Druckgeräte gemäß Europäische Rechtsvorschriften, siehe Norm.

<sup>3)</sup> Werte und Verfahren sind zu vereinbaren.

Fortsetzung der Tabelle Mechanische Eigenschaften  
(Temperguss) von Seite 299.

Werkstoff- bezeichnung		Maßgebende Wanddicke		Nenn- durch- messer der Probe d	Zug- festig- keit R <sub>m</sub>	0,2%- Dehn- grenze R <sub>p0,2</sub>	Bruch- dehn- nung A <sub>3,4</sub>	Brinell- härte <sup>1)</sup>	Mindestwerte der Schlag- energie		Frühere Bezeichnung
		über	bis						Mittel aus 3 Proben	Einzel- wert	
Kurz- zeichen	Werk- stoff- nummer	mm	mm	mm	min. MPa	min. MPa	min. %	max. HBW	min. J	min. J	
<b>Nicht entkohlend geglähter (schwarzer) Temperguss</b>											
EN-GJMB-300-6 <sup>2)</sup>	5.4100	-	-	12 oder 15	300	-	6	150	-	-	-
EN-GJMB-350-10 <sup>3)</sup>	5.4101	-	-	12 oder 15	350	200	10	150	14	10	GTS-35-10 EN-JM1130
EN-GJMB-450-6 <sup>3)</sup>	5.4205	-	-	12 oder 15	450	270	6	150 ... 200	10	7	GTS-45-06 EN-JM1140
EN-GJMB-500-5	5.4206	-	-	12 oder 15	500	300	5	165 ... 215	-	-	-
EN-GJMB-550-4	5.4207	-	-	12 oder 15	550	340	4	180 ... 230	-	-	GTS-55-04 EN-JM1160
EN-GJMB-600-3	5.4208	-	-	12 oder 15	600	390	3	195 ... 290	-	-	-
EN-GJMB-650-2 <sup>3)</sup>	5.4300	-	-	12 oder 15	650	430	2	210 ... 260	5	3,5	GTS-65-02 EN-JM1180
EN-GJMB-700-2 <sup>4)5)</sup>	5.4301	-	-	12 oder 15	700	530	2	240 ... 290	-	-	GTS-70-02 EN-JM1190
EN-GJMB-800-1 <sup>5)</sup>	5.4302	-	-	12 oder 15	800	600	1	270 ... 320	-	-	-

<sup>1)</sup> Die Werte dienen zur Information.

<sup>2)</sup> Nicht für Druckgerätee Anwendungen geeignet.

<sup>3)</sup> Werkstoff zugelassen für Druckgeräte gemäß Europäische Rechtsvorschriften, siehe Norm.

<sup>4)</sup> In Öl abgeschreckt und anschließend angelassen.

<sup>5)</sup> Wenn diese Sorte an der Luft abgeschreckt wird, muss die 0,2 %-Dehngrenze mindestens 430 MPa betragen.

### Wärmebehandlung von Stahl

#### Wärmebehandlungs- verfahren – Härten

Härten bedeutet, im Vergleich zum Gleichgewichtszustand (weichgeglühter Zustand) Kohlenstoff aus den Carbiden freizusetzen. Dazu ist eine Erwärmung in den Temperaturbereich oberhalb 800 °C (je nach Zusammensetzung) notwendig. Die Carbide lösen sich dabei teilweise auf. Durch eine geeignete Temperaturführung werden aus dem freigesetzten Kohlenstoff entweder Bainit und Perlit oder Martensit gebildet.

Für die Martensitbildung muss der freigesetzte Kohlenstoff bis zur Abkühlung auf mindestens Raumtemperatur in Lösung gehalten werden. Für die Bildung von Bainit und Perlit muss der freigesetzte Kohlenstoff wieder in feinen oder feinsten Eisenkarbid-Bestandteilen ausgeschieden werden.

Eine Wärmebehandlung bewirkt durch die Änderungen im Gefüge immer eine Maßänderung, oft auch zusätzlich einen Verzug.

Im Folgenden werden die wichtigsten Wärmebehandlungsverfahren im Bereich „Härten“ aufgeführt.

#### Härten über den ganzen Querschnitt

Beim Härten wird zum Herstellen der Austenit-Struktur und zum teilweisen Auflösen von Carbiden zunächst auf die Härte- oder Austenitisiertemperatur erwärmt. Dann wird diese Temperatur eine bestimmte Dauer gehalten. Schließlich wird mit ausreichender Geschwindigkeit auf Raumtemperatur oder darunter abgekühlt beziehungsweise abgeschreckt. Die passende Geschwindigkeit ist dem ZTU-Schaubild (Zeit-Temperatur-Umwandlungsschaubild) des jeweiligen Stahls zu entnehmen. Die Geschwindigkeit ist so zu wählen, dass unerwünschte Umwandlungen vermieden werden. Je nach Zusammensetzung kann die Härtung vollständig sein und Austenit zurückbleiben (Restaustenit).

#### Anlassen

Das Anlassen ist eine Wärmebehandlung, die dem martensitisch gehärteten und relativ spröden Werkstoffzustand eine höhere Zähigkeit verleihen soll. Es besteht in einem Erwärmen auf Temperaturen im Bereich von +160 °C bis +650 °C mit ausreichender Haltedauer und anschließendem Abkühlen auf Raumtemperatur.

Durch das Anlassen wird die Härte verringert, die Festigkeit nimmt ab und die Verformbarkeit und Zähigkeit nehmen zu. Eventuell vorhandener Restaustenit wird je nach Stahl bei Temperaturen ab +200 °C umgewandelt.

Beim Anlassen von Stählen ergeben sich erneut Maßänderungen und optisch unterschiedliche Anlassfarben in Abhängigkeit von der Anlasstemperatur, siehe Tabelle Glüh- und Anlassfarben, Seite 310.

#### Vergüten

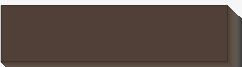

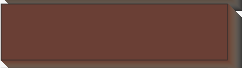

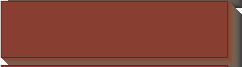















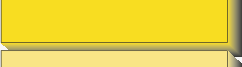

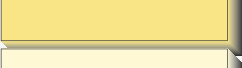

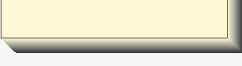

Die Kombination aus Härten und Anlassen oberhalb einer Temperatur von +500 °C wird als Vergüten bezeichnet. Durch Vergüten soll ein optimales Verhältnis zwischen Festigkeit und Zähigkeit erzeugt werden.

- Randschichthärten** Beim Randschichthärten bleibt das Austenitisieren und Härten auf die Werkstückrandschicht beschränkt. Das Erwärmen wird meist durch Elektroinduktion (mittel- oder hochfrequenter Wechselstrom) oder mit Lasern vorgenommen. Abgeschreckt wird durch Tauchen oder Spritzen. Durch Randschichthärten vorher vergüteter Bauteile kann eine hohe Grundfestigkeit mit hoher Randhärte an besonders hoch beanspruchten Stellen kombiniert werden. Die Dicke der eingehärteten Randschicht ergibt sich aus dem Härteverlauf als Einhärtungs-Härtetiefe SHD in mm (Synonym: Randschichthärtungs-Härtetiefe); vergleiche Norm DIN EN 10328:2016.
- Einsatzhärten** Das Einsatzhärten (Aufkohlen, Carbonitrieren) besteht aus Aufkohlen oder Carbonitrieren mit nachfolgendem Härten. Das Härten erfolgt entweder unmittelbar anschließend (Direkthärtung) oder nach einem Zwischenkühlen und Wiedererwärmen auf eine zweckentsprechende Härte-temperatur (Einfachhärtung).  
Je nach den geforderten Gebrauchseigenschaften beziehungsweise den Erfordernissen der nachfolgenden Bearbeitung wird nach dem Härten angelassen oder tiefgekühlt und angelassen.  
Das Einsatzhärten dient dazu, der Randschicht von Werkstücken eine wesentlich höhere Härte und dem ganzen Werkstück bessere mechanische Eigenschaften zu verleihen. Hierzu wird die Randschicht vor dem Härten mit Kohlenstoff (Aufkohlen) oder Kohlenstoff und Stickstoff (Carbonitrieren) angereichert. Die zusätzliche Stickstoffanreicherung bewirkt gegenüber dem Aufkohlen eine höhere Härtebarkeit (durch Veränderung des Umwandlungsverhaltens in der Randschicht) und nach dem Härten eine höhere Anlassbeständigkeit.
- Bainithärten** Beim Bainithärten (isothermisches Umwandeln in der Bainit-Stufe) wird zunächst auf Austenitisiertemperatur erwärmt und gehalten. Dann wird je nach Stahl auf eine Temperatur zwischen +200 °C und +350 °C abgekühlt und so lange auf dieser Temperatur gehalten, bis sich das Stahlgefüge in Bainit umgewandelt hat. Danach wird auf Raumtemperatur abgekühlt. In diesem Zustand ist die Härte geringer als die von Martensit, jedoch die Zähigkeit höher.  
Eine Variante zur Herstellung ist, nur unvollständig in Bainit umzuwandeln, danach abzukühlen und anzulassen.  
Das Bainithärten gilt als Alternative zum martensitischen Härten, wenn hohe Zähigkeit und nicht zu hohe Härte erforderlich ist und wenn Verzug und Maßänderung minimiert werden müssen. Bainitgehärtete Werkstücke haben eine hohe Temperaturstabilität.

- Wärmebehandlungsverfahren – Glühen** Unter Glühen versteht man die Erwärmung eines Werkstücks auf eine Temperatur oberhalb 600 °C bis 1300 °C, je nach Zweck des Glühens. Damit sollen überwiegend die Verarbeitungseigenschaften des Werkstoffs beeinflusst und optimiert werden.
- Die Glühbehandlung besteht in einem Erwärmen auf die jeweils erforderliche Glühtemperatur mit einer ausreichend langen Haltedauer und einem dem jeweiligen Zweck angepassten Abkühlen.
- Im Folgenden werden die wichtigsten Wärmebehandlungsverfahren im Bereich „Glühen“ aufgeführt.
- Spannungsarmglühen** In Werkstücken können Eigenspannungen, bedingt durch ungleichmäßige Erwärmung oder Abkühlung, durch Gefügeumwandlungen oder Kaltverformungen auftreten. Um diese in Werkstücken, Werkzeugen oder Rohlingen vorliegenden Eigenspannungen (durch plastische Verformungen) abzubauen, wird ein Spannungsarmglühen zwischen +600 °C und +650 °C durchgeführt. Nach einer Glühdauer von 0,5 h sollte langsam abgekühlt werden, damit keine neuen Spannungen entstehen.
- Weichglühen** Zur Verbesserung des Formänderungsvermögens von C-Stählen, zur Erleichterung der spanenden Bearbeitung oder wenn Werkstücke durch Härten, Aushärten, Kaltumformung verfestigt worden sind, wird bei Temperaturen im Bereich von  $A_{c1}$  weichgeglüht. Die Temperatur richtet sich nach dem Werkstoff (bei Stahl +650 °C bis +800 °C, bei Nichteisenmetallen darunter).
- Soll ein bestimmter Gefügezustand erreicht werden, der durch eine kugelige Einformung der Carbide gekennzeichnet ist, dann wird „Glühen auf kugeligem Zementit“ (abgekürzt GKZ-Glühen) angewendet. Die kugelige Form des Zementits kann auch durch Austenitisierung und geregeltes Abkühlen erzielt werden.

- Rekristallisationsglühen** Die Möglichkeit der Kaltumformung eines Werkstoffs wird begrenzt durch die Zunahme der Verfestigung und die Abnahme der Verformungsfähigkeit mit dem Umformgrad.
- Das Rekristallisationsglühen wird bei spanlos umgeformten Werkstücken angewendet, um eingetretene Verfestigungen aufzuheben und eine Kornneubildung herbeizuführen. Damit wird ein nachfolgendes Umformen wieder ermöglicht beziehungsweise erleichtert.
- Die Temperatur richtet sich nach dem Verformungsgrad und liegt bei Stahl im Allgemeinen bei etwa +550 °C bis +730 °C.
- Normalglühen** Normalglühen wird bei Austenitisiertemperatur durchgeführt, das heißt bei einer Temperatur wenig oberhalb von  $A_{c3}$  (bei über-eutektoiden Stählen oberhalb von  $A_{c1}$ ). Abgekühlt wird nach ausreichend langer Haltedauer mit einer Geschwindigkeit, durch die bei Raumtemperatur ein Gefüge aus Ferrit und Perlit entsteht.
- Das Normalglühen wird zum Verfeinern eines grobkörnigen Gefüges (zum Beispiel bei Stahlgussteilen und in Schweißnähten) und zum Erzielen einer möglichst homogenen Ferrit-Perlit-Verteilung angewendet. Es sollte anstelle eines Rekristallisationsglühens angewendet werden, wenn bei unterkritisch verformten Werkstücken eine Grobkornbildung zu befürchten ist.
- Wird die Austenitisiertemperatur zu hoch gewählt, tritt ein Wachstum der  $\gamma$ -Mischkristalle ein, das auch nach der Umwandlung zu einem grobkörnigen Gefüge führt. Ebenso verursacht eine zu langsame Abkühlung ein grobes Ferritkorn.
- Diffusionsglühen** Das Diffusionsglühen erfolgt bei Temperaturen zwischen +1030 °C und bis zu 1300 °C. Es dient zur Beseitigung von Seigerungs-zonen in Blöcken und Strängen.
- Wird keine Warmumformung nach dem Diffusionsglühen vorgenommen, muss zur Beseitigung des groben Korn normalgeglüht werden. Bei der Stahlherstellung wird Diffusionsglühen heute nur noch selten angewandt.
- Aushärten** Das Aushärten besteht aus Lösungsglühen, Abschrecken und Auslagern oberhalb Raumtemperatur (Warmauslagern).
- Durch ein Auslagern erfolgt ein Entmischen und Ausscheiden intermetallischer Verbindungen bestimmter im Grundwerkstoff gelöster Lösungselemente. Hierbei verändern sich Werkstoffeigenschaften wie zum Beispiel Härte, Festigkeit, Verformbarkeit und Zähigkeit. Das Aushärten wird überwiegend bei hochlegierten austenitischen Stählen angewandt.

**Glüh- und Anlassfarben** Die folgende Tabelle zeigt charakteristische Glüh- und Anlassfarben, die bei der Wärmebehandlung von Stahl unter bestimmten Temperaturen entstehen.

Glüh- temperatur °C	Glühfarben für Stähle	Anlass- temperatur °C	Anlassfarben für unlegierte Werkzeugstähle <sup>1)</sup>
550		200	
630		220	
680		230	
740		240	
780		250	
810		260	
850		270	
900		280	
950		290	
1000		300	
1100		320	
1200		340	
≙ 1300		360	

<sup>1)</sup> Bei hochlegierten Stählen treten diese Anlassfarben erst bei höheren Temperaturen auf.  
Die Anlasszeit beeinflusst ebenfalls die Anlassfarbe: Längeres Anlassen bei niedrigerer Temperatur ergibt die gleiche Anlassfarbe wie kürzeres Anlassen bei höherer Temperatur.

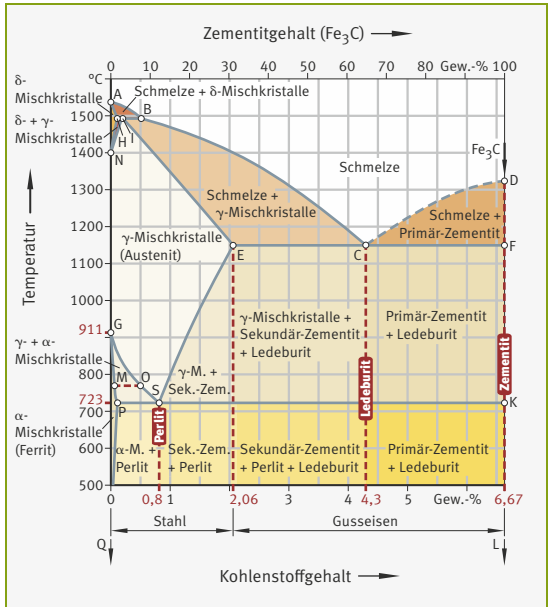


## Zustandsschaubild Eisen-Kohlenstoff

Stellt man die Zustände unterschiedlicher Eisensorten in Abhängigkeit von ihrem Kohlenstoffgehalt und von der Temperatur dar, ergibt sich das Eisen-Kohlenstoff-Diagramm.

**Bild 1**

Eisen-Kohlenstoff metastabiles System



Das am niedrigsten Erstarrungspunkt aller Schmelzen (Punkt C) einheitlich erstarrende Gefüge wird Eutektikum genannt.

## Eisen-Kristallgitter

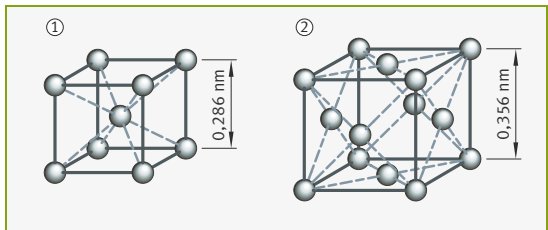
Die Elementarzelle von Eisen ist im Kristallgitter aufgebaut als:

- Kubisch-raumzentrierte Struktur: α-Eisen (Ferrit)
- Kubisch-flächenzentrierte Struktur: γ-Eisen (Austenit)

**Bild 2**

Kristallgitterstruktur

- ① Kubisch-raumzentriertes Kristallgitter
- ② Kubisch-flächenzentriertes Kristallgitter

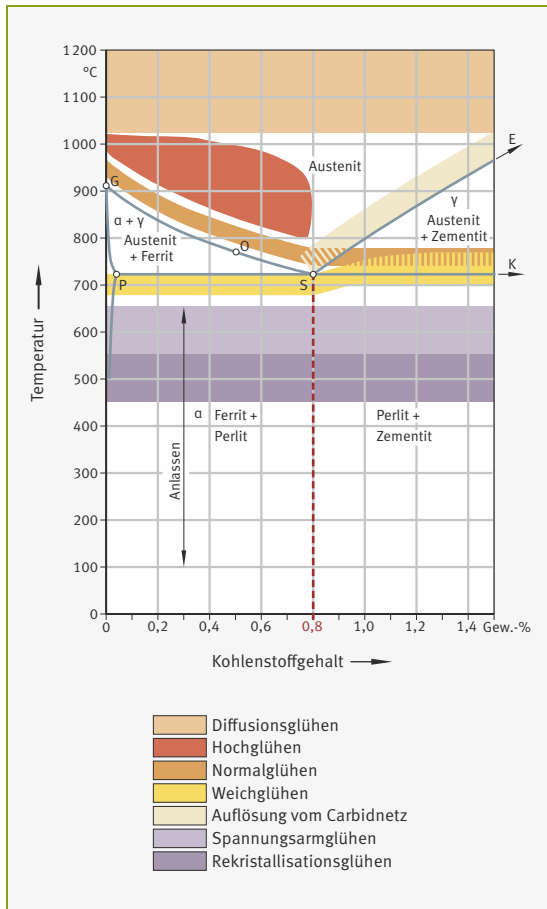


## Wärmebehandlung von Stahl

Mit Hilfe der Wärmebehandlung (Härten, Glühen) verleiht man dem Stahl die gewünschten Eigenschaften.

**Bild 3**

Wärmebehandlung von Stahl



**Einsatzhärten** In den folgenden Tabellen sind die üblichen Temperaturen und Wärmebehandlungen beim Einsatzhärten von Einsatzstählen aufgeführt.

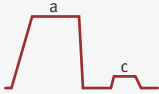

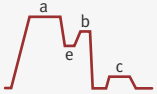
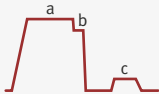


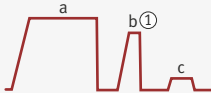
**Temperaturen beim Einsatzhärten** Nach der Norm DIN EN ISO 683-3 sind für das Einsatzhärten von Einsatzstählen folgende Temperaturen aufgeführt:

Stahlbezeichnung		Stirnabschreckversuch-Austenitisierungstemperatur <sup>1)</sup> °C	Aufkohlungs-temperatur <sup>2)</sup> °C	Direkt- oder Einfachhärtemperatur <sup>3)4)</sup> °C	Doppelhärten		Anlassen <sup>5)</sup> °C
Kurzname	Werkstoffnummer				Kernhärte-temperatur <sup>4)</sup> °C	Randhärte-temperatur <sup>4)</sup> °C	
<b>Unlegierte Stähle</b>							
C10E C10R	1.1121 1.1207	–	880 ... 980	830 ... 870	880 ... 920	780 ... 820	150 ... 200
C15E C15R	1.1141 1.1140	–	880 ... 980	830 ... 870	880 ... 920	780 ... 820	150 ... 200
C16E C16R		–	880 ... 980	830 ... 870	880 ... 920	780 ... 820	150 ... 200
<b>Legierte Stähle</b>							
17Cr3 17CrS3	1.7016 1.7014	880 ± 5	880 ... 980	820 ... 860	860 ... 900	780 ... 820	150 ... 200
20Cr4 20CrS4		900 ± 5	880 ... 980	820 ... 860	860 ... 900	780 ... 820	150 ... 200
28Cr4 28CrS4	1.7030 1.7036	850 ± 5	880 ... 980	820 ... 860	860 ... 900	780 ... 820	150 ... 200
16MnCr5 16MnCrS5	1.7131 1.7139	900 ± 5	880 ... 980	820 ... 860	860 ... 900	780 ... 820	150 ... 200
20MnCr5 20MnCrS5	1.7147 1.7149	900 ± 5	880 ... 980	820 ... 860	860 ... 900	780 ... 820	150 ... 200
20MoCr4 20MoCrS4	1.7321 1.7323	910 ± 5	880 ... 980	820 ... 860	860 ... 900	780 ... 820	150 ... 200
20NiCrMo2-2 20NiCrMoS2-2	1.6523 1.6526	900 ± 5	880 ... 980	820 ... 860	860 ... 900	780 ... 820	150 ... 200
17NiCrMo6-4 17NiCrMoS6-4	1.6566 1.6569	900 ± 5	880 ... 980	810 ... 850	830 ... 870	780 ... 820	150 ... 200

Bei den für das Aufkohlen, Direkt- oder Einfachhärten, Kernhärten und Randhärten angegebenen Temperaturen handelt es sich um Anhaltswerte, die tatsächlich gewählten Temperaturen sollten so gewählt sein, dass die verlangten Anforderungen erfüllt werden.

- 1) Austenitisierungsdauer (Anhaltswert): mindestens 30 min.
- 2) Die Aufkohlungs-temperatur hängt von der chemischen Zusammensetzung des Stahls, von der Masse des Erzeugnisses und dem Aufkohlungsmittel ab. Beim Direkthärten der Stähle wird im Allgemeinen eine Temperatur von 950 °C nicht überschritten. Für besondere Verfahren, z. B. unter Vakuum, sind höhere Temperaturen (z. B. 1020 °C bis 1050 °C) nicht ungewöhnlich.
- 3) Die Art des Abschreckmittels hängt z. B. von der Gestalt des Erzeugnisses, den Abkühlbedingungen und dem Füllgrad des Ofens ab.
- 4) Falls die Stähle einfach gehärtet werden und eine Verzugsgefahr besteht, sollten sie von einer Temperatur zwischen der Kernhärte- und der Randhärte-temperatur abgeschreckt werden.
- 5) Anlassdauer mindestens 1 h (Anhaltswert).

**Wärmebehandlung beim Einsatzhärten** Die üblichen Wärmebehandlungen beim Einsatzhärten entsprechen folgenden Abläufen:

A Direkthärten beziehungsweise Doppelhärten	B Einfachhärten	C Härten nach isothermischem Umwandeln
 <p>Direkthärten von Aufkohlungstemperatur</p>	 <p>Einfachhärten von Kern- oder Randhärte-temperatur</p>	 <p>Härten nach isothermischem Umwandeln in der Perlitstufe (e)</p>
 <p>Direkthärten nach Absenken auf Härtetemperatur</p>	 <p>Einfachhärten nach Zwischenglühen (d) (Weichglühen)</p>	 <p>Härten nach isothermischem Umwandeln in der Perlitstufe (e) und Abkühlen auf Raumtemperatur</p>
 <p>Doppelhärten ① Rand</p>		

a = Aufkohlungstemperatur.

b = Härtetemperatur.

c = Anlasstemperatur.

d = Zwischenglüh-(Weichglüh-)temperatur.

e = Umwandlungstemperatur in der Perlitstufe.

### Wärmebehandlung von Wälzlagerstählen

Die folgende Tabelle zeigt übliche Temperaturen für die Wärmebehandlung.

Stahlbezeichnung		Härte- temperatur für Stirn- abschreck- versuch	Normal- glühen	Vorwärm- tempe- ratur	Härten in Öl <sup>1)</sup>	Härten in Wasser <sup>1)</sup>	An- lassen	Frühere Bezeichnung
Kurzname	Werk- stoff- nummer							
<b>Durhhärtende Wälzlagerstähle</b>								
100Cr6	1.3505	–	–	–	830 ... 870	–	> 150	100 Cr 6
100CrMnSi6-4	1.3520	–	–	–	830 ... 870	–	> 150	100 CrMn 6
100CrMo7	1.3537	–	–	–	840 ... 880	–	> 150	100 CrMo 7
100CrMo7-3	1.3536	–	–	–	840 ... 880	–	> 150	100 CrMo 7 3
100CrMoSi8-4-6	1.3539	–	–	–	840 ... 880	–	> 150	100 CrMnMo 8
<b>Einsatzhärtende Wälzlagerstähle</b>								
17MnCr5	1.3521	900	–	–	810 ... 840	–	> 150	17 MnCr 5
19MnCr5	1.3523	900	–	–	810 ... 840	–	> 150	19 MnCr 6
18NiCrMo14-6	1.3533	830	–	–	780 ... 820	–	> 150	17 NiCrMo 14

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 316.

Es handelt sich um Anhaltswerte.

Betrieblich sind die Temperaturen und die sonstigen Bedingungen so zu wählen, dass die gewünschten Eigenschaften erreicht werden.

<sup>1)</sup> Anstatt Öl wird auch ein Salzwarmbad verwendet.

Bei Einsatzstählen wird auch Wasser mit Polymerzusatz verwendet.

Fortsetzung der Tabelle Wärmebehandlung von Wälzlagerstählen  
von Seite 315.

Stahlbezeichnung		Härte- temperatur für Stirn- abschreck- versuch	Normal- glühen	Vorwärm- temper- atur	Härten in Öl <sup>1)</sup>	Härten in Wasser <sup>1)</sup>	An- lassen	Frühere Bezeichnung
Kurzname	Werk- stoff- nummer							
<b>Induktionshärtende Wälzlagerstähle</b>								
C56E2	1.1219	840	830 ... 860	–	815 ... 845	805 ... 835	> 150	Cf 54
43CrMo4	1.3563	850	840 ... 880	–	830 ... 860	820 ... 850	> 150	43 CrMo 4
<b>Nichtrostende Wälzlagerstähle</b>								
X47Cr14	1.3541	–	–	–	1020 ... 1070	–	> 100	X 45 Cr 13
X108CrMo17	1.3543	–	–	–	1030 ... 1080	–	> 100	X 102 CrMo 17
X89CrMoV18-1	1.3549	–	–	–	1030 ... 1080	–	> 100	X 89 CrMoV 18 1
<b>Warmharte Wälzlagerstähle</b>								
80MoCrV42-16	1.3551	–	–	750 ... 875	1070 ... 1120	–	500 ... 580 <sup>2)</sup>	80 MoCrV 42 16
X82WMoCrV6-5-4	1.3553	–	–	750 ... 875	1180 ... 1230	–	500 ... 580 <sup>2)</sup>	X 82 WMoCrV 6 5 4
X75WCrV18-4-1	1.3558	–	–	750 ... 875	1220 ... 1270	–	500 ... 580 <sup>2)</sup>	X 75 WCrV 18 4 1

Es handelt sich, außer bei den Härtetemperaturen für den Stirnabschreckversuch, um Anhaltswerte. Betrieblich sind die Temperaturen und die sonstigen Bedingungen so zu wählen, dass die gewünschten Eigenschaften erreicht werden.

- <sup>1)</sup> Nichtrostende Wälzlagerstähle und warmharte Wälzlagerstähle werden meist in Vakuumhärtöfen gehärtet.  
<sup>2)</sup> Anlansdauer 2 h, empfohlene Wiederholung 2 – 3 mal.

**Vickershärte, Brinellhärte, Rockwellhärte, Zugfestigkeit** Die Angaben zu Vickershärte, Brinellhärte, Rockwellhärte und Zugfestigkeit können nicht direkt ineinander umgerechnet werden. In der folgenden (Umwertungs-)Tabelle sind daher Vergleichswerte angegeben:

Zugfestigkeit MPa	Vickershärte <sup>1)</sup> HV	Brinellhärte <sup>2)</sup> HBW	Rockwellhärte			Zugfestigkeit MPa	Vickershärte <sup>1)</sup> HV	Brinellhärte <sup>2)</sup> HBW	Rockwellhärte		
			HRB	HRC	HRA				HRB	HRC	HRA
255	80	76,0	–	–	–	640	200	190	91,5	–	–
270	85	80,7	41,0	–	–	660	205	195	92,5	–	–
285	90	85,5	48,0	–	–	675	210	199	93,5	–	–
305	95	90,2	52,0	–	–	690	215	204	94,0	–	–
320	100	95,0	56,2	–	–	705	220	209	95,0	–	–
335	105	99,8	–	–	–	720	225	214	96,0	–	–
350	110	105	62,3	–	–	740	230	219	96,7	–	–
370	115	109	–	–	–	755	235	223	–	–	–
385	120	114	66,7	–	–	770	240	228	98,1	20,3	60,7
400	125	119	–	–	–	785	245	233	–	21,3	61,2
415	130	124	71,2	–	–	800	250	238	99,5	22,2	61,6
430	135	128	–	–	–	820	255	242	–	23,1	62,0
450	140	133	75,0	–	–	835	260	247	(101)	24,0	62,4
465	145	138	–	–	–	850	265	252	–	24,8	62,7
480	150	143	78,7	–	–	865	270	257	(102)	25,6	63,1
495	155	147	–	–	–	880	275	261	–	26,4	63,5
510	160	152	81,7	–	–	900	280	266	(104)	27,1	63,8
530	165	156	–	–	–	915	285	271	–	27,8	64,2
545	170	162	85,0	–	–	930	290	276	(105)	28,5	64,5
560	175	166	–	–	–	950	295	280	–	29,2	64,8
575	180	171	87,1	–	–	965	300	285	–	29,8	65,2
595	185	176	–	–	–	995	310	295	–	31,0	65,8
610	190	181	89,5	–	–	1030	320	304	–	32,2	66,4
625	195	185	–	–	–	1060	330	315	–	33,3	67,0

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 318.

Die eingeklammerten Zahlen sind Härtewerte, die außerhalb des Definitionsbereichs der genormten Härteprüfverfahren liegen, praktisch jedoch vielfach als Näherungswert benutzt werden.

1) Prüfkraft:  $F \cong 98 \text{ N}$ .

2) Belastungsgrad:  $0,102F/D^2 = 30 \text{ MPa}$ .

Fortsetzung der Tabelle Vickershärte, Brinellhärte, Rockwellhärte,  
Zugfestigkeit von Seite 317.

Zugfestigkeit	Vickershärte <sup>1)</sup>	Brinellhärte <sup>2)</sup>	Rockwellhärte			Zugfestigkeit	Vickershärte <sup>1)</sup>	Brinellhärte <sup>2)</sup>	Rockwellhärte	
			HRB	HRC	HRA				HRC	HRA
MPa	HV	HBW				MPa	HV	HBW		
1095	340	323	–	34,4	67,6	1920	580	(551)	54,1	78,0
1125	350	333	–	35,5	68,1	1955	590	(561)	54,1	78,4
1155	360	342	–	36,6	68,7	1995	600	(570)	55,2	78,6
1190	370	352	–	37,7	69,2	2030	610	(580)	55,7	78,9
1220	380	361	–	38,8	69,8	2070	620	(589)	56,3	79,2
1255	390	371	–	39,8	70,3	2105	630	(599)	56,8	79,5
1290	400	380	–	40,8	70,8	2145	640	(608)	57,3	79,8
1320	410	390	–	41,8	71,4	2180	650	(618)	57,8	80,0
1350	420	399	–	42,7	71,8	–	660	–	58,3	80,3
1385	430	409	–	43,6	72,3	–	670	–	58,8	80,6
1420	440	417	–	44,5	72,8	–	680	–	59,2	80,8
1455	450	428	–	45,3	73,3	–	690	–	59,7	81,1
1485	460	437	–	46,1	73,6	–	700	–	60,1	81,3
1520	470	447	–	46,9	74,1	–	720	–	61,0	81,8
1555	480	(456)	–	47,7	74,5	–	740	–	61,8	82,2
1595	490	(466)	–	48,4	74,9	–	760	–	62,5	82,6
1630	500	(475)	–	49,1	75,3	–	780	–	63,3	83,0
1665	510	(485)	–	49,8	75,7	–	800	–	64,0	83,4
1700	520	(494)	–	50,5	76,1	–	820	–	64,7	83,8
1740	530	(504)	–	51,1	76,4	–	840	–	65,3	84,1
1775	540	(513)	–	51,7	76,7	–	860	–	65,9	84,4
1810	550	(523)	–	52,3	77,0	–	880	–	66,4	84,7
1845	560	(532)	–	53,0	77,4	–	900	–	67,0	85,0
1880	570	(542)	–	53,6	77,8	–	920	–	67,5	85,3
						–	940	–	68,0	85,6

Die eingeklammerten Zahlen sind Härtewerte, die außerhalb des Definitionsbereichs der genormten Härteprüfverfahren liegen, praktisch jedoch vielfach als Näherungswert benutzt werden.

1) Prüfkraft:  $F \geq 98 \text{ N}$ .

2) Belastungsgrad:  $0,102F/D^2 = 30 \text{ MPa}$ .



## Nichteisen-Metalle

### Nichteisen-Metall-Sorten

In den folgenden Tabellen ist eine kleine Auswahl an Nichteisen-Metallen (NE-Metallen) für den allgemeinen Maschinenbau zusammengestellt zu:

- Kupferlegierungen
- Aluminiumlegierungen
- Magnesiumlegierungen

Im Fall von Gussbauteilen ist darauf zu achten, dass die mechanischen Eigenschaften der Werkstoffe gemäß vielen Normen nur für „getrennt gegossene Probestäbe“ gelten.

### Kupferlegierungen

Für einige Kupferlegierungen zeigt die folgende Tabelle die mechanischen Eigenschaften als Auszug aus den zugehörigen Normen.

Werkstoffbezeichnung		Zustand <sup>1)</sup>	Dicke oder Durchmesser	Bruchdehnung A	Zugfestigkeit $R_m$ <sup>2)</sup>	0,2%-Dehngrenze $R_{p0,2N}$ <sup>2)</sup>	Elastizitätsmodul, Eigenschaften und Verwendungsbeispiele
Kurzname	Nummer						
			mm	min. %	min. MPa	min. MPa	
<b>Kupfer-Zink-Knetlegierungen nach DIN EN 12163</b>							
CuBe2	CW101C	R420	2 ... 80	35	420	140	E = 122 000 MPa; gut lötlbar, optimale Aushärtungszeit; Federn aller Art, Membranen, Spannbänder, unmagnetische Konstruktionsteile, Lagersteine, Schnecken- und Stirnräder, Uhrendrehteile, Spritzgießformen, funkensichere Werkzeuge
		R600	25 ... 80	10	600	480	
		R1150	2 ... 80	2	1150	1000	
			Rundstangen				
CuCr1Zr	CW106C	R200	8 ... 80	30	200	60	E = 120 000 MPa; hohe elektrische Leitfähigkeit, hohe Entfestigungstemperatur und Zeitstandfestigkeit, kaum schweiß- und lötlbar, hohe Temperaturbeständigkeit, aushärtbar; Stranggusskokillen, stromführende Federn und Kontakte, Elektroden für Widerstandsschweißen, Strangpressprofile
CuCr1	CW105C	R400	50 ... 80	12	400	310	
		R470	4 ... 25	7	470	380	
			Rundstangen				

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 320.

Quelle: nach Roloff/Matek Maschinenelemente Band 2, Springer Fachmedien Wiesbaden, 25. Auflage 2021.

- <sup>1)</sup> Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, siehe Tabelle Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, Seite 326.
- <sup>2)</sup> Die mechanischen und physikalischen Eigenschaften der Werkstoffe werden stark beeinflusst von Schwankungen in der Legierungszusammensetzung und vom Gefügestand. Die angegebenen Festigkeitskennwerte sind nur für bestimmte Abmessungsbereiche gewährleistet.

Fortsetzung der Tabelle Kupferlegierungen von Seite 319.

Werkstoffbezeichnung		Zu- stand 1)	Dicke oder Durch- messer  mm	Bruch- deh- nung A  min. %	Zug- festig- keit $R_m^{2)}$  min. MPa	0,2%- Dehn- grenze $R_{p0,2N}^{2)}$  min. MPa	Elastizitätsmodul, Eigenschaften und Verwendungsbeispiele
Kurzname	Nummer						
<b>Kupfer-Zink-Mehrstoff-Knetlegierungen nach DIN EN 12163</b>							
CuZn31Si1	CW708R	R460 R530	5 ... 40 5 ... 14  Rund- stangen	22 12	460 530	250 330	E = 109 000 MPa; sehr gute Gleiteigenschaften auch bei hohen Belastungen, kaltformbar, bedingt löt- und schweißbar; Lagerbuchsen, Gleitelemente, Führungen, Gesensschmiedeteile
<b>Kupfer-Zinn-Knetlegierungen nach DIN EN 12163</b>							
CuSn6	CW452K	R340 R400 R470 R550	2 ... 60 2 ... 40 2 ... 12 2 ... 6  Rund- stangen	45 26 15 8	340 400 470 550	230 250 350 500	E = 118 000 MPa; sehr gut kalt umformbar, gut schweiß- und lötbar, beständig gegen Seewasser und Industrieatmosphäre; Federn aller Art, Schlauch- und Federrohre, Membranen, Gewebe- und Siebdrähte, Zahnräder, Buchsen, Teile für die chemi- sche Industrie
<b>Kupfer-Zink-Blei-Knetlegierungen nach DIN EN 12164</b>							
CuZn37Mn3 Al2PbSi <sup>3)</sup>	CW713R	R540 R590 R620	6 ... 80 6 ... 50 15 ... 50  Rund- stangen	15 12 8	540 590 620	280 320 350	E = 93 000 MPa; hohe Festigkeit, hoher Verschleißwider- stand, gut beständig gegen atmo- sphärische Korrosion, unempfindlich gegen Ölkorrosion; Konstruktionsteile im Maschinenbau, Gleitlager, Ventilführungen, Getriebeteile, Kolbenringe

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 321.

Quelle: nach Roloff/Matek Maschinenelemente Band 2, Springer Fachmedien Wiesbaden, 25. Auflage 2021.

- 1) Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, siehe Tabelle Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, Seite 326.
- 2) Die mechanischen und physikalischen Eigenschaften der Werkstoffe werden stark beeinflusst von Schwankungen in der Legierungszusammensetzung und vom Gefügestand. Die angegebenen Festigkeitskennwerte sind nur für bestimmte Abmessungsbereiche gewährleistet.
- 3) Pb-legierte Werkstoffe sollen baldmöglichst ersetzt werden.

Fortsetzung der Tabelle Kupferlegierungen von Seite 320.

Werkstoffbezeichnung		Zustand 1)	Dicke oder Durch- messer  mm	Bruch- deh- nung A  min. %	Zug- festig- keit $R_m$ <sup>2)</sup>  min. MPa	0,2%- Dehn- grenze $R_{p0,2N}$ <sup>2)</sup>  min. MPa	Elastizitätsmodul, Eigenschaften und Verwendungsbeispiele
Kurzname	Nummer						
<b>Kupfer-Aluminium-Knetlegierungen nach DIN EN 12163</b>							
CuAl10Fe3Mn2	CW306G	R590 R690	10 ... 80 10 ... 50  Rund- stangen	12 6	590 690	330 510	E = 120 000 MPa; hohe Dauerwechselfestigkeit auch bei Korrosionsbeanspruchung, gute Korrosionsbeständigkeit, meerwasser- beständig, beständig gegen Verzun- dern, Erosion und Kavitation, warmfest; Konstruktionsteile für den chemischen Apparatebau, zunderbeständige Teile, Schrauben, Wellen, Zahnräder, Ventil- sitze
<b>Kupfer-Nickel-Knetlegierungen nach DIN EN 12163</b>							
CuNi10Fe1Mn	CW352H	R280 R350	10 ... 80 2 ... 20  Rund- stangen	30 10	280 350	90 150	E = 134 000 MPa; ausgezeichneter Widerstand gegen Erosion, Kavitation und Korrosion, unempfindlich gegen Spannungsriss- korrosion, Lochfraßneigung unter Fremdablagerungen, gut kalt umform- bar und lötlbar; Rohrleitungen, Bremsleitungen, Platten und Böden für Wärmetauscher, Kondensatoren, Apparatebau, Süßwasser- bereiter

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 322.

Quelle: nach Roloff/Matek Maschinenelemente Band 2, Springer Fachmedien Wiesbaden, 25. Auflage 2021.

- 1) Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, siehe Tabelle Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, Seite 326.
- 2) Die mechanischen und physikalischen Eigenschaften der Werkstoffe werden stark beeinflusst von Schwankungen in der Legierungszusammensetzung und vom Gefügestand. Die angegebenen Festigkeitskennwerte sind nur für bestimmte Abmessungsbereiche gewährleistet.

Fortsetzung der Tabelle Kupferlegierungen von Seite 321.

Werkstoffbezeichnung		Zu- stand 1)	Dicke oder Durch- messer  mm	Bruch- deh- nung A  min. %	Zug- festig- keit R <sub>m</sub> <sup>2)</sup>  min. MPa	0,2%- Dehn- grenze R <sub>p0,2N</sub> <sup>2)</sup>  min. MPa	Elastizitätsmodul, Eigenschaften und Verwendungsbeispiele
Kurzname	Nummer						
<b>Kupfer-Zinn-Gusslegierungen (Guss-Zinnbronze) nach DIN EN 1982</b>							
CuSn12-C	CC483K	GS GM GC GZ	–    	7 5 6 5	260 270 300 280	140 150 150 150	E = 94 000 MPa bis 98 000 MPa; Standardlegierung mit guten Gleit- und Verschleißeigenschaften bei guter Korrosionsbeständigkeit, beste Notlaufeigenschaften; Buchsen, Gleitelemente, Gleitleisten, Lagerschalen
<b>Kupfer-Zink-Gusslegierungen nach DIN EN 1982</b>							
CuZn37Al1-C	CC766S	GM	–	25	450	170	E = 100 000 MPa; mittlere Festigkeit; Konstruktions- und Leitwerkstoff in Maschinenbau und Feinwerktechnik, Kokillengussteile für Maschinenbau und Elektrotechnik
<b>Kupfer-Zinn-Zink-(Blei-)Gusslegierungen (Rotguss) und Kupfer-Zinn-Blei-Gusslegierungen (Guss-Zinn-Bleibronze) nach DIN EN 1982</b>							
CuSn7Zn4Pb7-C	CC493K	GS GM GC, GZ	–   	15 12 12	230 230 260	120 120 120	E = 95 000 MPa; Standardgleitwerkstoff mit ausge- zeichneten Notlaufeigenschaften, mittlere Festigkeit und Härte; Gleitlager für gehärtete und ungehärtete Wellen, Gleitplatten und -leisten, Druck- walzen, Schiffswellenbezüge

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 323.

Quelle: nach Roloff/Matek Maschinenelemente Band 2, Springer Fachmedien Wiesbaden, 25. Auflage 2021.

- 1) Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, siehe Tabelle Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, Seite 326.
- 2) Die mechanischen und physikalischen Eigenschaften der Werkstoffe werden stark beeinflusst von Schwankungen in der Legierungszusammensetzung und vom Gefügestand. Die angegebenen Festigkeitskennwerte sind nur für bestimmte Abmessungsbereiche gewährleistet.

Fortsetzung der Tabelle Kupferlegierungen von Seite 322.

Werkstoffbezeichnung		Zu- stand 1)	Dicke oder Durch- messer  mm	Bruch- deh- nung A  min. %	Zug- festig- keit $R_m$ 2)  min. MPa	0,2%- Dehn- grenze $R_{p0,2N}$ 2)  min. MPa	Elastizitätsmodul, Eigenschaften und Verwendungsbeispiele
Kurzname	Nummer						
<b>Kupfer-Aluminium-Gusslegierungen (Guss-Aluminiumbronze) nach DIN EN 1982</b>							
CuAl10Fe5Ni5-C	CC333G	GS	–	13	600	250	E = 120 000 MPa; sehr gute Wechselfestigkeit auch bei Korrosionsbeanspruchung (Meer- wasser), hoher Widerstand gegen Kavitation und Erosion, Langzeitbean- spruchung bis 250 °C, mit S235 ver- schweißbar; Schiffspropeller, Stevenrohre, Lauf- räder, Pumpengehäuse
		GM		7	650	280	
		GZ		13	650	280	
		GC		13	650	280	

Quelle: nach Roloff/Matek Maschinenelemente Band 2, Springer Fachmedien Wiesbaden, 25. Auflage 2021.

- 1) Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, siehe Tabelle Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, Seite 326.
- 2) Die mechanischen und physikalischen Eigenschaften der Werkstoffe werden stark beeinflusst von Schwankungen in der Legierungszusammensetzung und vom Gefügestand. Die angegebenen Festigkeitskennwerte sind nur für bestimmte Abmessungsbereiche gewährleistet.

### Aluminium- legierungen

Für einige Aluminiumlegierungen zeigt die folgende Tabelle die mechanischen Eigenschaften als Auszug aus den zugehörigen Normen.

Werkstoffbezeichnung		Zu- stand <sup>1)</sup>	Dicke oder Durch- messer  mm	Bruch- deh- nung A  min. %	Zug- festig- keit R <sub>m</sub> <sup>2)</sup>  min. MPa	0,2%- Dehn- grenze R <sub>p0,2N</sub> <sup>2)</sup>  min. MPa	Elastizitätsmodul, Eigenschaften und Verwendungsbeispiele
Kurzname	Nummer						
<b>Aluminium und Aluminium-Knetlegierungen, nicht ausgehärtet nach DIN EN 485-2, DIN EN 754-2, DIN EN 755-2<sup>3)</sup></b>							
ENAW-(Al99,5)	ENAW-1050A	O/H111 H14 H18	≤50 ≤25 ≤3  Bleche	>20 2 ... 6 2	65 105 140	20 85 120	E = 70 000 MPa; gute Korrosionsbeständigkeit, gut kalt und warm umformbar, gut schweiß- und lötlbar, schlecht spanbar, Ober- flächenschutz durch Anodisieren; Apparate, Behälter, Rohrleitungen für Lebensmittel und Getränke, Tiefzieh- Drück- und Blechformteile, Strom- schienen, Freileitungen, Verpackungen
<b>Aluminium-Knetlegierungen, aushärtbar nach DIN EN 485-2, DIN EN 754-2, DIN EN 755-2</b>							
ENAW- AlZn4,5Mg1	ENAW- 7020	T6	≤40 Profile	10	350	290	E = 70 000 MPa; für verwickelte, dünnwandige Guss- stücke mit höchster Festigkeit bei geringer Beständigkeit, gute Kaltum- formbarkeit in weichem Zustand (O), härtet nach dem Schmelzschweißen selbsttätig aus, ist aber kerbempfind- lich und alterungsanfällig; Profile, Rohre und Bleche für geschweißte Tragwerke im Hoch-, Fahrzeug- und Maschinenbau
<b>Aluminium-Gusslegierungen nach DIN EN 1706</b>							
ENAC- AlSi9Mg	ENAC- 43300	S T6 K T6	–	2 4	230 290	190 210	E = 75 000 MPa; für verwickelte, dünnwandige Guss- stücke mit hoher Festigkeit, guter Zähigkeit und sehr guter Witterungs- beständigkeit, aushärtbar, gut schweiß- und lötlbar, gut spanbar; Motorblöcke, Getriebe- und Wandler- gehäuse

Quelle: nach Roloff/Matek Maschinenelemente Band 2, Springer Fachmedien Wiesbaden, 25. Auflage 2021.

- 1) Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, siehe Tabelle Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, Seite 326.
- 2) Die mechanischen und physikalischen Eigenschaften der Werkstoffe werden stark beeinflusst von Schwankungen in der Legierungszusammensetzung und vom Gefügestand. Die angegebenen Festigkeitskennwerte sind nur für bestimmte Abmessungsbereiche gewährleistet.
- 3) DIN EN 485-2: Bänder, Platten.  
DIN EN 754-2: Gezogene Stangen und Rohre.  
DIN EN 755-2: Stranggepresste Stangen und Rohre

**Magnesiumlegierungen** Für einige Magnesiumlegierungen zeigt die folgende Tabelle die mechanischen Eigenschaften als Auszug aus den zugehörigen Normen.

Werkstoffbezeichnung		Zu- stand <sup>1)</sup>	Dicke oder Durch- messer  mm	Bruch- deh- nung A  min. %	Zug- festig- keit R <sub>m</sub> <sup>2)</sup>  min. MPa	0,2%- Dehn- grenze R <sub>p0,2N</sub> <sup>2)</sup>  min. MPa	Elastizitätsmodul, Eigenschaften und Verwendungsbeispiele
Kurzname	Nummer						
<b>Magnesium-Knetlegierungen nach DIN 1729 und DIN 9715</b>							
MgAl8Zn	3.5812.08	F27 F29 F31	– ≤10 ≤10	8 10 6	270 290 310	195 205 215	E = 43 000 MPa bis 45 000 MPa; höchste Festigkeit, schwingungsfest, nicht schweißbar; schwingungs- und stoßbeanspruchte Bauteile
<b>Magnesium-Gusslegierungen nach DIN EN 1753</b>							
EN-MCMgAl8Zn1	EN-MC 21110	S, K F S, K T4 D F	–	2 8 1 ... 7	160 240 200 ... 250	90 90 140 ... 170	E = 41 000 MPa bis 45 000 MPa; gut gießbar, schweißbar, gute Gleiteigenschaften, dynamisch beanspruchbar; schwingungs- und stoßbeanspruchte Teile, Getriebe- und Motorengehäuse, Ölwanen

Quelle: nach Roloff/Matek Maschinenelemente Band 2, Springer Fachmedien Wiesbaden, 25. Auflage 2021.

- <sup>1)</sup> Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, siehe Tabelle Tabelle Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren, Seite 326.
- <sup>2)</sup> Die mechanischen und physikalischen Eigenschaften der Werkstoffe werden stark beeinflusst von Schwankungen in der Legierungszusammensetzung und vom Gefügestand. Die angegebenen Festigkeitskennwerte sind nur für bestimmte Abmessungsbereiche gewährleistet.

**Zustands-  
bezeichnungen und  
Gießverfahren** Einige Beispiele für Zustandsbezeichnungen und Gießverfahren bei Nichteisen-Metallen sind in den folgenden beiden Tabellen dargestellt.

Festigkeit	Beschreibung	Festigkeit	Beschreibung
<b>Kupferlegierungen</b>		<b>Magnesium-Knetlegierungen</b>	
R600	Mindestzugfestigkeit $R_m = 600 \text{ MPa}$	F22	Mindestzugfestigkeit $R_m = 10 \cdot 22 \text{ MPa} = 220 \text{ MPa}$
Gieß- verfahren	Beschreibung	Zustand	Beschreibung
<b>Kupferlegierungen</b>		<b>Aluminium-Knetlegierungen aushärtbar</b>	
GS	Sandguss	T3	lösungsgeglüht, kalt umgeformt und kalt ausgelagert
GM	Kokillenguss	T351	lösungsgeglüht, durch kontrolliertes Recken entspannt und kalt ausgelagert
GZ	Schleuderguss	T4	lösungsgeglüht und kalt ausgelagert
GC	Strangguss	T5	abgeschreckt und warm ausgelagert
GP	Druckguss	T6	lösungsgeglüht und vollständig warm ausgelagert
<b>Aluminium- und Magnesium-Gusslegierungen</b>		<b>Aluminium-Knetlegierungen nicht aushärtbar</b>	
S	Sandguss	O	weichgeglüht
K	Kokillenguss	F	Gusszustand
D	Druckguss	H111	geglüht mit nachfolgender geringer Kaltverfestigung
L	Feinguss	H12	kalt verfestigt, 1/4-hart
		H14	kalt verfestigt, 1/2-hart
		H16	kalt verfestigt, 3/4-hart
		H18	kalt verfestigt, 4/4-hart
		H22	kalt verfestigt und rückgeglüht, 1/4-hart
		H24	kalt verfestigt und rückgeglüht, 1/2-hart



### Kunststoff

#### Aufbau und Eigenschaften

Kunststoffe sind makromolekulare, organische Stoffe, die auf chemischem Weg aus Monomeren künstlich erzeugt werden, das heißt, sie kommen in der Natur nicht vor.

Je nach Syntheseverfahren kann man die Kunststoffe einteilen in:

- Polykondensate
- Polymerisate
- Polyaddukte

Aufgrund ihrer unterschiedlichen chemischen Struktur kann man polymere Werkstoffe auch einteilen in:

- Thermoplaste
- Elastomere
- Duroplaste

#### Thermoplastische Kunststoffe

Thermoplaste kommen als amorphe und teilkristalline Polymere vor. Sie bestehen je nach betrachtetem Kunststofftyp aus linearen oder verzweigten Makromolekülen.

Thermoplaste erweichen beim Erwärmen wiederholbar bis zur Schmelze und verfestigen sich durch Abkühlen. Beim Urformen durchlaufen sie reversible Zustandsänderungen. Thermoplaste können im fließfähigen Zustand über verschiedene Verarbeitungstechnologien, wie zum Beispiel Spritzgießen, Extrudieren und Kalandrieren, zu komplexen Bauteilen oder Halbzeugen geformt werden. Halbzeug aus (harten) Thermoplasten kann weitgehend warm umgeformt werden. Thermoplaste sind schweißbar. Die mechanischen Eigenschaften sind temperaturabhängig und je nach verwendetem Thermoplast rangiert die Dauereinsatztemperatur bei 60 °C bis 250 °C und die kurzzeitige, maximale Einsatztemperatur bis zu 300 °C. Der verwendete Kunststofftyp bestimmt eine mögliche chemische Beständigkeit gegen Öle/Fette, Säuren/Laugen oder organische Lösungsmittel.

#### Elastomere Kunststoffe

Elastomere sind aus weitmaschig vernetzten Makromolekülen aufgebaut. Sie verhalten sich im Gebrauchstemperaturbereich oberhalb der Glas-temperatur gummielastisch. Das heißt, geringe Spannungen bewirken beträchtliche Verformungen, die sich nach Aufhebung der Spannung nahezu vollständig zurückbilden. Bei Temperaturerhöhung verhalten sie sich gummielastisch bis zur Grenztemperatur des irreversiblen, thermochemischen Abbaus der (vernetzten) Polymerstruktur.

Elastomere erhält man zum Beispiel durch Polymerisation von Dienen (NBR) oder Polykondensations- beziehungsweise Polyadditionsreaktionen der Ausgangsstoffe (zum Beispiel PUR). Die Verarbeitung von Elastomeren erfolgt im Allgemeinen im plastischen Zustand vor der Vernetzung unter Zugabe von Vulkanisationsmitteln oder Vernetzungsbeschleunigern.

### Thermoplastische Elastomere (TPE)

Thermoplastische Elastomere sind thermoplastisch verarbeitbare Polymere mit elastomerartigen Eigenschaften.

Sie sind chemisch nicht vernetzt.

TPE sind meist Block-Copolymerisate mit „harten“ und „weichen“ Bereichen. Dabei bilden die harten Segmente aggregierte Bereiche. Diese bewirken in der amorphen Matrix aufgrund von Sekundärbindungen physikalische Vernetzungspunkte, welche sich bei einer durch den chemischen Aufbau bestimmten Temperatur reversibel lösen. Oberhalb dieser Temperatur werden diese Polymere thermoplastisch fließfähig.

### Duroplastische Kunststoffe

Duroplaste entstehen beim Urformen dadurch, dass fließfähige, niedermolekulare Vorprodukte unter Bildung chemisch eng vernetzter Makromoleküle miteinander reagieren.

Die physikalischen Eigenschaften der irreversibel „ausgehärteten“ Duroplaste sind – im Gegensatz zu den Thermoplasten oder TPE – bis zu der Grenztemperatur des thermochemischen Abbaus wenig temperaturabhängig. Sie sind nicht schweißbar, ausgehärtet in organischen Lösungsmitteln nicht löslich und manche quellbar.

Duroplast-Vorprodukte sind als „Formmassen“ zur Verarbeitung über die Schmelze und anschließender thermischer Aushärtung erhältlich. Des Weiteren gibt es sie als flüssige „Reaktionsharze“, die bei Raumtemperatur verarbeitet und katalytisch ausgehärtet werden können. Formmassen sind Compounds aus dem Grundharz und einigen Füllstoffen, wie Glasfasern und/oder Glaskugeln, mineralischen Füllstoffen und Verarbeitungshilfsstoffen.

Neben den flüssigen Reaktionsharzen können Duroplaste auch als Pulver vorliegen und verarbeitet werden.

### Recycling

Entsprechend ihres chemischen Aufbaus sind polymere Werkstoffe für unterschiedliche Wiederverwertungsmöglichkeiten beziehungsweise Entsorgungskonzepte zugänglich.

Thermoplaste eignen sich neben kostenintensiver, chemischer Verwertung (zum Beispiel Hydrolyse, Hydrierung oder Pyrolyse zu Monomeren) auch für die meist wirtschaftlichen physikalischen Verwertungen.

Vernetzte Polymere können nur chemisch wiederverwertet oder eingemahlen als Füllstoff verwendet werden.

- Anwendung** Je nach Anwendungsgebiet unterteilt man die Thermoplaste in:
- So genannte Massenkunststoffe (zum Beispiel PE, PS, PVC, PP, ABS, SAN)
  - Technische Kunststoffe (zum Beispiel PA, PBT, PET, PC, POM)
  - Hochleistungs-/Hochtemperaturkunststoffe (zum Beispiel PPS, PEEK, PEI, PPA, LCP)

Einsatzgebiete der technischen und Hochleistungskunststoffe sind die Kfz-Technik, der Maschinenbau, die Elektroindustrie sowie der Chemie- und Anlagenbau.

Zur Verbesserung des Niveaus der physikalisch-mechanischen Eigenschaften werden den Basispolymeren oft als Verstärkungsstoffe Glas- oder Kohlefasern zugesetzt und als Füllstoffe Glaskugeln beziehungsweise Mineralien (zum Beispiel Talkum, Glimmer, Quarzsand) zugefügt.

Durch Modifizierung mit Graphit oder Teflon (PTFE) können die Gleit-/Reib-  
eigenschaften verbessert werden.

Auch Duroplaste finden häufig in den genannten technischen Bereichen Einsatz.

Nähere Informationen zu Kunststoffen für Wälzlager siehe Kapitel Konstruktionselemente, Abschnitt Wälzlager, Seite 617.

**Einteilung der Kunststoffe** Kunststoffe lassen sich einteilen in:

- Vollsynthetische Kunststoffe
- Modifizierte Naturstoffe (technisch geringe Relevanz)

In der folgenden Tabelle sind einige Kunststoffe und das entsprechende Herstellungsverfahren aufgeführt.

Beschreibung	Thermoplastische Kunststoffe	Härtbare Kunststoffe	Herstellungsverfahren
<b>Vollsynthetische Kunststoffe</b>			
Polykondensate	lineare Polyesterharze, Polyamide, Mischpolyamide	Phenoplaste, Carbamidpolymere, Melaminplaste, Silikone, Polyesterharze, Alkydharze	<p><b>Polykondensation</b> Bei der Polykondensation verbinden sich verschiedenartige monomere Grundbausteine unter Abspaltung von Wasser oder anderen niedermolekularen, flüchtigen Stoffen (zum Beispiel Ammoniak) zu:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ linearen Makromolekülen, wenn Monomere mit je zwei reaktionsfähigen Gruppen vorliegen</li> <li>■ räumlich vernetzten Makromolekülen, wenn drei oder mehr reaktionsfähige Gruppen vorhanden sind.</li> </ul> <p>Ein wichtiges Beispiel hierfür sind die meisten Duroplaste, bei denen dieser Vorgang oft bei erhöhter Temperatur und unter Druck abläuft.</p>

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 330.

Fortsetzung der Tabelle Einteilung der Kunststoffe von Seite 329.

Beschreibung	Thermoplastische Kunststoffe	Härtbare Kunststoffe	Herstellungsverfahren
<b>Vollsynthetische Kunststoffe</b>			
Polymerisate	Polyethylene, Polyvinylchloride, Polystyrole, Polyisobutylene, Polymethacrylate, Polyacrylnitrile, Polyfluorethylene	Alkylharze, ungesättigte Polyesterharze	<p><b>Polymerisation</b> Die flüssigen beziehungsweise gasförmigen, meist gleichen monomeren Ausgangsprodukte lagern sich unter Aufspaltung von Doppelbindungen zu Fadenmolekülen aneinander. Es entstehen keine Spaltprodukte. Der Prozess wird durch Initiatoren (Radikal- oder Ionenbildner) gestartet und läuft dann exotherm weiter ab. Dabei wird das Polymerisat mit steigendem Molekulargewicht zäh und schließlich fest. Durch Polymerisation werden die meisten thermoplastischen Kunststoffe gewonnen.</p>
Polyadditionsprodukte	lineare Polyurethane	vernetzte Polyurethane, Epoxidharze	<p><b>Polyaddition</b> Verschiedenartige monomere Grundbausteine mit reaktiven Gruppen verbinden sich durch intermolekulare Umlagerung (zum Beispiel Wasserstoff) zu Makromolekülen. Der Vorgang ist dem der Polykondensation sehr ähnlich, nur entstehen hier keine niedermolekularen Spaltprodukte. Je nach Auswahl der Vorprodukte können auch hier unvernetzte und vernetzte Polymere synthetisiert werden. Die Eigenschaften der Produkte können, je nach Ausgangsstoff, in weiten Grenzen gezielt eingestellt werden.</p>
<b>Modifizierte Naturstoffe</b>			
hochmolekulare Naturstoffe	Cellulose-Ester, Cellulose-Ether	Kaseinharze	<p><b>chemische Umwandlung</b> Die ältesten Kunststoffe sind modifizierte Naturstoffe wie Kunsthorn, Vulkanfaser, Celluloid, Cellophan, Kunstseide. Hohe Wasseraufnahme und dadurch bedingte maßliche Änderungen behindern den Einsatz für technische Teile.</p>

**Festigkeitskennwerte und Formbeständigkeit** In den folgenden Tabellen sind die Festigkeitskennwerte und die Formbeständigkeit für thermoplastische und duroplastische Kunststoffe aufgeführt.

**Unverstärkte, thermoplastische Kunststoffe** Für die Festigkeitskennwerte und die Formbeständigkeit einiger unverstärkter, thermoplastischer Kunststoffe gelten die folgenden Werte:

Kunststoff	Kurzzeichen	Zugfestigkeit	Zug E-Modul (30 s)	Kugeldruckhärte	Biegefestigkeit	Schlagzähigkeit	Kerbschlagzähigkeit	Formbeständigkeit (Vicat B)
		MPa	MPa	MPa	MPa	kJ/m <sup>2</sup>	kJ/m <sup>2</sup>	
Polyethylen hart	PE-HD	18 ... 35	700 ... 1400	40 ... 65	36	■	■	60 ... 70
Polyethylen weich	PE-LD	8 ... 23	200 ... 500	13 ... 20	–	■	■	<40
Polypropylen	PP	21 ... 37	1100 ... 1300	36 ... 70	43	■	3 ... 17	85 ... 100
Polyvinylchlorid hart	PVC-U	50 ... 75	2500 ... 3500	75 ... 155	110	■	2 ... 50	75 ... 110
Polyvinylchlorid weich	PVC-P	10 ... 25	<100	A90 <sup>1)</sup>	–	■	■	40
Polystyrol	PS	45 ... 65	3200 ... 3250	140 ... 150	90	15 ... 20	2 ... 2,5	78 ... 99
Styrol-Acrylnitril-Copolymer	SAN	75	3600	160 ... 170	100	16 ... 20	2 ... 3	100 ... 115
Acrylnitril-Butadien-Styrol-Copolymer	ABS	32 ... 60	1900 ... 2700	80 ... 120	75	70	7 ... 20	95 ... 110
Polymethylmethacrylat	PMMA	50 ... 77	2700 ... 3200	180 ... 200	105	18	2	70 ... 100
Polyoxymethylen	POM	62 ... 80	3200	150 ... 170	110	■	8	160 ... 173
Polytetrafluorethylen	PTFE	25 ... 36	410	27 ... 35	18	■	13 ... 15	–
Polyamid 6 <sup>2)</sup>	PA6	70 ... 85	1400	75	50	■	■	180
Polyamid 66 <sup>2)</sup>	PA66	77 ... 84	2000	100	50	■	15 ... 20	200
Polyamid 11 <sup>2)</sup>	PA11	40	1000	75	–	■	30 ... 40	175
Polyamid 12 <sup>2)</sup>	PA12	40	1200	75	–	■	10 ... 20	165
Polycarbonat	PC	56 ... 67	2100 ... 2400	110	100	■	20 ... 30	160 ... 170
Celluloseacetat (432)	CA	40	1600	50	50	■	15	50 ... 63
Celluloseacetatbutyrat (413)	CAB	35	1600	55	38	■	20	60 ... 75

■ Ohne Bruch.

<sup>1)</sup> Shore-Härte Skala A.

<sup>2)</sup> Konditioniert +23 °C und 50% relative Feuchte.

**Verstärkte, thermoplastische Kunststoffe** Für die Festigkeitskennwerte und die Formbeständigkeit einiger verstärkter, thermoplastischer Kunststoffe gelten die folgenden Werte:

Kunststoff	Kurzzeichen	Zugfestigkeit MPa	Zug E-Modul MPa	Reißdehnung %	Biegefestigkeit MPa	Schlagzähigkeit kJ/m <sup>2</sup>	Kerbschlagzähigkeit kJ/m <sup>2</sup>	Formbeständigkeit (Vicat B) <sup>1)</sup> °C
Polypropylen	PP GF30 <sup>2)</sup>	50	5 500	5	65	16 <sup>5)</sup>	6 <sup>5)</sup>	110
Polybutylenterephthalat	PBT GF30	145	10 500	2,5	210	50 <sup>6)</sup>	8,5 <sup>6)</sup>	205
Polyethylen-terephthalat	PET GF30	175	11 000	2	228	32 <sup>6)</sup>	10 <sup>6)</sup>	260
Polyamid 6 <sup>3)</sup>	PA6 GF30	180	8 500	3	250	60 <sup>6)</sup>	12 <sup>6)</sup>	210
Polyamid 46 <sup>3)</sup>	PA46 GF30	210	10 000	3,5	300	80 <sup>5)</sup>	12 <sup>5)</sup>	290
Polyamid 66 <sup>3)</sup>	PA66 GF30	190	10 000	3	270	45 <sup>6)</sup>	8,5 <sup>6)</sup>	250
Polyoxymethylen	POM GF30	130	10 000	3	170	32 <sup>6)</sup>	5,5 <sup>6)</sup>	160
Polyphenylensulfid	PPS GF40 <sup>4)</sup>	180	14 000	1,6	240	35 <sup>6)</sup>	6,5 <sup>5)</sup>	255
Polysulfon	PSU GF30	125	10 000	1,8	160	20 <sup>6)</sup>	7 <sup>6)</sup>	190
Polyethersulfon	PESU GF30	150	10 500	2,1	200	30 <sup>6)</sup>	8 <sup>6)</sup>	215
Polyetherimid	PEI GF30	160	9 000	3	220	35 <sup>5)</sup>	8 <sup>5)</sup>	220
Polyetheretherketon	PEEK GF30	190	12 000	2,5	280	55 <sup>5)</sup>	7,5 <sup>5)</sup>	> 300
Flüssigkristall-Polymer (Liquid Crystal Polymer)	LCP GF30	200	23 000	1	–	20 <sup>5)</sup>	12 <sup>5)</sup>	170

1) Geprüft bei 50 °C/h mit 50 N.

2) GF30 = 30% Glasfaser-gefüllt.

3) Werte spezifisch trocken.

4) 30% nicht handelsüblich.

5) Charpy-Prüfverfahren.

6) Izod-Prüfverfahren.

**Duroplastische Kunststoffe** Für die Festigkeitskennwerte und die Formbeständigkeit einiger duroplastischer Kunststoffe gelten die folgenden Werte:

Harzart	Gruppe	Typ	Füllstoff	Biegefestigkeit	Schlagzähigkeit	Kerbschlagzähigkeit	Formbeständigkeit (Martens)	
				min. MPa	mi. kJ/nm <sup>2</sup>	min. kJ/m <sup>2</sup>	°C	
Phenol	I	31	Holzmehl	70	6	1,5	125	
		II	85	Holzmehl	70	5	2,5	125
			51	Zellstoff	60	5	3,5	125
			83	Baumwollfasern	60	5	3,5	125
			71	Baumwollfasern	60	6	6	125
			84	Baumwollgewebeschnitzel	60	6	6	125
			74	Baumwollgewebeschnitzel	60	12	12	125
			75	Kunstseidenstränge	60	14	14	125
	III	12	Asbestfasern	Asbestprodukte werden kaum noch auf dem Markt angeboten				
		15	Asbestfasern					
		16	Asbestschnur					
	IV	11,5	Gesteinsmehl	50	3,5	1,3	150	
		13	Glimmer	50	3	2	150	
		13,5	Glimmer	50	3	2	150	
		30,5	Holzmehl	60	5	1,5	100	
		31,5	Holzmehl	70	6	1,5	125	
		51,5	Zellstoff	60	5	3,5	125	
		HP 2061	Papierbahnen	150	20	15	–	
		Hgw 2081	Baumwollgewebe grob	100	18	15	–	
		Hgw 2082	Baumwollgewebe fein	130	30	15	–	
		Hgw 2083	Baumwollgewebe feinst	150	35	15	–	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 334.

Gruppe I: Typen für allgemeine Verwendung.

Gruppe II: Typen mit erhöhter Kerbschlagzähigkeit.

Gruppe III: Typen mit erhöhter Formbeständigkeit in der Wärme.

Gruppe IV: Typen mit erhöhten elektrischen Eigenschaften.

Fortsetzung der Tabelle Duroplastische Kunststoffe von Seite 333.

Harzart	Gruppe	Typ	Füllstoff	Biege-	Schlag-	Kerbschlag-	Formbe-	
				festig-	zähig-	zähigkeit		ständigkeit
				keit	keit	igkeit	(Martens)	
				min.	min.	min.	°C	
				MPa	kJ/m <sup>2</sup>	kJ/m <sup>2</sup>		
Aminoplast und Aminoplast- Phenol	I	131	Zellstoff	80	6,5	1,5	100	
		150	Holzmehl	70	6	1,5	120	
		180	Holzmehl	80	6	1,5	120	
	II	153	Baumwollfasern	60	5	3,5	125	
		154	Baumwollgewebeschnitzel	60	6	6	125	
	III	155	Gesteinsmehl	40	2,5	1	130	
		156	Asbestfasern	Asbestprodukte werden kaum noch auf dem Markt angeboten.				
		157	Asbestfasern + Holzmehl					
		158	Asbestfasern					
	IV	131,5	Zellstoff	80	6,5	1,5	100	
		152	Zellstoff	80	7	1,5	120	
		181	Zellstoff	80	7	1,5	120	
		181,5	Zellstoff	80	7	1,5	120	
		182	Holz- und Gesteinsmehl	70	4	1,2	120	
		183	Zellstoff + Gesteinsmehl	70	5	1,5	120	
	Polyester		801	Glasfasern	60	22	22	125
			802	Glasfasern	55	4,5	3	140
			830	Glasmatten	120	50	40	–
832			Glasmatten	160	70	60	–	
Epoxid		870	Gesteinsmehl	50	5	1,5	110	
		871	Glasfaser	80	8	3	120	
		872	Glasfaser	90	15	15	125	

Gruppe I: Typen für allgemeine Verwendung.

Gruppe II: Typen mit erhöhter Kerbschlagzähigkeit.

Gruppe III: Typen mit erhöhter Formbeständigkeit in der Wärme.

Gruppe IV: Typen mit erhöhten elektrischen Eigenschaften.



**Verarbeitung und Verwendung** Einige Verarbeitungsverfahren und besondere Verwendungsformen für die wichtigsten Kunststoffe sind im Folgenden zusammengestellt.

Kunststoff	Urform, Umform- und Fügeverhalten für Werkstücke							
	Formschaffen durch						Formändern	
	Aufschmelz-, Gieß- und Sprühverfahren	Niederdruckverfahren für verstärkte Kunststoffe	Spritzgießen	Hohlkörperblasen	Pressen	Extrudieren	(Warm-)Umformen	Schweißen
<b>Thermoplastische Kunststoffe</b>								
Polyolefine	++	-	+++	+++	(+)	+++	+	+++
Styrol-Polymerisate	(+)	-	+++	+	-	++	++	+
Vinylchlorid-Polymerisate (hart)	(+)	-	+	++	(+)	+++	++	+++
Polyvinylchlorid (weich)	+	-	+	(+)	+++	++	+	++
Fluorhaltige Polymere	+	-	+	-	(+)	(+)	-	+
Poly(meth)acryl-Kunststoffe	++	(+)	++	-	-	++	++	-
Heteropolymere	+	-	++	+	-	+	(+)	+
Cellulose-Ester, -Ether	+	-	++	++	-	++	+	-
Cellulosehydrat (Viskosefolie, Zellglas)	-	-	-	-	-	-	(+)	-
<b>HT-Kunststoffe</b>								
Polyarylene, Polyarylamide (PARA), -ester, -oxide, Polyimide	+	+	(+)	-	+	-	-	(+)
<b>Duroplastische Kunststoffe</b>								
Phenol-, Kresol-, Furanharze	+	(+)	++	-	++	(+)	(+)	-
Harnstoffharze	-	-	+	-	+	(+)	-	-
Melaminharze	-	-	+	-	++	-	(+)	-
Kunsthorn und ähnliche Casein-Produkte	-	-	-	-	-	(+)	-	-
ungesättigte Polyester	++	+++	+	-	++	(+)	-	-
Epoxidharze	+++	++	++	-	+	(+)	-	-
spezielle Reaktionsharze	+	(+)	(+)	-	+	-	-	-
Isocyanatharze (PIR)	+++	-	(+)	-	-	-	-	-

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 336.

- = nicht möglich oder nicht üblich.

+, ++, +++ = entsprechend wachsender Bedeutung.

(+) = Spezialfall.

Fortsetzung der Tabelle Verarbeitung und Verwendung von Seite 335.

Kunststoff	Urform, Umform- und Fügeverhalten für Werkstücke					
	Besondere Verwendungsformen					
	Folien- und Gewebe-kunstleder	Verpackungs- und Isolier-folien	Schaum-kunststoffe	Klebstoffe	Lacke und Anstrich-mittel	Fasern und Fäden
<b>Thermoplastische Kunststoffe</b>						
Polyolefine	-	+++	+	-	-	+
Styrol-Polymerisate	-	++	+++	-	+	(+)
Vinylchlorid-Polymerisate (hart)	-	++	+	(+)	(+)	(+)
Polyvinylchlorid (weich)	+++	+	++	-	+	-
Fluorhaltige Polymere	-	(+)	(+)	-	-	-
Poly(meth)acryl-Kunststoffe	-	-	(+)	+	+	-
Heteropolymere	(+)	++	(+)	(+)	(+)	+++
Cellulose-Ester, -Ether	-	++	-	+	+	++
Cellulosehydrat (Viskosefolie, Zellglas)	-	+++	-	-	-	++
<b>HT-Kunststoffe</b>						
Polyarylene, Polyarylamide (PARA), -ester, -oxide, Polyimide	-	+	+	+	+	(+)
<b>Duroplastische Kunststoffe</b>						
Phenol-, Kresol-, Furanharze	-	-	+	++	+	-
Harnstoffharze	-	-	++	+++	+	-
Melaminharze	-	-	(+)	+	+	-
Kunsthorn und ähnliche Casein-Produkte	-	-	-	(+)	(+)	(+)
ungesättigte Polyester	-	-	(+)	++	++	-
Epoxidharze	-	-	-	+++	+	-
spezielle Reaktionsharze	-	-	-	+	(+)	-
Isocyanatharze (PIR)	++	-	+++	+	+	(+)

- = nicht möglich oder nicht üblich.

+, ++, +++ = entsprechend wachsender Bedeutung.

(+) = Spezialfall.

**Werkstoffauswahl** In diesem Kapitel wurden die wesentlichen Konstruktionswerkstoffe mit ihren Eigenschaften und wichtigsten Kennwerten vorgestellt. Aufgabe der Konstrukteure und Produktentwickler ist es, für die Bauteile eines technischen Systems die richtigen Werkstoffe auszuwählen, denn es gibt kein Material, das universell einsetzbar ist.

Folgende Kriterien spielen bei der Werkstoffauswahl eine entscheidende Rolle:

- Sicherheit (Festigkeitskennwerte)
- Wichte (Gewichtsaufwand)
- Preis
- Verfügbarkeit
- Bearbeitbarkeit (gieß-, warm- oder kaltverformbar, zerspanbar, schweißbar)
- Härte und Härbarkeit
- Dehnung und Zähigkeit
- Dämpfungsfähigkeit
- Korrosionsbeständigkeit
- Oberflächenzustand und -behandlung
- Verhalten bei hohen und tiefen Temperaturen
- Alterungsbeständigkeit

Der optimale Werkstoff ist ein Kompromiss zwischen den Forderungen und Möglichkeiten der verschiedenen Bereiche:

- Entwicklung und Konstruktion (Gebrauchseigenschaften)
- Produktion (Fertigungseigenschaften)
- Material-, Betriebswirtschaft (Kosten)
- Planung und Disposition (Termine)

## Produktentwicklung

### Einführung und Grundlagen

Die Entwicklung und Herstellung von Produkten, die den Kundenbedürfnissen gerecht werden und sich am Markt durchsetzen, zählen zu den Hauptaufgaben produzierender Unternehmen. Hierbei sind Produktentwickelnde heutzutage mit einer Vielzahl an aktuellen Herausforderungen, wie der zunehmenden Produktkomplexität, der alternden Gesellschaft und den steigenden Anforderungen an die ökonomische und ökologische Nachhaltigkeit, konfrontiert.

Aus diesem Grund müssen Produktentwickelnde über eine Vielzahl an individuellen Fähigkeiten verfügen und bei ihrer Tätigkeit sowohl breites als auch tiefes Fachwissen anwenden. Zudem erfordern die voranschreitende Verkürzung der Produktlaufzeiten, die vielschichtigen und komplexen Merkmals-Eigenschaftsbeziehungen mechatronischer und cybertronischer Produkte sowie die Vielzahl an beteiligten Akteuren eine zielgerichtete, orchestrierte und systematische Vorgehensweise der Produktentwicklung.

### Konstruktionsphasen

Typischerweise gliedert man die Produktentwicklung nach **Pahl** und **Beitz** in die folgenden vier Konstruktionsphasen:

- Planen
- Konzipieren
- Entwerfen
- Ausarbeiten

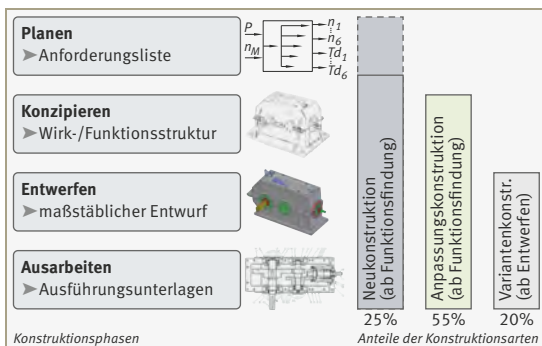
Je nachdem, ob alle oder nur einige dieser Phasen durchlaufen werden, unterscheidet man zudem verschiedene Konstruktionsarten, zum Beispiel:

- Neukonstruktion
- Anpassungskonstruktion
- Variantenkonstruktion

**Bild 1**

Die vier Konstruktionsphasen nach Pahl und Beitz sowie verschiedene Konstruktionsarten

Quelle:  
FAU Erlangen-Nürnberg,  
KTMfk



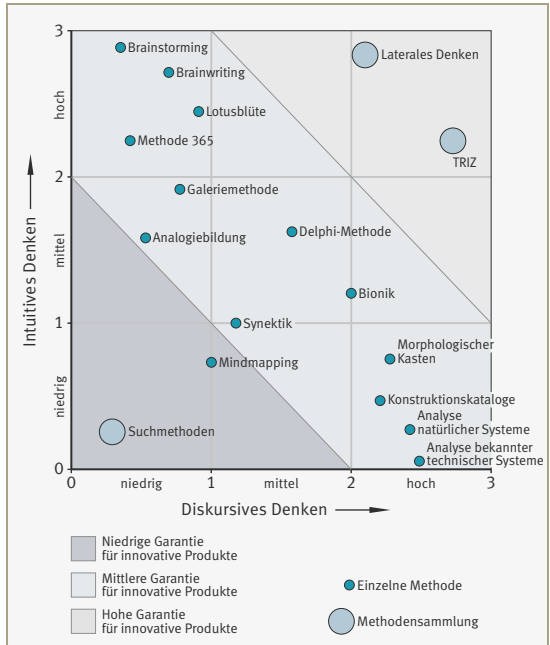
## Entwicklungs- und Problemlösungsmethoden

Die Entwicklung technischer Produkte erfordert von Produktentwickelnden die Bewältigung verschiedener Probleme und Aufgaben. Hierbei grenzen sich Konstruktionsaufgaben und Probleme typischerweise dadurch ab, dass bei Konstruktionsaufgaben sowohl die Ziele als auch die zur Lösung erforderlichen Mittel klar und ausreichend bekannt sind, wohingegen bei konstruktiven Problemen mindestens einer der beiden Aspekte unklar oder unbekannt ist.

Zur systematischen Lösung dieser Konstruktionsaufgaben und Probleme stehen den Produktentwickelnden verschiedene Problemlösungsmethoden und Produktfindungsmethodiken zur Verfügung. Diese können in intuitive und diskursive Verfahren unterteilt werden. Häufig werden sie als Innovationsmethoden zusammengefasst. Darüber hinaus können auch Patentrecherchen, Benchmarking oder das Reverse Engineering der Inspiration im Entwicklungsprozess dienen.

Die folgende Darstellung zeigt eine Einordnung unterschiedlicher Produktfindungsmethodiken nach **Gausemeier et. al.** (Produktinnovation, 2001).

**Bild 2**  
Einordnung  
von Produktfindungs-  
methodiken  
nach Gausemeier



### Bewertung technischer Produkte

Da technische Produkte sehr oft widersprüchliche Zielkriterien erfüllen müssen und sich während der Produktentwicklung meist mehrere mögliche Lösungen ergeben, sind systematische Bewertungsmethoden notwendig. Diese erlauben es den Produktentwickelnden, die besten Lösungen zu identifizieren. Hierfür sind beispielsweise die Wertanalyse nach DIN EN 12973:2020 beziehungsweise VDI 2808 sowie die technisch-wirtschaftliche Bewertung nach VDI 2225 Blatt 3:1998 geeignet. Diese Methoden ermöglichen eine systematische Gegenüberstellung unterschiedlicher technischer Produkte beziehungsweise Produktalternativen.

Daneben dient die SWOT-Analyse dem Aufdecken von Stärken, Schwächen, Chancen und Risiken.

Voraussetzungen für diese Bewertungsmethoden sind unter anderem:

- Final abgestimmte Anforderungslisten
- Klar definierte Kriterien
- Ausreichende Informationsbasis
- Kenntnis aller notwendigen Details der zu bewertenden Produkte beziehungsweise Produktvarianten
- Durchführung der Bewertung in interdisziplinären Teams

### Konstruktionsmethodische Vorgehensmodelle

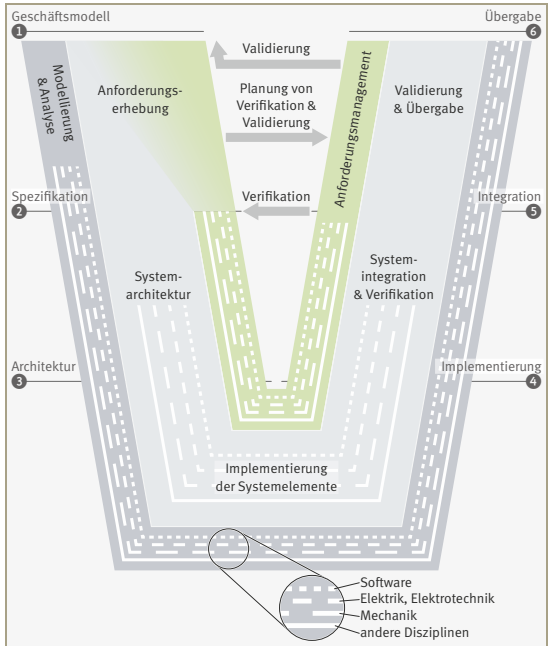
Der globale Wettbewerb mit personell und räumlich verteilter und zeitgleicher Entwicklung sowie die steigende Produkt- und Prozesskomplexität erfordern zunehmend die Planung, Gestaltung, Überwachung und Steuerung der Entwicklungsprozesse. Konstruktionsmethodische Vorgehensmodelle stellen zu diesem Zweck grundsätzliche Herangehensweisen zur Lösung bestimmter Aufgaben und Zielsetzungen bereit. Damit erlauben sie die Strukturierung, Planung und Kontrolle von Entwicklungsprozessen. Wengleich es aufgrund der Verschiedenartigkeit der unterschiedlichen Einflussfaktoren auf den Entwicklungsprozess kein ideales Vorgehensmodell für alle Entwicklungsprozesse geben kann, bieten konstruktionsmethodische Vorgehensmodelle eine enorme Hilfestellung für Produktentwickelnde.

In der Entwicklung technischer und mechatronischer Systeme werden neben der vergleichsweise generischen Strukturierung des Produktentwicklungsprozesses nach **Pahl** und **Beitz** in die Phasen Planen, Konzipieren, Entwerfen und Ausarbeiten auch die Vorgehensmodelle nach VDI 2221 sowie VDI 2206 („V-Modell“) häufig angewendet.

Die folgende Darstellung zeigt das V-Modell nach VDI/VDE 2206:2021.

**Bild 3**  
V-Modell

Quelle:  
VDI/VDE-Richtlinie  
2206:2021



### Rationalisierung in der Produktentwicklung

In vielen Branchen steigt auch aufgrund der individualisierten Kundenbedürfnisse die Variantenvielfalt der angebotenen Produkte. Dies hat eine erhöhte Innenkomplexität zur Folge. Zur Reduzierung dieser Komplexität bieten sich Baureihen, Baukästen, Plattformen und Module an.

- Baureihe** Eine Baureihe ist (in diesem Zusammenhang) charakterisiert als ein technisches Gebilde, das dieselbe Funktion mit der gleichen Lösung in mehreren Größenstufen bei möglichst gleicher Fertigung in einem weiten Anwendungsbereich erfüllt. Baureihen werden typischerweise durch Ähnlichkeitsgesetze und geometrische Normzahlen (siehe Tabelle Grundreihen, Seite 359) von einem Grundentwurf abgeleitet.

- Baukasten** Ein Baukasten beschreibt Maschinenteile oder Baugruppen, die als Bausteine mit oft unterschiedlichen Lösungen durch Kombination verschiedene Gesamtfunktionen erfüllen und als Bausteine lösbar oder unlösbar zusammengefügt sind. Diese Bausteine untergliedert man meist in Grund-, Hilfs-, Sonder- und Anpassbausteine.
- Plattform** Die Plattformstrategie verfolgt das Ziel einer ausführungsneutralen Produktplattform mit produkt- beziehungsweise variantenspezifischen Anbauten. Dadurch erlaubt sie die Verwendung gleicher Teile und Strukturen für verschiedene Produkte, während deren Verwandtschaft nach außen nicht sichtbar ist.
- Modul** Die Modulstrategie kann als Weiterentwicklung der Plattformstrategie gesehen werden, da hier ebenso gleiche Module in verschiedenen Produkten verwendet werden, um vom Kunden Wahrnehmbares zu individualisieren und Nicht-Wahrnehmbares zu standardisieren.

---

### Virtuelle Produktentwicklung und CAx-Einsatz

Die effiziente Durchführung von Produktentwicklungsprozessen baut heute stark auf dem Einsatz moderner Informations- und Kommunikationstechnik auf. Hierbei lautet die zusammenfassende Bezeichnung aller Systeme der Rechnerunterstützung in einem Unternehmen „CAx-System“. Solche CAx-Systeme bestehen aus Hardware, (zum Beispiel Rechengерäte und deren Peripherie) und Software (zum Beispiel dem Betriebssystem und der Anwendungssoftware).

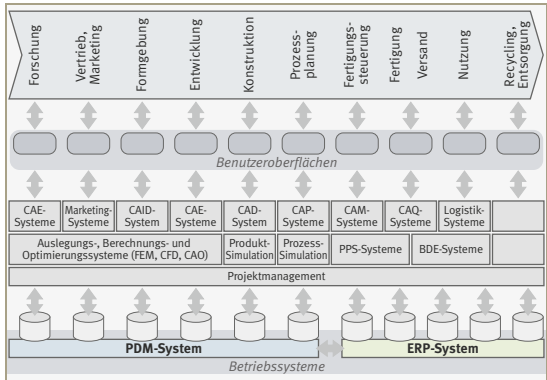
Im Kontext der Produktentwicklung und Konstruktion zählen zu den gängigsten Anwendungswerkzeugen das rechnerunterstützte Konstruieren (Computer Aided Design, CAD) und verschiedene Auslegungs-, Berechnungs- und Optimierungswerkzeuge, die unter dem Begriff Computer Aided Engineering (CAE) zusammengefasst werden. Das CAE umfasst unter anderem Berechnungswerkzeuge der Finite-Elemente-Methode (FEM) oder der numerischen Strömungsmechanik (Computational Fluid Dynamics, CFD) sowie mathematische Optimierungsverfahren (Computer Aided Optimization, CAO).

Daneben erfordern moderne Produktentstehungsprozesse ebenso Werkzeuge der rechnerunterstützten Fertigung (Computer Aided Manufacturing, CAM) oder der Qualitätssicherung (Computer Aided Quality, CAQ).



Nach **Vanja et al.** (CAX für Ingenieure, 2018) lässt sich die aktuelle CAX-Landschaft folgendermaßen darstellen:

**Bild 4**  
Aktuelle CAX-Landschaft  
nach Vanja et al.

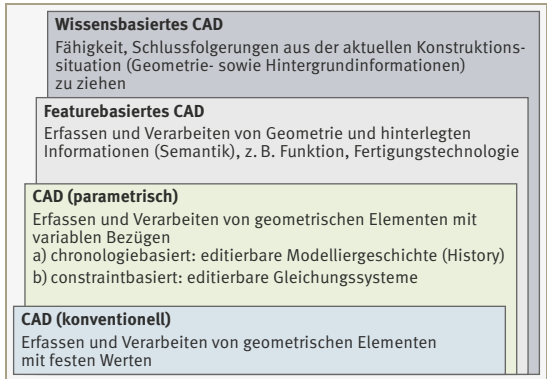


**CAD-Modellierung**

Eine besonders bedeutsame Technologie stellt in diesem Zusammenhang die 3-D-Produktmodellierung mittels CAD-Werkzeugen dar. Deren Grundlagen und systematische Anwendung ist unter anderem in VDI 2209 dargelegt. Diese Technologie wird typischerweise mit Beginn der Entwurfsphase in der Produktentwicklung eingesetzt. Bei der Anwendung von CAD-Werkzeugen unterscheidet man des Weiteren zwischen konventioneller, parametrischer, featurebasierter oder wissensbasierter CAD-Modellierung.

**Bild 5**  
3-D-Modellierungs-  
grundlagen  
– Übersicht

Quelle:  
VDI-Richtlinie 2209



### **Datenaustausch und Verwaltung**

Der Datenaustausch zwischen den verschiedenen CAD- und CAE-Werkzeugen kann in der Praxis entweder durch direkte oder neutrale Schnittstellen erfolgen. Während direkte Schnittstellen die verschiedenen Softwarewerkzeuge direkt miteinander verknüpfen, bauen neutrale Schnittstellen auf neutralen Datenformaten auf, zum Beispiel dem STEP-Format nach ISO 10303 (Standard for the Exchange of Product Model Data) oder dem JT-Format nach ISO 14306 (Jupiter Tessellation).

Die ganzheitliche und rechnergestützte Gestaltung und Verwaltung des Produktlebens sowie der lebenszyklusübergreifende Datenaustausch im Sinne des Product Lifecycle Managements erfolgt heutzutage überwiegend durch eine Kopplung von Produktdatenmanagementsystemen (PDM), Enterprise Resource Planning Systemen (ERP) und Manufacturing Execution Systemen (MES).

---

### **Wissensbasiertes Konstruieren und Wissensverarbeitung**

Wie zuvor beschrieben erfordert die Entwicklung technischer Produkte sowohl breites als auch tiefes Konstruktionswissen, das einerseits in die Bereiche des theoretischen Fachwissens (Fakten- und Methodenwissen) und des heuristischen Erfahrungswissens und andererseits in explizites und implizites Wissen strukturiert werden kann.

### **Knowledge-based Engineering (KBE)**

Das wissensbasierte Konstruieren (Knowledge-based Engineering, KBE) und wissensbasierte Systeme helfen in diesem Kontext vorhandenes Wissen zu konservieren und den Wissensaustausch im Unternehmen zu verbessern. Diese wissensbasierten Systeme sind intelligente Informationssysteme, in denen Wissen mit Methoden der Wissensrepräsentation und Wissensmodellierung abgebildet und nutzbar gemacht wird. Die wesentlichen Schritte und Elemente für die Entwicklung und den Betrieb von KBE-Anwendungen sind zum Beispiel in VDI 5610 Blatt 2 beschrieben. Zur Wissensverarbeitung werden in diesen Anwendungen Inferenz sowie verschiedene Such- und Problemlösungsstrategien eingesetzt.

In der folgenden Tabelle sind Lösungsbeispiele für KBE-Lösungen nach VDI 5610-2 dargestellt.

	Benötigte Mitarbeiter	Benötigte Fähigkeiten und benötigtes Wissen	Benötigte Lizenzen und Software	Benötigte Aufwendungen	Potenzielle Nutzer
<b>CAD-Systeme und integrierte Programmfunktionen</b>					
Anwendung zur Ableitung von Getriebeentwurfskonstruktionen	ein Konstrukteur	grundlegende Programmiererfahrung	CAD-System, SQL-Datenbank	geringer Pflege- und Testaufwand	Studierende, Schulungsteilnehmer
Automatisierter Entwurf von Fensterheberkinematiken mittels intelligenter Features	Anwendungsentwickler, Komponentenspezialisten, Konstrukteure	interne CAD-Programmiersprache	CAD-System und KWA-Lizenz	mittlerer Pflege-, Schulungs- und Testaufwand	weltweite Konstrukteure
Entwicklung einer KBE-Anwendung mittels CAD-Programmierschnittstelle	Produktentwickler, Konstrukteure, Fertigungsplaner, Wissensingenieur oder Programmierer	gute Programmierkenntnisse, Interviewtechniken	ERP-/PLM- und CAD-System, UDFs und Programmierschnittstelle als Bordmittel	Erhebung des Expertenwissens, mittlerer Pflegeaufwand	Konstrukteure und Vertriebsinnendienst (Konfiguration)
<b>KBE-Module und -Systeme</b>					
Auslegung eines Messerkopfs auf Basis kundenspezifischer Skizzen	Konstrukteure, Vertriebsmitarbeiter, Wissensingenieur oder Programmierer, externe Berater	gute Kenntnisse der Programmiersprache insb. des kommerziellen KBE-Moduls	kommerzielles KBE-Modul eines CAD-Systems, evtl. Lizenz zur Gestaltung der Benutzeroberfläche	mittlerer Pflege-, Schulungs- und Testaufwand	Konstrukteure und Vertriebsmitarbeiter
Schulungsbeispiel zum Erlernen von KBE-Grundfunktionen im CAD	Konstrukteure, Wissensingenieur oder Programmierer, ggf. externe Berater	gute Programmierkenntnisse	KBE-Modul mit Bordmitteln eines CAD-Systems, UDFs, Konstruktions-tabelle, Tabellenkalkulationssoftware	mittlerer Pflege-, Schulungs- und Testaufwand	Konstrukteure
<b>Produktkonfiguratoren und Design Automation</b>					
Wissensbasierte Konfiguration von Fahrstuhlssystemen	Konstrukteure, Wissensingenieur oder Programmierer, Produktmanager	gute Programmierkenntnisse (zum Beispiel für XML-Schnittstelle)	ERP-/PLM-System, CAD-System mit integriertem Constraint-basierendem Konfigurator	mittlerer Pflege-, Schulungs- und Testaufwand	Konstrukteure und Vertriebsmitarbeiter
Web-Portal mit Konfigurator für Treppen, Plattformen und Überstiegen	Konstrukteure, Arbeitsplanung, Fertigung, Wissensingenieur oder Programmierer, Marketing	gute Programmierkenntnisse, Regel- und Beziehungswissen, Wissen über Geschäftsabläufe	CAD-, PDM-, CRM- und ERP-System, integriertes 3-D-Viewing-System, kommerzielles Autorenwerkzeug	geringer Pflege-, Schulungs- und Testaufwand	Vertriebsmitarbeiter, Kunden, technische Abteilungen

## Wissensentdeckung in Datenbanken und Data-Mining

Ergänzend zum Einbringen und Anwenden menschlichen Wissens erfordern Produktentwicklungstätigkeiten von Produktentwickelnden zunehmend die Sichtung, Auswertung und Interpretation großer Datenmengen. Solche Daten werden zum Beispiel durch Simulationen oder andere Absicherungsmaßnahmen erzeugt. Der Bereich der Wissensentdeckung in Datenbanken (Knowledge Discovery in Databases, KDD) stellt Methoden und Prozesse bereit, die rechnerunterstützt Wissen aus Daten extrahieren und für Produktentwickelnde aufbereiten.

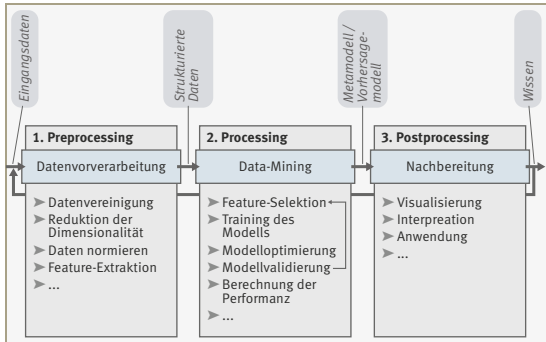
Die drei Hauptschritte der Wissensentdeckung in Datenbanken sind:

- Datenvorverarbeitung
- Data-Mining durch maschinelle Lernverfahren
- Datennachbereitung

Daneben schlagen der KDD-Prozess nach **Fayyad** oder der Cross-Industry Standard Process for Data Mining (CRISP-DM) detailliertere Vorgehensweisen für die Wissensentdeckung in Datenbanken vor.

Die folgende Darstellung zeigt die Hauptschritte eines KDD-Prozesses nach **Tan** (Introduction to Data Mining, 2006):

**Bild 6**  
Hauptschritte  
eines KDD-Prozesses  
nach Tan

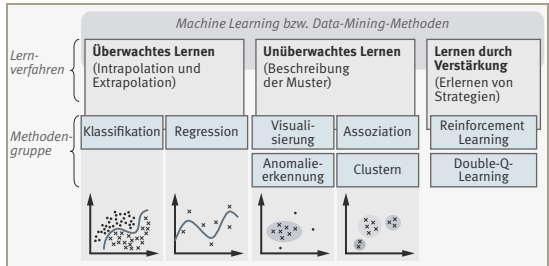


Das eigentliche Data Mining erfolgt hierbei mittels verschiedener maschineller Lernverfahren (Machine Learning), die in folgende drei Bereiche unterteilt werden können:

- Überwachtes Lernen
- Unüberwachtes Lernen
- Verstärkendes Lernen

Die Wahl des maschinellen Lernverfahrens hängt im Wesentlichen von der konkreten Ziel- und Aufgabenstellung sowie von den verfügbaren Daten ab.

**Bild 7**  
Machine Learning und  
Data Mining  
– Strukturierung  
der Methoden



Im Kontext der Produktentwicklung kommen häufig überwachte Lernverfahren zum Einsatz, die der Vorhersage von Zielgrößen auf Basis bekannter Eingangsgrößen dienen. Hierzu muss der zu analysierende Datensatz eine ausreichend große Anzahl an Beobachtungen sowohl der Eingangsgrößen als auch gleichzeitig der resultierenden Zielgröße beinhalten.

Beim sogenannten Training sollte eine Über- und Unteranpassung des maschinellen Lernmodells an die vorhandenen Daten vermieden werden.

Zudem kann die Vorhersagegüte des Modells anhand verschiedener Validierungskennzahlen ermittelt und evaluiert werden, zum Beispiel:

- Bestimmtheitsmaß (Coefficient of determination)
- Genauigkeit (Accuracy)
- Präzision (Precision)
- Trefferquote (Recall)
- Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers (Root mean square error)

# Technische Darstellungslehre

## Darstellung technischer Objekte

### Möglichkeiten der Darstellung

Die Technische Darstellungslehre umfasst die verschiedenen Möglichkeiten zur eindeutigen Darstellung technischer Objekte, von der Freihandzeichnung über die Technische Zeichnung bis hin zum digitalen Datensatz im 3-D-CAD-System.

### Technische Produktdokumentation (TPD)

Das technische Zeichnen definierte in der Vergangenheit die Technischen Zeichnungen unterschiedlicher Ingenieurwissenschaften wie Bauwesen, Schiffbau, Maschinenbau, Elektrotechnik, etc. Insbesondere durch die zunehmende Bedeutung der 3-D-Bemaßung, wie sie im Computer Aided Design (CAD) verwendet wird, beeinflusst die Geometrische Produktspezifikation (ISO GPS) mehr und mehr die Technische Produktdokumentation (TPD). Die Spezifikation wird durch die Funktion des Bauteils bestimmt und soll eindeutig sein, konform mit der Verifikation und dem gefertigten Bauteil. So kann die Spezifikation entlang der gesamten Wertschöpfungskette in Fertigung und Qualitätssicherung nutzbare Daten bereitstellen. Weitere Informationen siehe Kapitel Toleranzen und Passungen.

Die Grundlagen des technischen Zeichnens für die zweidimensionale Bemaßung in der TPD werden für die dreidimensionale Bemaßung und Modellbasierte Definitionen (MBD, model-based definition) ergänzt mit notwendigen Praktiken für digitale Produktdefinitionsdaten, definiert in ISO 16792.

### Darstellung technischer Objekte

Die folgenden Ausführungen konzentrieren sich ausschließlich auf den Bereich der Technischen Zeichnung. Die Technische Zeichnung als Informationsträger dient bei einem Fertigungsauftrag als verbindliches Verständigungsmittel und juristisches Dokument zwischen Konstruktion und Produktion, zwischen Lieferant und Kunde. Sie enthält neben der bildlichen Darstellung des Gegenstands und seiner Bemaßung auch technologische und organisatorische Informationen (vergleiche DIN EN ISO 10209:2012).

## Projektionsmethoden

### Orthogonalprojektion

Üblicherweise wird in Technischen Zeichnungen die Orthogonalprojektion verwendet. Der Körper wird in mehreren zweidimensionalen Ansichten abgebildet und bemaßt (2-D-Ansichten). Es handelt sich dabei immer um rechtwinklige Parallelprojektionen.

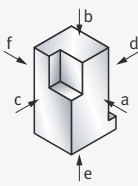
Aus unterschiedlichen Projektionsmethoden resultieren verschiedene Anordnungen der Ansichten auf der Zeichnung. In den Normen DIN ISO 128-3:2022 und DIN ISO 5456-2:1998 werden die Grundregeln für Ansichten und Orthogonalprojektion in Technischen Zeichnungen näher erläutert.

Im Folgenden werden drei Projektionsmethoden beschrieben:

- Pfeilmethode
- Projektionsmethode 1
- Projektionsmethode 3

- Grundregeln** Als Grundregeln der Orthogonalprojektion gelten:
- Die aussagefähigste Ansicht wird immer als Vorder- oder Hauptansicht gewählt.
  - Der Körper ist in der Hauptansicht möglichst in seiner Gebrauchs-, Fertigungs- oder Einbaulage abzubilden.
  - Die Zahl der weiteren Ansichten und Schnitte ist auf das nötige Maß zu begrenzen.

Die folgende Tabelle zeigt die genormten Bezeichnungen der Ansichten:

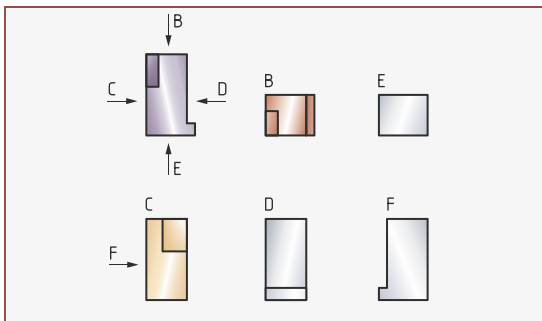
Ansichten des Körpers	Betrachtungsrichtung		Bezeichnung der Ansichten	
	Ansicht von	Ansicht in Richtung	Buchstabe	Name
	vorn	a	A	Vorderansicht, Hauptansicht
	oben	b	B	Draufsicht
	links	c	C	Seitenansicht von links
	rechts	d	D	Seitenansicht von rechts
	unten	e	E	Unteransicht
	hinten	f	F	Rückansicht

**Pfeilmethode** Bei der Pfeilmethode nach DIN ISO 5456-2:1998 sind die Ansichten auf der Technischen Zeichnung in Bezug zur Hauptansicht beliebig angeordnet, werden aber einzeln gekennzeichnet.

Regeln der Pfeilmethode:

- Pfeile mit beliebigen Buchstaben, vorwiegend in der Hauptansicht, geben die Betrachtungsrichtung der anderen Ansichten an.
- Jede Ansicht außer der Hauptansicht ist oben mit dem entsprechenden Großbuchstaben gekennzeichnet.
- In der Zeichnung ist kein grafisches Symbol für diese Methode erforderlich (im Gegensatz zu den Projektionsmethoden 1 und 3).

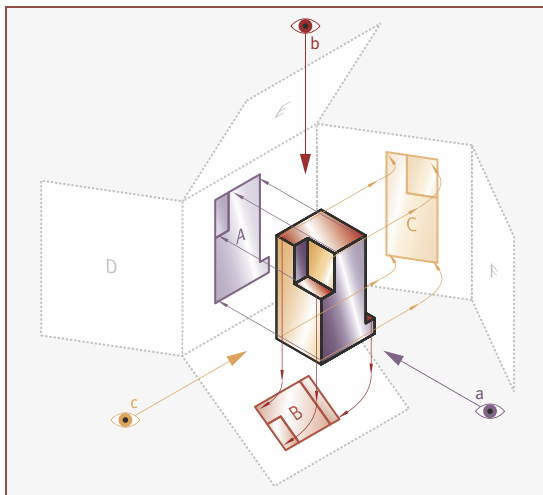
**Bild 1**  
Pfeilmethode,  
Anordnung der Ansichten



**Projektionsmethode 1** Die Projektionsmethode 1 wird im deutschsprachigen Raum und weiten Teilen Europas bevorzugt und in ISO GPS angewandt.

Der Körper liegt zwischen dem Betrachter und der Fläche, die die Projektionsebene darstellt. Jede Ansicht wird durch den Körper hindurch rechtwinklig auf die dahinterliegende Ebene projiziert. Die Projektionsebenen aller 6 Ansichten bilden hier einen Würfel, auf dessen Innenseiten die projizierten Ansichten liegen.

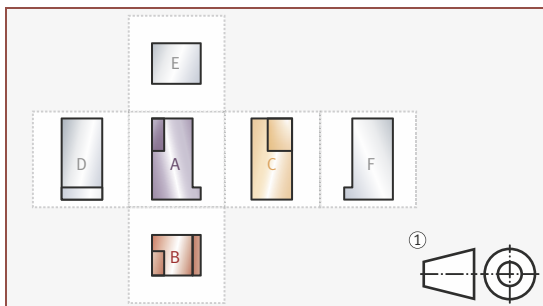
**Bild 2**  
Klappregel  
bei Projektionsmethode 1



Die Technische Zeichnung entspricht der Innenseite der Würfelabwicklung, so dass die Ansichten ohne weitere Benennung in dieser Anordnung auf der Zeichenfläche platziert werden. Im Schriftfeld der Zeichnung weist ein Symbol auf die Projektionsmethode 1 hin.

**Bild 3**  
Projektionsmethode 1,  
Anordnung der Ansichten

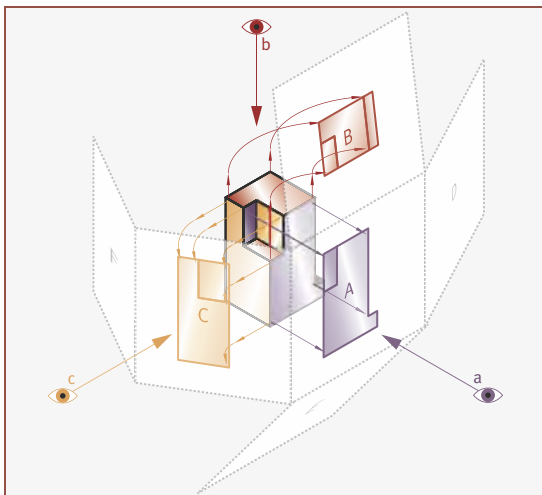
① Grafisches Symbol  
(in doppelter Größe)





- Projektionsmethode 3** Die Projektionsmethode 3 wird in der ASME (The American Society of Mechanical Engineers) angewandt. Der Körper liegt vom Betrachter aus gesehen hinter der Projektionsebene. Jede der 6 Ansichten wird rechtwinklig auf die davorliegende Ebene, die näher am Betrachter liegende Ebene projiziert. Alle Projektionsebenen bilden einen Würfel, auf dessen Außenseiten die projizierten Ansichten abgebildet sind.

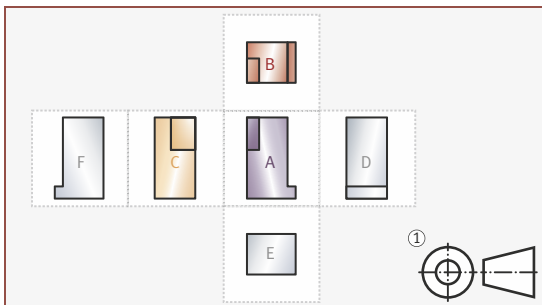
**Bild 4**  
Klappregel  
bei Projektionsmethode 3



Die Technische Zeichnung entspricht der Außenseite der Würfelabwicklung. Die Ansichten werden ohne weitere Benennung in dieser Weise auf der Zeichenfläche angeordnet. Im Schriftfeld der Zeichnung muss ein Symbol auf die Projektionsmethode 3 hinweisen.

**Bild 5**  
Projektionsmethode 3,  
Anordnung der Ansichten

- ① Grafisches Symbol  
(in doppelter Größe)



**Bildliche Darstellung** Die bildliche Darstellung eines Objekts liefert eine dreidimensionale Ansicht (3-D-Ansicht). Sie vermittelt den Eindruck eines dreidimensionalen Gegenstandes, ist leichter verständlich als 2-D-Ansichten und wird daher auch unterstützend in Technischen Zeichnungen eingesetzt.

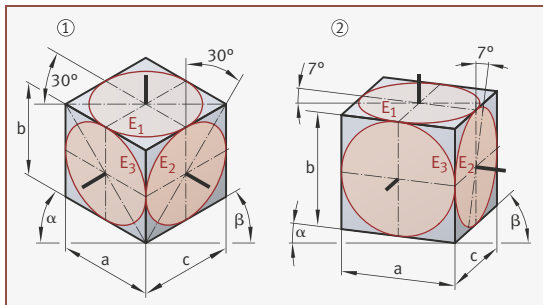
**Axonometrische Darstellungen** In der Norm DIN ISO 5456-3:1998 werden Axonometrien für Technische Zeichnungen gezeigt. Bei Axonometrien handelt es sich um Parallelprojektionen, die vom dreidimensionalen Objekt eine dreidimensionale Ansicht erzeugen. Linien, die am 3-D-Objekt parallel verlaufen, bleiben bei axonometrischen Darstellungen weiterhin parallel.

Im Folgenden werden zwei gängige Verfahren der axonometrischen Darstellung erläutert, die isometrische und die dimetrische Projektion.

**Bild 6**

Axonometrische Darstellungen

- ① Isometrische Projektion
- ② Dimetrische Projektion



**Isometrische Projektion** Bei der **isometrischen Projektion**, siehe Bild 6 Teil ①, gilt:

- Darstellung eines Würfels und der Kreise in drei Ansichten
- Seitenverhältnis  $a:b:c = 1:1:1$
- $\alpha = \beta = 30^\circ$
- Ellipse  $E_1$ : Große Achse waagrecht
- Ellipsen  $E_2$  und  $E_3$ : Große Achsen rechtwinklig zu  $30^\circ$
- Achsenverhältnis der drei Ellipsen 1:1,7

**Dimetrische Projektion** Bei der **dimetrischen Projektion**, siehe Bild 6 Teil ②, gilt:

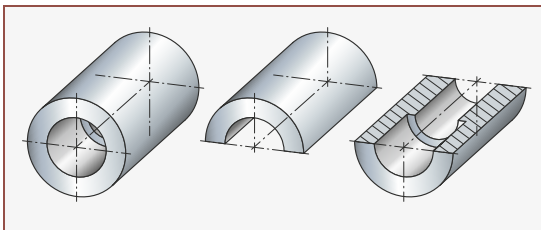
- Darstellung eines Würfels und der Kreise in drei Ansichten
- Seitenverhältnis  $a:b:c = 1:1:0,5$
- $\alpha = 7^\circ$  und  $\beta = 42^\circ$
- Ellipse  $E_1$ : Große Achse waagrecht
- Ellipsen  $E_1$  und  $E_2$ : Große Achsen rechtwinklig zu  $7^\circ$
- Ellipsen  $E_1$  und  $E_2$  haben Achsenverhältnis 1:3.
- Ellipse  $E_3$  wird der Einfachheit halber zum Kreis.

## Schnittdarstellungen

### Darstellung nach DIN

Schnitte erlauben Einblicke in das Innenleben von Bauteilen oder Hohlkörpern, zum Beispiel Gehäusen, Werkstücken mit Bohrungen oder Durchbrüchen. Der gedachte Schnitt durch den betreffenden Körper verschafft Klarheit. Ihre Darstellung erfolgt gemäß DIN EN ISO 128-3:2022. Die Schnittflächen werden schraffiert: parallel verlaufende schmale Volllinien unter  $45^\circ$ .

**Bild 7**  
Schnittflächen



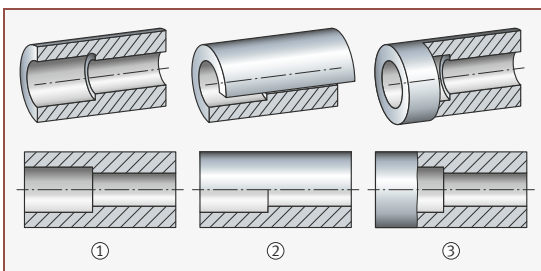
### Schnittarten

Die Schnittarten lassen sich folgendermaßen unterteilen, siehe Bild 8:

- **Vollschnitt:**  
Schneidet das betroffene Bauteil komplett.
- **Halbschnitt:**  
Zeigt sowohl Schnitt als auch Ansicht.
- **Teilschnitt:**  
Legt die Innenkonturen nur in bestimmten ausgewählten Bereichen frei.
  - **Ausbruch:** Alle Schnittlinien sind so gelegt, dass das zu zeigende Gebiet freigelegt ist. Die Schraffurlinien werden von einer Freihandlinie oder Zickzacklinie begrenzt, siehe Bild 9, Seite 354.
  - **Teilausschnitt:** Darstellung einer Einzelheit und verbunden mit einer Vergrößerung. Die Schraffurlinien enden an einer geraden, gedachten Kante, siehe Bild 9, Seite 354.

**Bild 8**  
Schnittarten

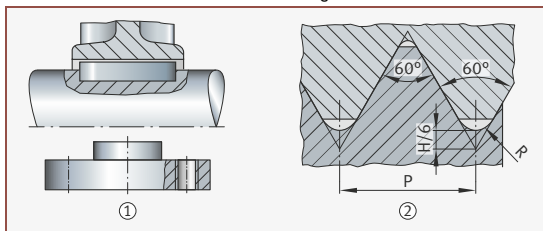
- ① Vollschnitt
- ② Halbschnitt
- ③ Teilschnitt



Ausbruch und Teilausschnitt lassen sich folgendermaßen darstellen:

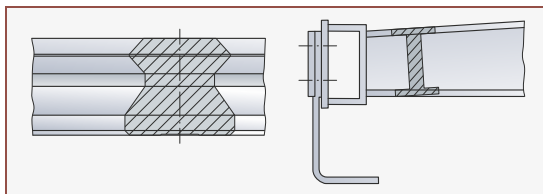
**Bild 9**  
Ausbruch und  
Teilausschnitt

- ① Ausbruch
- ② Teilausschnitt



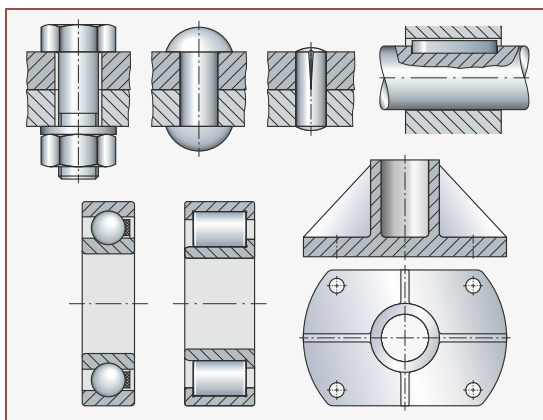
Wenn Eindeutigkeit vorliegt, kann ein Schnitt auch vereinfacht in die geeignete Ansicht gedreht werden, siehe Bild 10. In diesem Fall ist er nur mit schmalen Volllinien umrandet; eine weitere Kennzeichnung ist dann nicht erforderlich.

**Bild 10**  
In die Ansicht gedrehter  
Schnitt



Volle Werkstücke werden nicht im Längsschnitt gezeichnet, siehe Bild 11. Dazu gehören zum Beispiel Wellen, Bolzen, Niete, Stifte, Schrauben, Muttern, Scheiben, Passfedern, Keile, Wälzlagerkörper sowie Rippen von Handrädern.

**Bild 11**  
Längsschnitte

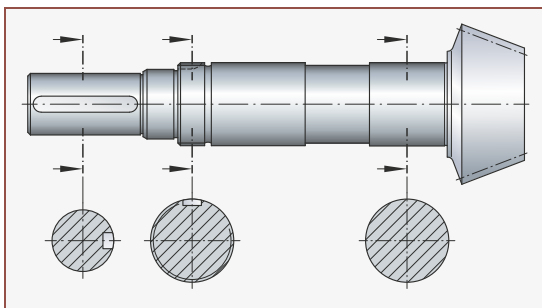


### Kennzeichnen des Schnittverlaufs

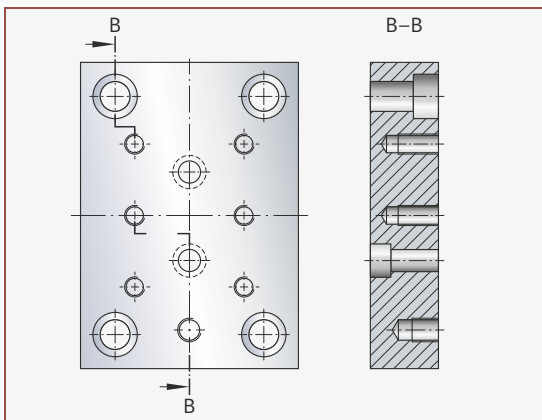
Bei komplexeren Bauteilen kann der Schnittverlauf konkreter dargestellt werden durch:

- Darstellung von Schnittebenen
- Mehrere Schnittdarstellungen, um alle Formelemente darzustellen
- Zuordnung innerhalb der Schnittdarstellung über Großbuchstaben
- Positionierung der Schnittdarstellung auf der Projektionsachse, gegebenenfalls unterhalb der Projektionsachse, siehe Bild 12
- Darstellung des Schnittverlaufs dort, wo er sich verändert beziehungsweise seine Richtung ändert, siehe Bild 13
- Knicken des Schnitts, wenn er in mehreren Ebenen liegt.
- Knicken des Schnitts abweichend vom 90°-Winkel, siehe Bild 14, Seite 356
- Umrisse und Kanten hinter der Schnittebene dürfen entfallen, wenn sie nicht zur Verdeutlichung der Zeichnung beitragen.

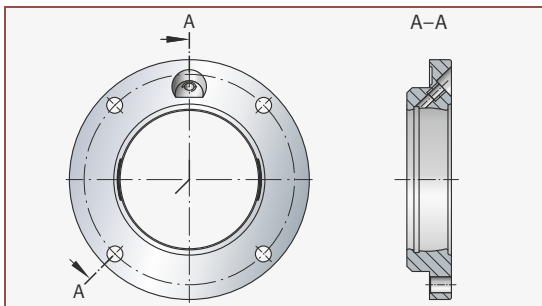
**Bild 12**  
Schnittdarstellung unterhalb der Projektionsachse



**Bild 13**  
Geknickter Schnittverlauf



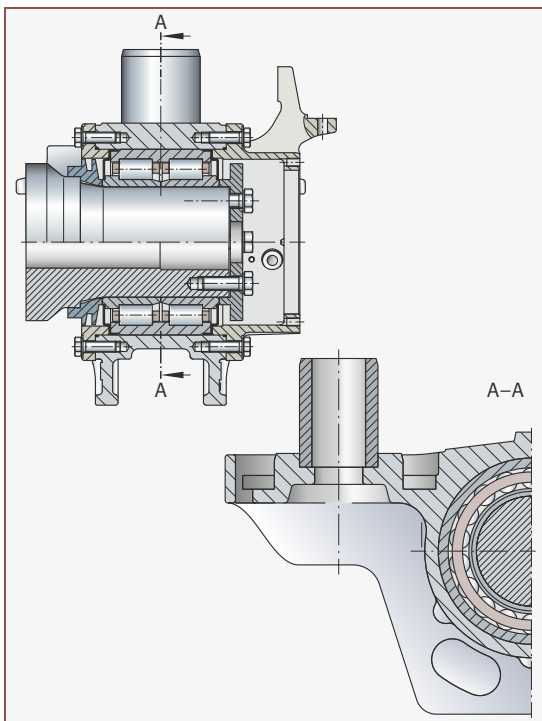
**Bild 14**  
Geknickter Schnittverlauf  
abweichend  
vom 90°-Winkel



**Beispiel einer  
Schnittdarstellung**

**Bild 15**  
Beispiel  
einer Schnittdarstellung

Im folgenden Beispiel wird eine komplexere Schnittdarstellung gezeigt.



Grundelemente in Zeichnungen

**Normschrift**

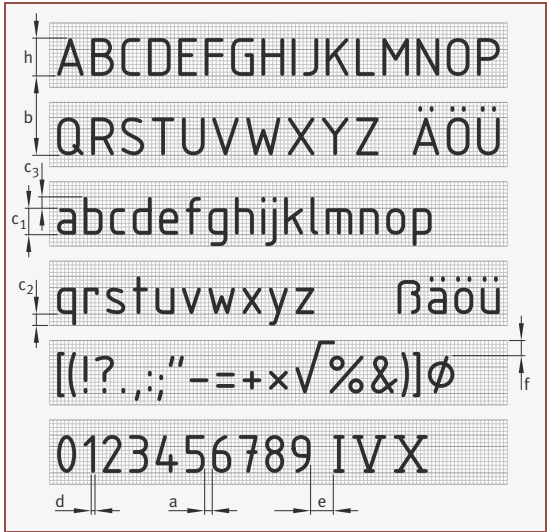
In Technischen Zeichnungen werden zur Beschriftung Normschriften verwendet. In der Norm DIN EN ISO 3098:2015 werden dazu die Schriftformen A, B, CA und CB (CA und CB nur für CAD-Anwendungen) jeweils in vertikaler (V) oder geneigter (S) Ausführung festgelegt.

Definiert sind das lateinische Alphabet (L), das auch Ziffern und Zeichen enthält, das griechische Alphabet (G) und das kyrillische Alphabet (K).

Die folgende Darstellung zeigt die bevorzugte Schriftform zur manuellen Beschriftung. Bei der hier dargestellten Schrifthöhe von 5 mm wird diese Schrift folgendermaßen bezeichnet: Schrift ISO 3098 – BVL – 5.

**Bild 16**

Schriftform B, vertikal (V), lateinisches Alphabet (L), mit deutschen Zeichen



**Schriftform B** Für die Schriftform B ( $d = h/10$ ) der Normschrift gelten folgende Maße:

Beschriftungsmerkmal	Verhältnis	Maß mm							
		2,5	3,5	5	7	10	14	20	
Schriftgröße, Höhe Großbuchstaben	$h$	$(10/10) h$	2,5	3,5	5	7	10	14	20
Höhe Kleinbuchstaben (x-Höhe)	$c_1$	$(7/10) h$	1,75	2,5 <sup>1)</sup>	3,5	5 <sup>1)</sup>	7	10 <sup>1)</sup>	14
Unterlängen Kleinbuchstaben	$c_2$	$(3/10) h$	0,75	1,05	1,5	2,1	3	4,2	6
Oberlängen Kleinbuchstaben	$c_3$								
Bereich diakritischer Zeichen	$f$	$(4/10) h$	1	1,4	2	2,8	4	5,6	8
Linienbreite	$d$	$(1/10) h$	0,25	0,35	0,5	0,7	1	1,4	2
Mindestabstand zwischen:									
Schriftzeichen	$a$	$(2/10) h$	0,5	0,7	1	1,4	2	2,8	4
Grundlinien 1 <sup>2)</sup>	$b_1$	$(19/10) h$	4,75	6,65	9,5	13,3	19	26,6	38
Grundlinien 2 <sup>3)</sup>	$b_2$	$(15/10) h$	3,75	5,25	7,5	10,5	15	21	30
Grundlinien 3 <sup>4)</sup>	$b_3$	$(13/10) h$	3,25	4,55	6,5	9,1	13	18,2	26
Wörtern	$e$	$(6/10) h$	1,5	2,1	3	4,2	6	8,4	12

1) Gerundeter Wert.

2) Bei Verwendung von Groß- und Kleinbuchstaben mit diakritischen Zeichen (Ä, Ö, Ü, ...).

3) Bei Verwendung von Groß- und Kleinbuchstaben ohne diakritische Zeichen.

4) Es werden nur Großbuchstaben oder Zahlen verwendet, keine diakritischen Zeichen.

**Normzahlen und Normzahlreihen** Nach der Norm DIN 323:1974 basiert der Aufbau der Normzahlreihen auf geometrischen Zahlenfolgen mit 5, 10, 20 oder 40 Gliedern je Zehnerstufe.

Ausgehend von der Grundreihe

**Gleichung 1**

$$a \cdot q^0, a \cdot q^1, a \cdot q^2, \dots, a \cdot q^{n-1}$$

ergeben sich für die einzelnen Normzahlreihen die Stufensprünge  $q$ :

**Gleichung 2**

$$q = \sqrt[5]{10} = 1,6 \quad \text{bei R 5} \qquad q = \sqrt[20]{10} = 1,12 \quad \text{bei R 20}$$

$$q = \sqrt[10]{10} = 1,25 \quad \text{bei R 10} \qquad q = \sqrt[40]{10} = 1,06 \quad \text{bei R 40}$$



**Grundreihen** In folgender Tabelle sind die Grundreihen (Hauptwerte und Genauwerte) dargestellt.

Hauptwert Grundreihe				Ordnungs- nummer	Mantisse	Genau- wert	Abweichung des Hauptwerts vom Genauwert %		
R 5	R 10	R 20	R 40						
1,00	1,00	1,00	1,00	0	000	1,0000	0		
			1,06	1	025	1,0593	+0,07		
		1,12	1,12	2	050	1,1220	-0,18		
			1,18	3	075	1,1885	-0,71		
		1,25	1,25	1,25	4	100	1,2589	-0,71	
				1,32	5	125	1,3353	-1,01	
			1,40	1,40	6	150	1,4125	-0,88	
	1,50	7		175	1,4962	+0,25			
	1,60	1,60	1,60	1,60	8	200	1,5849	+0,95	
				1,70	9	225	1,6788	+1,26	
			1,80	1,80	10	250	1,7783	+1,22	
				1,90	11	275	1,8836	+0,87	
			2,00	2,00	2,00	12	300	1,9953	+0,24
					2,12	13	325	2,1135	+0,31
		2,24		2,24	14	350	2,2387	+0,06	
2,36			15	375	2,3714	-0,48			
2,50		2,50	2,50	2,50	16	400	2,5119	-0,47	
				2,65	17	425	2,6607	-0,40	
			2,80	2,80	18	450	2,8184	-0,65	
				3,00	19	475	2,9854	+0,49	
		3,15	3,15	3,15	20	500	3,1623	-0,39	
				3,35	21	525	3,3497	+0,01	
			3,55	3,55	22	550	3,5481	+0,05	
	3,75	23		575	3,7584	-0,22			

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 360.

Die Schreibweise der Normzahlen ohne Endnullen ist international ebenfalls gebräuchlich.


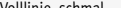
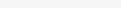
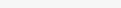
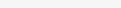
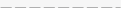
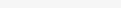
Fortsetzung der Tabelle Grundreihen von Seite 359.

Hauptwert Grundreihe				Ordnungsnummer	Mantisse	Genauwert	Abweichung des Hauptwerts vom Genauwert %		
R 5	R 10	R 20	R 40						
4,00	4,00	4,00	4,00	24	600	3,9811	+0,47		
			4,25	25	625	4,2170	+0,78		
		4,50	4,50	26	650	4,4668	+0,74		
			4,75	27	675	4,7315	+0,39		
	5,00	5,00	5,00	28	700	5,0119	-0,24		
			5,30	29	725	5,3088	-0,17		
		5,60	5,60	30	750	5,6234	-0,42		
			6,00	31	775	5,9566	+0,73		
			6,30	6,30	6,30	32	800	6,3096	-0,15
					6,70	33	825	6,6834	+0,25
7,10	7,10	34		850	7,0795	+0,29			
	7,50	35		875	7,4989	+0,01			
8,00	8,00	8,00	36	900	7,9433	+0,71			
		8,50	37	925	8,4140	+1,02			
	9,00	9,00	38	950	8,9125	+0,98			
		9,50	39	975	9,4406	+0,63			
		10,00	10,00	40	000	10,0000	0		

Die Schreibweise der Normzahlen ohne Endnullen ist international ebenfalls gebräuchlich.

**Linienarten und Liniengruppen** Durch die Norm DIN EN ISO 128-2:2022 werden Linienarten und Liniengruppen festgelegt.

**Linienarten** Die folgende Tabelle zeigt einige Linienarten aus der Norm.

Bezeichnung <sup>1)</sup>	Linienart	Anwendung nach DIN ISO 128-2:2022
01.2	Volllinie, breit 	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ sichtbare Kanten</li> <li>■ sichtbare Umrisse</li> <li>■ Gewindespitzen</li> <li>■ Grenze der nutzbaren Gewindelänge</li> <li>■ Hauptdarstellungen in Diagrammen, Karten, Flussbildern</li> <li>■ Systemlinien (Stahlbau)</li> <li>■ Formteilungslinien in Ansichten</li> <li>■ Schnittpfeillinien</li> </ul>
01.1 (Subtypen 01.1.1.1 bis 01.1.1.18)	Volllinie, schmal 	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Lichtkanten</li> <li>■ Maßlinien</li> <li>■ Maßhilfslinien</li> <li>■ Hinweislinien</li> <li>■ Schraffuren</li> <li>■ Umrisse eingeklappter Schnitte</li> <li>■ kurze Mittellinien</li> <li>■ Gewindegründe</li> <li>■ Biegelinien</li> <li>■ Ursprungskreis, Maßlinienbegrenzungen</li> <li>■ Diagonalkreuze zur Kennzeichnung ebener Flächen</li> <li>■ Biegelinien an Rohteilen und bearbeiteten Teilen</li> <li>■ Umrahmungen von Einzelheiten</li> <li>■ Kennzeichnung sich wiederholender Einzelheiten, zum Beispiel Fußkreise bei Verzahnungen</li> <li>■ Bemaßungs- und Tolerierungslinien an konischen Formelementen</li> <li>■ Lagerichtung von Schichtungen</li> <li>■ Projektionslinien</li> <li>■ Rasterlinien</li> <li>■ Achse des Koordinatensystems</li> </ul>
Subtyp 01.1.1.19	Freihandlinie, schmal 	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ manuell dargestellte Begrenzung von Teil- oder unterbrochen dargestellten Ansichten und Schnitten, wenn die Begrenzung keine Mittellinie ist<sup>2)</sup>.</li> </ul>
Subtyp 01.1.1.20	Zickzacklinie, schmal 	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ im CAD dargestellte Begrenzung von Teil- oder unterbrochen dargestellten Ansichten und Schnitten, wenn die Begrenzung keine Mittellinie ist<sup>2)</sup>.</li> </ul>
02.2	Strichlinie, breit 	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ mögliche Kennzeichnung von Bereichen mit zulässiger Oberflächenbehandlung oder Beschichtung</li> </ul>
02.1	Strichlinie, schmal 	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ verdeckte Kanten</li> <li>■ verdeckte Umrisse</li> </ul>
04.2	Strichpunkt-Linie (langer Strich), breit 	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Kennzeichnung von Schnittebenen</li> <li>■ Kennzeichnung eines begrenzten Oberflächenbereichs (Beispiele: für ein toleriertes Geometrieelement, für Wärmebehandlung, für Beschichtung)</li> </ul>

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 362.

<sup>1)</sup> Der erste Teil der Nummer der Linien ist die Kennzahl für die Grundart der Linien nach DIN ISO 128-2.

<sup>2)</sup> In einer Zeichnung soll vorzugsweise nur eine dieser Linienarten angewendet werden.

Fortsetzung der Tabelle Linienarten von Seite 361.

Bezeichnung <sup>1)</sup>	Linienart	Anwendung nach DIN ISO 128-2:2022
04.1	Strichpunkt-Linie (langer Strich), schmal -----	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Mittellinien</li> <li>■ Symmetrielinien, Symmetrieebenen</li> <li>■ Teilkreise bei Verzahnungen</li> <li>■ Lochkreise</li> </ul>
05.1	Strich-Zweipunktlinie (langer Strich), schmal -----	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Umrisse (benachbarte Teile, alternative Ausführungen, Fertigteile in Rohteilen)</li> <li>■ Umrisse vor der Formgebung</li> <li>■ Endstellungen beweglicher Teile</li> <li>■ Schwerpunktlinien</li> <li>■ Teile vor der Schnittebene</li> <li>■ Umrisse alternativer Ausführungen</li> </ul>
07.2	Punktlinie, breit .....	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Kennzeichnung von Bereichen, die nicht zur Wärmebehandlung zugelassen sind</li> </ul>
09.2	Strich-Zweistrichlinie, breit -----	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Situationselemente (als nichtmittlere Geometrielemente)</li> </ul>

<sup>1)</sup> Der erste Teil der Nummer der Linien ist die Kennzahl für die Grundart der Linien nach DIN ISO 128-2.

**Linienbreiten und Liniengruppen** In der folgenden Tabelle sind einige Liniengruppen und deren zugehörige Linienbreiten aufgeführt.

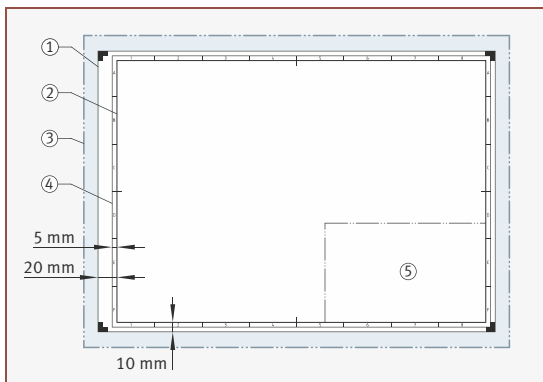
Linien- gruppe	Zugehörige Linienbreite (Nennmaße in mm) für		
	Linienart		Maß- und Textangabe; grafisches Symbol DIN EN ISO 21920-1:2022
	01.2, 02.2, 04.2, 07.2, 09.2	01.1, 02.1, 04.1, 05.1	
0,25	0,25	0,13	0,18
0,35	0,35	0,18	0,25
0,5 <sup>1)</sup>	0,5	0,25	0,35
0,7 <sup>1)</sup>	0,7	0,35	0,5
1	1	0,5	0,7
1,4	1,4	0,7	1
2	2	1	1,4

<sup>1)</sup> Diese Liniengruppen sind zu bevorzugen.

**Blattgrößen** Durch die Norm DIN EN ISO 5457:2017 werden die Blattgrößen festgelegt. Details zum Schriftfeld siehe DIN EN ISO 7200:2004.

**Bild 17**  
Blattgrößen  
am Beispiel von DIN A3

- ① Beschnittene Zeichnung
- ② Zeichenfläche
- ③ Unbeschnittenes Blatt
- ④ Feldeinteilung
- ⑤ Schriftfeld



Die bevorzugten Formate sind nach DIN EN ISO 216 in der ISO-Hauptreihe A definiert. Alle Formate werden im Querformat verwendet, A4 zusätzlich im Hochformat.

Format der ISO-A-Reihe nach DIN EN ISO 5457:2017				Verwendbare günstige Rollenbreite			Rohblatt <sup>3)</sup>
Blattgröße, Format	Beschnittene Zeichnung, beschnittener Bogen (T) <sup>1)</sup>	Zeichenfläche	Unbeschnittener Bogen (U) <sup>2)</sup>				
	mm	mm	mm	mm			mm
A0	841×1189	821×1159	880×1230	–	900	–	–
A1	594×841	574×811	625×880	–	900	660	660×900
A2	420×594	400×564	450×625	(2×450)	900	660	450×660
A3	297×420	277×390	330×450	(2×330) (2×450)	660	900	330×450
A4	210×297	180×277	240×330	250	660	–	225×330

1) Fertigblatt.

2) Rohblatt für den Einzeldruck.

3) Aus 660 mm×900 mm.

**Maßstäbe** In der Norm DIN ISO 5455:1979 ist die Angabe von Maßstäben festgelegt. Im Schriftfeld werden der Hauptmaßstab der Zeichnung und die übrigen Maßstäbe an unterschiedlichen Positionen platziert. Letztere werden jeweils an die zugehörigen Darstellungen geschrieben. Alle Gegenstände sind (außer in Normen) möglichst maßstäblich zu zeichnen.

Sind Teile vergrößert gezeichnet, dann ist es zweckmäßig, eine Darstellung im Maßstab 1:1 hinzuzufügen, um die natürliche Größe zu zeigen. Auf die Wiedergabe von Einzelheiten kann dabei verzichtet werden.

<b>Vergrößerungsmaßstab</b>	50:1 5:1	20:1 2:1	10:1
<b>natürlicher Maßstab</b>	1:1		
<b>Verkleinerungsmaßstab</b>	1:2 1:20 1:200 1:2 000	1:5 1:50 1:500 1:5 000	1:10 1:100 1:1000 1:10 000

### Normgerechte Bemaßung

#### Maßangaben nach Norm

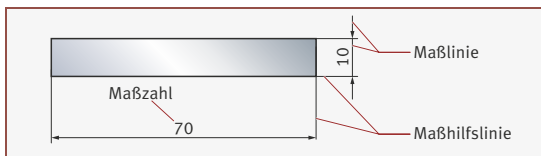
Maßangaben in Technischen Zeichnungen gelten für den Endzustand eines Teils (roh, vorbearbeitet oder fertig). Ihre Darstellung erfolgt gemäß DIN EN ISO 129-1:2022. Die Normen DIN 406-10 und DIN 406-11 sind zurückgezogen.

#### Elemente der Maßeintragung

Folgende Elemente und Vorgaben sind bei der Maßeintragung zu beachten:

- Maßlinien (schmale Volllinien):
  - sind rund 10 mm von der Körperkante entfernt.
  - weitere parallele Maßlinien haben mindestens einen Abstand von 7 mm.
  - Mittellinien und Kanten dürfen nicht als Maßlinien benutzt werden.
- Maßhilfslinien (schmale Volllinien):
  - ragen etwa 2 mm über die Maßlinie hinaus.
- Maß- und Maßhilfslinien sollen keine anderen Linien schneiden.
- Maßzahlen:
  - stehen etwa auf der Mitte der Maßlinie (es gibt Ausnahmen).
  - stehen etwa 0,5 mm bis 1,5 mm über der Maßlinie.

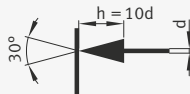
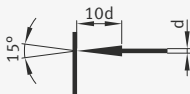
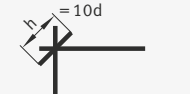

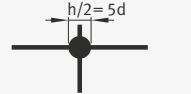
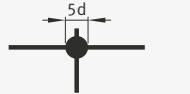
**Bild 18**  
Elemente  
der Maßeintragung



## Maßlinienbegrenzung

Für die Begrenzung von Maßlinien gilt:

- Innerhalb einer Zeichnung darf grundsätzlich nur eine der möglichen Maßlinienbegrenzungen angewandt werden, siehe Tabelle Maßlinienbegrenzungen
- In der Regel wird als Maßpfeil ein schwarzer Pfeil verwendet, bei CAD-Zeichnungen der offene Pfeil
- In fachbezogenen Zeichnungen (zum Beispiel für das Bauwesen) können Schrägstriche statt der Maßpfeile verwendet werden
- Bei Platzmangel werden in Verbindung mit Maßpfeilen auch Punkte verwendet (bei Kettenmaßen)
- Maßlinienbegrenzungen an Bögen, Radien und Durchmessern sind immer Pfeile
- Bei Ursprungsangaben wird ein offener Kreis verwendet.

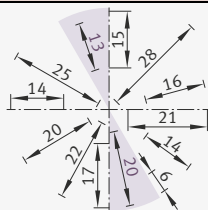
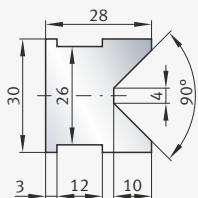
Maßlinienbegrenzungen	nach ISO 129-1	nach DIN 406-10 (veraltet, Norm zurückgezogen)
Maßpfeile		
Schrägstriche		
Punkte		

## Methoden der Maßeintragung

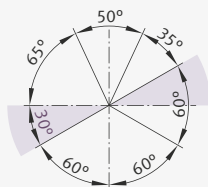
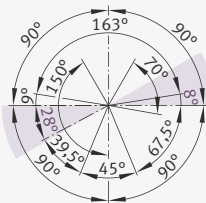
- Die Maßeintragung kann nach den folgenden Methoden erfolgen:
- In zwei Hauptleserichtungen (Regelfall): Maßzahlen sind möglichst so einzutragen, dass sie in Leselage der Zeichnung in den Hauptleserichtungen von unten und von rechts gelesen werden können.
  - An Maßbezugsflächen: Für die Bemaßung werden geeignete Bezugsebenen gewählt.

### Maßeintragung in zwei Hauptleserichtungen

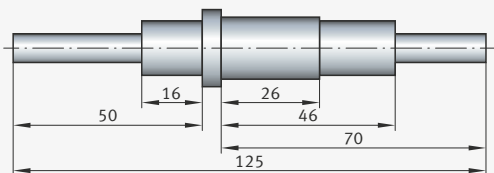
#### für Längenmaße



#### für Winkelmaße

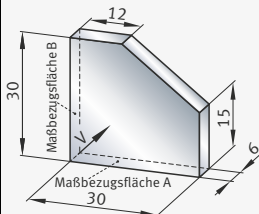


#### Beispiel

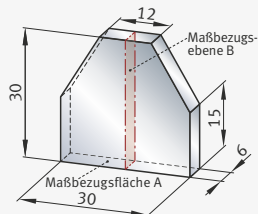


### Maßeintragung an Maßbezugsflächen

#### abhängig von der Symmetrie der Bauteile



für unsymmetrische Bauteile



für symmetrische Bauteile

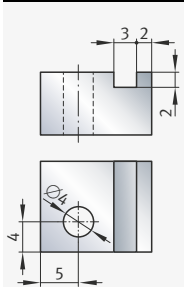
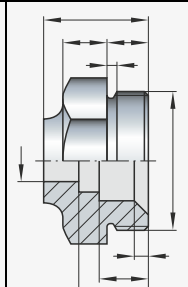
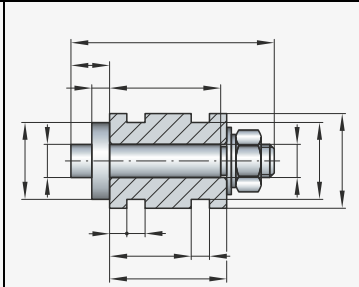
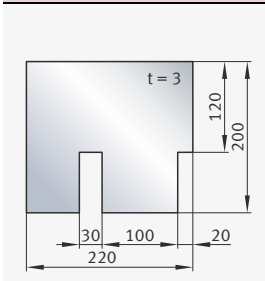
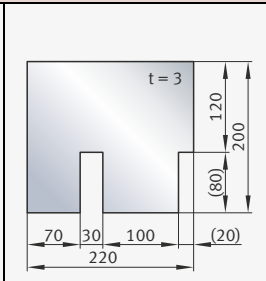
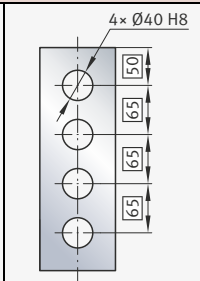


## Anordnung von Maßen, Bemaßungsregeln

Jedes Maß eines Bauteils soll innerhalb einer Zeichnung nur einmal eingetragen werden.

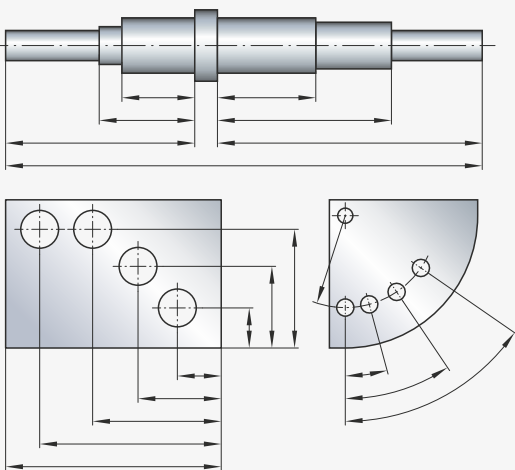
Die Anordnung der Maßeintragungen erfolgt:

- Geordnet nach Ansichten
- Geordnet nach Innen- und Außenmaßen
- Geordnet nach Einzelteilen
- Für Zweipunktgrößenmaße ohne Maßketten, um beispielsweise Summierungen von Einzeltoleranzen zu vermeiden, aber eventuell mit Hilfsmaß (in Klammern)
- Mit Maßkette, wenn die Spezifikationen mit Hilfe von theoretisch exakten Maßen (TED, theoretical exact dimension) aufgebaut werden, zum Beispiel für Abstände oder Bohrbilder.

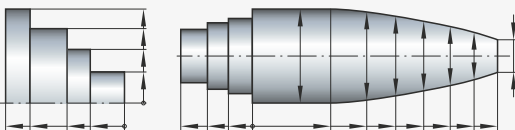
Anordnung von Maßen		
 <p>nach Ansichten</p>	 <p>nach Innen- und Außenmaßen</p>	 <p>nach Einzelteilen</p>
Maßketten		
 <p>ohne Maßketten</p>	 <p>ohne Maßketten, mit Hilfsmaß (in Klammern)</p>	 <p>mit Maßkette, bei Verwendung von TEDs</p>

**Arten der Maßeintragung** Die Maßeintragung kann erfolgen als:

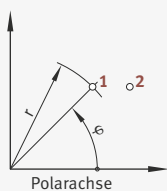
**Parallelbemaßung**



**Steigende Bemaßung**

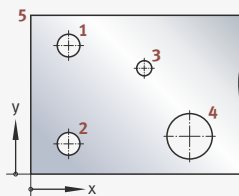


**Koordinatenbemaßung**



Pos.	r	$\varphi$
1	15	45°
2	19	35°

mit Polarkoordinaten



Pos.	x	y	d
1	5	17	∅3
2	5	4	∅3
3	15	14	∅2
4	21	5	∅6
5	0	21	-

mit kartesischen Koordinaten

**Bemaßung von Formelementen**

Beispiele für die Bemaßung von Formteilen sind:

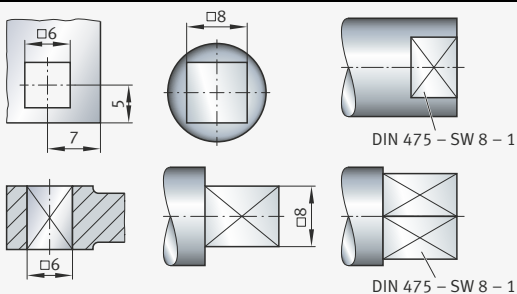
<p><b>Durchmesser</b></p>			
<p><b>Radius</b></p>			
<p><b>Kugel</b></p>	<p>Kugel-Durchmesser</p>	<p>Kugel-Radius</p>	<p>Linse</p>
<p>Übergang Kugel/Zylinder mit Lichtkante</p>			

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 370.

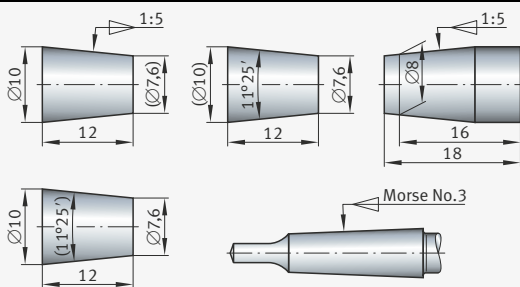
Fortsetzung der Tabelle Bemaßung von Formelementen von Seite 369.

**Quadratische Form und Schlüsselweite**

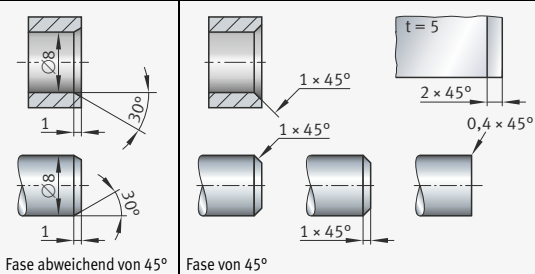
Die Wahl der Schlüsselweite erfolgt nach DIN 475:2016



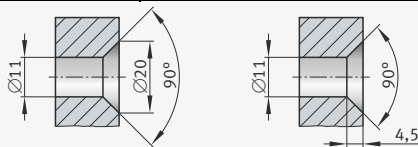
**Kegel (nach DIN EN ISO 3040)**



**Abschrägung (veraltet: Fase)**



**Senkung**



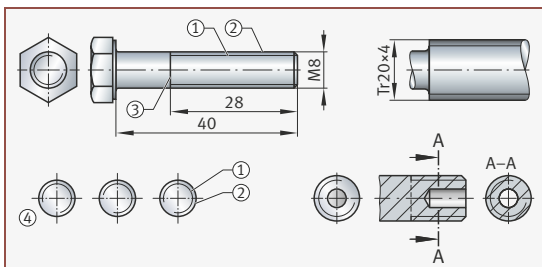
### Bemaßung von Gewinden

Die Darstellung von Gewinden ist in DIN ISO 6410-1:1993 festgelegt, die vereinfachte Darstellung in DIN EN ISO 6410-3:2021.

Bei Außengewinden ist der Gewindegrund als schmale Volllinie zu zeichnen, der Außendurchmesser und die Gewindebegrenzung als breite Volllinie.

**Bild 19**  
Bolzen-/Außengewinde

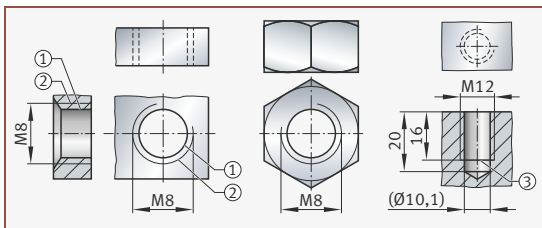
- ① Gewindegrund
- ② Außendurchmesser
- ③ Gewindebegrenzung
- ④ 3/4-Kreis, Lage und Öffnung variabel



Bei Innengewinden ist der Außendurchmesser als schmale Volllinie zu zeichnen, der Kerndurchmesser hingegen als breite Volllinie.

**Bild 20**  
Muttern-/Innengewinde

- ① Kerndurchmesser
- ② Außendurchmesser
- ③ Gewindebegrenzung



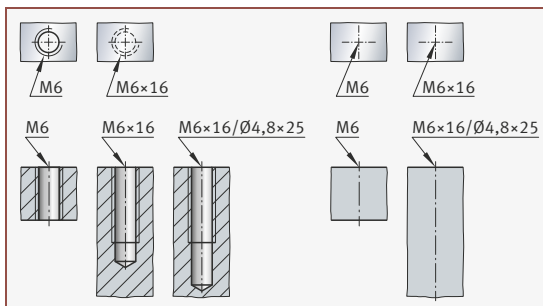
Kurzbezeichnungen für Gewinde sind in DIN 202 festgelegt. Sie setzen sich zusammen aus:

- Kurzzeichen für Gewindeart: M, R, Tr
- Nenndurchmesser (Gewindegröße)
- Steigung sowie gegebenenfalls Teilung
- Gangzahl
- Gegebenenfalls zusätzlichen Angaben: Toleranz, Gangrichtung

Die vereinfachte Darstellung ist zulässig für einen Gewindedurchmesser  $\leq 6$  mm oder wenn Löcher oder Gewinde derselben Art und Größe in einem regelmäßigen Muster angeordnet sind. In der vereinfachten Darstellung werden die notwendigen Merkmale eingetragen, die auch in der konventionellen Darstellung vorhanden sind.

Das Symbol für die Anzahl „x“ kann nach ISO 129-1 in der Darstellung alternativ durch „ $\nabla$ “ ersetzt werden.

**Bild 21**  
Vereinfachte Darstellung  
nach ISO 6410-3:2021



Abmessungen für Gewinde, Gewindefreistriche und Gewindeausläufe siehe Kapitel Konstruktionselemente, Abschnitt Gewindeauslauf und Gewindefreistrich, Seite 508, und Abschnitt Metrische ISO-Gewinde, Seite 500.

### Bemaßung von Freistichen

Die Darstellung von mit Wendschneidplatten hergestellten Freistichen ist in DIN EN ISO 18388:2020 festgelegt und wird in DIN 509:2022 mit den Toleranzen ergänzt. Freistriche werden an den Flächenübergängen von abgesetzten Wellen oder ebenen Flächen mit Absätzen, die geschliffen werden sollen, verwendet. Dadurch erhält die Schleifscheibenkante freien Auslauf.

Man unterscheidet hier folgende Formen von Freistichen:

- Form E für Werkstücke mit einer Bearbeitungsfläche
- Form F, G und H für Werkstücke mit zwei rechtwinklig zueinanderstehenden Bearbeitungsflächen mit unterschiedlicher Geometrie

Die Angabe von Freistichen in Zeichnungen erfolgt:

- Vereinfacht als Bezeichnung mit Hinweislinie, siehe Bild 22, Seite 373, mit den Angaben:
  - „DIN 509“ oder „ISO 18388“
  - Form, Radius  $\times$  Einstichtiefe
  - Optionale Angaben (nur DIN 509) zur Oberflächenbeschaffenheit nach DIN EN ISO 1302:
    - Kürzel für Herstellung, zum Beispiel MMR für „materialabtragend“,
    - und Rauheitskenngröße (Empfehlung: Ptmax 25 oder nach Vereinbarung mit dem Kunden)
- Vollständig mit allen Maßen gezeichnet:
  - konventionelle Darstellung: große Darstellung eines Werkstücks im Ausbruch oder kleine Darstellung eines vergrößert gezeichneten Details, siehe Bild 22, Seite 373. Diese Darstellung ist nach ISO GPS mehrdeutig.
  - ISO-GPS-konforme Zeichnung, siehe Bild 23, Seite 373

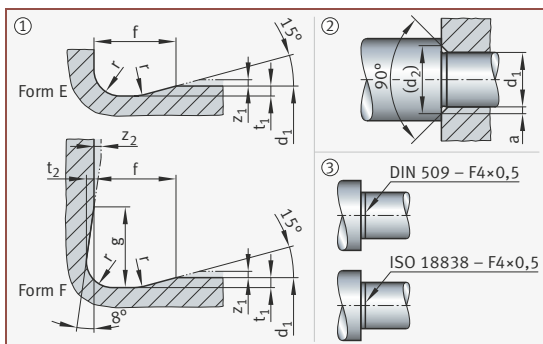
Die Maße  $z_1$  und  $z_2$  für die Bearbeitungszugabe sind nur in DIN 509 definiert.

**Bild 22**

Maße und Darstellung von Freistichen, Form E und F

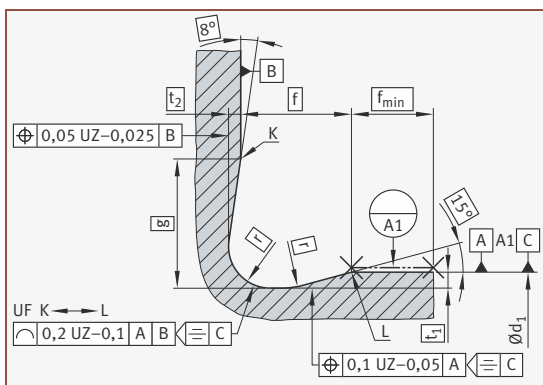
- ① Konventionelle Darstellung
- ② Senkung am Gegenstück
- ③ Vereinfachte

Darstellungen für Freistich Form F, Radius  $r = 4$  mm, Tiefe  $t_1 = 0,5$  mm



**Bild 23**

Freistich Form F, Bemaßung konform mit ISO GPS



Die erforderliche Senkungtiefe am Gegenstück ist abhängig von der Freistichform.

Die folgende Tabelle zeigt Maße von Freistichen der Form E und F und der Senkung am Gegenstück nach DIN EN ISO 18388 und DIN 509, siehe auch Bild 22 und Bild 23, Seite 373. Die Toleranzen sind nur in DIN 509 definiert.

Abmessungen					Empfohlene Zuordnung <sup>2)</sup> zum Durchmesser $d_1$ für Werkstücke		Mindestmaß a für die Senkung	
mm					mm		mm	
r	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	f	g	mit üblicher Beanspruchung	mit erhöhter Wechselfestigkeit	Form E	Form F
±0,1	+0,1 0	+0,05 0	+0,2 0					
R0,2	0,1	0,1	1	(0,9)	> Ø 1,6 bis Ø 3	–	0,2	0
<b>R0,4</b>	0,2	0,1	2	(1,1)	> Ø 3 bis Ø 18	–	0,3	0
R0,6	0,2	0,1	2	(1,4)	> Ø 10 bis Ø 18	–	0,5	0,15
R0,6	0,3	0,2	2,5	(2,1)	> Ø 18 bis Ø 80	–	0,4	0
<b>R0,8</b>	0,3	0,2	2,5	(2,3)	> Ø 18 bis Ø 80	–	0,6	0,05
R1	0,2	0,1	2,5	(1,8)	–	> Ø 18 bis Ø 50	0,9	0,45
R1	0,4	0,3	4	(3,2)	> Ø 80	–	0,7	0
<b>R1,2</b>	0,2	0,1	2,5	(2)	–	> Ø 18 bis Ø 50	1,1	0,6
<b>R1,2</b>	0,4	0,3	4	(3,4)	> Ø 80	–	0,9	0,1
<b>R1,6</b>	0,3	0,2	4	(3,1)	–	> Ø 50 bis Ø 80	1,4	0,6
<b>R2,5</b>	0,4	0,3	5	(4,8)	–	> Ø 80 bis Ø 125	2,2	1
<b>R4</b>	0,5	0,3	7	(6,4)	–	> Ø 125	3,6	2,1

<sup>1)</sup> **Fett** gedruckte Zahlen entsprechen Freistichen der Reihe 1. Die Reihe 1 ist zu bevorzugen.



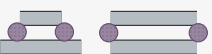

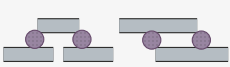

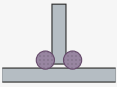

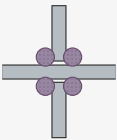

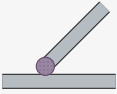

<sup>2)</sup> Die Zuordnung zum Durchmesserbereich ist nur eine Richtlinie; sie gilt nicht bei kurzen Ansätzen und dünnwandigen Teilen.



## Symbole für Schweißverbindungen

**Schweißverbindungen** Schweißverbindungen sind stoffschlüssige Verbindungen gleichartiger Werkstoffe (zum Beispiel Stahl, Aluminium, bestimmte Kunststoffe). Je nach Verwendungszweck und Belastungsart kommen unterschiedliche Stoßarten, Schweißnahtarten und Nahtformen zum Einsatz.

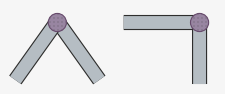

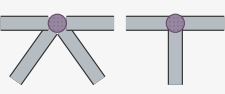
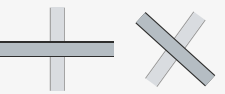

**Stoßarten** Die folgende Tabelle zeigt einen Auszug der Stoßarten nach DIN EN ISO 17659:2005.

Stoßart	Anordnung der Teile	Erläuterung der Stoßart	Geeignete Nahtformen (Symbole), Hinweise
Stumpfstoß		Teile liegen in einer Ebene und stoßen stumpf gegeneinander	 günstig bezüglich Kraftfluss und Materialaufwand
Parallelstoß		Teile liegen parallel aufeinander	 häufig bei Gurtplatten von Biegeträgern
Überlappstoß		Teile liegen parallel aufeinander und überlappen sich	 häufig als Stabanschluss im Stahlbau
T-Stoß		Teile stoßen rechtwinklig aufeinander	 bei Querkzugbeanspruchung Maßnahmen erforderlich <sup>1)</sup>
Doppel-T-Stoß (Kreuzstoß)		(abgeleitet aus T-Stoß) zwei in einer Ebene liegende Teile stoßen rechtwinklig auf ein dazwischenliegendes drittes Teil – ungünstig!	 bei Querkzugbeanspruchung Maßnahmen erforderlich <sup>1)</sup>
Schrägstoß		(abgeleitet aus T-Stoß) ein Teil stößt schräg gegen ein anderes	 Kehlwinkel $\geq 60^\circ$ bei Querkzugbeanspruchung Maßnahmen erforderlich <sup>1)</sup>

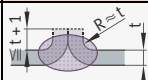

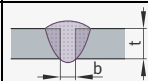

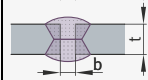
Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 376.

<sup>1)</sup> Wegen der Gefahr von Brüchen (Terrassenbrüche): zum Beispiel Ultraschallprüfung, Vergrößerung der Schweißanschlussfläche.

Fortsetzung der Tabelle Stoßarten von Seite 375.

Stoßart	Anordnung der Teile	Erläuterung der Stoßart	Geeignete Nahtformen (Symbole), Hinweise
Eckstoß		zwei Teile stoßen unter beliebigem Winkel an der Ecke aufeinander	 weniger belastbar als T-Stoß
Mehrfachstoß		drei oder mehr Teile stoßen unter beliebigem Winkel aufeinander	Erfassen aller Teile schwierig. Für höhere Beanspruchung ungeeignet.
Kreuzungsstoß		zwei Teile liegen kreuzend übereinander	 vereinzelt im Stahlbau

**Nahtarten und Nahtformen** Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl an Stumpfnahmtypen und deren Vorbereitung nach DIN EN ISO 9692-1.

Nahtart	Nahtform (Fugenform)	Werkstückdicke t mm	Ausführung	Symbol	Maße		Schweißprozess <sup>1)</sup>	Herstellkosten <sup>2)</sup>	Bemerkungen Anwendung
					Spalt b mm	Winkel $\alpha, \beta$ °			
Bördelnaht		bis 2	einseitig		-	-	G, E, WIG, MIG, MAG	-	Dünnblechschweißung ohne Zusatzwerkstoff
I-Naht		bis 4	einseitig		≈ t	-	G, E, WIG	0,5	Keine Nahtvorbereitung, wenig Zusatzwerkstoff. Bei einseitigem Schweißen sind Wurzel- und Bindefehler nicht auszuschließen.
		bis 8	beidseitig		≈ t/2	-	E, WIG (MIG, MAG)		

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 377.

1) Empfohlener Schweißprozess.

2) Relative Herstellkosten.

Fortsetzung der Tabelle Nahtarten und Nahtformen von Seite 376.

Nahtart	Nahtform (Fugenform)	Werkstück- dicke t mm	Ausfüh- rung	Sym- bol	Maße		Schweißprozess <sup>1)</sup>	Herstellkosten <sup>2)</sup>	Bemerkungen Anwendung
					Spalt b mm	Winkel $\alpha, \beta$ °			
V-Naht		3 bis 10	ein- seitig		$\leq 4$	40 bis 60	G	1	Bei dynamischer Beanspruchung beachten: <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Wurzel ausarbeiten und gegenschiweißen.</li> <li>■ bei <math>t_1 - t_2 &gt; 3</math> mm dickeres Teil mit Neigung 1:4 abschrägen (Kraftfluss!).</li> </ul>
		3 bis 40	beid- seitig		$\leq 3$	$\approx 60$  40 bis 60	E, WIG  MIG, MAG		
DV-Naht oder X-Naht		über 10	beid- seitig		1 bis 4	$\approx 60$  40 bis 60	E, WIG  MIG, MAG	2	Bei größeren Blechdicken günstiger als V-Naht, da bei gleichem Winkel $\alpha$ nur die halbe Schweißgutmenge benötigt wird. Fast keine Winkelschrumpfung bei wechselseitigem Schweißen. Wurzel vor dem Schweißen der Gegenlage gegebenenfalls ausarbeiten.
Y-Naht		5 bis 40	ein- seitig		1 bis 4	$\approx 60$	E, WIG, MIG, MAG		

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 378.

- 1) Empfohlener Schweißprozess.
- 2) Relative Herstellkosten.

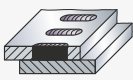

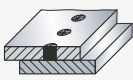


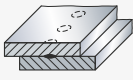



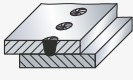
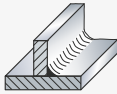

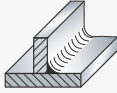

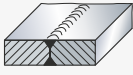

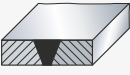

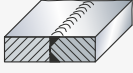

Fortsetzung der Tabelle Nahtarten und Nahtformen von Seite 377.

Nahtart	Nahtform (Fugenform)	Werkstückdicke $t$ mm	Ausführung	Symbol	Maße		Schweißprozess <sup>1)</sup>	Herstellkosten <sup>2)</sup>	Bemerkungen Anwendung
					Spalt $b$ mm	Winkel $\alpha, \beta$ $^\circ$			
U-Naht		über 12	einseitig		1 bis 4	8 bis 12	E, WIG, MIG, MAG	4	Steghöhe $c = 3$ mm vorteilhaft bei unzugänglicher Gegenseite. Vorbereitung teuer (Hobeln).
HV-Naht		3 bis 10	einseitig		2 bis 4	35 bis 60	E, WIG, MIG, MAG	0,7	Häufig in Verbindung mit einer Kehlnaht beim T-Stoß. Ausführung mit unverschweißtem Steg (HV-Stegnaht) vermindert Fertigungskosten. Steghöhe $c \leq 2$ mm
		3 bis 10	beidseitig		1 bis 4				
DHV-Naht (Doppel-HV-Naht, K-Naht)		über 10	beidseitig		1 bis 4	35 bis 60	E, WIG, MIG, MAG	1	Häufig in Verbindung mit Kehlnähten beim T-Stoß. Ausführung mit unverschweißtem Mittelsteg (K-Stegnaht) vermindert Fertigungskosten. Flankenhöhe $h = t/2$ oder $t/3$

1) Empfohlener Schweißprozess.

2) Relative Herstellkosten.

Weitere Beispiele für Nahtarten aus DIN EN ISO 2553:2019 sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

Nahtart	Nahtform (Fugenform)	Symbol	Nahtart	Nahtform (Fugenform)	Symbol
Lochnaht			<b>Anwendungsbeispiele für Zusatzsymbole</b>		
			Flache V-Naht mit flacher Gegennaht		
Punktnaht			Y-Naht mit ausgearbeiteter Wurzel und Gegennaht		
			Kehlnaht mit hohler Oberfläche		
<b>Zusammengesetzte Symbole</b>			Kehlnaht mit kerbfreiem Nahtübergang (gegebenenfalls bearbeitet)		
DY-Naht (Doppel-Y-Naht)			Flache V-Naht von der oberen Werkstückfläche durch zusätzliche Bearbeitung eingeebnet		
DHY-Naht (Doppel-HY-Naht, K-Stegnaht)					

**Nahtsymbole für Stumpf- und Ecknähte** Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl von Schweißnahtsymbolen für Stumpf- und Ecknähte nach DIN EN 2553:2019, wie sie für die Darstellung in Zeichnungen verwendet werden.

Symbol der Nahtart	Nahtform (Schnitt)	Symbolische Darstellung in Zeichnungen	Name	Symbol der Nahtart	Nahtform (Schnitt)	Symbolische Darstellung in Zeichnungen	Name
<b>Stumpfnähte</b>				<b>Ecknähte und Kehlnähte</b>			
			I-Naht				Kehlnaht
V			V-Naht				Doppelkehlnaht
			HV-Naht				Flachnaht
K			DHV-Naht oder K-Naht				Wölbnaht
			U-Naht				Hohlnaht
			DV-Naht oder X-Naht				Ecknaht (äußere Kehlnaht, hier als Wölbnaht ausgeführt)

## Angabe von Oberflächenbeschaffenheit und Rauheitskenngrößen in Zeichnungen

### Oberflächenbeschaffenheit

Die Angabe der profilhaften Oberflächenbeschaffenheit in der technischen Produktdokumentation (TPD) erfolgt mit Hilfe von grafischen Symbolen und ist in der Normenreihe DIN EN ISO 21920-1, 2 und 3:2022 geregelt.

Oberflächen an Werkstücken, die roh (unbearbeitet) bleiben sollen, das heißt so, wie sie sich durch die Herstellungsverfahren beim Walzen, Schmieden, Gießen, autogenen Trennen und so weiter ergeben, erhalten kein Oberflächenzeichen.




Angaben zur Oberflächenbeschaffenheit werden dann erforderlich, wenn höhere Ansprüche an die Qualität der Oberfläche bestehen. Die geforderte Oberflächengüte kann dann durch spanlose oder spanende Fertigungsverfahren erreicht werden.

Zur Erfassung der Oberflächenbeschaffenheit sind verschiedene Oberflächen-Kenngrößen definiert, siehe Abschnitt Rauheitsprofil-Kenngrößen, Seite 396.

Die bei verschiedenen Fertigungsverfahren erzielbaren Werte der Oberflächen-Kenngröße Ra sind in Abschnitt Erreichbare Mittenrauwerte, Seite 402, zusammengestellt. Die Werte basieren auf dem ehemals gültigen Default (Anwendung der 16%-Regel) und der ehemals angewendeten Messpraxis (Oberflächenunvollkommenheiten wurden beim Messen nicht berücksichtigt).

### Grafische Symbole ohne Angaben

Anforderungen an die profilhafte Oberflächenbeschaffenheit werden in der TPD mit den folgenden grafischen Symbolen dargestellt:

Grafisches Symbol	Erläuterung
	<b>Grundsymbol</b> alle Fertigungsprozesse zulässig
	<b>erweitertes Symbol</b> Oberfläche muss materialabtrennend bearbeitet werden
	<b>erweitertes Symbol</b> Oberfläche darf nicht materialabtrennend bearbeitet werden oder verbleibt im Anlieferungszustand

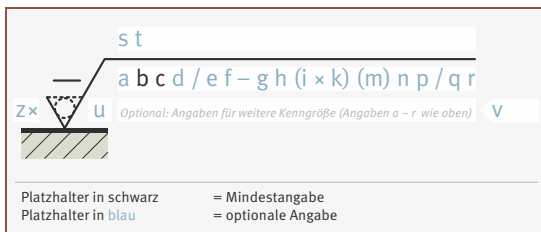
**Toleranzakzeptanzregeln** Die Anwendung der Toleranzgrenzen auf die Messwerte der Kenngrößen ist in den Toleranzakzeptanzregeln festgelegt:

Toleranzakzeptanzregel	Erläuterung
Tmax	kein Messwert darf den Höchstwert überschreiten; die Höchstwert-Toleranzakzeptanzregel ist der Default
T16%	höchstens 16 % aller Messwerte dürfen die Toleranzgrenze verletzen
Tmed	der Medianwert aller Messwerte muss erfüllt werden

**Angaben am Symbol** Wird die Rauheit der Oberfläche vorgeschrieben oder sind weitere Angaben zur Beschichtung, zum Fertigungsverfahren oder zur Oberflächenstruktur (Rillenrichtung) nötig, wird der Querstrich des grafischen Symbols oben rechts erweitert.

Die möglichen zusätzlichen Anforderungen a-z werden wie in Bild 24 am Symbol positioniert und sind in der anschließenden Tabelle erläutert. Die Buchstaben a bis z symbolisieren Platzhalter für optionale Angaben. Diese können angegeben werden, falls sie vom Default oder einer zusätzlichen Anforderung abweichen. Die Platzhalter b und c sind Pflichtangaben.

**Bild 24**  
Lage der Angaben  
am Symbol



Angabe	Art der Angabe
a	Toleranztyp
b	Symbol für R-Kenngröße, P-Kenngröße oder W-Kenngröße
c	Toleranzgrenzwert der Kenngröße der profilhaften Oberflächenbeschaffenheit
d	Toleranzakzeptanzregel
e	Typ des Profil-S-Filters
f	Nesting-Index des Profil-S-Filters
g	Typ des Profil-L-Filters (Angabe nur für R-Kenngrößen sinnvoll)

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 383.



Fortsetzung der Tabelle Angaben am Symbol von Seite 382.

Angabe	Art der Angabe
h	Nesting-Index des Profil-L-Filters (Angabe nur für R-Kenngrößen sinnvoll)
i	Abschnittlänge (nur bei Angabe der Abschnittlängen-R-/P-/W-Kenngrößen sinnvoll)
k	Anzahl Abschnitte (nur bei Angabe der Abschnittlängen-R-/P-/W-Kenngrößen sinnvoll)
m	Auswertelänge (nur bei Angabe der Auswertelängen-R-/P-/W-Kenngrößen sinnvoll)
n	Assoziationsverfahren und Element des Profil-F-Operators
p	Nesting-Index des Profil-F-Operators
q	Verfahren der Profilerfassung
r	Platzhalter für das OR(n)-Symbol für andere Anforderungen
s	Fertigungsprozess
t	Oberflächenrillen und Richtung der Bearbeitungsspuren
u	Profilrichtung im Verhältnis zu den Oberflächenrillen
v	Schnittebenenindikator für spezifizierte Profilrichtung
z	Anzahl identischer Spezifikationen

Ob für die einzelnen Platzhalter im Mittelteil g bis m des Oberflächen-symbols Angaben gemacht werden, hängt vom Kenngrößentyp und Längentyp ab:

- Auswertelängen bei R-/P-/W-Kenngrößen
- Abschnittlängen bei R-/P-/W-Kenngrößen

Werte und Einstellungen, die nicht explizit am Symbol spezifiziert sind, sind durch die Defaults in ISO 21920-3:2021 definiert. Sie werden anhand der spezifizierten Kenngröße mit Toleranztyp und Toleranzgrenze den Tabellen entnommen.

**Vorzugskenngößen** Bei der Angabe von Rauheitsmaßen in der Zeichnung ist zu beachten, dass vor allem die Vorzugskenngößen für Mittenrauwerte verwendet werden.

Die Vorzugskenngößen für Ra und Rz lauten:

Ra	0,025	0,05	0,1	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2	6,3	12,5	25	50
Rz	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2	6,3	12,5	25	50	100	200	200

**Angabe der Rillenrichtung mit Bezug**

Um die Richtung von Rillen in Bezug zu einem Geometrieelement festzulegen, werden folgende Symbole an Position „t“ des Oberflächensymbols ergänzt, siehe Bild 24, Seite 382:

Symbol	Beispiel	Erläuterung
=		■ parallel zu der Richtung, die durch den Schnittebenenindikator und den dazugehörigen Bezug auf ein Geometrieelement vorgegeben ist
⊥		■ senkrecht zu der Richtung, die durch den Schnittebenenindikator und den dazugehörigen Bezug auf ein Geometrieelement vorgegeben ist
X		■ gekreuzt in zwei Richtungen, in 45° geneigt zu der Richtung, die durch den Schnittebenenindikator und den dazugehörigen Bezug auf ein Geometrieelement vorgegeben ist

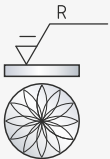
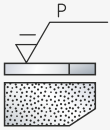
**Richtung von Rillen ohne Bezug**

Um die Richtung von Rillen ohne einen Bezug festzulegen, werden folgende Symbole an Position „t“ des Oberflächensymbols ergänzt, siehe Bild 24, Seite 382:

Symbol	Beispiel	Erläuterung
M		■ viele Richtungen
C		■ annähernd zentrisch zum Mittelpunkt der Oberfläche, zu der das Symbol gehört





Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 385.

Fortsetzung der Tabelle Angaben am Symbol von Seite 384.

Symbol	Beispiel	Erläuterung
R		■ annähernd radial zum Mittelpunkt der Oberfläche, zu der das Symbol gehört
P		■ nichttrillige Oberfläche, ungerichtet oder muldig




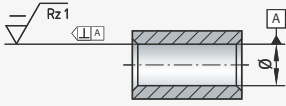
**Angabe der Profiltrichtung**

Um die Richtung des Profils festzulegen, werden folgende Symbole an Position „u“ des Oberflächensymbols ergänzt, siehe Bild 24, Seite 382:

Symbol	Erläuterung
	Profilrichtung senkrecht zur vorherrschenden Richtung
	Profilrichtung parallel zur vorherrschenden Richtung
	Profilrichtung unter einem Winkel zur vorherrschenden Richtung ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ). Der Winkel wird nach dem Symbol angegeben.
	Profilrichtung kreisförmig zum Mittelpunkt der Oberfläche, für die das Symbol gilt

**Angabe der Profiltrichtung in Bezug auf ein Geometrielement**

Um die Profiltrichtung über einen Schnittebenenindikator am Oberflächensymbol mit Bezugnahme auf ein Geometrielement festzulegen, werden folgende Symbole an Position „v“ des Oberflächensymbols ergänzt, siehe Bild 24, Seite 382:

Symbol	Beispiel, Erläuterung
  	 <p>Spezifizierte Profiltrichtung durch Schnittebenenindikator am Oberflächensymbol festgelegt. In der Zeichnung benötigt man außerdem den Bezug auf ein Geometrielement.</p>

**Oberflächensymbole** Die folgenden Tabellen zeigen einige Beispiele zu den Oberflächensymbolen und ihre Bedeutung oder Anwendung.

**Beispiel 1:**

$4x \sqrt{\text{Ra } 6,3 \text{ T16\%}}$		
Angabe <sup>1)</sup>	Art der Angabe	Angabe, Erläuterung
<b>Angaben am Symbol</b>		
	grafisches Symbol	profilhafte Oberflächenbeschaffenheit, beliebiges Fertigungsverfahren
b	Ra	R-Kenngröße: Ra
c	6,3	Toleranzgrenzwert: 6,3 µm, führt zu den relevanten Default-Einstellungen nach ISO 21920-3:2021, Tabelle 3
d	Toleranzakzeptanzregel	16%-Regel
z	4x	Anzahl identischer Spezifikationen: 4
<b>Angewandte Defaults nach ISO 21920-3:2021, Tabelle 1 und Tabelle 3</b>		
a	Toleranztyp	obere Toleranzgrenze
e	Typ des Profil-S-Filters	Gauß-Filter nach ISO 16610-21
f	Nesting-Index des Profil-S-Filters $N_{IS}$	8 µm mit maximalem Abtastabstand 1,5 µm
g	Typ des Profil-L-Filters	Gauß-Filter nach ISO 16610-21
h	Nesting-Index des Profil-L-Filters $N_{IC}$	2,5 mm
i	Abschnittlänge $l_{SC}$	2,5 mm
k	Anzahl Abschnitte $n_{SC}$	5
m	Auswertelänge $l_e$	12,5 mm
n	Assoziationsverfahren und Element des Profil-F-Operators	Assoziation und Entfernen des festgelegten Formelements mit dem insgesamt kleinsten Abweichungsquadrat
p	Nesting-Index des Profil-F-Operators	nicht benötigt
q	Verfahren der Profilerfassung	mechanisches Profil
r	andere Anforderungen (OR(n))	keine weiteren Anforderungen
s	Fertigungsprozess	keine Anforderung
t	Oberflächenrillen und Richtung der Bearbeitungsspuren	keine Anforderung
u	Profilrichtung	rechtwinklig zu den Oberflächenrillen
v	Schnittebenenindikator für spezifizierte Profilrichtung	keine Anforderung


<sup>1)</sup> Lage der Angaben am Symbol, siehe Bild 24, Seite 382.

Beispiel 2:

Angabe <sup>1)</sup>	Art der Angabe	Angabe, Erläuterung
<b>Angaben am Symbol</b>		
	grafisches Symbol	profilhafte Oberflächenbeschaffenheit, Material muss abgetragen werden
b	Rz	R-Kenngröße: Rz
c	6,3	Toleranzgrenzwert: 6,3 µm, führt zu den relevanten Default-Einstellungen nach ISO 21920-3:2021, Tabelle 3
d	Toleranzakzeptanzregel	16%-Regel
g	Typ des Profil-L-Filters	Splinefilter
h	Nesting-Index des Profil-L-Filters $N_{lc}$	0,25 mm
i	Abschnittlänge $l_{sc}$	0,8 mm
k	Anzahl Abschnitte $n_{sc}$	3
s	geschliffen	Fertigungsverfahren Schleifen
t		Oberflächenrillen und Richtung der Bearbeitungsspuren senkrecht zur Richtung, die durch Schnitt-ebenenindikator und Bezug vorgegeben ist
u		Profilrichtung parallel zu den Oberflächenrillen
<b>Angewandte Defaults nach ISO 21920-3:2021, Tabelle 1 und Tabelle 3</b>		
a	Toleranztyp	obere Toleranzgrenze
e	Typ des Profil-S-Filters	Gauß-Filter nach ISO 16610-21
f	Nesting-Index des Profil-S-Filters $N_{ls}$	2,5 µm mit maximalem Abtastabstand 0,5 µm
n	Assoziationsverfahren und Element des Profil-F-Operators	Assoziation und Entfernen des festgelegten Formelements mit dem insgesamt kleinsten Abweichungsquadrat
p	Nesting-Index des Profil-F-Operators	nicht benötigt
q	Verfahren der Profilerfassung	mechanisches Profil
r	andere Anforderungen (OR(n))	keine weiteren Anforderungen
v	Schnittebenenindikator für spezifizierte Profilrichtung	keine Anforderung
z	Anzahl identischer Spezifikationen	nicht benötigt

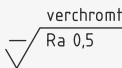
<sup>1)</sup> Lage der Angaben am Symbol, siehe Bild 24, Seite 382.

Beispiel 3:

		
Angabe <sup>1)</sup>	Art der Angabe	Angabe, Erläuterung
<b>Angaben am Symbol</b>		
	grafisches Symbol	profilhafte Oberflächenbeschaffenheit, beliebiges Fertigungsverfahren
b	Pt	P-Kenngröße: Pt
c	60	Toleranzgrenzwert: 60 µm, führt zu den relevanten Default-Einstellungen nach ISO 21920-3:2021, Tabelle 6
<b>Angewandte Defaults nach ISO 21920-3:2021, Tabelle 1 und Tabelle 6</b>		
a	Toleranztyp	obere Toleranzgrenze
d	Toleranzakzeptanzregel	Höchstwert-Regel
e	Typ des Profil-S-Filters	Gauß-Filter nach ISO 16610-21
f	Nesting-Index des Profil-S-Filters $N_{IS}$	8 µm mit maximalem Abtastabstand 1,5 µm
m	Auswertelänge $l_e$	Länge des zu bewertenden Geometrieelementes
n	Assoziationsverfahren und Element des Profil-F-Operators	Assoziation und Entfernen des festgelegten Formelements mit dem insgesamt kleinsten Abweichungsquadrat
q	Verfahren der Profilerfassung	mechanisches Profil
r	andere Anforderungen (OR(n))	keine weiteren Anforderungen
s	Fertigungsprozess	keine Anforderung
t	Oberflächenrillen und Richtung der Bearbeitungsspuren	keine Anforderung
u	Profilrichtung	rechtwinklig zu den Oberflächenrillen
v	Schnittebenenindikator für spezifizierte Profilrichtung	keine Anforderung
z	Anzahl identischer Spezifikationen	nicht benötigt

<sup>1)</sup> Lage der Angaben am Symbol, siehe Bild 24, Seite 382.

Beispiel 4:

		
Angabe <sup>1)</sup>	Art der Angabe	Angabe, Erläuterung
<b>Angaben am Symbol</b>		
	grafisches Symbol	profilhafte Oberflächenbeschaffenheit, beliebiges Fertigungsverfahren
b	Ra	R-Kenngröße: Ra
c	0,5	Toleranzgrenzwert: 0,5 µm, führt zu den relevanten Default-Einstellungen nach ISO 21920-3:2021, Tabelle 3
s	Fertigungsprozess	Oberfläche verchromt
<b>Angewandte Defaults nach ISO 21920-3:2021, Tabelle 1 und Tabelle 3</b>		
a	Toleranztyp	obere Toleranzgrenze
d	Toleranzakzeptanzregel	Höchstwert-Regel
e	Typ des Profil-S-Filters	Gauß-Filter nach ISO 16610-21
f	Nesting-Index des Profil-S-Filters $N_{IS}$	2,5 µm mit maximalem Abtastabstand 0,5 µm
g	Typ des Profil-L-Filters	Gauß-Filter nach ISO 16610-21
h	Nesting-Index des Profil-L-Filters $N_{IC}$	0,8 mm
i	Abschnittlänge $l_{sc}$	0,8 mm
k	Anzahl Abschnitte $n_{sc}$	5
m	Auswertelänge $l_e$	4 mm
n	Assoziationsverfahren und Element des Profil-F-Operators	Assoziation und Entfernen des festgelegten Formelements mit dem insgesamt kleinsten Abweichungsquadrat
p	Nesting-Index des Profil-F-Operators	nicht benötigt
q	Verfahren der Profilerfassung	mechanisches Profil
r	andere Anforderungen (OR(n))	keine weiteren Anforderungen
t	Oberflächenrillen und Richtung der Bearbeitungsspuren	keine Anforderung
u	Profilrichtung	rechtwinklig zu den Oberflächenrillen
v	Schnittebenenindikator für spezifizierte Profilrichtung	keine Anforderung
z	Anzahl identischer Spezifikationen	nicht benötigt

<sup>1)</sup> Lage der Angaben am Symbol, siehe Bild 24, Seite 382.

Beispiel 5:

Angabe <sup>1)</sup>	Art der Angabe	Angabe, Erläuterung
<b>Angaben am Symbol</b>		
	grafisches Symbol	profilhafte Oberflächenbeschaffenheit, Material muss abgetragen werden
a	Toleranztyp	zweiseitige Toleranzgrenzen
b	Ra	R-Kenngröße: Ra
c obere Zeile	3; U	oberer Toleranzgrenzwert: 3 µm
c untere Zeile	0,5; L	unterer Toleranzgrenzwert: 0,5 µm
2 Zeilen	Angaben U und L	zweiseitige Toleranzgrenzen, Toleranzmitte $C = (U + L)/2 = (3 + 0,5) \mu\text{m}/2 = 1,75 \mu\text{m}$ , führt zu den relevanten Default-Einstellungen nach ISO 21920-3:2021, Tabelle 4
<b>Angewandte Defaults nach ISO 21920-3:2021, Tabelle 1 und Tabelle 4</b>		
d	Toleranzakzeptanzregel	Höchstwert-Regel
e	Typ des Profil-S-Filters	Gauß-Filter nach ISO 16610-21
f	Nesting-Index des Profil-S-Filters $N_{IS}$	8 µm mit maximalem Abtastabstand 1,5 µm
g	Typ des Profil-L-Filters	Gauß-Filter nach ISO 16610-21
h	Nesting-Index des Profil-L-Filters $N_{IL}$	2,5 mm
i	Abschnittlänge $l_{sc}$	2,5 mm
k	Anzahl Abschnitte $n_{sc}$	5
m	Auswertelänge $l_e$	12,5 mm
n	Assoziationsverfahren und Element des Profil-F-Operators	Assoziation und Entfernen des festgelegten Formelements mit dem insgesamt kleinsten Abweichungsquadrat
p	Nesting-Index des Profil-F-Operators	nicht benötigt
q	Verfahren der Profilerfassung	mechanisches Profil
r	andere Anforderungen (OR(n))	keine weiteren Anforderungen
s	Fertigungsprozess	keine Anforderung
t	Oberflächenrillen und Richtung der Bearbeitungsspuren	keine Anforderung
u	Profilrichtung	rechtwinklig zu den Oberflächenrillen
v	Schnittebenenindikator für spezifizierte Profilrichtung	keine Anforderung
z	Anzahl identischer Spezifikationen	nicht benötigt

<sup>1)</sup> Lage der Angaben am Symbol, siehe Bild 24, Seite 382.



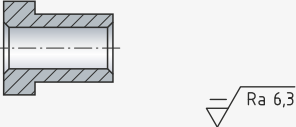
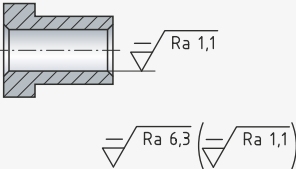
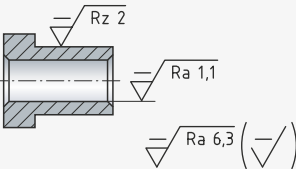
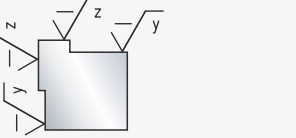
## Anordnung der Symbole

In der Zeichnung werden die Symbole folgendermaßen angeordnet:

Zeichnung	Anwendungsfall
	<p>Anordnung, allgemeine Regeln:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Symbole müssen von rechts oder von unten gelesen werden können.</li> <li>■ Symbole sind direkt auf der Oberfläche oder mittels Bezugs- oder Hinweislinien sowie Maßpfeil mit dieser verbunden.</li> <li>■ Symbole dürfen auch auf dem Toleranzrahmen für geometrische Toleranzen platziert werden.</li> <li>■ Oberflächenangabe kann zusammen mit Maßangabe erfolgen, wenn keine Fehlinterpretation möglich ist.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ zylindrische und prismatische Oberflächen</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ an einem dreidimensionalen Modell</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ (Angabe) identischer Spezifikationen</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ begrenzter Teil eines Geometrielements</li> </ul>

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 392.

Fortsetzung der Tabelle Anordnung der Symbole von Seite 391.

Zeichnung	Anwendungsfall
	<ul style="list-style-type: none"> <li>vereinfachte Zeichnungseintragung bei gleicher Oberflächenbeschaffenheit</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>vereinfachte Zeichnungseintragung bei überwiegend gleicher Oberflächenbeschaffenheit</li> </ul>
	
 <p data-bbox="370 1020 674 1063"> <math>\sqrt{y} = \sqrt{Rk\ 0,3 - RG\ 0,4\ (6)}</math> </p> <p data-bbox="370 1078 674 1121"> <math>\sqrt{z} = \sqrt{Ra\ 1,1}</math> </p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>vereinfachte Zeichnungseintragung bei gleicher Oberflächenbeschaffenheit an mehreren Einzelflächen</li> </ul>

### Oberflächen- Kenngrößen

Zur Beschreibung der Oberflächenbeschaffenheit werden geometrische Kenngrößen definiert (DIN EN ISO 21920-2:2022):

- R-Kenngrößen (beziehen sich auf Rauheitsprofil)
- W-Kenngrößen (beziehen sich auf Welligkeitsprofil)
- P-Kenngrößen (beziehen sich auf Primärprofil)

Die Beschaffenheit einer Oberfläche wird nach dem genormten Tastschnittverfahren gemessen (DIN EN ISO 3274:1998). Es wird nicht zwischen periodischen und nichtperiodischen Profilen unterschieden.

Die im Zusammenhang mit der Messung und Erfassung der Oberflächen-Kenngrößen verwendeten Begriffe sind in der folgenden Tabelle erläutert.

Begriff	Definition nach ISO 21920 und weiteren Normen
Abschnittanzahl $n_{sc}$	Anzahl der Abschnittlängen zur Ermittlung der Abschnittlängen-kenngrößen (zum Beispiel Rz, Rp, Rv). Frühere Bezeichnung: Anzahl der Einzelmessstrecken
Abschnittlänge $l_{sc}$	Länge in der Richtung der x-Achse, die verwendet wird, um Abschnittlängen-kenngrößen zu erhalten. Abschnittlängen-kenngrößen wie zum Beispiel Rz, Rp, Rv werden über mehrere, aufeinanderfolgende Abschnitte der Länge $l_{sc}$ ausgewertet. Frühere Bezeichnung: Einzelmessstrecke $l_r$ , $l_w$ , $l_p$
Auswertelänge $l_e$	Länge in Richtung der x-Achse, die zur Ermittlung der geometrischen Strukturen verwendet wird, die das skalenbegrenzte Profil beschreiben. Die Verfahrestrecke ist länger als die Auswertelänge. Die meisten Kenngrößen werden über die Auswertelänge $l_e$ definiert, Ausnahmen sind zum Beispiel Rz, Rp, Rv. Frühere Bezeichnung: Messstrecke $l_n$
Einstellungs- klasse $Sc_n$	Bezeichner zur Ermittlung von Default-Einstellungen. War früher nicht festgelegt.
F-Operation	Operation, die Formanteile entfernt. Frühere Definition: Profilfilter $\lambda_f$
L-Filter	Filter, das langwellige Anteile entfernt (Hochpass). Für Rauheitskennwerte entfernt das „ $N_{ic}$ -Filter“ langwellige Anteile, die nicht zum R-Profil gehören. Frühere Definition: Profilfilter $\lambda_c$ : Gauß-Filter nach ISO 11562 mit Ausnahmen
mechanische Oberfläche	Begrenzung der mathematischen Erosion des geometrischen Orts des Mittelpunkts einer idealen Tastkugel mit Radius $r$ , welche über die reale Werkstückoberfläche gerollt wird, durch eine Kugel, welche ebenfalls den Radius $r$ besitzt.
mechanisches Profil	Begrenzung der mathematischen Erosion des geometrischen Orts des Mittelpunkts einer idealen Tastkugel mit Radius $r$ , welche entlang einer Spur über die reale Werkstückoberfläche gerollt wird, durch eine Kreisscheibe, welche ebenfalls den Radius $r$ besitzt.

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 394.

Fortsetzung der Tabelle Oberflächen-Kenngrößen von Seite 393.

Begriff	Definition nach ISO 21920 und weiteren Normen
Nesting-Index $N_{is}$ , $N_{ic}$ , $N_{if}$	Numerischer Wert des Filters, das ein Profil in langwellige und kurzwellige Komponenten trennt. Frühere Bezeichnung: Grenzwellenlänge $\lambda_s$ , $\lambda_c$ , $\lambda_f$
Nesting-Index $N_{is}$	$N_{is}$ entfernt für Rauheitskennwerte sehr kurzwellige Anteile, die nicht zum R-Profil gehören. Frühere Definition: Grenzwellenlänge $\lambda_s$
Nesting-Index $N_{ic}$	Filter, das den Übergang von der Rauheit zur Welligkeit festlegt. $N_{ic}$ entfernt für Rauheitskennwerte langwellige Anteile, die nicht zum R-Profil gehören. $N_{ic}$ entfernt für Welligkeitskennwerte kurzwellige Anteile, die zum R-Profil und nicht zum W-Profil gehören. Frühere Definition: Grenzwellenlänge $\lambda_c$ , cut-off
Nesting-Index $N_{if}$	Filter, das sich auf ein Nennformelement oder einen Filter bezieht.
Oberflächenunvollkommenheiten nach DIN EN ISO 8785	Die Verifikation ist an dem Ort der Oberfläche vorzunehmen, an dem die Höchstwerte zu erwarten sind. Im Default-Fall sind Oberflächenunvollkommenheiten, zum Beispiel Kratzer, Poren, Lunker, in die Verifikation mit einzubeziehen. Frühere Praxis: Oberflächenunvollkommenheiten wurden bei der Ermittlung der Oberfläche ausgenommen, ISO 4288:1989.
Ordinatenwert $z(x)$	Höhe des gemessenen Profils an beliebiger Position $x$ . Höhen gelten als negativ, wenn Ordinaten unterhalb der x-Achse (Mittellinie) liegen.
primäres Oberflächenprofil	Oberflächenprofilspur, erzeugt mit definiertem Nesting-Index $N_{is}$ (dem sogenannten „morphologischen Filter“) aus der mechanischen Oberfläche (Default), der elektromagnetischen Oberfläche oder der zusätzlichen Oberfläche.
Primärprofil P-Profil	Skalenbegrenztes Profil, entstanden aus dem primären Oberflächenprofil durch Anwendung einer Profil-F-Operation mit einem Nesting-Index $N_{if}$ . Das Primärprofil ist die Grundlage für die Bewertung der P-Kenngrößen.
Profilelement	Hügel gefolgt von einem Tal, oder Tal gefolgt von einem Hügel mit den Abmessungen: ■ $Z_{ph}$ Spitzenhöhe ■ $Z_{vd}$ Talsohlentiefe ■ $Z_t$ Profilelementhöhe ■ $X_s$ Profilelementabstände
Profilposition	Ort, an dem die Höchstwerte zu erwarten sind, wobei Oberflächenunvollkommenheiten eingeschlossen sind. Frühere Praxis: Unvollkommenheiten (zum Beispiel Kratzer, Poren) wurden bei der Verifikation ausgenommen.

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 395.

Fortsetzung der Tabelle Oberflächen-Kenngrößen von Seite 394.

Begriff	Definition nach ISO 21920 und weiteren Normen
Rauheitsprofil R-Profil	Skalenbegrenzttes Profil, entstanden aus dem Primärprofil durch Anwendung eines spezifischen Profil-L-Filters mit einem Nesting-Index $N_{Ic}$ . Das Rauheitsprofil ist die Grundlage für die Bewertung der R-Kenngrößen.
S-Filter	Filter, das kurzwellige Anteile entfernt (Tiefpass). Für Rauheitskennwerte entfernt das „ $N_{Ic}$ -Filter“ sehr kurzwellige Anteile, die nicht zum R-Profil gehören. Für Welligkeitskennwerte entfernt das „ $N_{Ic}$ -Filter“ kurzwellige Anteile, die zum R-Profil und nicht zum W-Profil gehören. Frühere Definition: Profilfilter $\lambda_s$ : Gauß-Filter nach ISO 11562
skalenbegrenzttes Profil	Profilstrukturskalenanteile zwischen festgelegten Nesting-Indizes. Ein Profil ist skalenbegrenzt, sobald ein Profilfilter mit einem festgelegten Nesting-Index angewandt wurde.
Spezifikation der Kennwerte	Regelwerte basieren auf der Zeichnungseintragung. Frühere Praxis: Die Auswahl der Defaultwerte war abhängig vom Werkstück.
Tastschnitt	Ermittlung der Oberflächenbeschaffenheit nach dem Tastschnittverfahren
Taststrecke $l_t$	Strecke, die das Tastsystem zur Erfassung des ertasteten Profils insgesamt zurücklegt. Sie summiert sich aus Vorlaufstrecke (dient dem Einschwingen des Filters), Auswertlänge $l_e$ und Nachlaufstrecke (dient dem Ausschwingen des Filters).
Toleranzakzeptanzregel	Festlegung, wie die Toleranzgrenzen auf die Messwerte der Kenngrößen angewandt werden. Default ist die Höchstwert-Toleranzakzeptanzregel. Frühere Praxis: 16%-Regel
16%-Toleranzakzeptanzregel T16%	Anwendung der 16%-Toleranzakzeptanzregel muss explizit spezifiziert sein, wenn sie angewendet werden soll. Frühere Praxis: 16%-Regel war der Default, ohne selbst spezifiziert zu sein.
Welligkeitsprofil W-Profil	Skalenbegrenzttes Profil, entstanden aus dem Primärprofil durch Anwendung eines spezifischen Profil-S-Filters mit einem Nesting-Index $N_{Ic}$ . Das Welligkeitsprofil ist die Grundlage für die Bewertung der W-Kenngrößen.

**Rauheitsprofil-Kenngrößen** Rauheitsprofil-Kenngrößen (R-Kenngrößen) werden aus dem Rauheitsprofil berechnet, W-Kenngrößen aus dem Welligkeitsprofil und P-Kenngrößen aus dem Primärprofil.

**R-Kenngrößen** Eine Auswahl von R-Kenngrößen nach DIN EN ISO 21920-2:2022 ist in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Kenngröße		Definition	Mathematische Definition
Rp	mittlere Spitzenhöhe	Arithmetischer Mittelwert der größten Spitzenhöhen $Z_{phi}$ („peak heights“) jedes Profilabschnitts des Rauheitsprofils	$R_p = \frac{1}{n_{sc}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{sc}} \max_{j \in N_i} (Z_{ph,j})$
Rv	mittlere Talsohlentiefe	Arithmetischer Mittelwert der größten Talsohlentiefen $Z_{vdj}$ („pit depths“) jedes Profilabschnitts des Rauheitsprofils	$R_v = \frac{1}{n_{sc}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{sc}} \max_{j \in N_i} (Z_{vd,j})$
Rz	maximale Höhe des Profils	Arithmetischer Mittelwert aller Summen der je größten Spitzenhöhen und je größten Talsohlentiefen aus allen Abschnitten	$R_z = \frac{1}{n_{sc}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{sc}} \left( \max_{j \in N_{p,i}} (Z_{ph,j}) + \max_{k \in N_{v,i}} (Z_{vd,k}) \right)$
Rt	Gesamthöhe des Profils	Summe aus der Höhe der größten Profilspitze $Z_{phi}$ und der größten Tiefe der Profiltalsole $Z_{vdj}$ innerhalb der Auswertelänge $l_e$	$R_t = \max_{x \in X} (z(x)) - \min_{x \in X} (z(x))$ dabei ist $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq l_e\}$
Rpt	maximale Spitzenhöhe	Größte Spitzenhöhe $Z_{phi}$ des Rauheitsprofils innerhalb der Auswertelänge $l_e$	
Rvt	maximale Talsohlentiefe	Größte Talsohlentiefe $Z_{vdj}$ des Rauheitsprofils innerhalb der Auswertelänge $l_e$	
Rzx	maximale Höhe pro Abschnitt	Größte Differenz des höchsten und des tiefsten Profilwertes innerhalb eines Abschnitts der Länge $l$ , der längs der Auswertelänge $l_e$ geschoben wird.  DIN EN ISO 21920 definiert die neue Kenngröße Rzx als Nachfolge von Rmax. Bedeutung Rmax: maximale Rautiefe ist nur noch in VDA 2006 und ASME B46.1 definiert als größte Einzelrautiefe innerhalb der Auswertelänge $l_e$ .	–

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 398.

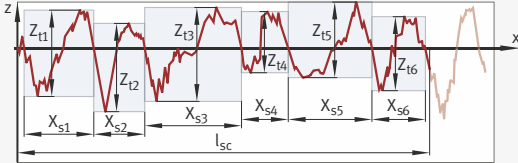
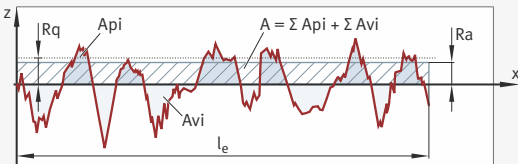
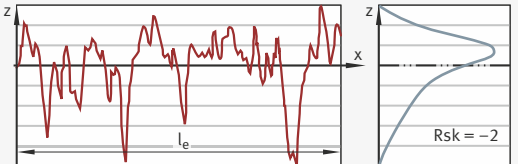
Aussage	Geometrische Darstellung
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ durch Ausreißer bestimmt</li> <li>■ keine Aussage über Profilform</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ <math>R_t</math> ist über die gesamte Auswertlänge <math>l_e</math> definiert, die größer ist als die Einzelmessstrecke. Daher gilt <math>R_t \geq R_{zx}</math></li> </ul>	
-	

Fortsetzung der Tabelle R-Kenngrößen von Seite 396.

Kenngröße		Definition	Mathematische Definition
Rc	mittlere Höhe der Profilelemente	Mittelwert der Höhe der Profilelemente $Z_t$ innerhalb einer Einzelmessstrecke	$R_c = \frac{1}{n_{pe}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{pe}} Z_{t,i}$ <p>dabei ist <math>n_{pe}</math> = Gesamtanzahl an Profilelementen</p>
Ra	arithmetischer Mittelwert der Höhe	Arithmetischer Mittelwert der Absolutwerte der Ordinatenwerte $z(x)$	$R_a = \frac{1}{l_e} \cdot \int_0^{l_e}  z(x)  dx$
Rq	quadratischer Mittelwert der Höhe	Quadratischer Mittelwert der Ordinatenwerte $z(x)$	$R_q = \sqrt{\frac{1}{l_e} \cdot \int_0^{l_e} z^2(x) dx}$
Rsk	Schiefe	Quotient aus der gemittelten dritten Potenz der Ordinatenwerte $z(x)$ und der dritten Potenz von $R_q$ innerhalb der Auswertelänge	$R_{sk} = \frac{1}{R_q^3} \cdot \frac{1}{l_e} \cdot \int_0^{l_e} z^3(x) dx$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 400.



Aussage	Geometrische Darstellung
-	
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ es lassen sich Oberflächen gleichen Charakters vergleichen</li> <li>■ reagiert „gutmütig“</li> <li>■ keine Aussage über Profilform</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Kennwert mit größerer statistischer Sicherheit als Ra</li> <li>■ keine Aussage über Profilform</li> </ul>	

Fortsetzung der Tabelle R-Kenngrößen von Seite 398.

Kenngröße		Definition	Mathematische Definition
Rku	Kurtosis	Quotient aus der gemittelten vierten Potenz der Ordinatenwerte $z(x)$ und der vierten Potenz von $Rq$ innerhalb der Auswertelänge	$Rku = \frac{1}{Rq^4} \cdot \frac{1}{l_e} \cdot \int_0^{l_e} z^4(x) dx$
Rmc(c)	Materialanteil	Quotient aus der Summe der Materiallängen der Profilelemente $Rml(c)$ in der vorgegebenen Schnitthöhe $c$ und der Auswertelänge $l_e$ . Ergibt Abbott-Firestone-Kurve, die den Materialanteil des Profils als Funktion der Schnitthöhe darstellt.	$Rmc(c) = \frac{Rml(c)}{l_e}$
Rmr(p, d <sub>c</sub> )	relativer Materialanteil	Materialanteil bei einer Schnitthöhe $c_p + d_c$ . Dabei ist $c_p$ der inverse Materialanteil bei einem Materialanteil $p$ und $d_c$ eine relative Schnitthöhe.	$Rmr(p, d_c) = Rmc(c_p + d_c)$ mit $c_p = Rcm(p)$ , i. d. R. $d_c < 0$
Rdc(p, q)	Materialanteil in Schnittlinienhöhe	Höhendifferenz zwischen zwei Schnittebenen eines gegebenen Materialanteils $p$ und $q$	$Rdc(p, q) = Rcm(q) - Rcm(p)$ mit $p \cong q$

Aussage	Geometrische Darstellung
-	
<p>■ integraler Wert, daher gute Beschreibung der Profilform möglich</p>	<p><math>Rml(c) = Rml_1 + Rml_2 + Rml_3 + Rml_4</math></p>

**Erreichbare Mittenrauwerte** Die Norm DIN 4766-2:1981 (nun ungültig, dennoch von hoher praktischer Relevanz) zeigt die erreichbaren Mittenrauwerte Ra für verschiedene Fertigungsverfahren.

Fertigungsverfahren		Erreichbare Mittenrauwerte Ra µm													
Hauptgruppe	Benennung	0,006	0,012	0,025	0,05	0,1	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2	6,3	12,5	25	50
Urformen <sup>1)</sup>	Sandformgießen <sup>2)</sup>														
	Formmaskengießen <sup>2)</sup>														
	Kokillengießen														
	Druckgießen														
Umformen	Feingießen														
	Gesekschmieden														
	Glattwalzen														
	Tiefziehen von Blechen														
	Fließpressen, Strangpressen														
	Prägen														
Trennen	Walzen von Formteilen														
	Schneiden														
	Längsdrehen														
	Plandrehen														
	Einstechdrehen														
	Hobeln														
	Stoßen														
	Schaben														
	Bohren														
	Aufbohren														
	Senken														
	Reiben														
	Umfangfräsen														
	Stirnfräsen														
	Räumen														
	Feilen														
	Rund-Längsschleifen														
	Rund-Planschleifen														
	Rund-Einsteichschleifen														
	Flach-Umfangschleifen														
	Flach-Stirnschleifen														
	Polierschleifen														
	Langhubhonen														
	Kurzhubhonen														
	Rundlappen														
Flachlappen															
Schwinglappen															
Polierlappen															
Strahlen															
Trommeln															
Brennschneiden															

<sup>1)</sup> Näheres siehe VDG-Merkblatt K 100; zu beziehen beim Verein Deutscher Gießereifachleute (VDG), Sohnstraße 70, 40237 Düsseldorf.

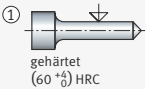
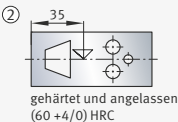

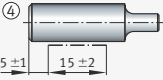

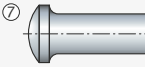
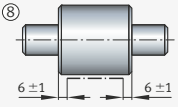
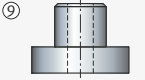
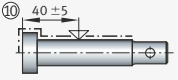
<sup>2)</sup> Bei diesem Gießverfahren muss bei Gussstücken bis 250 kg Stückgewicht mit Ra-Werten bis 125 µm gerechnet werden.

## Härteangaben in Zeichnungen nach DIN ISO 15787:2016

Die Zeichnung muss, neben den Angaben über den Werkstoff, den gewünschten Endzustand, zum Beispiel „gehärtet“, „randschichtgehärtet“ und angelassen“, „einsatzgehärtet“ oder „nitriert“, beschreiben und die notwendigen Angaben für die Oberflächenhärte<sup>1)</sup>, die Kernhärte<sup>1)</sup> und die Wärmebehandlungstiefe (SHD, CHD, NHD) enthalten.

### Beispiele für Härteangaben

Einige Beispiele für Härteangaben in Zeichnungen sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

Erläuterung	Beispiel
<b>Härten, Anlassen, Vergüten</b>	
<p>Angaben für die Wärmebehandlung des ganzen Teils durch Härten, Härten und Anlassen sowie Vergüten zeigen Bild ①, ② und ③: Neben der Wortangabe, zum Beispiel „gehärtet“, ist die Härteangabe stets mit einer oberen und unteren Grenzabweichung zu versehen. Bei der Angabe der Brinell-Härte in Bild ③ sind hinter der Abkürzung HBW der Kugeldurchmesser sowie die zugehörige Prüfkraft nach DIN EN ISO 6506 angegeben.</p>	<p>①  gehärtet (60 +4/-6) HRC</p> <p>②  gehärtet und angelassen (60 +4/0) HRC</p> <p>③  vergütet (350 ±25) HBW 2,5/187,5</p>
<b>Randschichthärten</b>	
<p>Die randschichtgehärteten Bereiche werden durch breite Strichpunktlinien außerhalb der Körperkanten gekennzeichnet, siehe Bild ④ und ⑤: In Bild ⑤ ist der Verlauf der Randschichthärtung im Zahn durch schmale Strichpunktlinien verdeutlicht und eine Messstelle ⑥ angegeben.</p>	<p>④  randschichtgehärtet (700 ±80) HV30 SHD 500 = 1,2 ±0,4</p> <p>⑤  randschichtgehärtet und ganzes Teil angelassen ⑥ (58 ±3) HRC SHD 475 = 1,5 ±0,5</p>
<b>Einsatzhärten</b>	
<p>Beim Einsatzhärten unterscheidet man:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ allseitige Einsatzhärtung, siehe Bild ⑦</li> <li>■ allseitige Einsatzhärtung mit unterschiedlicher Oberflächenhärte beziehungsweise Einsatzhärtungs-Härtetiefe</li> <li>■ stellenweise Einsatzhärtung, siehe Bild ⑧</li> </ul> <p>Bei stellenweise durchgeführter Einsatzhärtung wird der einsatzgehärtete Bereich durch breite Strichpunktlinien außerhalb der Körperkanten gekennzeichnet.</p>	<p>⑦  einsatzgehärtet und angelassen (62 ±2) HRC CHD = 1 ±0,2</p> <p>⑧  einsatzgehärtet und ganzes Teil angelassen (750 ±50) HV10 CHD = 0,4 ±0,1</p>
<b>Nitrierhärten</b>	
<p>Beim Nitrierhärten unterscheidet man:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Nitrierung des ganzen Teils, siehe Bild ⑨</li> <li>■ örtlich begrenzte Nitrierung, siehe Bild ⑩</li> </ul> <p>Bei örtlich begrenzter Nitrierung werden die Bereiche des Werkstücks, die nitriert werden müssen, durch breite Strichpunktlinien außerhalb der Körperkanten gekennzeichnet.</p>	<p>⑨  nitriert NHD HV0,3 = 0,12 ±0,2 ≅800 HV3</p> <p>⑩  nitriert NHD400 = 0,4 ±0,1 ≅900 HV10</p>

Quelle: DIN ISO 15787:2016

<sup>1)</sup> Siehe DIN EN ISO 6508-1:2006 Rockwellhärte; DIN EN ISO 6507-1:2006 Vickershärte; DIN EN ISO 6506-1:2006 Brinellhärte.

### Toleranzen und Passungen

#### Toleranzen – allgemeine Definition

##### Vergabe von Toleranzen

Eine absolut genaue Fertigung von Bauteilen auf das in der technischen Zeichnung angegebene Maß, das Nennmaß, ist aus herstellungstechnischen Gründen nicht möglich.

Allerdings kann bestimmt werden, wie groß maximal zulässige Abweichungen von diesen Nennmaßen sind. Diese Abweichungen werden als Abmaße oder Grenzabmaße bezeichnet. Auch Abweichungen von dargestellten geometrischen Formen, ihrer Lage oder ihrer Position können zugelassen beziehungsweise so eingeschränkt werden, dass die Funktion des Bauteils noch gewährleistet ist.

Um alle geforderten Maße und Gestalteeigenschaften eines Werkstücks im Hinblick auf die Herstellung hinreichend zu definieren, vergibt man Toleranzen, die in der technischen Zeichnung anzugeben sind.

##### Toleranzen in Zeichnungen

Es existieren verschiedene Arten von Geometrieabweichungen: Maß-, Form-, Orts-, Richtungs-, Lauf- und Oberflächenabweichungen. Diese müssen durch Toleranzangaben eingeschränkt werden.

In eine technische Zeichnung können Toleranzen eingetragen werden durch:

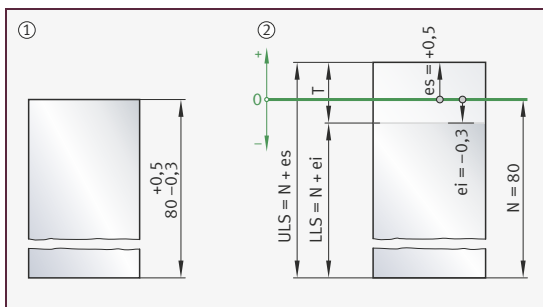
- Dimensionelle Tolerierung:  
Eintragung von Abmaßen für Längen- und Winkelmaße in Form von Werten hinter dem Nennmaß oder durch Angabe von zulässigem Höchst- und Mindestmaß
- Kurzzeichen der Toleranzklassen:  
Anwendung von Passungssystemen, nach ISO-Toleranzsystem für Längenmaße, ab Seite 425
- Geometrische Tolerierung:  
Kennzeichnung der zulässigen Abweichung von Form, Richtung, Ort oder Lauf mit Symbolen, ab Seite 451
- Tolerierungsgrundsatz:  
Globale und individuelle Angabe in der Zeichnung, ab Seite 464
- Allgemeintoleranzen:  
Globale Angabe von Toleranzen zur Vereinfachung von Zeichnungen, ab Seite 468

### Maßtoleranzen in Zeichnungen

#### Bild 1

Nennmaß, Grenzabmaße und Grenzmaße

- ① Zeichnung mit Längenmaß und Toleranz  
 ② Entsprechende Darstellung von Nennmaß, Grenzmaßen und Grenzabmaßen



### Begriffsdefinition

Für die Angabe von Maßen, Abmaßen und Toleranzen sind in der Norm DIN EN ISO 286-1:2019 folgende feste Begriffe definiert:

Benennung	Kurzzeichen	Bemerkung
Nennmaß	$N^{1)}$	Maß eines Geometrieelementes perfekter Form, wie durch die Spezifikation der Zeichnung festgelegt. Von diesem Maß werden mit Hilfe des oberen und des unteren Grenzabmaßes die Grenzmaße abgeleitet
Istmaß	$I^{1)}$	Maß des zugeordneten vollständigen Maßelements, wird durch Messung ermittelt
örtliches Istmaß	–	jedes beliebige, gemessene Maß in einem beliebigen Querschnitt eines Formelementes
Grenzmaß	–	extreme zugelassene Maße eines Maßelementes. Zwischen den beiden Grenzmaßen „Höchstmaß“ und „Mindestmaß“ darf das Istmaß eines Werkstücks liegen (Grenzmaße selbst eingeschlossen)
Höchstmaß	ULS	das größere zugelassene Maß der beiden Grenzmaße
Mindestmaß	LLS	das kleinere zugelassene Maß der beiden Grenzmaße
Grenzabmaß oberes	ES, es	ist gleich Höchstmaß minus Nennmaß (Bezeichnung ES für Bohrungen, es für Wellen)
unteres	EI, ei	ist gleich Mindestmaß minus Nennmaß (Bezeichnung EI für Bohrungen, ei für Wellen)
Toleranz	$T^{1)}$	ist gleich Höchstmaß minus Mindestmaß
Grundtoleranz	IT	internationale Toleranz; jede Toleranz im ISO-System für Toleranzen von Längenmaßen

<sup>1)</sup> Noch aus der Norm DIN 7182-1; in der Norm DIN EN ISO 286-1:2019 nicht mehr als Kurzzeichen definiert.

### Geometrische Produktspezifikation (ISO GPS)

**Konzept** Die Geometrische Produktspezifikation (ISO GPS) ist ein international anerkanntes Konzept, das alle unterschiedlichen Anforderungen an die Geometrie (insbesondere die Maße, die Form, die Lage und die Oberfläche eines Werkstücks beziehungsweise eines Bauteils) in deren Spezifikation definiert und alle damit verbundenen Prinzipien bezüglich Prüfung, verwendeten Messgeräten und deren Kalibrierung betrifft. Das Ergebnis gewährleistet eine optimale Funktion.

Im Masterplan von 1995 (ISO 14638) wurden für ISO GPS die ersten Vorgaben gemacht, dann seit 2010 in ISO 14405 die GPS-Symbole für dimensionelle Tolerierung definiert. Zusammen mit den Symbolen für geometrische Tolerierung nach ISO 1101, den Definitionen für Bezüge und Bezugssysteme nach ISO 5459 sowie weiteren GPS-Normen dienen die GPS-Symbole weltweit als gemeinsame „Sprache“. Sie ermöglichen eine präzise, eindeutige und detaillierte Angabe der technischen Anforderungen in technischen Zeichnungen oder am 3-D-Modell. Die in 2011 überarbeitete ISO 8015 legt die grundlegenden Konzepte, Prinzipien und Regeln fest, die für die Erstellung, Interpretation und Anwendung aller anderen internationalen Normen, technischen Spezifikationen und technischen Berichte gelten (soweit sie die Geometrische Produktspezifikation und -prüfung betreffen). In der Industrie werden seither technische Zeichnungen weltweit sukzessive nach GPS-Standard erstellt. Vor allem im amerikanischen Raum wird abweichend davon oftmals auf die Normen der ASME referenziert, insbesondere auf ASME Y14.5.

**Aspekte von ISO GPS** Wesentliche Aspekte von ISO GPS sind:

- Ziel: funktionsgerechte Spezifikation – die Spezifikation hat erheblichen Einfluss auf alle Phasen des Produktlebens und die Qualität von Produkten.
- Der Begriff „Zeichnung“ schließt das gesamte Paket von Dokumentationen zur Spezifikation des Werkstückes mit ein, zum Beispiel technische Zeichnung, 3-D-Modell, Produktdefinitionsdatensatz, Normen etc.
- Spezifikation und Verifikation: Die Spezifikation beschreibt das Produkt, und die Verifikation prüft die Umsetzung der Spezifikation am Werkstück mit Hilfe von Messungen.
- Am Eintrag „Linear size ISO 14405“ oder „ISO 8015“ im oder über dem Schriftfeld einer technischen Zeichnung ist zweifelsfrei die Spezifikation nach den GPS-Grundlagen zu erkennen. Damit gelten in der Regel alle Normen aus dem ISO GPS Normensystem.



- Um lineare Größenmaße exakt zu beschreiben, können Spezifikationsmodifikatoren nach DIN EN ISO 14405-1 genutzt werden. Sie definieren Größenmaßelemente zum Beispiel vom Typ „Zylinder“, „Kugel“ oder „zwei parallele gegenüberliegende Ebenen“ (siehe auch Abschnitt Größenmaße, Seite 417, und Tabellen Spezifikationsmodifikatoren für lineare Größenmaße, Seite 420, sowie Ergänzende Spezifikationsmodifikatoren für lineare Größenmaße, Seite 421).
- Um Winkelgrößenmaße exakt zu beschreiben, können Spezifikationsmodifikatoren nach DIN EN ISO 14405-3 genutzt werden. Sie definieren:
  - rotationssymmetrische Winkelgrößenmaßelemente: Kegel oder Kegelstumpf
  - prismatische Winkelgrößenmaßelemente: Keil (abgeschnitten oder nicht)
- Das Prinzip allgemeiner geometrischer und Größenmaßspezifikationen ist in DIN EN ISO 22081 festgelegt; ergänzend dazu bietet DIN 2769 Toleranzwerte.
- Wichtige Normen im GPS-Masterplan, die Produkte dimensionell und geometrisch spezifizieren und den Nachweis der Bauteileigenschaften regeln, sind:
  - ISO 8015: Grundlagen – Konzepte, Prinzipien und Regeln
  - ISO 14405-1: Dimensionelle Tolerierung – Lineare Größenmaße
  - ISO 14405-2: Dimensionelle Tolerierung – Andere als lineare Maße oder Winkelgrößenmaße
  - ISO 14405-3: Dimensionelle Tolerierung – Winkelgrößenmaße
  - ISO 1101: Geometrische Tolerierung – Form, Richtung, Ort und Lauf
  - ISO 5459: Geometrische Tolerierung – Bezüge und Bezugssysteme
  - ISO 2692: Geometrische Tolerierung – Maximum-Material-Bedingung (MMR), Minimum-Material-Bedingung (LMR) und Reziprozitätsbedingung (RPR)
  - ISO 5458: Geometrische Tolerierung – Elementgruppen und kombinierte geometrische Spezifikation
  - ISO 14638: GPS Matrix-Modell
  - ISO 22081: Geometrische Tolerierung – Allgemeine geometrische und Größenmaßspezifikationen
  - ISO 21920-1 bis 3: Oberflächenbeschaffenheit: Profile
  - ISO 25178-1 bis 3: Oberflächenbeschaffenheit: Flächenhaft
  - DIN EN ISO 21204: Spezifikation von Übergängen

### Vorteile von ISO GPS

Die Vorteile von ISO GPS gegenüber den bisherigen Standards sind:

- Eindeutigkeit von Werkstücken und Messmethoden:  
Durch den GPS-Standard kann der Konstrukteur Nenngeometrie, Dimensionen mit Toleranzen und Eigenschaften der Oberfläche eines Werkstückes eindeutig beschreiben.
- Spezifikation ist frei von Widersprüchen oder Ergänzungen, nicht mehr unterschiedlich interpretierbar, somit ist die Voraussetzung für Rechtssicherheit geschaffen.
- Es gelten weltweit einheitliche Standards für Maschinenbau, Automotive und Wälzlagerindustrie (keine Widersprüche und keine Redundanzen mehr).
- Einheitliche technische „Sprache“ steigert die Qualität und ermöglicht eine effizientere Zusammenarbeit im Unternehmen und global.
- ISO GPS ist die Grundlage für maschinenlesbare Spezifikationen und die modellbasierte Definition (MBD, model-based definition). Damit schafft ISO GPS die Voraussetzung für Industrie 4.0.
- Die Spezifikation und die Verifikation stehen innerhalb einer einzigen Spezifikation, zum Beispiel in der technischen Zeichnung, am 3-D-Modell oder im Produktdefinitionsdatensatz. Dabei ist die GPS-Spezifikation unabhängig von irgendeinem Messgerät oder Messverfahren. Sie schreibt nicht vor, wie gemessen bzw. geprüft werden soll (Messstrategie).

### Eindeutigkeit mit ISO GPS

Der größte Vorteil der GPS-Symbolik ist die Eindeutigkeit von Werkstücken und Messmethoden. Das fertige Werkstück im Montage- oder Funktionszusammenhang wird in der Spezifikation eindeutig dargestellt. Das war in der Vergangenheit nicht immer der Fall. Eine komplexe Produktionszeichnung konnte von verschiedenen Parteien unterschiedlich verstanden werden, siehe Bild 2.

Durch die Verwendung der GPS-Symbolik werden Fehlleistungen reduziert und sowohl die interne Kommunikation als auch der regionale und der internationale Austausch mit Lieferanten und Kunden vereinfacht. Nun sprechen Unternehmen global eine einheitliche technische Sprache, mit der die Anforderungen an das Werkstück so klar definiert sind, dass Missverständnisse und Fehlinterpretationen ausgeschlossen werden. Mit ISO GPS erhalten wir eine weltweit eindeutige Spezifikation.

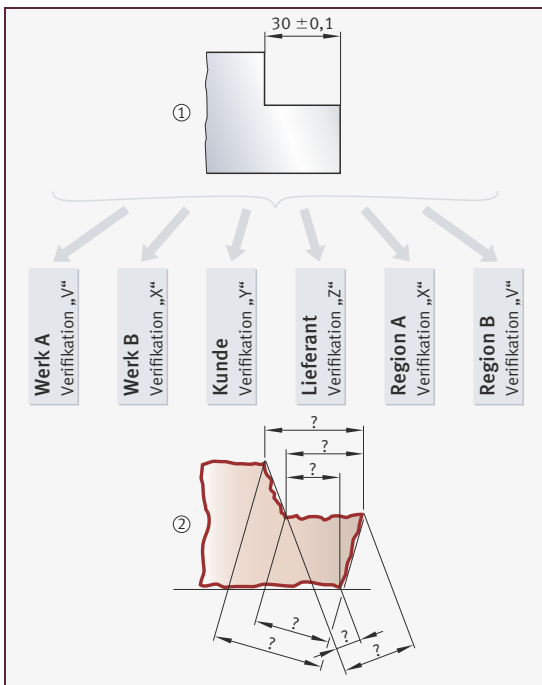
### ISO GPS am Beispiel linearer Abstand

Bild 2 zeigt ein Beispiel der DIN EN ISO 14405-2 für die Verwendung von Plus-Minus-Toleranzen bei einem Abstandsmaß, Teil ①. Diese Art der Angabe war früher allgemeine Praxis. Diese Spezifikationsangabe kann eine große Mehrdeutigkeit ergeben, siehe Bild 2 Teil ②.

**Bild 2**  
Ohne ISO GPS,  
mehrdeutige Lösung

Quelle:  
DIN EN ISO 14405-2

- ① Abstandsmaß mit symmetrischer Toleranzangabe
- ② Unterschiedliche Verifikationen möglich



Ausgehend von den Funktionsanforderungen des Produktes werden in Bild 3, Teil ① bis ③ Bezüge nach DIN EN ISO 5459, geometrische Toleranzen und ein Modifikator zur Kombination der Toleranzzonen nach DIN EN ISO 1101 angegeben. Die Bezüge repräsentieren die Einbausituation beim Kunden.

In Teil ① wird in Abhängigkeit von Bezug A im theoretisch exakten Abstand 30 die Position des integralen tolerierten Geometrieelementes spezifiziert, hier eine gerade Linie oder ebene Fläche.

In Teil ② wird in Abhängigkeit von Bezug A im theoretisch exakten Abstand 30 das Flächenprofil der ebenen Fläche spezifiziert. Die extrahierte Ebene muss zwischen zwei zur Bezugsebene A parallelen Flächen im Abstand 0,2 liegen.

Bei Teil ③ müssen im Unterschied zu Teil ① die beiden Toleranzzonen der Positionstoleranz im theoretisch exakten Abstand 30 zueinander in Ort und Richtung geprüft werden. Dabei verbindet der Modifikator CZ die beiden einzelnen zu einer kombinierten Zone.

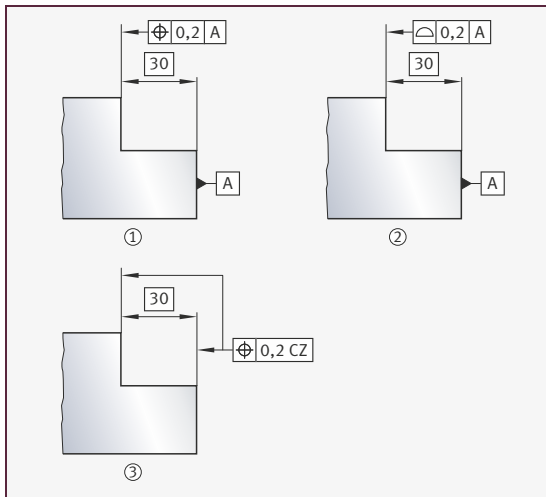
Jede dieser Angaben ist GPS-konform. Sie stellt eine eindeutige Spezifikation dar, deren Verifikation eindeutig umgesetzt werden kann.

### Bild 3

GPS-konform,  
eindeutiges  
Bemaßungskonzept

Quelle:  
DIN EN ISO 14405-2

- ① Mit Positionstoleranz
- ② Mit Flächenprofil-toleranz
- ③ Mit Positionstoleranz und kombinierter Zone



### ISO GPS bei Toleranzspezifikationen für Wälzlager – Beispiele

Die speziellen Toleranzspezifikationen für Wälzlager nach ISO GPS sind aufbauend auf DIN EN ISO 14405-1 und DIN EN ISO 8015 in den Wälzlager-normen ISO 492 und ISO 199 definiert. Anhand von Beispielen aus dem Wälzlagerbereich werden im Folgenden Veränderungen und Vorteile der Toleranzspezifikation mit ISO GPS gegenüber früherer Praxis gezeigt und die Bedeutung erklärt.

#### Lageraußenring, Abweichung des Durchmessers

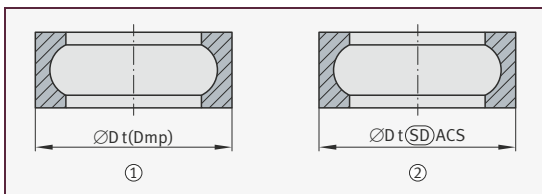
Bild 4 zeigt am Beispiel der Abweichung des Durchmessers eines Lageraußenrings die Unterschiede in der Darstellung ohne und mit ISO GPS.

Teil ① zeigt einen Außenring, der mit der Funktionssymbolik nach der Wälzlager-norm DIN ISO 1132-1 spezifiziert wurde. Der mittlere Außendurchmesser  $D_{mp}$  in einer Ebene ist angegeben. Ausgewertet wird der arithmetische Mittelwert aus dem größten und kleinsten in einer radialen Ebene feststellbaren Außendurchmesser, also  $(D_{max} + D_{min})/2$ .

Teil ② zeigt denselben Außenring mit Anwendung der GPS-Symbolik nach ISO 492. Der Modifikator  $(\overline{SD})$  angewendet auf den Außendurchmesser  $D$  bedeutet, es handelt sich um ein statistisch ermitteltes Maß. Ermittelt wird das Mittenmaß der Spannweite, das ist der arithmetische Mittelwert aus dem größten und dem kleinsten gemessenen Außendurchmesser,  $(D_{max} + D_{min})/2$ . Dies gilt in ACS (Any Cross Section), also in jeder beliebigen Ebene des Zylinders. Verzichtet wird in der Darstellung auf die explizite Angabe des Defaultmodifikators  $(LP)$  für das Zweipunktgrößenmaß nach DIN EN ISO 14405-1.

**Bild 4**  
Lageraußenring,  
Tolerierung  
des Durchmessers

- ① Ohne ISO GPS  
(vor 2011)
- ② Mit ISO GPS



Messmethode und Auswertestrategie sind zwar identisch, jedoch können mit den GPS-Angaben nun Messmethode und Auswertestrategie ohne spezielle Kenntnis der Wälzlager-normen verstanden werden.

#### Lagerinnenring, Geradheit der Stirnfläche

Bild 5, Seite 412, zeigt am Beispiel der Geradheit der Stirnfläche eines Lagerinnenrings die Unterschiede in der Darstellung ohne und mit ISO GPS.

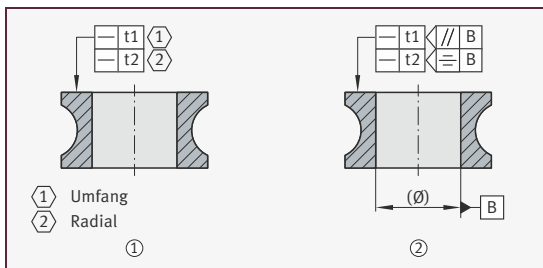
Teil ① zeigt einen Innenring, dessen Stirnseite mit der Angabe von zwei Geradheitswerten spezifiziert ist. Ein Wert soll in Umfangsrichtung ermittelt werden, der andere Wert soll in radialer Richtung ermittelt werden. Zur genauen Interpretation der Messrichtung sind Wortangaben notwendig, die mithilfe von Blickfangsymbolen angegeben werden.

Teil ② zeigt denselben Innenring mit Geradheitsangaben auf der Stirnfläche, deren Spezifizierungsangaben nonverbal erfolgen können. Die Geradheit t1 wird ergänzt um einen Schnittebenen-Indikator, der aussagt: „Schnittebene parallel zur Achse B“, welche den Bezug bildet als Achse des Bohrungsdurchmessers. Somit wird in Umfangsrichtung auf der Stirnseite gemessen.

Die Geradheit t2 wird gemessen unter Einbeziehung der Achse B, symbolisiert durch den Schnittebenen-Indikator „Achse B eingeschlossen“.

**Bild 5**  
Lagerinnenring,  
Geradheit der Stirnfläche

- ① Ohne ISO GPS (vor 2011)
- ② Mit ISO GPS



Durch die zusätzlichen Angaben der beiden Schnittebenen-Indikatoren kann also die Messrichtung exakt spezifiziert werden, Wortangaben entfallen. Somit werden Interpretationsspielräume bei der Messung (auch zum Kunden hin) reduziert.

### Maßtoleranzen in technischen Zeichnungen

### Toleranzen für Längen- und Winkelmaße

In DIN EN ISO 129-1:2022 (auch DIN EN ISO 14405) wird die Maßeintragung in technische Zeichnungen, speziell die Eintragung von Toleranzen für Längen- und Winkelmaße, festgelegt.

Die Maßtoleranzen werden in Form von Abmaßen hinter dem Nennmaß eingetragen. Aus der Summe von Nennmaß und dem jeweiligen Abmaß errechnen sich die beiden noch zulässigen Grenzmaße, zwischen denen das Istmaß des fertigen Bauteils dann liegen darf.

### Regeln zur Zeichnungseintragung der Maßtoleranzen

Die Werte der Abmaße stehen grundsätzlich in derselben Einheit wie das Nennmaß, hinter dem sie eingetragen werden. Ausnahme: Gilt für ein einzelnes Nennmaß eine andere Einheit als in der restlichen Zeichnung, so werden sowohl bei diesem Nennmaß als auch bei den zugehörigen Abmaßen die Einheiten hinzugefügt.

Beide Abmaße müssen dieselbe Anzahl von Dezimalstellen aufweisen. Ausnahme: Abmaß 0 bleibt ohne Dezimalstellen. Anstelle der Abmaße kann bei Längenmaßen auch das Kurzzeichen der Toleranzklasse hinter dem Nennmaß stehen.

Abmaße und Kurzzeichen der Toleranzklasse werden in derselben Schriftgröße wie das Nennmaß eingetragen.

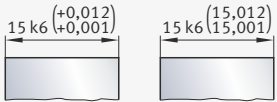
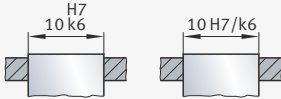
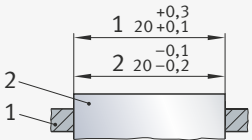
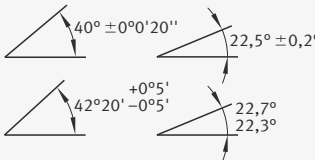
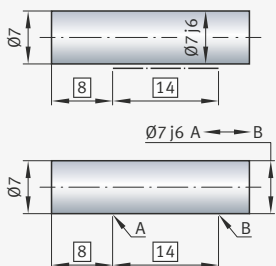
### Zeichnungseintragung von Abmaßen, Grenzmaßen und Toleranzklassen

Die folgende Tabelle zeigt weitere Regeln zur Eintragung von Toleranzen für Längen- und Winkelmaße.

Zeichnungseintragung	Regel
	Das obere Abmaß steht über oder vor dem unteren Abmaß.
	Haben das obere und untere Abmaß den gleichen Betrag, werden sie zusammengefasst.
	Nach Vereinbarung dürfen auch die aus Nennmaß und Abmaßen berechneten Grenzmaße anstelle des Nennmaßes eingetragen werden.
	Das Abmaß Null wird nach DIN EN ISO 14405-1 ebenfalls als Grenzabmaß aufgeführt und darf nicht weggelassen werden.
	Eintragung von Kurzzeichen der Toleranzklasse

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 414.

Fortsetzung der Tabelle Zeichnungseintragung von Abmaßen, Grenzmaßen und Toleranzklassen von Seite 413.

Zeichnungseintragung	Regel
	<p>Abmaße oder Grenzmaße dürfen in Klammern hinter dem Kurzzeichen der Toleranzklasse stehen.</p>
	<p>Bei gefügten Teilen steht das Kurzzeichen der Toleranzklasse für das Innenmaß vor dem des Außenmaßes oder darüber.</p>
	<p>Bei gefügten Teilen steht das Innenmaß mit seinen Abmaßen über dem Außenmaß und die Bauteile werden zusätzlich über Ziffern zugeordnet.</p>
	<p>Bei Winkelmaßen müssen die Einheiten für Nennmaß und Abmaße immer angegeben werden. Ansonsten gelten dieselben Regeln wie bei Längenmaßen.</p>
	<p>Gelten Toleranzen für einen bestimmten festen eingeschränkten Teilbereich, wird dieser gekennzeichnet durch:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ eine breite Strichpunktlinie, siehe oberes Bild</li> <li>oder</li> <li>■ durch zwei Buchstaben, die mittels TEDs Anfang und Ende des Bereichs festlegen, und eine Zusatzangabe hinter der Größenmaßtoleranz, siehe unteres Bild</li> </ul>



### Toleranzzonen, Maß- und Lage- toleranzen

Das folgende Beispiel zeigt, dass Maßtoleranzen allein häufig nicht ausreichen. Zeichnungen, die nur Maßtoleranzen enthalten, sind nicht eindeutig. Aufgabe sei es, die Lage einer Bohrungssachse in einer Platte bezüglich der Seitenflächen festzulegen und mögliche Abweichungen der Achse mittels Tolerierung zu begrenzen.

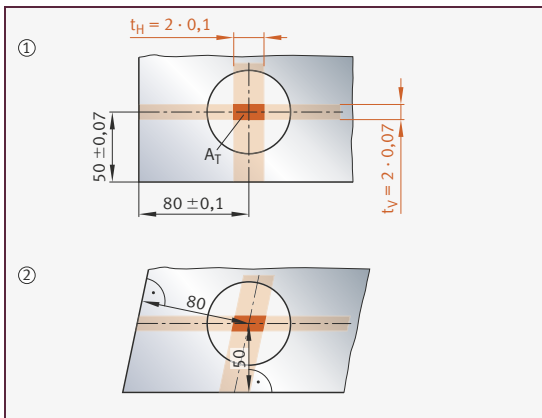
### 1. Ansatz: Maßtoleranzen

Die Achse der Bohrung ist mit Abmaßen toleriert. So wird ein eckiger Toleranzbereich aufgespannt, siehe Bild 6. Dabei zeigt Teil ① die Idealsituation. In Teil ② ist die reale Situation dargestellt, das heißt ein Werkstück mit Abweichungen.

**Bild 6**  
Maßtoleranzen

$t_H$  = Horizontaler  
Toleranzbereich  
 $t_V$  = Vertikaler  
Toleranzbereich  
 $A_T$  = Toleranzbereich für  
die Bohrungssachse

- ① Maßtolerierung  
② Abweichungs-  
behaftetes Werkstück  
(überhöhte Darstellung)



Es zeigt sich, dass das Spezifizieren mit Maßtoleranzen allein nicht genügt, da sie mehrdeutig sind. Für die Fertigung und Prüfung sind Bezüge wichtig. Deshalb wird zukünftig für jedes Werkstück ein vollständiges Bezugssystem erforderlich sein.

### 2. Ansatz: Positionstoleranzen mit Bezugssystem

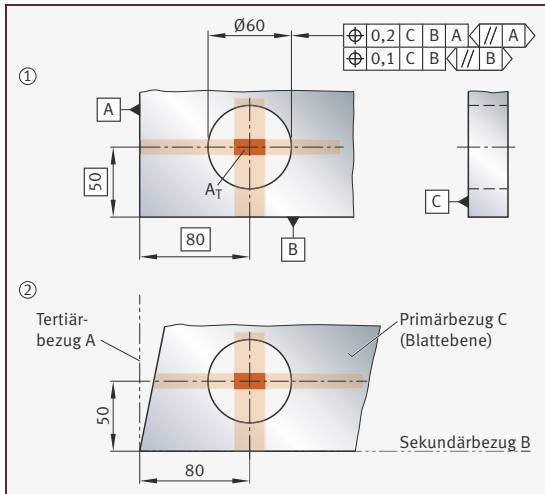
Bei der Vergabe von Positionstoleranzen mit drei Bezugsebenen ergibt sich folgende Situation, siehe Bild 7. Dabei zeigt Teil ① die Idealsituation. In Teil ② ist die reale Situation dargestellt, das heißt ein Werkstück mit Abweichungen.

**Bild 7**

Positionstoleranzen

$A_T$  = Toleranzzone für die Bohrungssache

- ① Positionstolerierung
- ② Abweichungsbehaftetes Werkstück (überhöhte Darstellung)



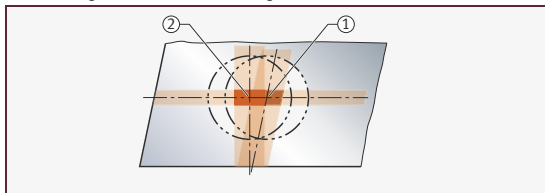
### 3. Vergleich

Die folgende Darstellung zeigt einen Vergleich der Lage/Position der Bohrungssache für Maß- und Lagetoleranzen:

**Bild 8**

Vergleich:  
Maß- und Positionstoleranzen

- ① Maßtolerierung
- ② Positionstolerierung



### Fazit

Es ergeben sich unterschiedliche Lagen der Bohrungssache für die verschiedenen Tolerierungen. Die Positionstoleranz ist eindeutiger als die Maßtoleranz, da die Bezüge und damit die eindeutige Ausrichtung definiert sind.

Die Bildung eines geeigneten Bezugssystems ist die wichtigste Aufgabe bei der Lagetolerierung eines Bauteils. Ihre Aussage ist eindeutig, auch wenn beispielsweise die Sprache von Konstruktion und Fertigung unterschiedlich sind.

Es ist deshalb sinnvoll, ein funktionsgerechtes Bezugssystem anzugeben. Die Bezüge sind wichtig für Fertigung und Prüfung, sie repräsentieren die Einbausituation.

### Messen von Bauteilen

Bei der Messung des fertigen Bauteils wird das Istmaß, das heißt die Größe des Geometrieelements, bestimmt. Das Istmaß wird aus den verschiedenen örtlichen Istmaßen ermittelt.

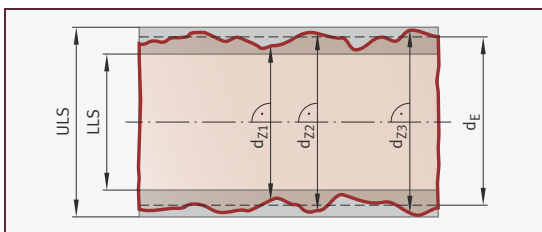
Ohne Angabe von weiteren Spezifikations-Modifikationssymbolen (siehe DIN EN ISO 14405-1 zum Beispiel für sphärische Größenmaße, Querschnitts- oder Teilbereichsgrößenmaße) sind örtliche Istmaße Zweipunktgrößenmaße. Sie werden über die assoziierte Mittelebene oder Gerade (bei Zylindern) des Größenmaßelements gebildet und man erhält sie durch Zweipunktmessung, siehe Bild 9.

Istmaß und die örtlichen Istmaße dürfen das obere und untere Grenzmaß (Höchst- und Mindestmaß) nicht über- und unterschreiten.

**Bild 9**

Örtliche Istmaße

$d_E$  = Maß des  
Ersatzelements  
 $d_z$  = Örtliches Istmaß,  
Zweipunktgrößenmaß  
ULS = Höchstmaß  
LLS = Mindestmaß



### Größenmaße

Hergestellte Werkstücke weichen immer von der idealen geometrischen Form ab. Der tatsächliche Wert der Maße eines Größenmaßelements hängt von den Formabweichungen und der spezifischen Art des verwendeten Größenmaßes ab. Die Funktion des Werkstücks bestimmt die Art des Größenmaßes, welches für ein Größenmaßelement angewendet wird.

In DIN EN ISO 14405-1 werden folgende Arten von linearen Größenmaßen unterschieden:

- Örtliches Größenmaß
- Globales Größenmaß
- Berechnetes Größenmaß
- Rangordnungsgrößenmaß (statistisches Maß)

Auf örtliche Größenmaße wird im Folgenden näher eingegangen.

**Örtliche Größenmaße** Das örtliche Größenmaß ist nach DIN EN ISO 14405-1 festgelegt als:

- Zweipunktgrößenmaß (Default oder mit dem Spezifikationsmodifikator (LP) gekennzeichnet)
- Sphärisches Größenmaß (mit Spezifikationsmodifikator (LS))
- Querschnittsgrößenmaß (globales Größenmaß für einen gegebenen Querschnitt des erfassten Geometrielements)
- Teilbereichsgrößenmaß (globales Größenmaß für einen gegebenen Teilbereich des erfassten Geometrielements)


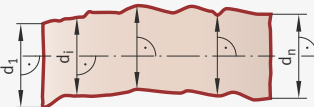
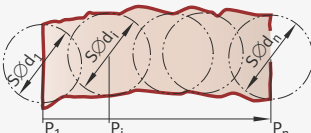
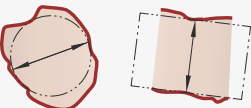
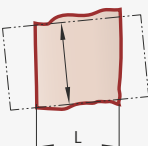
Das örtliche Größenmaß eines erfassten Zylinders und der örtliche Durchmesser eines erfassten Zylinders sind nach DIN EN ISO 17450-3:2016 festgelegt als der Abstand zwischen zwei gegenüberliegenden Punkten auf dem Geometrielement, wo:

- Die Verbindungslinie zwischen den Punkten den zugeordneten Kreismittelpunkt einschließt.
- Die Querschnitte rechtwinklig zur Achse des zugeordneten Zylinders stehen, die sich aus der erfassten Fläche ergibt.

Das örtliche Größenmaß von zwei parallelen, erfassten Flächen ist nach DIN EN ISO 17450-3:2016 festgelegt als der Abstand zwischen zwei Punkten auf gegenüberliegenden, erfassten Flächen, wobei:

- Die Verbindungslinien von Paaren von gegenüberliegenden Punkten rechtwinklig zur zugeordneten Mittelebene stehen.
- Die zugeordnete Mittelebene, die Mittelebene von zwei zugeordneten parallelen Ebenen ist, die man von den erfassten Flächen erhält.

In der Tabelle sind die Arten von örtlichen Größenmaßen nach DIN EN ISO 14405-1 beschrieben.

Darstellung	Festlegung nach DIN EN ISO 14405-1
	<p>Betrachtetes, erfasstes Geometrielement, das dem inneren oder äußeren Geometrielement und einem Zylinder oder zwei sich parallel gegenüberliegenden Ebenen entspricht</p>
	<p>Zweipunktgrößenmaß</p>
	<p>Sphärisches Größenmaß, ermittelt aus dem Durchmesser der größten einbeschriebenen Kugel</p>
	<p>Querschnittsgrößenmaß, erhalten aus einem direkten, globalen Größenmaß mit dem Kriterium „maximal einbeschrieben“ (andere Kriterien sind möglich)</p>
	<p>Teilbereichsgrößenmaß, erhalten aus einem direkten, globalen Größenmaß mit dem Kriterium „maximal einbeschrieben“ Es wird nur ein Teilbereich des erfassten Geometrielements der Länge L betrachtet, andere Kriterien sind möglich.</p>

### Legende

d mm  
Größenmaß

L mm  
Betrachtete Länge des Teilbereichs des Zylinders

P  
Position

SØd mm  
Durchmesser der größten einbeschriebenen Kugel.

### Spezifikationsmodifikatoren für lineare Größenmaße

Die Art des linearen Größenmaßes wird auf der Zeichnung durch einen Spezifikationsmodifikator nach DIN EN ISO 14405-1 angegeben, siehe Tabellen Spezifikationsmodifikatoren für lineare Größenmaße, Seite 420, und Ergänzende Spezifikationsmodifikatoren für lineare Größenmaße, Seite 421.

Die Spezifikationsmodifikatoren setzen sich zusammen aus der Art des Größenmaßes und der geforderten Art der Auswertung des Größenmaßes, siehe Bild 10, Seite 422.

Spezifikationsmodifikatoren für lineare Größenmaße	
Beschreibung	Symbol
Zweipunktgrößenmaß	Ⓕ
örtliches Größenmaß, festgelegt durch eine Kugel	Ⓖ
Assoziationskriterium kleinste Abweichungsquadrate	ⒼⒼ
Assoziationskriterium größtes einbeschriebenes Geometrieelement	Ⓖⓧ
Assoziationskriterium kleinstes umschriebenes Geometrieelement	Ⓖ⒩
Minimax (Tschebyschew)- Assoziationskriterium	ⒼⒸ
umfangbezogener Durchmesser (berechnetes Größenmaß)	ⒸⒸ
flächenbezogener Durchmesser (berechnetes Größenmaß)	ⒸⒶ
volumenbezogener Durchmesser (berechnetes Größenmaß)	Ⓒ⒱
größtes Größenmaß <sup>1)</sup>	Ⓖⓧ
kleinstes Größenmaß <sup>1)</sup>	Ⓖ⒩
mittleres Größenmaß <sup>1)</sup>	ⒼⒶ
Median Größenmaß <sup>1)</sup>	ⒼⓂ
Mittelwert aus größtem und kleinstem Größenmaß <sup>1)</sup>	ⒼⒹ
Spanne der Größenmaße <sup>1)</sup>	ⒼⒼ
Standardabweichung von Größenmaßen <sup>1)</sup>	ⒼⒼ

Quelle: DIN EN ISO 14405-1:2017.

<sup>1)</sup> Rangordnungsgrößenmaße können als Ergänzung zu berechneten oder globalen Teilbereichsgrößenmaßen oder örtlichen Größenmaßen verwendet werden.

Die folgende Tabelle zeigt ergänzende Spezifikationsmodifikatoren für lineare Größenmaße.

Ergänzende Spezifikationsmodifikatoren für lineare Größenmaße		
Beschreibung	Symbol	Beispiel für die Zeichnungsangabe
vereinigtes Größenmaßelement	UF	UF 2 × Ø30 ±0,2 (GN)
Hüllbedingung	(E)	30 ±0,2 (E)
beliebiger eingeschränkter Teilbereich des Geometrieelements	/Länge	Ø30 ±0,2 (GG) /5
beliebiger Querschnitt	ACS	Ø30 ±0,2 (GX) ACS
bestimmter Querschnitt	SCS	30 ±0,2 (GX) SCS
beliebiger Längsschnitt	ALS	30 ±0,2 (GX) ALS
mehr als ein Geometrieelement	Anzahl ×	4 × 30 ±0,2 (E)
gemeinsam toleriertes Größenmaßelement	CT	4 × 30 ±0,2 (E) CT
Bedingung des freien Zustands	(F)	Ø30 ±0,2 (LP) (SA) (F)
Zwischen	↔	Ø30 ±0,2 C ↔ D
Schnittebene <sup>1)</sup>		8 ±0,01 ALS
Richtungsgeometrieelement <sup>1)</sup>		8 ±0,01 ALS
Hinweiszeichen	(1)	30 ±0,2 (1)

Quelle: DIN EN ISO 14405-1:2017.

<sup>1)</sup> Weitere Angaben siehe DIN EN ISO 1101.

Im folgenden Bild sind die Arten der Größenmaße beziehungsweise die Systematik der Spezifikationsmodifikatoren dargestellt.

**Bild 10**

Arten der Größenmaße  
– Systematik der Spezifikationsmodifikatoren

① für lineare  
Größenmaße

② für Winkelgrößenmaße

Type of Size   Art des Größenmaßes	(X) Type for Evaluation of Size   Art der Auswertung des Größenmaßes
① local   lokales Maß	(L) P point   punktuell S spherical   sphärisch
② two-line   Zwei-Linien- Winkelgrößenmaß	G least-squares (Gauß)   kleinste Abweichungsquadrate C minimax (Chebyshev)   Minimax (Tschebyschew)
global   globales Maß	(G) G least-squares (Gauß)   kleinste Abweichungsquadrate X maximum inscribed   größtes einbeschriebenes N minimum circumscribed   kleinstes umschriebenes C minimax (Chebyshev)   Minimax (Tschebyschew)
calculated   berechnetes Maß	(C) C circumference diameter   umfangsbezogen A area diameter   flächenbezogen V volume diameter   volumenbezogen
statistical (rank-order)   statistisches Maß (Rangordnung)	(S) X maximum   größtes N minimum   kleinstes A average   Mittelwert M median   Medianwert D mid-range   Mittelwert der Spanne R range   Spanne Q standard deviation (quadratic sum)   Standardabweichung



### Spezifikationsmodifikatoren für Winkelgrößenmaße

Die Art des Winkelgrößenmaßes wird auf der Zeichnung durch einen Spezifikationsmodifikator nach DIN EN ISO 14405-3 angegeben, siehe Tabellen Spezifikationsmodifikatoren für Winkelgrößenmaße, Seite 423, und Ergänzende Spezifikationsmodifikatoren für Winkelgrößenmaße, Seite 424.

Die Spezifikationsmodifikatoren setzen sich zusammen aus der Art des Größenmaßes und der geforderten Art der Auswertung des Größenmaßes, siehe Bild 10, Seite 422.

Spezifikationsmodifikatoren für Winkelgrößenmaße	
Beschreibung	Symbol
Zwei-Linien-Winkelgrößenmaß mit Minimax-Assoziationskriterium	(LC)
Zwei-Linien-Winkelgrößenmaß mit Assoziationskriterium kleinste Abweichungsquadrate	(LG)
Globales Winkelgrößenmaß mit Assoziationskriterium kleinste Abweichungsquadrate	(GG)
Globales Winkelgrößenmaß mit Minimax-Assoziationskriterium	(GC)
größtes Winkelgrößenmaß <sup>1)</sup>	(SX)
kleinstes Winkelgrößenmaß <sup>1)</sup>	(SN)
mittleres Winkelgrößenmaß <sup>1)</sup>	(SA)
Median Winkelgrößenmaß <sup>1)</sup>	(SM)
Mittelwert aus größtem und kleinstem Winkelgrößenmaß <sup>1)</sup>	(SD)
Spanne der Winkelgrößenmaße <sup>1)</sup>	(SR)
Standardabweichung der Winkelgrößenmaße <sup>1) 2)</sup>	(SQ)

Quelle: DIN EN ISO 14405-3:2017.

<sup>1)</sup> Das Rangordnungswinkelgrößenmaß kann zusätzlich zum Teilbereich-Winkelgrößenmaß, zum globalen Teilbereich-Winkelgrößenmaß oder zum örtlichen Winkelgrößenmaß verwendet werden.

<sup>2)</sup> Standardabweichung vom quadratischen Mittel.

Die folgende Tabelle zeigt ergänzende Spezifikationsmodifikatoren für Winkelgrößenmaße.

Ergänzende Spezifikationsmodifikatoren für Winkelgrößenmaße			
Beschreibung	Symbol	Beispiel für die Zeichnungsangabe	
		Prismatisches Winkelgrößenmaßelement	Rotationssymmetrisches Winkelgrößenmaßelement
beliebiger beschränkter Teilbereich des Winkelgrößenmaßelements	/linearer Abstand	$35^\circ \pm 1^\circ / 15^{(1)}$	$35^\circ \pm 1^\circ / 15^{(1)}$
beliebiger beschränkter Teilbereich des Winkelgrößenmaßelements	/Winkelabstand	nicht anwendbar	$35^\circ \pm 1^\circ / 15^{(1)}$
festgelegte Querschnittsfläche	SCS	$45^\circ \pm 2^\circ$ SCS	nicht anwendbar
mehr als ein Winkelgrößenmaßelement	Anzahl ×	$2 \times 45^\circ \pm 2^\circ$	$2 \times 45^\circ \pm 2^\circ$
gemeinsam toleriertes Winkelgrößenmaßelements	CT	$2 \times 45^\circ \pm 2^\circ$ CT	$2 \times 45^\circ \pm 2^\circ$ CT
Bedingung des freien Zustands	(F) <sup>2)</sup>	$35^\circ \pm 1^\circ$ (F)	$35^\circ \pm 1^\circ$ (F)
Zwischen	$\longleftrightarrow$	$35^\circ \pm 1^\circ$ A $\longleftrightarrow$ B	$35^\circ \pm 1^\circ$ A $\longleftrightarrow$ B

Quelle: DIN EN ISO 14405-3:2017.

<sup>1)</sup> Der Spezifikationsmodifikator „/linearer Abstand“ gilt für prismatische Größenmaßelemente und rotationssymmetrische Größenmaßelemente entlang der Achse des rotationssymmetrischen Geometrieelements.  
Der Spezifikationsmodifikator „/Winkelabstand“ gilt für ein rotationssymmetrisches Größenmaßelement.

<sup>2)</sup> Weitere Angaben siehe ISO 10579.

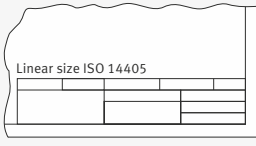
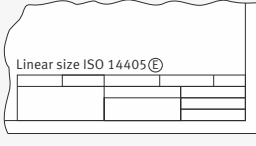
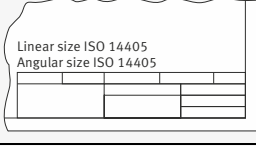
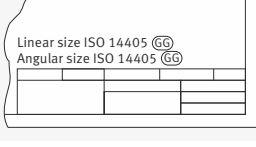
### ISO GPS in technischen Zeichnungen

In technischen Zeichnungen werden mit den neuen Möglichkeiten der Tolerierung von Maßen nach ISO GPS die Anforderungen hinsichtlich der Funktion, Herstellung und Prüfung eines Bauteils vereint.

#### Zeichnungsspezifischer Spezifikationsoperator

Am Eintrag einer ISO-GPS-Spezifikation oder an den expliziten Einträgen „Linear size ISO 14405“ oder „Angular size ISO 14405“ im oder in der Nähe des Zeichnungsschriftfeldes erkennt man die Anwendung des GPS-Konzeptes auf der technischen Zeichnung. Sofern kein weiterer Spezifikationsmodifikator hinter dem expliziten Eintrag angegeben ist, liegen für die Zeichnung als Default das Zweipunktgrößenmaß sowie das Unabhängigkeitsprinzip zugrunde.

Der Eintrag eines Spezifikationsmodifikators ändert den Grundsatz für die gesamte Zeichnung.

Spezifikationsoperator über dem Zeichnungsschriftfeld	Grundsatz für die gesamte Zeichnung
 <p>Linear size ISO 14405</p>	<p>Default: Zweipunktgrößenmaß und Unabhängigkeitsprinzip. Es ist kein Winkelgrößenmaß auf der Zeichnung vorhanden</p>
 <p>Linear size ISO 14405(E)</p>	<p>Beispiel einer Änderung: Änderung des Default-Spezifikationsoperators zu Hüllbedingung. Es ist kein Winkelgrößenmaß auf der Zeichnung vorhanden</p>
 <p>Linear size ISO 14405 Angular size ISO 14405</p>	<p>Defaultspezifikationsoperator für das Winkelgrößenmaß ist das „Zwei-Linien-Winkelgrößenmaß“ mit Minimax-Assoziationskriterium. Default für das lineare Größenmaß ist das Zweipunktgrößenmaß und das Unabhängigkeitsprinzip</p>
 <p>Linear size ISO 14405 (GG) Angular size ISO 14405 (GG)</p>	<p>Beispiel einer Änderung: Änderung des Default-Spezifikationsoperators zu globalen linearen Größenmaßen und globalen Winkelgrößenmaßen mit Assoziationskriterium kleinste Abweichungsquadrate</p>

### ISO-Toleranzen und ISO-Passungen

#### Aufgaben und Anwendungsbereiche

Die Grundlage des Austauschbaus und die Voraussetzung für eine wirtschaftliche Reihen- und Massenfertigung in der gesamten Technik sind das **genaue Fertigen** und das **genaue Messen** von Maschinenteilen. Eine rationelle Fertigung und problemlose Reparatur von technischen Geräten ist nur dann möglich, wenn sich die Maße von untereinander austauschbaren Maschinenteilen in gewissen Grenzen bewegen und diese Teile beliebig (ohne besondere Ein- oder Anpassarbeit) zusammengebaut oder ersetzt werden können.

Um eine bestimmte Verbindungscharakteristik beziehungsweise eine bestimmte Passung zweier Maschinenteile zu erzielen (Übermaßpassung, Übergangspassung oder Spielpassung; früher: Presssitz, Übergangssitz oder Spielsitz), müssen die Abmessungen und Abmaße der Bauteile an der Verbindungsstelle mit einer ganz bestimmten Toleranz eingehalten werden und durch entsprechende Messmittel überprüft werden können.

### ISO-Toleranzsystem für Längenmaße

Um weitgehend allen Bedürfnissen der Technik gerecht zu werden, wurde in der Norm DIN EN ISO 286-1:2019 das „ISO-Toleranzsystem für Längenmaße – Teil 1: Grundlagen für Toleranzen, Abmaße und Passungen“ nach ISO GPS aufgebaut. Es gilt für Nennmaße bis 3150 mm und ist soweit wie technisch sinnvoll gestuft. DIN EN ISO 286-2:2019 enthält die zugehörigen Tabellen der Grundtoleranzgrade und Grenzabmaße für Bohrungen und Wellen.

Das ISO-System umfasst ein:

■ ISO-Toleranzsystem für Längenmaße:

Es beinhaltet Grundlagen und die zugehörige Terminologie für das System, stellt außerdem eine genormte Auswahl von Toleranzklassen für den allgemeinen Gebrauch aus den umfangreichen Möglichkeiten des Systems zur Verfügung; siehe auch DIN EN ISO 286-1:2019.

■ ISO-Grundabmaßsystem:

Der Buchstabe legt die Lage der Toleranzzone in Bezug zur Nulllinie fest; er wird als Grundabmaß oder Grundabmaß-Identifizierer bezeichnet (Tabelle ISO-Grundabmaße für Außenmaße und ISO-Grundabmaße für Innenmaße, Seite 430 und Seite 432; siehe auch DIN EN ISO 286-1:2019).

■ ISO-Grundtoleranzsystem:

Festlegung der Maßtoleranzen, die durch ISO-Toleranzgrade angegeben werden (Tabelle ISO-Grundtoleranzen, Seite 436); siehe auch DIN EN ISO 286-2:2019.

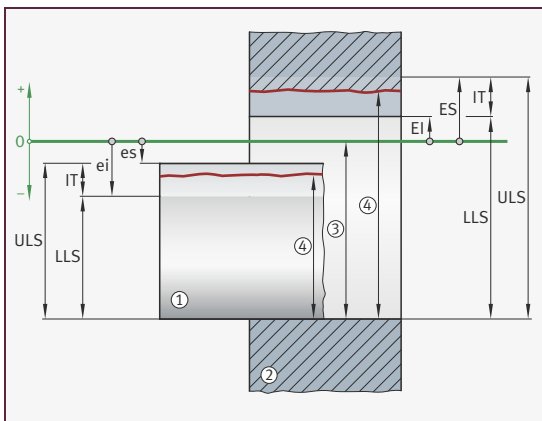
■ System von ISO-Toleranzklassen bzw. ISO-Toleranzzonen:

Die Kurzbezeichnung für die Toleranzklasse setzt sich zusammen aus dem Buchstaben für das Grundabmaß (Grundabmaßkennung: kleiner Buchstabe für Außenmaße, großer Buchstabe für Innenmaße) und dem Toleranzgrad (Zahl des Grundtoleranzgrads). Stellt man die Größe der Toleranzklasse mit den zugehörigen Grenzabmaßen grafisch dar, spricht man von der Toleranzzone (früher: „Toleranzfeld“ oder „Toleranzintervall“) (grafische Darstellung und Berechnung ab Seite 427). Die Werte der Grenzabmaße für allgemein angewendete Toleranzklassen für Bohrungen und Wellen sind Bestandteil von DIN EN ISO 286-2 (Tabelle ISO-Toleranzen für Wellen, Seite 438, und Tabelle ISO-Toleranzen für Bohrungen, Seite 442).

Die Begriffe aus dem ISO-Toleranzsystem für Längenmaße (siehe auch Abschnitt Begriffsdefinition, Seite 405) werden im Folgenden anhand einer Spielpassung dargestellt.

**Bild 11**  
Maße, Grenzabmaße  
und Toleranzen  
bei ISO-Passungen

- es, ES = Obere Grenzabmaße  
ei, EI = Untere Grenzabmaße  
IT = Grundtoleranz  
LLS = Mindestmaß  
ULS = Höchstmaß
- ① Innenteil (Außenpassfläche)  
② Außenteil (Innenpassfläche)  
③ Nennmaß  
④ Örtliches Istmaß



Die Begriffe „Bohrung“ und „Welle“ beziehen sich im ISO-Toleranzsystem für Längenmaße nicht nur auf zylindrische Passflächen, sondern auch auf parallele Passflächen von Werkstücken, zum Beispiel die Breite einer Nut oder die Dicke einer Passfeder.

### **Bildung von ISO-Toleranzklassen oder ISO-Toleranzzonen**

Aus den ISO-Grundabmaßen und den ISO-Grundtoleranzen werden die ISO-Toleranzklassen beziehungsweise die ISO-Toleranzzonen (grafisch) gebildet.

Dafür werden die ISO-Grundabmaße bei Außenmaßen aus der Tabelle ISO-Grundabmaße für Außenmaße, Seite 430, entnommen. Bei Innenmaßen wird die Tabelle ISO-Grundabmaße für Innenmaße, Seite 432, verwendet.

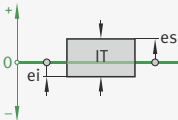
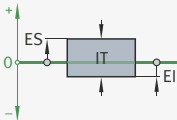
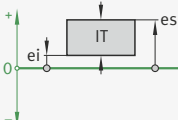
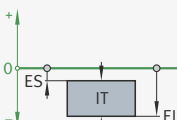
Die ISO-Grundabmaße sind die der Nulllinie nächstliegenden Grenzabmaße (Kleinstabstände) unter Berücksichtigung der Vorzeichen. Das andere Grenzabmaß ergibt sich durch Addition beziehungsweise Subtraktion der ISO-Grundtoleranz IT, siehe Tabelle ISO-Grundtoleranzen, Seite 436.

In der folgenden Tabelle sind die Berechnungen der Grenzabmaße für Außen- und Innenmaße im Vergleich zueinander dargestellt.

Grenzabmaße für Außenmaße (Wellen)	Grenzabmaße für Innenmaße (Bohrungen)																
<p><b>Lage der Toleranz-zonen a bis h</b> unterhalb der Nulllinie</p> <p>unteres Grenzabmaß ei = Grundabmaß – Grundtoleranz IT</p>	<p><b>Lage der Toleranz-zonen A bis H</b> oberhalb der Nulllinie</p> <p>oberes Grenzabmaß ES = Grundabmaß + Grundtoleranz IT</p>																
<p><b>Beispiel für Passmaß 25 d13:</b></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">oberes Grenzabmaß es Tabelle Seite 430</td> <td style="width: 50%;">= Grundabmaß = <math>-65 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>Grundtoleranz zu Toleranzgrad 13 Tabelle Seite 436</td> <td>= <math>330 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>unteres Grenzabmaß ei = <math>-65 \mu\text{m} - 330 \mu\text{m}</math></td> <td>= <math>-395 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>also:</td> <td><math>25 \text{ d}13 = 25 \begin{matrix} -0,065 \\ -0,395 \end{matrix}</math></td> </tr> </table>	oberes Grenzabmaß es Tabelle Seite 430	= Grundabmaß = $-65 \mu\text{m}$	Grundtoleranz zu Toleranzgrad 13 Tabelle Seite 436	= $330 \mu\text{m}$	unteres Grenzabmaß ei = $-65 \mu\text{m} - 330 \mu\text{m}$	= $-395 \mu\text{m}$	also:	$25 \text{ d}13 = 25 \begin{matrix} -0,065 \\ -0,395 \end{matrix}$	<p><b>Beispiel für Passmaß 420 C10:</b></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">unteres Grenzabmaß EI Tabelle Seite 432</td> <td style="width: 50%;">= Grundabmaß = <math>+440 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>Grundtoleranz zu Toleranzgrad 10 Tabelle Seite 436</td> <td>= <math>250 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>oberes Grenzabmaß ES = <math>+440 \mu\text{m} + 250 \mu\text{m}</math></td> <td>= <math>+690 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>also:</td> <td><math>420 \text{ C}10 = 420 \begin{matrix} +0,690 \\ +0,440 \end{matrix}</math></td> </tr> </table>	unteres Grenzabmaß EI Tabelle Seite 432	= Grundabmaß = $+440 \mu\text{m}$	Grundtoleranz zu Toleranzgrad 10 Tabelle Seite 436	= $250 \mu\text{m}$	oberes Grenzabmaß ES = $+440 \mu\text{m} + 250 \mu\text{m}$	= $+690 \mu\text{m}$	also:	$420 \text{ C}10 = 420 \begin{matrix} +0,690 \\ +0,440 \end{matrix}$
oberes Grenzabmaß es Tabelle Seite 430	= Grundabmaß = $-65 \mu\text{m}$																
Grundtoleranz zu Toleranzgrad 13 Tabelle Seite 436	= $330 \mu\text{m}$																
unteres Grenzabmaß ei = $-65 \mu\text{m} - 330 \mu\text{m}$	= $-395 \mu\text{m}$																
also:	$25 \text{ d}13 = 25 \begin{matrix} -0,065 \\ -0,395 \end{matrix}$																
unteres Grenzabmaß EI Tabelle Seite 432	= Grundabmaß = $+440 \mu\text{m}$																
Grundtoleranz zu Toleranzgrad 10 Tabelle Seite 436	= $250 \mu\text{m}$																
oberes Grenzabmaß ES = $+440 \mu\text{m} + 250 \mu\text{m}$	= $+690 \mu\text{m}$																
also:	$420 \text{ C}10 = 420 \begin{matrix} +0,690 \\ +0,440 \end{matrix}$																
<p><b>Lage der Toleranzzone js</b> symmetrisch zu beiden Seiten der Nulllinie</p>	<p><b>Lage der Toleranzzone JS</b> symmetrisch zu beiden Seiten der Nulllinie</p>																
<p><b>Beispiel für Passmaß 25 js8:</b></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">Grundtoleranz zu Toleranzgrad 8 Tabelle Seite 436</td> <td style="width: 50%;">= <math>33 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>oberes Grenzabmaß es = <math>+IT/2 = +33 \mu\text{m}/2</math></td> <td>= <math>+16,5 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>unteres Grenzabmaß ei = <math>-IT/2 = -33 \mu\text{m}/2</math></td> <td>= <math>-16,5 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>also:</td> <td><math>25 \text{ js}8 = 25 \pm 0,0165</math></td> </tr> </table>	Grundtoleranz zu Toleranzgrad 8 Tabelle Seite 436	= $33 \mu\text{m}$	oberes Grenzabmaß es = $+IT/2 = +33 \mu\text{m}/2$	= $+16,5 \mu\text{m}$	unteres Grenzabmaß ei = $-IT/2 = -33 \mu\text{m}/2$	= $-16,5 \mu\text{m}$	also:	$25 \text{ js}8 = 25 \pm 0,0165$	<p><b>Beispiel für Passmaß 200 JS9:</b></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">Grundtoleranz zu Toleranzgrad 9 Tabelle Seite 436</td> <td style="width: 50%;">= <math>115 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>oberes Grenzabmaß ES = <math>+IT/2 = +115 \mu\text{m}/2</math></td> <td>= <math>+57,5 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>unteres Grenzabmaß EI = <math>-IT/2 = -115 \mu\text{m}/2</math></td> <td>= <math>-57,5 \mu\text{m}</math></td> </tr> <tr> <td>also:</td> <td><math>200 \text{ JS}9 = 200 \pm 0,0572</math></td> </tr> </table>	Grundtoleranz zu Toleranzgrad 9 Tabelle Seite 436	= $115 \mu\text{m}$	oberes Grenzabmaß ES = $+IT/2 = +115 \mu\text{m}/2$	= $+57,5 \mu\text{m}$	unteres Grenzabmaß EI = $-IT/2 = -115 \mu\text{m}/2$	= $-57,5 \mu\text{m}$	also:	$200 \text{ JS}9 = 200 \pm 0,0572$
Grundtoleranz zu Toleranzgrad 8 Tabelle Seite 436	= $33 \mu\text{m}$																
oberes Grenzabmaß es = $+IT/2 = +33 \mu\text{m}/2$	= $+16,5 \mu\text{m}$																
unteres Grenzabmaß ei = $-IT/2 = -33 \mu\text{m}/2$	= $-16,5 \mu\text{m}$																
also:	$25 \text{ js}8 = 25 \pm 0,0165$																
Grundtoleranz zu Toleranzgrad 9 Tabelle Seite 436	= $115 \mu\text{m}$																
oberes Grenzabmaß ES = $+IT/2 = +115 \mu\text{m}/2$	= $+57,5 \mu\text{m}$																
unteres Grenzabmaß EI = $-IT/2 = -115 \mu\text{m}/2$	= $-57,5 \mu\text{m}$																
also:	$200 \text{ JS}9 = 200 \pm 0,0572$																
<p>Ab Lage der Toleranzzone j können sich die Grundabmaße auch mit dem Toleranzgrad ändern. Es ist deshalb bei der Bestimmung des Grundabmaßes neben der Lage der Toleranzzone auch der Toleranzgrad zu beachten (Tabelle Seite 430).</p>	<p>Ab Lage der Toleranzzone J können sich die Grundabmaße auch mit dem Toleranzgrad ändern. Es ist deshalb bei der Bestimmung des Grundabmaßes neben der Lage der Toleranzzone auch der Toleranzgrad zu beachten (Tabelle Seite 432).</p>																

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 429.

Fortsetzung der Tabelle Berechnungen der Grenzabmaße für Außen- und Innenmaße von Seite 428.

Grenzabmaße für Außenmaße (Wellen)	Grenzabmaße für Innenmaße (Bohrungen)																																								
<p><b>Lage der Toleranzzone j</b>                      annähernd symmetrisch zu beiden Seiten der Nulllinie</p> 	<p><b>Lage der Toleranzzone J</b>                      annähernd symmetrisch zu beiden Seiten der Nulllinie</p> 																																								
<p>oberes Grenzabmaß es                      = Grundabmaß + Grundtoleranz IT</p>	<p>unteres Grenzabmaß EI                      = Grundabmaß – Grundtoleranz IT</p>																																								
<p>Beispiel für Passmaß <b>25 j6</b>:</p> <table border="0"> <tr> <td>unteres Grenzabmaß ei</td> <td>= Grundabmaß</td> </tr> <tr> <td>Tabelle Seite 430</td> <td>= -4 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>Grundtoleranz zu Toleranzgrad 6</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Tabelle Seite 436</td> <td>= 13 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>oberes Grenzabmaß es</td> <td></td> </tr> <tr> <td>= -4 μm + 13 μm</td> <td>= +9 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>also:</td> <td>25 j6 = <math>25 \begin{matrix} +0,009 \\ -0,004 \end{matrix}</math></td> </tr> </table>	unteres Grenzabmaß ei	= Grundabmaß	Tabelle Seite 430	= -4 μm	<hr/>		Grundtoleranz zu Toleranzgrad 6		Tabelle Seite 436	= 13 μm	<hr/>		oberes Grenzabmaß es		= -4 μm + 13 μm	= +9 μm	<hr/>		also:	25 j6 = $25 \begin{matrix} +0,009 \\ -0,004 \end{matrix}$	<p>Beispiel für Passmaß <b>125 J7</b>:</p> <table border="0"> <tr> <td>oberes Grenzabmaß ES</td> <td>= Grundabmaß</td> </tr> <tr> <td>Tabelle Seite 432</td> <td>= +26 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>Grundtoleranz zu Toleranzgrad 7</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Tabelle Seite 436</td> <td>= 40 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>unteres Grenzabmaß EI</td> <td></td> </tr> <tr> <td>= +26 μm – 40 μm</td> <td>= -14 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>also:</td> <td>125 J7 = <math>125 \begin{matrix} +0,026 \\ -0,014 \end{matrix}</math></td> </tr> </table>	oberes Grenzabmaß ES	= Grundabmaß	Tabelle Seite 432	= +26 μm	<hr/>		Grundtoleranz zu Toleranzgrad 7		Tabelle Seite 436	= 40 μm	<hr/>		unteres Grenzabmaß EI		= +26 μm – 40 μm	= -14 μm	<hr/>		also:	125 J7 = $125 \begin{matrix} +0,026 \\ -0,014 \end{matrix}$
unteres Grenzabmaß ei	= Grundabmaß																																								
Tabelle Seite 430	= -4 μm																																								
<hr/>																																									
Grundtoleranz zu Toleranzgrad 6																																									
Tabelle Seite 436	= 13 μm																																								
<hr/>																																									
oberes Grenzabmaß es																																									
= -4 μm + 13 μm	= +9 μm																																								
<hr/>																																									
also:	25 j6 = $25 \begin{matrix} +0,009 \\ -0,004 \end{matrix}$																																								
oberes Grenzabmaß ES	= Grundabmaß																																								
Tabelle Seite 432	= +26 μm																																								
<hr/>																																									
Grundtoleranz zu Toleranzgrad 7																																									
Tabelle Seite 436	= 40 μm																																								
<hr/>																																									
unteres Grenzabmaß EI																																									
= +26 μm – 40 μm	= -14 μm																																								
<hr/>																																									
also:	125 J7 = $125 \begin{matrix} +0,026 \\ -0,014 \end{matrix}$																																								
<p>Bei Lage der Toleranzzone j ist in der Grundabmaß-tabelle generell das untere Grenzabmaß ei angegeben.</p>	<p>Bei Lage der Toleranzzone J ist in der Grundabmaß-tabelle generell das obere Grenzabmaß ES angegeben.</p>																																								
<p><b>Lage der Toleranzzonen k bis zc</b>                      oberhalb der Nulllinie</p> 	<p><b>Lage der Toleranzzonen K bis ZC</b>                      vorwiegend unterhalb der Nulllinie</p> 																																								
<p>oberes Grenzabmaß es                      = Grundabmaß + Grundtoleranz IT</p>	<p>unteres Grenzabmaß EI                      = Grundabmaß – Grundtoleranz IT</p>																																								
<p>Beispiel für Passmaß <b>25 p6</b>:</p> <table border="0"> <tr> <td>unteres Grenzabmaß ei</td> <td>= Grundabmaß</td> </tr> <tr> <td>Tabelle Seite 430</td> <td>= +22 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>Grundtoleranz zu Toleranzgrad 6</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Tabelle Seite 436</td> <td>= 13 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>oberes Grenzabmaß es</td> <td></td> </tr> <tr> <td>= 22 μm + 13 μm</td> <td>= +35 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>also:</td> <td>25 p6 = <math>25 \begin{matrix} +0,035 \\ +0,022 \end{matrix}</math></td> </tr> </table>	unteres Grenzabmaß ei	= Grundabmaß	Tabelle Seite 430	= +22 μm	<hr/>		Grundtoleranz zu Toleranzgrad 6		Tabelle Seite 436	= 13 μm	<hr/>		oberes Grenzabmaß es		= 22 μm + 13 μm	= +35 μm	<hr/>		also:	25 p6 = $25 \begin{matrix} +0,035 \\ +0,022 \end{matrix}$	<p>Beispiel für Passmaß <b>125 T10</b>:</p> <table border="0"> <tr> <td>oberes Grenzabmaß ES</td> <td>= Grundabmaß</td> </tr> <tr> <td>Tabelle Seite 432</td> <td>= -122 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>Grundtoleranz zu Toleranzgrad 10</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Tabelle Seite 436</td> <td>= 160 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>unteres Grenzabmaß EI</td> <td></td> </tr> <tr> <td>= -122 μm – 160 μm</td> <td>= -282 μm</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><hr/></td> </tr> <tr> <td>also:</td> <td>125 T10 = <math>125 \begin{matrix} -0,122 \\ -0,282 \end{matrix}</math></td> </tr> </table>	oberes Grenzabmaß ES	= Grundabmaß	Tabelle Seite 432	= -122 μm	<hr/>		Grundtoleranz zu Toleranzgrad 10		Tabelle Seite 436	= 160 μm	<hr/>		unteres Grenzabmaß EI		= -122 μm – 160 μm	= -282 μm	<hr/>		also:	125 T10 = $125 \begin{matrix} -0,122 \\ -0,282 \end{matrix}$
unteres Grenzabmaß ei	= Grundabmaß																																								
Tabelle Seite 430	= +22 μm																																								
<hr/>																																									
Grundtoleranz zu Toleranzgrad 6																																									
Tabelle Seite 436	= 13 μm																																								
<hr/>																																									
oberes Grenzabmaß es																																									
= 22 μm + 13 μm	= +35 μm																																								
<hr/>																																									
also:	25 p6 = $25 \begin{matrix} +0,035 \\ +0,022 \end{matrix}$																																								
oberes Grenzabmaß ES	= Grundabmaß																																								
Tabelle Seite 432	= -122 μm																																								
<hr/>																																									
Grundtoleranz zu Toleranzgrad 10																																									
Tabelle Seite 436	= 160 μm																																								
<hr/>																																									
unteres Grenzabmaß EI																																									
= -122 μm – 160 μm	= -282 μm																																								
<hr/>																																									
also:	125 T10 = $125 \begin{matrix} -0,122 \\ -0,282 \end{matrix}$																																								

## Toleranzen und Passungen

**ISO-Grundabmaße für Außenmaße** Die folgende Tabelle zeigt die Werte für ISO-Grundabmaße (Kleinstabstände) für Außenmaße (Wellen):

Toleranzklassen <sup>2)</sup>		Nennmaßbereich												
		mm												
Grundabmaß- kennung	Toleranzgrad IT	über	1	3	6	10	14	18	24	30	40	50	65	
		bis	3	6	10	14	18	24	30	40	50	65	80	
		Vorzeichen	Werte der Grundabmaße (Kleinstabstände) nach DIN EN ISO 286-1											
		$\mu\text{m}$												
a	alle Toleranz- grade	-	270	270	280	290	290	300	300	310	320	340	360	
b		-	140	140	150	150	150	160	160	170	180	190	200	
c		-	60	70	80	95	95	110	110	120	130	140	150	
d		-	20	30	40	50	50	65	65	80	80	100	100	
e		-	14	20	25	32	32	40	40	50	50	60	60	
f		-	6	10	13	16	16	20	20	25	25	30	30	
g		-	2	4	5	6	6	7	7	9	9	10	10	
h		-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
j <sup>1)</sup>		5 + 6	-	2	2	2	3	3	4	4	5	5	7	7
j <sup>1)</sup>		7	-	4	4	5	6	6	8	8	10	10	12	12
js	alle Grade	Die Grenzabmaße betragen $\pm 1/2$ IT in dem jeweiligen Toleranzgrad												
k	4 - 7	+	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	
k	bis 3, ab 8	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
m	alle Toleranz- grade	+	2	4	6	7	7	8	8	9	9	11	11	
n		+	4	8	10	12	12	15	15	17	17	20	20	
p		+	6	12	15	18	18	22	22	26	26	32	32	
r		+	10	15	19	23	23	28	28	34	34	41	43	
s		+	14	19	23	28	28	35	35	43	43	53	59	
t		+	-	-	-	-	-	-	41	48	54	66	75	
u		+	18	23	28	33	33	41	48	60	70	87	102	
v		+	-	-	-	-	39	47	55	68	81	102	120	
x		+	20	28	34	40	45	54	64	80	97	122	146	
y		+	-	-	-	-	-	63	75	94	114	144	174	
z	+	26	35	42	50	60	73	88	112	136	172	210		
za	+	32	42	52	64	77	98	118	148	180	226	274		
zb	+	40	50	67	90	108	136	160	200	242	300	360		
zc	+	60	80	97	130	150	188	218	274	325	405	480		

<sup>1)</sup> Bei Grundabmaßkennung j ist in der Tabelle generell als Grundabmaß das untere Grenzabmaß angegeben.

<sup>2)</sup> Die besonderen Toleranzklassen mit Grundabmaßkennungen cd, ef und fg für Uhrentechnik und Feinmechanik sind hier nicht aufgeführt.



## Toleranzen und Passungen

80	100	120	140	160	180	200	225	250	280	315	355	400	450
100	120	140	160	180	200	225	250	280	315	355	400	450	500
380	410	460	520	580	660	740	820	920	1050	1200	1350	1500	1650
220	240	260	280	310	340	380	420	480	540	600	680	760	840
170	180	200	210	230	240	260	280	300	330	360	400	440	460
120	120	145	145	145	170	170	170	190	190	210	210	230	230
72	72	85	85	85	100	100	100	110	110	125	125	135	135
36	36	43	43	43	50	50	50	56	56	62	62	68	68
12	12	14	14	14	15	15	15	17	17	18	18	20	20
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	9	11	11	11	13	13	13	16	16	18	18	20	20
15	15	18	18	18	21	21	21	26	26	28	28	32	32
3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	13	15	15	15	17	17	17	20	20	21	21	23	23
23	23	27	27	27	31	31	31	34	34	37	37	40	40
37	37	43	43	43	50	50	50	56	56	62	62	68	68
51	54	63	65	68	77	80	84	94	98	108	114	126	132
71	79	92	100	108	122	130	140	158	170	190	208	232	252
91	104	122	134	146	166	180	196	218	240	268	294	330	360
124	144	170	190	210	236	258	284	315	350	390	435	490	540
146	172	202	228	252	284	310	340	385	425	475	530	595	660
178	210	248	280	310	350	385	425	475	525	590	660	740	820
214	254	300	340	380	425	470	520	580	650	730	820	920	1000
258	310	365	415	465	520	575	640	710	790	900	1000	1100	1250
335	400	470	535	600	670	740	820	920	1000	1150	1300	1450	1600
445	525	620	700	780	880	960	1050	1200	1300	1500	1650	1850	2100
585	690	800	900	1000	1150	1250	1350	1550	1700	1900	2100	2400	2600

## Toleranzen und Passungen

**ISO-Grundabmaße für Innenmaße** Die folgende Tabelle zeigt die Werte für ISO-Grundabmaße (Kleinstabstände) für Innenmaße (Bohrungen):

Toleranzklassen <sup>2)</sup>	Nennmaßbereich													
	Grundabmaßkennung	Toleranzgrad IT	mm											
			über	1	3	6	10	14	18	24	30	40	50	65
			bis	3	6	10	14	18	24	30	40	50	65	80
		Vorzeichen	Werte der Grundabmaße (Kleinstabstände) nach DIN EN ISO 286-1											
			μm											
A	alle Toleranzgrade	+	270	270	280	290	290	300	300	310	320	340	360	
B		+	140	140	150	150	150	160	160	170	180	190	200	
C		+	60	70	80	95	95	110	110	120	130	140	150	
D		+	20	30	40	50	50	65	65	80	80	100	100	
E		+	14	20	25	32	32	40	40	50	50	60	60	
F		+	6	10	13	16	16	20	20	25	25	30	30	
G		+	2	4	5	6	6	7	7	9	9	10	10	
H			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
J <sup>1)</sup>		6	+	2	5	5	6	6	8	8	10	10	13	13
J <sup>1)</sup>	7	+	4	6	8	10	10	12	12	14	14	18	18	
J <sup>1)</sup>	8	+	6	10	12	15	15	20	20	24	24	28	28	
JS	alle Grade	Die Grenzabmaße betragen $\pm 1/2$ IT in dem jeweiligen Toleranzgrad												
K	5	+	0	0	1	2	2	1	1	2	2	3	3	
K	6	+	0	2	2	2	2	2	2	3	3	4	4	
K	7	+	0	3	5	6	6	6	6	7	7	9	9	
K	8	+	0	5	6	8	8	10	10	12	12	14	14	
M	6	-	2	1	3	4	4	4	4	4	4	5	5	
M	7	-	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
M	8		-2	+2	+1	+2	+2	+4	+4	+5	+5	+5	+5	
M	ab 9	-	2	4	6	7	7	8	8	9	9	11	11	
N	6	-	4	5	7	9	9	11	11	12	12	14	14	
N	7	-	4	4	4	5	5	7	7	8	8	9	9	
N	8	-	4	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	
N	ab 9	-	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
P	6	-	6	9	12	15	15	18	18	21	21	26	26	
R		-	10	12	16	20	20	24	24	29	29	35	37	
S		-	14	16	20	25	25	31	31	38	38	47	53	
T		-	-	-	-	-	-	-	-	37	43	49	60	69

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 434.

<sup>1)</sup> Bei Grundabmaßkennung J ist in der Tabelle generell als Grundabmaß das untere Grenzabmaß angegeben.

<sup>2)</sup> Die besonderen Toleranzklassen mit Grundabmaßkennungen CD, EF und FG für Uhrentechnik und Feinmechanik sind hier nicht aufgeführt.

## Toleranzen und Passungen

80	100	120	140	160	180	200	225	250	280	315	355	400	450
100	120	140	160	180	200	225	250	280	315	355	400	450	500
380	410	460	520	580	660	740	820	920	1050	1200	1350	1500	1650
220	240	260	280	310	340	380	420	480	540	600	680	760	840
170	180	200	210	230	240	260	280	300	330	360	400	440	480
120	120	145	145	145	170	170	170	190	190	210	210	230	230
72	72	85	85	85	100	100	100	110	110	125	125	135	135
36	36	43	43	43	50	50	50	56	56	62	62	68	68
12	12	14	14	14	15	15	15	17	17	18	18	20	20
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	16	18	18	18	22	22	22	25	25	29	29	33	33
22	22	26	26	26	30	30	30	36	36	39	39	43	43
34	34	41	41	41	47	47	47	55	55	60	60	66	66
2	2	3	3	3	2	2	2	3	3	3	3	2	2
4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	7	7	8	8
10	10	12	12	12	13	13	13	16	16	17	17	18	18
16	16	20	20	20	22	22	22	25	25	28	28	29	29
6	6	8	8	8	8	8	8	9	9	10	10	10	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+6	+6	+8	+8	+8	+9	+9	+9	+9	+9	+11	+11	+11	+11
13	13	15	15	15	17	17	17	20	20	21	21	23	23
16	16	20	20	20	22	22	22	25	25	26	26	27	27
10	10	12	12	12	14	14	14	14	14	16	16	17	17
4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	6	6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	30	36	36	36	41	41	41	47	47	51	51	55	55
44	47	56	58	61	68	71	75	85	89	97	103	113	119
64	72	85	93	101	113	121	131	149	161	179	197	219	239
84	97	115	127	139	157	171	187	209	231	257	283	317	347

## Toleranzen und Passungen

Fortsetzung der Tabelle ISO-Grundabmaße für Innenmaße von Seite 432.

Toleranz- klassen	Nennmaßbereich													
	Grundmaß- kennung	Toleranzgrad IT	mm											
			über	1	3	6	10	14	18	24	30	40	50	65
			bis	3	6	10	14	18	24	30	40	50	65	80
Vorzeichen			Werte der Grundabmaße (Kleinstabstände) nach DIN EN ISO 286-1											
		$\mu\text{m}$												
U	6	-	18	20	25	30	30	37	44	55	65	81	96	
V		-	-	-	-	-	36	43	51	63	76	96	114	
X		-	20	25	31	37	42	50	60	75	92	116	140	
Y		-	-	-	-	-	-	59	71	89	109	138	168	
Z		-	26	32	39	47	57	69	84	107	131	166	204	
ZA		-	32	39	49	61	74	94	114	143	175	220	268	
ZB		-	40	47	64	87	105	132	156	195	237	294	354	
ZC		-	60	77	94	127	147	184	214	269	320	399	474	
P		7	-	6	8	9	11	11	14	14	17	17	21	21
R	-		10	11	13	16	16	20	20	25	25	30	32	
S	-		14	15	17	21	21	27	27	34	34	42	48	
T	-		-	-	-	-	-	-	33	39	45	55	64	
U	-		18	19	22	26	26	33	40	51	61	76	91	
V	-		-	-	-	-	32	39	47	59	72	91	109	
X	-		20	24	28	33	38	46	56	71	88	111	135	
Y	-		-	-	-	-	-	55	67	85	105	133	163	
Z	-		26	31	36	43	53	65	80	103	127	161	199	
ZA	-		32	38	46	57	70	90	110	139	171	215	263	
ZB	-		40	46	61	83	101	128	152	191	233	289	349	
ZC	-		60	76	91	123	143	180	210	265	316	394	469	
P	ab 8		-	6	12	15	18	18	22	22	26	26	32	32
R		-	10	15	19	23	23	28	28	34	34	41	43	
S		-	14	19	23	28	28	35	35	43	43	53	59	
T		-	-	-	-	-	-	-	41	48	54	66	75	
U		-	18	23	28	33	33	41	48	60	70	87	102	
V		-	-	-	-	-	39	47	55	68	81	102	120	
X		-	20	28	34	40	45	54	64	80	97	122	146	
Y		-	-	-	-	-	-	63	75	94	114	144	174	
Z		-	26	35	42	50	60	73	88	112	136	172	210	
ZA		-	32	42	52	64	77	98	118	148	180	226	274	
ZB	-	40	50	67	90	108	136	160	200	242	300	360		
ZC	-	60	80	97	130	150	188	218	274	325	405	480		

## Toleranzen und Passungen

80	100	120	140	160	180	200	225	250	280	315	355	400	450
100	120	140	160	180	200	225	250	280	315	355	400	450	500
117	137	163	183	203	227	249	275	306	341	379	424	477	527
139	165	195	221	245	275	301	331	376	416	464	519	582	647
171	203	241	273	303	341	376	416	466	516	579	649	727	807
207	247	293	333	373	416	461	511	571	641	719	809	907	987
251	303	358	406	458	511	566	631	701	781	889	989	1087	1237
328	393	463	528	593	661	731	811	911	991	1139	1289	1437	1587
38	518	613	693	773	871	951	1041	1191	1291	1489	1639	1837	2087
578	683	793	893	993	1141	1241	1341	1541	1691	1889	2089	2387	2587
24	24	28	28	28	33	33	33	36	36	41	41	45	45
38	41	48	50	53	60	63	67	74	78	87	93	103	109
58	66	77	85	93	105	113	123	138	150	169	187	209	229
78	91	107	119	131	149	163	179	198	220	247	273	307	337
111	131	155	175	195	219	241	267	295	330	369	414	467	517
133	159	187	213	237	267	293	323	365	405	454	509	572	637
165	197	233	265	295	333	368	408	455	505	569	639	717	797
201	241	285	325	365	408	453	503	560	630	709	799	897	977
245	297	350	400	450	503	558	623	690	770	879	979	1077	1227
322	387	455	520	585	653	723	803	900	980	1129	1279	1427	1577
432	512	605	685	765	863	943	1033	1180	1280	1479	1629	1827	2077
572	677	785	885	985	1133	1233	1333	1530	1680	1879	2079	2377	2577
37	37	43	43	43	50	50	50	56	56	62	62	68	68
51	54	63	65	68	77	80	84	94	98	108	114	126	132
71	79	92	100	108	122	130	140	158	170	190	208	232	252
91	104	122	134	146	166	180	196	218	240	268	294	330	360
124	144	170	190	210	236	258	284	315	350	390	435	490	540
146	172	202	228	252	284	310	340	385	425	475	530	595	660
178	210	248	280	310	350	385	425	475	525	590	660	740	820
214	254	300	340	380	425	470	520	580	650	730	820	920	1000
258	310	365	415	465	520	575	640	710	790	900	1000	1100	1250
335	400	470	535	600	670	740	820	920	1000	1150	1300	1450	1600
445	525	620	700	780	880	960	1050	1200	1300	1500	1650	1850	2100
585	690	800	900	1000	1150	1250	1350	1550	1700	1900	2100	2400	2600

ISO-Grundtoleranzen Die folgende Tabelle zeigt die Werte für ISO-Grundtoleranzen:

Grundtoleranzgrad	Nennmaßbereich mm						
	über –	3	6	10	18	30	50
	bis 3	6	10	18	30	50	80
ISO-Grundtoleranzen IT nach DIN EN ISO 286-1 µm							
IT01	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,8
IT0	0,5	0,6	0,6	0,8	1	1	1,2
IT1	0,8	1	1	1,2	1,5	1,5	2
IT2	1,2	1,5	1,5	2	2,5	2,5	3
IT3	2	2,5	2,5	3	4	4	5
IT4	3	4	4	5	6	7	8
IT5	4	5	6	8	9	11	13
IT6	6	8	9	11	13	16	19
IT7	10	12	15	18	21	25	30
IT8	14	18	22	27	33	39	46
IT9	25	30	36	43	52	62	74
IT10	40	48	58	70	84	100	120
IT11	60	75	90	110	130	160	190
IT12	100	120	150	180	210	250	300
IT13	140	180	220	270	330	390	460
IT14	250	300	360	430	520	620	740
IT15	400	480	580	700	840	1000	1200
IT16	600	750	900	1100	1300	1600	1900
IT17	1000	1200	1500	1800	2100	2500	3000
IT18	1400	1800	2200	2700	3300	3900	4600

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 437.

Fortsetzung der Tabelle ISO-Grundtoleranzen von Seite 436.

Grundtoleranzgrad	Nennmaßbereich mm					
	über 80 bis 120	120 180	180 250	250 315	315 400	400 500
ISO-Grundtoleranzen IT nach DIN EN ISO 286-1 μm						
IT01	1	1,2	2	2,5	3	4
IT0	1,5	2	3	4	5	6
IT1	2,5	3,5	4,5	6	7	8
IT2	4	5	7	8	9	10
IT3	6	8	10	12	13	15
IT4	10	12	14	16	18	20
IT5	15	18	20	23	25	27
IT6	22	25	29	32	36	40
IT7	35	40	46	52	57	63
IT8	54	63	72	81	89	97
IT9	87	100	115	130	140	155
IT10	140	160	185	210	230	250
IT11	220	250	290	320	360	400
IT12	350	400	460	520	570	630
IT13	540	630	720	810	890	970
IT14	870	1000	1150	1300	1400	1550
IT15	1400	1600	1850	2100	2300	2500
IT16	2200	2500	2900	3200	3600	4000
IT17	3500	4000	4600	5200	5700	6300
IT18	5400	6300	7200	8100	8900	9700

## Toleranzen und Passungen

### ISO-Toleranzen für Wellen

Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl von ISO-Toleranzen für Wellen und deren zugehörige Grenzabmaße:

Toleranzklassen	Nennmaßbereich mm																								
	über 1			3		6		10		18		30		40		50		65		80		100		120	
	bis 3			6		10		18		30		40		50		65		80		100		120		140	
Grenzabmaße (1 μm = 0,001 mm)													oberes Grenzmaß = es unteres Grenzmaß = ei												
μm																									
a12	-270	-270	-280	-290	-300	-310	-320	-340	-360	-380	-410	-460	-370	-390	-430	-470	-510	-560	-570	-640	-660	-730	-760	-860	
a13	-270	-270	-280	-290	-300	-310	-320	-340	-360	-380	-410	-460	-410	-450	-500	-560	-630	-700	-710	-800	-820	-920	-950	-1090	
c12	-60	-70	-80	-95	-110	-120	-130	-140	-150	-170	-180	-200	-160	-190	-230	-275	-320	-370	-380	-440	-450	-520	-530	-600	
d6	-20	-30	-40	-50	-65	-80	-80	-100	-100	-120	-120	-145	-26	-38	-49	-61	-78	-96	-96	-119	-119	-142	-142	-170	
e6	-14	-20	-25	-32	-40	-50	-50	-60	-60	-72	-72	-85	-20	-28	-34	-43	-53	-66	-66	-79	-79	-94	-94	-110	
e7	-14	-20	-25	-32	-40	-50	-50	-60	-60	-72	-72	-85	-24	-32	-40	-50	-61	-75	-75	-90	-90	-107	-107	-125	
e8	-14	-20	-25	-32	-40	-50	-50	-60	-60	-72	-72	-85	-28	-38	-47	-59	-73	-89	-89	-106	-106	-126	-126	-148	
f5	-6	-10	-13	-16	-20	-25	-25	-30	-30	-36	-36	-43	-10	-15	-19	-24	-29	-36	-36	-43	-43	-51	-51	-61	
f6	-6	-10	-13	-16	-20	-25	-25	-30	-30	-36	-36	-43	-12	-18	-22	-27	-33	-41	-41	-49	-49	-58	-58	-68	
f7	-6	-10	-13	-16	-20	-25	-25	-30	-30	-36	-36	-43	-16	-22	-28	-34	-41	-50	-50	-60	-60	-71	-71	-83	
g5	-2	-4	-5	-6	-7	-9	-9	-10	-10	-12	-12	-14	-6	-9	-11	-14	-16	-20	-20	-23	-23	-27	-27	-32	
g6	-2	-4	-5	-6	-7	-9	-9	-10	-10	-12	-12	-14	-8	-12	-14	-17	-20	-25	-25	-29	-29	-34	-34	-39	
g7	-2	-4	-5	-6	-7	-9	-9	-10	-10	-12	-12	-14	-12	-16	-20	-24	-28	-34	-34	-40	-40	-47	-47	-54	
h5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-5	-6	-8	-9	-11	-11	-13	-13	-15	-15	-18	
h6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-8	-9	-11	-13	-16	-16	-19	-19	-22	-22	-25	
h7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-10	-12	-15	-18	-21	-25	-25	-30	-30	-35	-35	-40	
h8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-14	-18	-22	-27	-33	-39	-39	-46	-46	-54	-54	-63	
h9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-25	-30	-36	-43	-52	-62	-62	-74	-74	-87	-87	-100	
h10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-40	-48	-58	-70	-84	-100	-100	-120	-120	-140	-140	-160	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 440.



## Toleranzen und Passungen

140	160	180	200	225	250	280	315	355	400	450
160	180	200	225	250	280	315	355	400	450	500
-520	-580	-660	-740	-820	-920	-1050	-1200	-1350	-1500	-1650
-920	-980	-1120	-1200	-1280	-1440	1570	-1770	-1920	-2130	-2280
-520	-580	-660	-740	-820	-920	-1050	-1200	-1350	-1500	-1650
-1150	-1210	-1380	-1460	-1540	-1730	-1860	-2090	-2240	-2470	-2620
-210	-230	-240	-260	-280	-300	-330	-360	-400	-440	-480
-610	-630	-700	-720	-740	-820	-850	-930	-970	-1070	-1110
-145	-145	-170	-170	-170	-190	-190	-210	-210	-230	-230
-170	-170	-199	-199	-199	-222	-222	-246	-246	-270	-270
-85	-85	-100	-100	-100	-110	-110	-125	-125	-135	-135
-110	-110	-129	-129	-129	-142	-142	-161	-161	-175	-175
-85	-85	-100	-100	-100	-110	-110	-125	-125	-135	-135
-125	-125	-146	-146	-146	-162	-162	-182	-182	-198	-198
-85	-85	-100	-100	-100	-110	-110	-125	-125	-135	-135
-148	-148	-172	-172	-172	-191	-191	-214	-214	-232	-232
-43	-43	-50	-50	-50	-56	-56	-62	-62	-68	-68
-61	-61	-70	-70	-70	-79	-79	-87	-87	-95	-95
-43	-43	-50	-50	-50	-56	-56	-62	-62	-68	-68
-68	-68	-79	-79	-79	-88	-88	-98	-98	-108	-108
-43	-43	-50	-50	-50	-56	-56	-62	-62	-68	-68
-83	-83	-96	-96	-96	-108	-108	-119	-119	-131	-131
-14	-14	-15	-15	-15	-17	-17	-18	-18	-20	-20
-32	-32	-35	-35	-35	-40	-40	-43	-43	-47	-47
-14	-14	-15	-15	-15	-17	-17	-18	-18	-20	-20
-39	-39	-44	-44	-44	-49	-49	-54	-54	-60	-60
-14	-14	-15	-15	-15	-17	-17	-18	-18	-20	-20
-54	-54	-61	-61	-61	-69	-69	-75	-75	-83	-83
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-18	-18	-20	-20	-20	-23	-23	-25	-25	-27	-27
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-25	-25	-29	-29	-29	-32	-32	-36	-36	-40	-40
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-40	-40	-46	-46	-46	-52	-52	-57	-57	-63	-63
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-63	-63	-72	-72	-72	-81	-81	-89	-89	-97	-97
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-100	-100	-115	-115	-115	-130	-130	-140	-140	-155	-155
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-160	-160	-185	-185	-185	-210	-210	-230	-230	-250	-250

## Toleranzen und Passungen

Fortsetzung der Tabelle ISO-Toleranzen für Wellen von Seite 438.

Toleranzklassen	Nennmaßbereich mm											
	über 1 bis 3	3 6	6 10	10 18	18 30	30 40	40 50	50 65	65 80	80 100	100 120	120 140
	Grenzabmaße (1 $\mu\text{m}$ = 0,001 mm)						oberes Grenzabmaß = es unteres Grenzabmaß = ei					
h11	0 -60	0 -75	0 -90	0 -110	0 -130	0 -160	0 -160	0 -190	0 -190	0 -220	0 -220	0 -250
h13	-0 -140	0 -180	0 -220	0 -270	0 -330	0 -390	0 -390	0 -460	0 -460	0 -540	0 -540	0 -630
j5	+2 -2	+3 -2	+4 -2	+5 -3	+5 -4	+6 -5	+6 -5	+6 -7	+6 -7	+6 -9	+6 -9	+7 -11
j6	+4 -2	+6 -2	+7 -2	+8 -3	+9 -4	+11 -5	+11 -5	+12 -7	+12 -7	+13 -9	+13 -9	+14 -11
j7	+6 -4	+8 -4	+10 -5	+12 -6	+13 -8	+15 -10	+15 -10	+18 -12	+18 -12	+20 -15	+20 -15	+22 -18
js5	+2 -2	+2,5 -2,5	+3 -3	+4 -4	+4,5 -4,5	+5,5 -5,5	+5,5 -5,5	+6,5 -6,5	+6,5 -6,5	+7,5 -7,5	+7,5 -7,5	+9 -9
js6	+3 -3	+4 -4	+4,5 -4,5	+5,5 -5,5	+6,5 -6,5	+8 -8	+8 -8	+9,5 -9,5	+9,5 -9,5	+11 -11	+11 -11	+12,5 -12,5
js7	+5 -5	+6 -6	+7,5 -7,5	+9 -9	+10,5 -10,5	+12,5 -12,5	+12,5 -12,5	+15 -15	+15 -15	+17,5 -17,5	+17,5 -17,5	+20 -20
k5	+4 0	+6 +1	+7 +1	+9 +1	+11 +2	+13 +2	+13 +2	+15 +2	+15 +2	+18 +3	+18 +3	+21 +3
k6	+6 0	+9 +1	+10 +1	+12 +1	+15 +2	+18 +2	+18 +2	+21 +2	+21 +2	+25 +3	+25 +3	+28 +3
k7	+10 0	+13 +1	+16 +1	+19 +1	+23 +2	+27 +2	+27 +2	+32 +2	+32 +2	+38 +3	+38 +3	+43 +3
m5	+6 +2	+9 +4	+12 +6	+15 +7	+17 +8	+20 +9	+20 +9	+24 +11	+24 +11	+28 +13	+28 +13	+33 +15
m6	+8 +2	+12 +4	+15 +6	+18 +7	+21 +8	+25 +9	+25 +9	+30 +11	+30 +11	+35 +13	+35 +13	+40 +15
m7	+12 +2	+16 +4	+21 +6	+25 +7	+29 +8	+34 +9	+34 +9	+41 +11	+41 +11	+48 +13	+48 +13	+55 +15
n5	+8 +4	+13 +8	+16 +10	+20 +12	+24 +15	+28 +17	+28 +17	+33 +20	+33 +20	+38 +23	+38 +23	+45 +27
n6	+10 +4	+16 +8	+19 +10	+23 +12	+28 +15	+33 +17	+33 +17	+39 +20	+39 +20	+45 +23	+45 +23	+52 +27
n7	+14 +4	+20 +8	+25 +10	+30 +12	+36 +15	+42 +17	+42 +17	+50 +20	+50 +20	+58 +23	+58 +23	+67 +27
p5	+10 +6	+17 +12	+21 +15	+26 +18	+31 +22	+37 +26	+37 +26	+45 +32	+45 +32	+52 +37	+52 +37	+61 +43
p6	+12 +6	+20 +12	+24 +15	+29 +18	+35 +22	+42 +26	+42 +26	+51 +32	+51 +32	+59 +37	+59 +37	+68 +43
p7	+16 +6	+24 +12	+30 +15	+36 +18	+43 +22	+51 +26	+51 +26	+62 +32	+62 +32	+72 +37	+72 +37	+83 +43

## Toleranzen und Passungen

140	160	180	200	225	250	280	315	355	400	450
160	180	200	225	250	280	315	355	400	450	500
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-250	-250	-290	-290	-290	-320	-320	-360	-360	-400	-400
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-630	-630	-720	-720	-720	-810	-810	-890	-890	-970	-970
+7	+7	+7	+7	+7	+7	+7	+7	+7	+7	+7
-11	-11	-13	-13	-13	-16	-16	-18	-18	-20	-20
+14	+14	+16	+16	+16	+16	+16	+18	+18	+20	+20
-11	-11	-13	-13	-13	-16	-16	-18	-18	-20	-20
+22	+22	+25	+25	+25	+26	+26	+29	+29	+31	+31
-18	-18	-21	-21	-21	-26	-26	-28	-28	-32	-32
+9	+9	+10	+10	+10	+11,5	+11,5	+12,5	+12,5	+13,5	+13,5
-9	-9	-10	-10	-10	-11,5	-11,5	-12,5	-12,5	-13,5	-13,5
+12,5	+12,5	+14,5	+14,5	+14,5	+16	+16	+18	+18	+20	+20
-12,5	-12,5	-14,5	-14,5	-14,5	-16	-16	-18	-18	-20	-20
+20	+20	+23	+23	+23	+26	+26	+28,5	+28,5	+31,5	+31,5
-20	-20	-23	-23	-23	-26	-26	-28,5	-28,5	-31,5	-31,5
+21	+21	+24	+24	+24	+27	+27	+29	+29	+32	+32
+3	+3	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+5	+5
+28	+28	+33	+33	+33	+36	+36	+40	+40	+45	+45
+3	+3	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+5	+5
+43	+43	+50	+50	+50	+56	+56	+61	+61	+68	+68
+3	+3	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+5	+5
+33	+33	+37	+37	+37	+43	+43	+46	+46	+50	+50
+15	+15	+17	+17	+17	+20	+20	+21	+21	+23	+23
+40	+40	+46	+46	+46	+52	+52	+57	+57	+63	+63
+15	+15	+17	+17	+17	+20	+20	+21	+21	+23	+23
+55	+55	+63	+63	+63	+72	+72	+78	+78	+86	+86
+15	+15	+17	+17	+17	+20	+20	+21	+21	+23	+23
+45	+45	+51	+51	+51	+57	+57	+62	+62	+67	+67
+27	+27	+31	+31	+31	+34	+34	+37	+37	+40	+40
+52	+52	+60	+60	+60	+66	+66	+73	+73	+80	+80
+27	+27	+31	+31	+31	+34	+34	+37	+37	+40	+40
+67	+67	+77	+77	+77	+86	+86	+94	+94	+103	+103
+27	+27	+31	+31	+31	+34	+34	+37	+37	+40	+40
+61	+61	+70	+70	+70	+79	+79	+87	+87	+95	+95
+43	+43	+50	+50	+50	+56	+56	+62	+62	+68	+68
+68	+68	+79	+79	+79	+88	+88	+98	+98	+108	+108
+43	+43	+50	+50	+50	+56	+56	+62	+62	+68	+68
+83	+83	+96	+96	+96	+108	+108	+119	+119	+131	+131
+43	+43	+50	+50	+50	+56	+56	+62	+62	+68	+68

## Toleranzen und Passungen

**ISO-Toleranzen für Bohrungen** Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl von ISO-Toleranzen für Bohrungen und deren zugehörige Grenzabmaße:

Toleranzklassen	Nennmaßbereich mm													
	über 3 bis 6	6 10	10 18	18 30	30 40	40 50	50 65	65 80	80 100	100 120	120 140	140 160	160 180	180 200
	Grenzabmaße (1 $\mu\text{m}$ = 0,001 mm) $\mu\text{m}$							oberes Grenzabmaß = ES unteres Grenzabmaß = EI						
A11	+345 +270	+370 +280	+400 +290	+430 +300	+470 +310	+480 +320	+530 +340	+550 +360	+600 +380	+630 +410	+710 +460	+770 +520	+830 +580	+950 +660
C11	+145 +70	+170 +80	+205 +95	+240 +110	+280 +120	+290 +130	+330 +140	+340 +150	+390 +170	+400 +180	+450 +200	+460 +210	+480 +230	+530 +240
D10	+78 +30	+98 +40	+120 +50	+149 +65	+180 +80	+180 +100	+220 +100	+220 +120	+260 +120	+260 +145	+305 +145	+305 +145	+305 +145	+355 +170
E6	+28 +20	+34 +25	+43 +32	+53 +40	+66 +50	+66 +50	+79 +60	+79 +60	+94 +72	+94 +72	+110 +85	+110 +85	+110 +85	+129 +100
E7	+32 +20	+40 +25	+50 +32	+61 +40	+75 +50	+75 +50	+90 +60	+90 +60	+107 +72	+107 +72	+125 +85	+125 +85	+125 +85	+146 +100
E9	+50 +20	+61 +25	+75 +32	+92 +40	+112 +50	+112 +50	+134 +60	+134 +60	+159 +72	+159 +72	+185 +85	+185 +85	+185 +85	+215 +100
E10	+68 +20	+83 +25	+102 +32	+124 +40	+150 +50	+150 +50	+180 +60	+180 +60	+212 +72	+212 +72	+245 +85	+245 +85	+245 +85	+285 +100
F6	+18 +10	+22 +13	+27 +16	+33 +20	+41 +25	+41 +25	+49 +30	+49 +30	+58 +36	+58 +36	+68 +43	+68 +43	+68 +43	+79 +50
F7	+22 +10	+28 +13	+34 +16	+41 +20	+50 +25	+50 +25	+60 +30	+60 +30	+71 +36	+71 +36	+83 +43	+83 +43	+83 +43	+96 +50
F8	+28 +10	+35 +13	+43 +16	+53 +20	+64 +25	+64 +25	+76 +30	+76 +30	+90 +36	+90 +36	+106 +43	+106 +43	+106 +43	+122 +50
G6	+12 +4	+14 +5	+17 +6	+20 +7	+25 +9	+25 +9	+29 +10	+29 +10	+34 +12	+34 +12	+39 +14	+39 +14	+39 +14	+44 +15
G7	+16 +4	+20 +5	+24 +6	+28 +7	+34 +9	+34 +9	+40 +10	+40 +10	+47 +12	+47 +12	+54 +14	+54 +14	+54 +14	+61 +15
G8	+22 +4	+27 +5	+33 +6	+40 +7	+48 +9	+48 +9	+56 +10	+56 +10	+66 +12	+66 +12	+77 +14	+77 +14	+77 +14	+87 +15
H6	+8 0	+9 0	+11 0	+13 0	+16 0	+16 0	+19 0	+19 0	+22 0	+22 0	+25 0	+25 0	+25 0	+29 0
H7	+12 0	+15 0	+18 0	+21 0	+25 0	+25 0	+30 0	+30 0	+35 0	+35 0	+40 0	+40 0	+40 0	+46 0
H8	+18 0	+22 0	+27 0	+33 0	+39 0	+39 0	+46 0	+46 0	+54 0	+54 0	+63 0	+63 0	+63 0	+72 0
H9	+30 0	+36 0	+43 0	+52 0	+62 0	+62 0	+74 0	+74 0	+87 0	+87 0	+100 0	+100 0	+100 0	+115 0
H10	+48 0	+58 0	+70 0	+84 0	+100 0	+100 0	+120 0	+120 0	+140 0	+140 0	+160 0	+160 0	+160 0	+185 0
H11	+75 0	+90 0	+110 0	+130 0	+160 0	+160 0	+190 0	+190 0	+220 0	+220 0	+250 0	+250 0	+250 0	+290 0

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 444.

## Toleranzen und Passungen

200	225	250	280	315	355	400	450	500	560	630	710	800	900
225	250	280	315	355	400	450	500	560	630	710	800	900	1000
+1030	+1110	+1240	+1370	+1560	+1710	+1900	+2050	-	-	-	-	-	-
+740	+820	+920	+1050	+1200	+1350	+1500	+1650	-	-	-	-	-	-
+550	+570	+620	+650	+720	+760	+840	+880	-	-	-	-	-	-
+260	+280	+300	+330	+360	+400	+440	+480	-	-	-	-	-	-
+355	+355	+400	+400	+440	+440	+480	+480	+540	+540	+610	+610	+680	+680
+170	+170	+190	+190	+210	+210	+230	+230	+260	+260	+290	+290	+320	+320
+129	+129	+142	+142	+161	+161	+175	+175	+189	+189	+210	+210	+226	+226
+100	+100	+110	+110	+125	+125	+135	+135	+145	+145	+160	+160	+170	+170
+146	+146	+162	+162	+182	+182	+198	+198	+215	+215	+240	+240	+260	+260
+100	+100	+110	+110	+125	+125	+135	+135	+145	+145	+160	+160	+170	+170
+215	+215	+240	+240	+265	+265	+290	+290	+320	+320	+360	+360	+400	+400
+100	+100	+110	+110	+125	+125	+135	+135	+145	+145	+160	+160	+170	+170
+285	+285	+320	+320	+355	+355	+385	+385	+425	+425	+480	+480	+530	+530
+100	+100	+110	+110	+125	+125	+135	+135	+145	+145	+160	+160	+170	+170
+79	+79	+88	+88	+98	+98	+108	+108	+120	+120	+130	+130	+142	+142
+50	+50	+56	+56	+62	+62	+68	+68	+76	+76	+80	+80	+86	+86
+96	+96	+108	+108	+119	+119	+131	+131	+146	+146	+160	+160	+176	+176
+50	+50	+56	+56	+62	+62	+68	+68	+76	+76	+80	+80	+86	+86
+122	+122	+137	+137	+151	+151	+165	+165	+186	+186	+205	+205	+226	+226
+50	+50	+56	+56	+62	+62	+68	+68	+76	+76	+80	+80	+86	+86
+44	+44	+49	+49	+54	+54	+60	+60	+66	+66	+74	+74	+82	+82
+15	+15	+17	+17	+18	+18	+20	+20	+22	+22	+24	+24	+26	+26
+61	+61	+69	+69	+75	+75	+83	+83	+92	+92	+104	+104	+116	+116
+15	+15	+17	+17	+18	+18	+20	+20	+22	+22	+24	+24	+26	+26
+87	+87	+98	+98	+107	+107	+117	+117	+132	+132	+149	+149	+166	+166
+15	+15	+17	+17	+18	+18	+20	+20	+22	+22	+24	+24	+26	+26
+29	+29	+32	+32	+36	+36	+40	+40	+44	+44	+50	+50	+56	+56
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+46	+46	+52	+52	+57	+57	+63	+63	+70	+70	+80	+80	+90	+90
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+72	+72	+81	+81	+89	+89	+97	+97	+110	+110	+125	+125	+140	+140
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+115	+115	+130	+130	+140	+140	+155	+155	+175	+175	+200	+200	+230	+230
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+185	+185	+210	+210	+230	+230	+250	+250	+280	+280	+320	+320	+360	+360
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+290	+290	+320	+320	+360	+360	+400	+400	+440	+440	+500	+500	+560	+560
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

## Toleranzen und Passungen

Fortsetzung der Tabelle ISO-Toleranzen für Bohrungen von Seite 442.

Toleranzklassen	Nennmaßbereich mm												
	über 3 bis 6	6 10	10 18	18 30	30 40	40 50	50 65	65 80	80 100	100 120	120 140	140 160	160 180
	Grenzabmaße (1 $\mu\text{m}$ = 0,001 mm) $\mu\text{m}$						oberes Grenzabmaß = ES unteres Grenzabmaß = EI						
J6	+5 -3	+5 -4	+6 -5	+8 -5	+10 -6	+10 -6	+13 -6	+13 -6	+16 -6	+16 -6	+18 -7	+18 -7	+18 -7
J7	+6 -6	+8 -7	+10 -8	+12 -9	+14 -11	+14 -11	+18 -12	+18 -12	+22 -13	+22 -13	+26 -14	+26 -14	+26 -14
J8	+10 -8	+12 -10	+15 -12	+20 -13	+24 -15	+24 -15	+28 -18	+28 -18	+34 -20	+34 -20	+41 -22	+41 -22	+41 -22
JS6	+4 -4	+4,5 -4,5	+5,5 -5,5	+6,5 -6,5	+8 -8	+8 -8	+9,5 -9,5	+9,5 -9,5	+11 -11	+11 -11	+12,5 -12,5	+12,5 -12,5	+12,5 -12,5
JS7	+6 -6	+7,5 -7,5	+9 -9	+10,5 -10,5	+12,5 -12,5	+12,5 -12,5	+15 -15	+15 -15	+17,5 -17,5	+17,5 -17,5	+20 -20	+20 -20	+20 -20
JS8	+9 -9	+11 -11	+13,5 -13,5	+16,5 -16,5	+19,5 -19,5	+19,5 -19,5	+23 -23	+23 -23	+27 -27	+27 -27	+31,5 -31,5	+31,5 -31,5	+31,5 -31,5
K6	+2 -6	+2 -7	+2 -9	+2 -11	+3 -13	+3 -13	+4 -15	+4 -15	+4 -18	+4 -18	+4 -21	+4 -21	+4 -21
K7	+3 -9	+5 -10	+6 -12	+6 -15	+7 -18	+7 -18	+9 -21	+9 -21	+10 -25	+10 -25	+12 -28	+12 -28	+12 -28
K8	+5 -13	+6 -16	+8 -19	+10 -23	+12 -27	+12 -27	+14 -32	+14 -32	+16 -38	+16 -38	+20 -43	+20 -43	+20 -43
M6	-1 -9	-3 -12	-4 -15	-4 -17	-4 -20	-4 -20	-5 -24	-5 -24	-6 -28	-6 -28	-8 -33	-8 -33	-8 -33
M7	0 -12	0 -15	0 -18	0 -21	0 -25	0 -25	0 -30	0 -30	0 -35	0 -35	0 -40	0 -40	0 -40
M8	+2 -16	+1 -21	+2 -25	+4 -29	+5 -34	+5 -34	+5 -41	+5 -41	+6 -48	+6 -48	+8 -55	+8 -55	+8 -55
N6	-5 -13	-7 -16	-9 -20	-11 -24	-12 -28	-12 -28	-14 -33	-14 -33	-16 -38	-16 -38	-20 -45	-20 -45	-20 -45
N7	-4 -16	-4 -19	-5 -23	-7 -28	-8 -33	-8 -33	-9 -39	-9 -39	-10 -45	-10 -45	-12 -52	-12 -52	-12 -52
N8	-2 -20	-3 -25	-3 -30	-3 -36	-3 -42	-3 -42	-4 -50	-4 -50	-4 -58	-4 -58	-4 -67	-4 -67	-4 -67
P6	-9 -17	-12 -21	-15 -26	-18 -31	-21 -37	-21 -37	-26 -45	-26 -45	-30 -52	-30 -52	-36 -61	-36 -61	-36 -61
P7	-8 -20	-9 -24	-11 -29	-14 -35	-17 -42	-17 -42	-21 -51	-21 -51	-24 -59	-24 -59	-28 -68	-28 -68	-28 -68
P8	-12 -30	-15 -37	-18 -45	-22 -55	-26 -65	-26 -65	-32 -78	-32 -78	-37 -91	-37 -91	-43 -106	-43 -106	-43 -106
R6	-12 -20	-16 -25	-20 -31	-24 -37	-29 -45	-29 -45	-35 -54	-37 -56	-44 -66	-47 -69	-56 -81	-58 -83	-61 -86
R7	-11 -23	-13 -28	-16 -34	-20 -41	-25 -50	-25 -50	-30 -60	-32 -62	-38 -73	-41 -76	-48 -88	-50 -90	-53 -93

## Toleranzen und Passungen

180 200	200 225	225 250	250 280	280 315	315 355	355 400	400 450	450 500	500 560	560 630	630 710	710 800	800 900	900 1000
+22	+22	+22	+25	+25	+29	+29	+33	+33	-	-	-	-	-	-
-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-	-	-	-	-	-
+30	+30	+30	+36	+36	+39	+39	+43	+43	-	-	-	-	-	-
-16	-16	-16	-16	-16	-18	-18	-20	-20	-	-	-	-	-	-
+47	+47	+47	+55	+55	+60	+60	+66	+66	-	-	-	-	-	-
-25	-25	-25	-26	-26	-29	-29	-31	-31	-	-	-	-	-	-
+14,5	+14,5	+14,5	+16	+16	+18	+18	+20	+20	+22	+22	+25	+25	+28	+28
-14,5	-14,5	-14,5	-16	-16	-18	-18	-20	-20	-22	-22	-25	-25	-28	-28
+23	+23	+23	+26	+26	+28,5	+28,5	+31,5	+31,5	+35	+35	+40	+40	+45	+45
-23	-23	-23	-26	-26	-28,5	-28,5	-31,5	-31,5	-35	-35	-40	-40	-45	-45
+36	+36	+36	+40,5	+40,5	+44,5	+44,5	+48,5	+48,5	+55	+55	+62,5	+62,5	+70	+70
-36	-36	-36	-40,5	-40,5	-44,5	-44,5	-48,5	-48,5	-55	-55	-62,5	-62,5	-70	-70
+5	+5	+5	+5	+5	+7	+7	+8	+8	0	0	0	0	0	0
-24	-24	-24	-27	-27	-29	-29	-32	-32	-44	-44	-50	-50	-56	-56
+13	+13	+13	+16	+16	+17	+17	+18	+18	0	0	0	0	0	0
-33	-33	-33	-36	-36	-40	-40	-45	-45	-70	-70	-80	-80	-90	-90
+22	+22	+22	+25	+25	+28	+28	+29	+29	0	0	0	0	0	0
-50	-50	-50	-56	-56	-61	-61	-68	-68	-110	-110	-125	-125	-140	-140
-8	-8	-8	-9	-9	-10	-10	-10	-10	-26	-26	-30	-30	-34	-34
-37	-37	-37	-41	-41	-46	-46	-50	-50	-70	-70	-80	-80	-90	-90
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-26	-26	-30	-30	-34	-34
-46	-46	-46	-52	-52	-57	-57	-63	-63	-96	-96	-110	-110	-124	-124
+9	+9	+9	+9	+9	+11	+11	+11	+11	-26	-26	-30	-30	-34	-34
-63	-63	-63	-72	-72	-78	-78	-86	-86	-136	-136	-155	-155	-174	-174
-22	-22	-22	-25	-25	-26	-26	-27	-27	-44	-44	-50	-50	-56	-56
-51	-51	-51	-57	-57	-62	-62	-67	-67	-88	-88	-100	-100	-112	-112
-14	-14	-14	-14	-14	-16	-16	-17	-17	-44	-44	-50	-50	-56	-56
-60	-60	-60	-66	-66	-73	-73	-80	-80	-114	-114	-130	-130	-146	-146
-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-6	-6	-44	-44	-50	-50	-56	-56
-77	-77	-77	-86	-86	-94	-94	-103	-103	-154	-154	-175	-175	-196	-196
-41	-41	-41	-47	-47	-51	-51	-55	-55	-78	-78	-88	-88	-100	-100
-70	-70	-70	-79	-79	-87	-87	-95	-95	-122	-122	-138	-138	-156	-156
-33	-33	-33	-36	-36	-41	-41	-45	-45	-78	-78	-88	-88	-100	-100
-79	-79	-79	-88	-88	-98	-98	-108	-108	-148	-148	-168	-168	-190	-190
-50	-50	-50	-56	-56	-62	-62	-68	-68	-78	-78	-88	-88	-100	-100
-122	-122	-122	-137	-137	-151	-151	-165	-165	-188	-188	-213	-213	-240	-240
-68	-71	-75	-85	-89	-97	-103	-113	-119	-150	-155	-175	-185	-210	-220
-97	-100	-104	-117	-121	-133	-139	-153	-159	-194	-199	-225	-235	-266	-276
-60	-63	-67	-74	-78	-87	-93	-103	-109	-150	-155	-175	-185	-210	-220
-106	-109	-113	-126	-130	-144	-150	-166	-172	-220	-225	-255	-265	-300	-310

**Passungssysteme** Passungssysteme sollen helfen, die Vielfalt an möglichen Toleranzklassen zur Definition einer bestimmten Passung einzuschränken, um Kosten für Fertigungs- und Messeinrichtungen zu sparen.

Durch entsprechende Paarungen von Außen- und Innenmaß-Toleranzzonen-Lagen lassen sich unterschiedliche Passungen realisieren:

- Spielpassungen
- Übergangspassungen
- Übermaßpassungen

**Einheitswelle und Einheitsbohrung** Die Wahl des Passungssystems richtet sich nach dem Einsatzgebiet:

- Passungssystem „Einheitswelle“:  
Passungen, bei denen das Grundabmaß der Welle Null ist (oberes Abmaß ist Null).  
Lage der Toleranzzone (Grundabmaßkennung) der Welle immer „h“, siehe Bild 12, Seite 447
- Passungssystem „Einheitsbohrung“:  
Passungen, bei denen das Grundabmaß der Bohrung Null ist (unteres Abmaß ist Null).  
Lage der Toleranzzone (Grundabmaßkennung) der Bohrung immer „H“, siehe Bild 13, Seite 447

Bei der Paarung eines Außen- und eines Innenteils gleichen Nennmaßes mit den durch die jeweiligen oberen und unteren Grenzabmaße vorgegebenen Höchst- und Mindestmaßen können sich folgende Sitzarten ergeben:

- **Spielpassung:**  
Passung, bei der beim Paaren der Teile stets ein Spiel entsteht.
- **Übergangspassung:**  
Passung, bei der beim Paaren der Teile entweder ein Spiel oder ein Übermaß entsteht (abhängig von den Istmaßen).
- **Übermaßpassung:**  
Passung, bei der beim Paaren der Teile stets ein Übermaß vorhanden ist (dadurch entsteht Pressung zwischen den Passflächen).

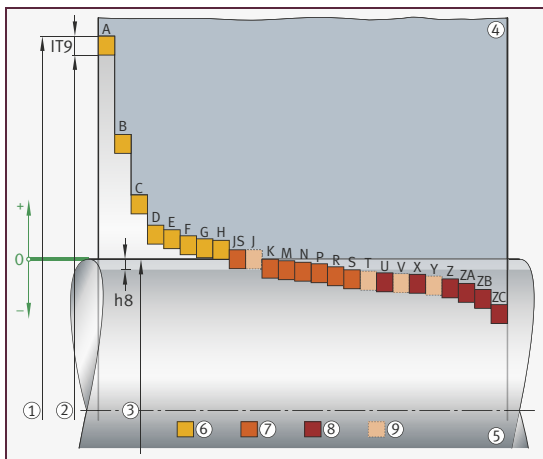


Die folgenden Darstellungen zeigen die ISO-Passungssysteme „Einheitswelle“ und „Einheitsbohrung“.

**Bild 12**

Passungssystem  
„Einheitswelle“

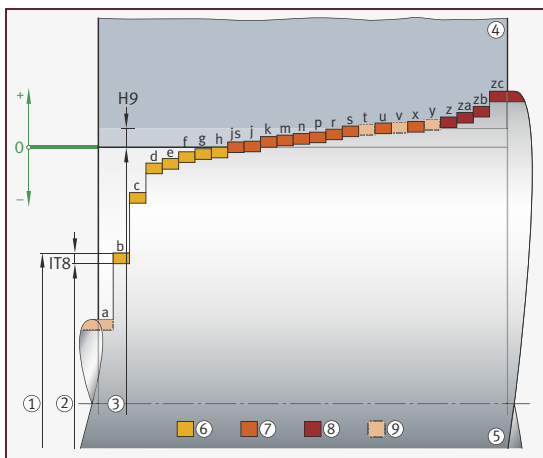
- ① Bohrungs-Höchstmaß  
ULS<sub>B</sub> bei Toleranzklasse A9
- ② Bohrungs-Mindestmaß  
LLS<sub>B</sub> bei Toleranzklasse A9
- ③ Nennmaß
- ④ Gehäuse
- ⑤ Welle
- ⑥ Spielpassung
- ⑦ Übergangspassung
- ⑧ Übermaßpassung
- ⑨ In diesem Toleranzgrad nicht vorhandene Lage der Toleranzzone



**Bild 13**

Passungssystem  
„Einheitsbohrung“

- ① Wellen-Höchstmaß  
ULS<sub>W</sub> bei Toleranzklasse b8
- ② Wellen-Mindestmaß  
LLS<sub>W</sub> bei Toleranzklasse b8
- ③ Nennmaß
- ④ Gehäuse
- ⑤ Welle
- ⑥ Spielpassung
- ⑦ Übergangspassung
- ⑧ Übermaßpassung
- ⑨ In diesem Toleranzgrad nicht vorhandene Lage der Toleranzzone



## Toleranzen und Passungen

**Berechnung von Passungen** Passungen und Passtoleranzen werden wie im Folgenden beschrieben berechnet.

**Höchstpassung** Zur Berechnung der Höchstpassung  $P_o$  gilt:

*Gleichung 1*

$$P_o = ULS_B - LLS_W = ES - ei$$

Man berechnet: Bohrungs-Höchstmaß minus Wellen-Mindestmaß.  
Die Ergebnisse werden folgendermaßen interpretiert:

*Gleichung 2*

$$\begin{aligned} > 0 & \text{ Höchstspiel} \\ < 0 & \text{ Mindestübermaß} \end{aligned}$$

**Mindestpassung** Zur Berechnung der Mindestpassung  $P_u$  gilt:

*Gleichung 3*

$$P_u = LLS_B - ULS_W = EI - es$$

Man berechnet: Bohrungs-Mindestmaß minus Wellen-Höchstmaß.  
Die Ergebnisse werden folgendermaßen interpretiert:

*Gleichung 4*

$$\begin{aligned} > 0 & \text{ Mindestspiel} \\ < 0 & \text{ Höchstübermaß} \end{aligned}$$

Bei Spielpassungen sind die berechneten Werte zur Höchst- und Mindestpassung immer positiv, bei Übermaßpassung immer negativ.

**Passtoleranz** Die Passtoleranz  $P_T$  ist die Summe der Maßtoleranzen der beiden Formelemente, die die Passung bilden. Sie ist ein absoluter Wert ohne Vorzeichen.

Die Passtoleranz wird berechnet mit:

*Gleichung 5*

$$\begin{aligned} P_T = P_o - P_u &= (ULS_B - LLS_W) - (LLS_B - ULS_W) \\ &= (ES - EI) + (es - ei) \end{aligned}$$

### Anwendung von ISO-Passungen

Beispiele für die Anwendung von ISO-Passungen sind:

Einheitsbohrung	Anwendung	Einheitswelle
	<b>Spielpassungen</b>	
H11/a11	Teile mit <b>sehr großem Spiel</b> und <b>großer Toleranz</b> : Lokomotiv- und Waggonbau, Kuppelbolzen, Landmaschinenbau	A11/h11
H11/c11	Teile mit <b>großem Spiel</b> und <b>großer Toleranz</b> : Land- und Haushaltsmaschinen	C11/h11
H10/d9	Teile mit <b>sehr reichlichem Spiel</b> : Transmissionswellen, Stopfbuchsteile, Losscheiben, Vorgelegewellen	D10/h9
H8/e8	Teile mit <b>reichlichem Spiel</b> : mehrfach gelagerte Werkzeugmaschinenwellen, Gleitlager	E8/h8
H7/f7	Teile mit <b>merklichem Spiel</b> : Werkzeugmaschinenhauptlager, Gleitmuffen auf Wellen, Kolben im Zylinder	F7/h7
H7/g6	<b>ohne merkliches Spiel</b> verschiebbar: Schiebezahnräder, verschiebbare Kupplungsteile, Ventilhebellagerung	G7/h6
H7/h6	geschmiert von Hand <b>nach oben verschiebbar</b> : Pinole im Reitstock, Zentrierflansche für Kupplungen und Rohrleitungen	H7/h6
H6/h5	<b>sehr kleines mittleres Spiel</b> : für sich nicht gegeneinander bewegende Teile	H6/h5
	<b>Übergangspassungen</b>	
H7/j6	<b>Fügen von Hand oder mit leichten Schlägen</b> : für leicht auszubauende Riemenscheiben, Zahnräder, Lagerbuchsen	J7/h6
H7/k6	<b>gut mit Handhammer fügbar</b> : für Riemenscheiben, Kupplungen, Schwungräder mit Passfederbindung	K7/h6
H7/m6	<b>nur schwer mit Handhammer fügbar</b> : einmalig aufgebrachte Riemenscheiben, Kupplungen und Zahnräder auf Elektromotor-Wellen	M7/h6
H7/n6	<b>mit Presse fügbar</b> : für Anker auf Motorwellen und Zahnkränze auf Zahnrädern, Lagerbuchsen in Naben	N7/h6
	<b>Übermaßpassungen</b>	
H7/r6 H7/s6	<b>unter großem Druck oder durch Erwärmung fügbar</b> : Bz-Kränze auf GG-Naben, Lagerbuchsen in Gehäusen (s6 für größere, r6 für kleinere Durchmesser)	R7/h6 S7/h6
H8/u8 H8/x8	<b>nur mit Presse oder Temperaturdifferenz fügbar</b> : zur Übertragung großer Umfangs- oder Längskräfte durch Reibschluss	U8/h8 X8/h8

### Wälzlager toleranzen und ISO-Toleranzen für Wellen und Gehäuse

Die Toleranzen für Wälzlager sind für Radial-Wälzlager nach ISO 492:2023, für Axial-Wälzlager nach ISO 199:2023 definiert.

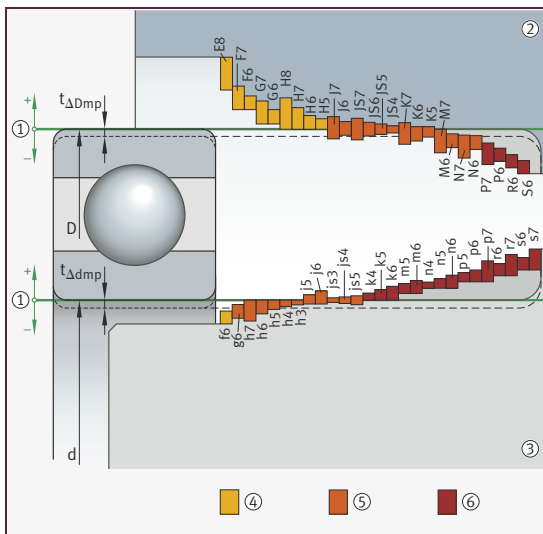
Darin ist die Abweichung der Lagerbohrung mit  $t_{\Delta dmp}$  und die Abweichung des Lageraußendurchmessers mit  $t_{\Delta Dmp}$  toleriert. In beiden Fällen liegt das obere Grenzabmaß dieser Toleranzzonen auf dem Nennmaß. Die unteren Grenzabmaße (in beiden Fällen nach Minus) werden durch die Toleranzklassen nach ISO 492 und ISO 199 festgelegt.

Im Zusammenwirken mit den ISO-Toleranzen für Wellen und Bohrungen nach DIN EN ISO 286 ergeben sich etwa die in folgender Grafik dargestellten Passungen.

**Bild 14**  
Passungen für Wälzlager

$t_{\Delta Dmp}$  = Abweichung des mittleren Lageraußendurchmessers  
 $t_{\Delta dmp}$  = Abweichung des mittleren Lagerbohrungsdurchmessers  
 D = Nennaußendurchmesser des Lagers  
 d = Nenndurchmesser der Lagerbohrung

- ① Nulllinie
- ② Gehäuse
- ③ Welle
- ④ Spielpassung
- ⑤ Übergangspassung
- ⑥ Übermaßpassung



### Einbau-Passungen für Wälzlager

Die Wahl der Einbau-Passungen für Wälzlager ist abhängig von den Umlaufverhältnissen. Das Umlaufverhältnis kennzeichnet die Bewegung eines Lagerrings im Verhältnis zur Lastrichtung.

Weiterführende Informationen zu Umlaufverhältnissen von Wälzlagern siehe Kapitel Konstruktionselemente Abschnitt Umlaufverhältnisse, Seite 633

### Angaben in Zeichnungen

### Toleranzen für Form, Richtung, Ort und Lauf in Zeichnungen

In der Norm DIN EN ISO 1101:2017 wird festgelegt, wie Toleranzen für Form, Richtung, Ort und Lauf innerhalb von Zeichnungen angegeben werden.

### Symbole für tolerierte Eigenschaften

Für tolerierte Eigenschaften sind folgende Symbole definiert:




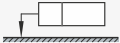
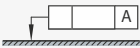





Arten von Elementen und Toleranzen		Tolerierte Eigenschaft	Symbol
Elemente ohne Bezug	Formtoleranzen	Geradheit	
		Ebenheit	
		Rundheit (Kreisform)	
		Zylindrizität (Zylinderform)	
		Linienprofil	
		Flächenprofil	
Elemente mit Bezug	Richtungs- toleranzen	Parallelität	
		Rechtwinkligkeit	
		Neigung (Winkligkeit)	
	Richtungs- und Ortstoleranzen	Linienprofil	
		Flächenprofil	
Elemente mit/ohne Bezug	Ortstoleranzen	Position	
Elemente mit Bezug		Konzentrität und Koaxialität	
		Symmetrie	
	Lafttoleranzen	Lauf Rundlauf, Planlauf	
		Gesamtlauf Gesamtrundlauf, Gesamtplanlauf	

**Zusätzliche Symbole** Folgende zusätzliche Symbole sind in DIN EN ISO 1101:2017 festgelegt:

Beschreibung	Symbol
<b>Modifikatoren zur Kombination von Toleranzzonen (auch ISO 1660, ISO 2692 und ISO 5458)</b>	
kombinierte Zone	CZ
getrennte Zonen	SZ
<b>Modifikatoren für ungleichmäßige Toleranzzonen (auch ISO 1660, ISO 2692 und ISO 5458)</b>	
spezifiziert versetzte Toleranzzone	UZ
<b>Modifikatoren für Nebenbedingungen</b>	
unspezifiziert linear versetzte Toleranzzone (Versatzzone)	OZ
unspezifizierte Neigung der Toleranzzone (variabler Winkel)	VA
<b>Modifikatoren für assoziierte tolerierte Geometrieelemente</b>	
Minimax (Tschebyschew)-Geometrieelement	Ⓒ
(Gauß'sches) Kleinste-Quadrate-Geometrieelement	Ⓔ
kleinstes umschriebenes Geometrieelement	Ⓓ
tangentiales Geometrieelement	Ⓓ
größtes einbeschriebenes Geometrieelement	ⓧ
<b>Modifikatoren für abgeleitete tolerierte Geometrieelemente</b>	
abgeleitetes Geometrieelement	Ⓐ
projizierte Toleranzzone	Ⓟ
<b>Modifikatoren für die Assoziation von Referenzelementen zur Formauswertung</b>	
Minimax (Tschebyschew)-Geometrieelement ohne Nebenbedingung	C
von der materialfreien Seite anliegendes Minimax (Tschebyschew)-Geometrieelement	CE
von der Materialseite anliegendes Minimax (Tschebyschew)-Geometrieelement	CI
Kleinste-Quadrate (Gauß)-Geometrieelement ohne Nebenbedingung	G
von der materialfreien Seite anliegendes Kleinste-Quadrate (Gauß)-Geometrieelement	GE
von der Materialseite anliegendes Kleinste-Quadrate (Gauß)-Geometrieelement	GI
kleinstes umschriebenes Geometrieelement	N
größtes einbeschriebenes Geometrieelement	X

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 453.

Fortsetzung der Tabelle Zusätzliche Symbole von Seite 452.

Beschreibung	Symbol
<b>Modifikatoren für Parameter</b>	
Abweichungsspanne	T
Spitzenwert	P
Tiefstwert	V
Standardabweichung	Q
<b>Modifikatoren für tolerierte Geometrielemente</b>	
zwischen	
vereinigtes Geometrieelement	UF
kleinster Durchmesser	LD
größter Durchmesser	MD
Flankendurchmesser	PD
rundum (Profil)	
rundherum (Profil)	
<b>Toleranzindikatoren</b>	
Angabe einer geometrischen Spezifikation ohne Bezugsfeld	
Angabe einer geometrischen Spezifikation mit Bezugsfeld <sup>1)</sup>	
<b>Zusatzangaben von Geometrieelementen</b>	
jeder beliebige Querschnitt	ACS
Schnittebenen-Indikator <sup>1)</sup>	
Orientierungsebenen-Indikator <sup>1)</sup>	
Richtungselement-Indikator <sup>1)</sup>	
Kollektionsebenen-Indikator <sup>1)</sup>	
<b>Symbol für das theoretisch exakte Maß (TED)</b>	
theoretisch exaktes Maß (TED) <sup>1)</sup>	

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 454.

<sup>1)</sup> Buchstaben, Werte und charakteristische Symbole in diesen Symbolen sind Beispiele.

Fortsetzung der Tabelle Zusätzliche Symbole von Seite 453.

Beschreibung	Symbol
<b>Modifikatoren für die Materialbedingung (nach ISO 2692)</b>	
Maximum-Material-Bedingung	Ⓜ
Minimum-Material-Bedingung	Ⓛ
Reziprozitätsbedingung	Ⓡ
<b>Modifikator für den freien Zustand (nach ISO 10579)</b>	
freier Zustand (nicht formstabile Teile)	ⓕ
<b>Modifikator für die Größenmaßtoleranz (nach DIN EN ISO 14405-1)</b>	
Hüllbedingung	ⓔ

Angaben und Modifikatoren für Bezüge siehe extra Tabelle Bezugselemente und Bezugsstellensymbole.

**Bezüge** Bezüge sind in der Norm DIN EN ISO 5459:2013 definiert.

### Bezugselemente und Bezugsstellensymbole

Für Bezüge in Zeichnungen sind nach DIN EN ISO 5459:2013 folgende Bezugselemente und Bezugsstellensymbole festgelegt (Buchstaben oder Werte in diesen Symbolen sind nur Beispiele):

Beschreibung	Symbol
Kennzeichen für den Bezug	
Bezugsname	Großbuchstabe (A, B, C, AA usw.)
Bezugsstellenrahmen für einzelne Bezugsstellen	
Bezugsstellenrahmen für bewegliche Bezugsstellen	
punkt förmige Bezugsstelle	
geschlossene linien förmige Bezugsstelle	
nicht geschlossene linien förmige Bezugsstelle	
flächen förmige Bezugsstelle	



### Modifikatorsymbole für Bezüge

Folgende Modifikatorsymbole können nach DIN EN ISO 5459:2013 dem Bezugsbuchstaben assoziiert werden:

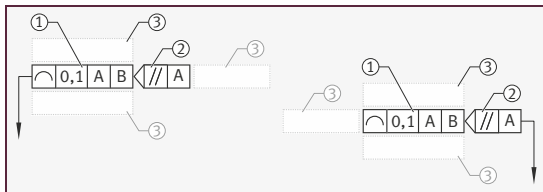
Beschreibung	Symbol
Flankendurchmesser	[PD]
Außendurchmesser	[MD]
Kerndurchmesser	[LD]
jeder beliebige Querschnitt	[ACS]
jeder beliebige Längsschnitt	[ALS]
berührendes Geometrieelement	[CF]
veränderlicher Abstand (für einen gemeinsamen Bezug)	[DV]
(Situationselement vom Typ) Punkt	[PT]
(Situationselement vom Typ) Gerade	[SL]
(Situationselement vom Typ) Ebene	[PL]
nur für Nebenbedingungen der Richtung	><
projiziert (für sekundäre und tertiäre Bezüge)	Ⓟ
Minimum-Material-Bedingung (nach ISO 2692)	Ⓛ
Maximum-Material-Bedingung (nach ISO 2692)	Ⓜ

### Toleranzindikator und Zusatzangaben

Die Angabe einer geometrischen Spezifikation besteht aus einem Toleranzindikator, den optionalen Ebenen- und Geometrielementangaben sowie optionalen angrenzenden Angaben, siehe Bild 15.

**Bild 15**  
Bestandteile einer geometrischen Spezifikation

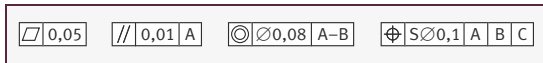
- ① Toleranzindikator
- ② Ebenen- und Geometrielement-Indikator
- ③ Angrenzende Angaben



Die Toleranzanforderungen werden in einem rechteckigen Rahmen angegeben, der in zwei oder mehr Felder unterteilt ist. Von links nach rechts befinden sich folgende Felder innerhalb dieses Toleranzindikators:

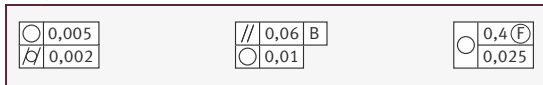
- **Symbolfeld:**  
mit dem Symbol für die zu tolerierende Eigenschaft
- **Feld für Zone, Geometrielement und Merkmal:**  
mit dem Toleranzwert in der Einheit der Bemaßung. Diesem Wert wird das Zeichen „ $\varnothing$ “ vorangestellt, wenn die Toleranzzone kreisförmig oder zylinderförmig ist, oder die Angabe „S $\varnothing$ “, wenn die Toleranzzone kugelförmig ist. Weitere Angaben mit ergänzenden Modifikatoren sind möglich, siehe Tabelle Feld für Zone, Geometrielement und Merkmal.
- **Bezugsfeld:**  
falls notwendig, mit dem oder den Buchstaben, die das Bezugsэлеment oder die Bezugsэлеmente bezeichnen.

**Bild 16**  
Toleranzindikatoren



Falls es nötig ist, mehr als eine Toleranzeigenschaft für ein Element festzulegen, sollten die Toleranzangaben und Toleranzindikatoren gestapelt werden:

**Bild 17**  
Mehrere Toleranzangaben pro Element



### Feld für Zone, Geometrielement und Merkmal

Ergänzende Modifikatoren für bestimmte Anforderungen werden innerhalb des Toleranzindikators nach dem Toleranzwert im „Feld für Zone Geometrielement und Merkmal“ angegeben; es dürfen gleichzeitig mehrere solche Anforderungen im selben Toleranzrahmen stehen.

Die folgende Tabelle, siehe Seite 457, zeigt die Gruppierung der Modifikatoren und die Reihenfolge, in der die Modifikatoren angegeben werden.

Bis auf „Weite und Ausdehnung“ sind alle Modifikatoren optional. Zwischen Angaben mit unterschiedlicher Nummerierung (Nr. 1 bis 11) sind Leerzeichen erforderlich (außer vor Buchstaben in Kreisen, Spalten Nr. 6, 7, 10, 11).

Toleranzzone					Toleriertes Geometrieelement				Merkmal			
Gestalt	Weite und Ausdehnung	Kombination	Spezifizierter Versatz	Nebenbedingung	Filter <sup>1)</sup>		Ass. tol. Geometrieelement	Abgeleitetes Geometrieelement	Assoziation	Parameter	Materialzustand	Zustand
					Typ	Indizes						
∅ S∅	0,02 0,02–0,01 0,1/75 0,1/75×75 0,2/∅4 0,2/75×30° 0,3/10°×30°	CZ SZ	UZ+0,2 UZ–0,3 UZ+0,1:–0,2 UZ+0,2:–0,3 UZ–0,2:–0,3	OZ VA ><	G S etc.	0,8 –250 0,8–250 500 –15 500–15 etc.	Ⓒ Ⓔ Ⓐ Ⓓ Ⓗ ⓧ	Ⓐ ⒫ ⒫ <sup>25</sup> ⒫ <sup>32-7</sup>	C CE CI G GE GI X N	P V T Q	Ⓜ Ⓛ Ⓡ	ⓕ
1		2 <sup>2)</sup>	3	4 <sup>2)</sup>	5		6	7 <sup>2)</sup>	8	9	10 <sup>2)</sup>	11

Quelle: DIN EN ISO 1101:2017.

<sup>1)</sup> Filter siehe DIN EN ISO 1101.

<sup>2)</sup> Mehrere der aufgeführten Modifikatoren können gleichzeitig verwendet werden.

### Zusatzangaben von Geometrieelementen

Zusatzangaben von Geometrieelementen (Schnittebenen-Indikator, Orientierungsebenen-Indikator, Kollektionsebenen-Indikator und/oder zuletzt gesetzt der Richtungselement-Indikator) stehen neben dem Toleranzindikator in Feld ②, siehe Bild 15, Seite 456.

Gilt eine Toleranz für mehr als ein Element, wird die Anzahl der Elemente mit dem Symbol „x“ über dem Toleranzindikator eingetragen und kann direkt mit dem Maß des Elements ergänzt werden. Weitere optionale Angaben zur Beschreibung von Eigenschaften des Elements innerhalb der Toleranzzone stehen ebenfalls in Feld ③, siehe Bild 15, Seite 456, (bevorzugt oben):

Maßtoleranzangaben, variable Weiten-Spezifikation mithilfe des „Zwischen“-Symbols, außerdem UF, ACS, LD, MD, PD.

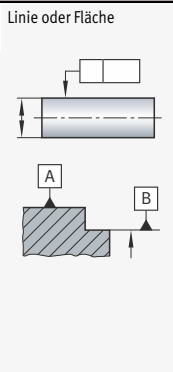
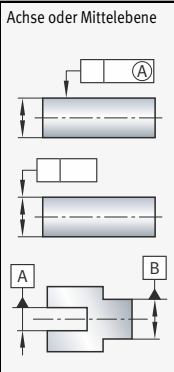
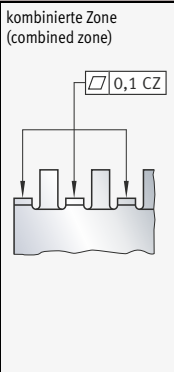
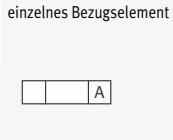
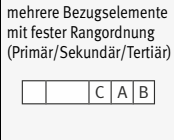
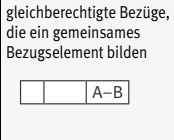
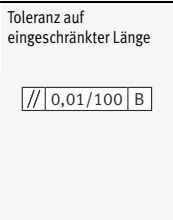
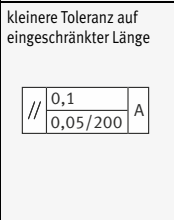
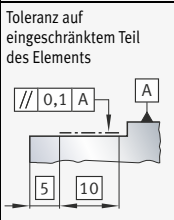
Der „Rundum“-Pfeil steht anstelle des normalen Hinweispeils beim Toleranzindikator, wenn zum Beispiel das Profilmerkmal für die gesamte Konturlinie gilt:

**Bild 18**  
Zusätzliche  
Toleranzangaben

6x ⊕ ∅0,1 CZ	6x ∅15 G7 ⊕ ∅0,1 Ⓔ A B	ACS ⊙ ∅0,2 A	UF J ←→ K ⌒ 0,1–0,2
⊙ 2,5 G500–X	4x ⊕ ∅0,2 CZ ⓕ A Ⓜ	⌒ 0,1 CZ A ⊙ // B	

### Elemente, Bezüge und Einschränkungen

Tolerierte Elemente, Bezugsэлеmente und Bezugsbuchstaben oder einschränkende Festlegungen werden folgendermaßen in Zeichnungen angegeben:

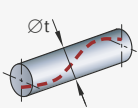
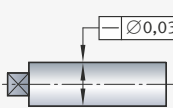
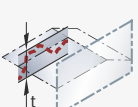
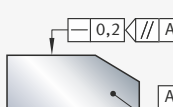

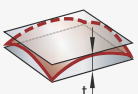
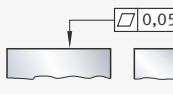

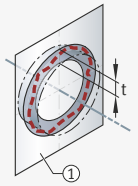
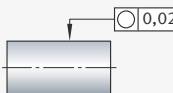
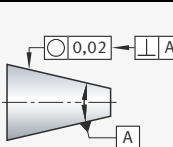
Tolerierte Elemente und Bezugsэлеmente		
<p>Linie oder Fläche</p> 	<p>Achse oder Mittelebene</p> 	<p>kombinierte Zone (combined zone)</p> 
<p>einzelnes Bezugsэлемент</p> 	<p>mehrere Bezugsэлеmente mit fester Rangordnung (Primär/Sekundär/Tertiär)</p> 	<p>gleichberechtigte Bezüge, die ein gemeinsames Bezugsэлеment bilden</p> 
<p>Toleranz auf eingeschränkter Länge</p> 	<p>kleinere Toleranz auf eingeschränkter Länge</p> 	<p>Toleranz auf eingeschränktem Teil des Elements</p> 

### Zeichnungseintragung und Erklärung

Die Norm DIN EN ISO 1101:2017 enthält detaillierte Definitionen zu Toleranzen für Form, Richtung, Ort und Lauf und deren Symbolik.


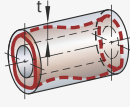
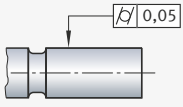
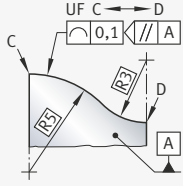


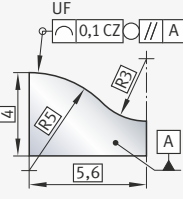
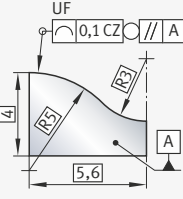


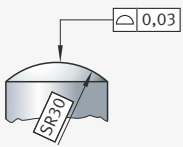
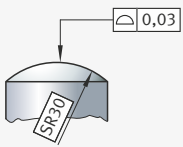
Die folgende Tabelle bietet eine Kurzfassung dieser Definitionen. Zu jeder tolerierten Eigenschaft wird jeweils ein Beispiel beschrieben. Aus diesen Beispielen lassen sich alle weiteren Kombinationsmöglichkeiten ableiten.

Die zugehörige Darstellung im Anschluss an die Tabelle zeigt ein Beispiel für die Angabe von Toleranzen für Form, Richtung, Ort und Lauf in technischen Zeichnungen.

Symbol und tolerierte Eigenschaft	Toleranzzone	Anwendungsbeispiele	
		Zeichnungsangabe	Erklärung
— Geradheit			Die extrahierte mittlere (Ist-)Linie des Zylinders, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer zylinderförmigen Toleranzzone vom Durchmesser $t = 0,03$ mm liegen.
			Die extrahierte (Ist-)Linie, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die in jeder betrachteten Ebene parallel zum Bezug A (Schnittebenenindikator) von zwei parallelen Geraden im Abstand $t = 0,2$ mm begrenzt wird.
	Ebenheit 		Die extrahierte (Ist-)Fläche, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die durch zwei parallele Ebenen vom Abstand $t = 0,05$ mm begrenzt wird.
	Rundheit 		Die extrahierte (Ist-)Umfangslinie, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die in jedem beliebigen Querschnitt durch zwei konzentrische Kreise vom radialen Abstand $t = 0,02$ mm begrenzt wird.
			Zusatzangabe beim Kegel (hier Richtungselementindikator zur Rechtwinkligkeit): Die Kreise stehen senkrecht zur Bezugsachse A. ① Jede Schnittebene (jeder Querschnitt)

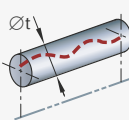
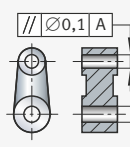
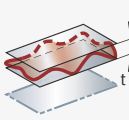
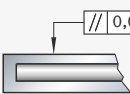
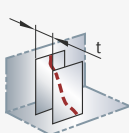
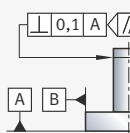
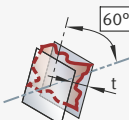
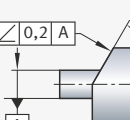
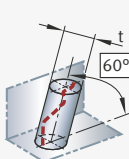
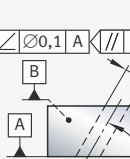
Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 460.

Fortsetzung der Tabelle Zeichnungseintragung und Erklärung  
von Seite 459.

Symbol und tolerierte Eigenschaft		Toleranzzone	Anwendungsbeispiele	
			Zeichnungsangabe	Erklärung
	Zylindrizität (Zylinderform)			Die extrahierte zylinderförmige (Ist-)Fläche, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die durch zwei koaxiale Zylinder mit der Radiusdifferenz $t = 0,05$ mm begrenzt wird.
				Die extrahierte (Ist-)Profilinie, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die in jeder zur Bezugsebene A parallelen Ebene durch zwei Linien begrenzt wird, die Kreise vom Durchmesser $t = 0,1$ mm einhüllen.
	Linienprofil			Die Mittelpunkte dieser Kreise liegen auf einer Linie mit der theoretisch exakten geometrischen Form. Die extrahierte Profilinie muss dabei kontinuierlich sein. Zusatzangaben in den Beispielen konkretisieren die Toleranzspezifikation.
				Die Mittelpunkte dieser Kreise liegen auf einer Linie mit der theoretisch exakten geometrischen Form. Die extrahierte Profilinie muss dabei kontinuierlich sein. Zusatzangaben in den Beispielen konkretisieren die Toleranzspezifikation.
	Flächenprofil			Die extrahierte (Ist-)Fläche, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die durch zwei Flächen begrenzt wird, die Kugeln vom Durchmesser $t = 0,03$ mm einhüllen.
				Die Mittelpunkte dieser Kugeln liegen auf einer Fläche mit der theoretisch exakten geometrischen Form.

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 461.

Fortsetzung der Tabelle Zeichnungseintragung und Erklärung von Seite 460.

Symbol und tolerierte Eigenschaft	Toleranzzone	Anwendungsbeispiele	
		Zeichnungsangabe	Erklärung
//	<p>Parallelität</p> 		<p>Die extrahierte mittlere (Ist-)Linie, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer zur Bezugsachse A parallel liegenden zylinderförmigen Toleranzzone vom Durchmesser <math>t = 0,1</math> mm liegen.</p>
			<p>Die extrahierte (Ist-)Fläche, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die durch zwei zur Bezugsebene A parallele Ebenen vom Abstand <math>t = 0,01</math> mm begrenzt wird.</p>
⊥	<p>Rechtwinkligkeit</p> 		<p>Die extrahierte mittlere (Ist-)Linie, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die durch zwei parallele Ebenen vom Abstand <math>t = 0,1</math> mm begrenzt wird. Die Ebenen sind rechtwinklig zum Bezug A und parallel zum sekundären Bezug B ausgerichtet (Orientierungsebenenindikator).</p>
∠	<p>Neigung (Winkligkeit)</p> 		<p>Die extrahierte (Ist-)Fläche, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die durch zwei im theoretisch exakten Winkel zum Bezug geneigte parallele Ebenen vom Abstand <math>t = 0,2</math> mm begrenzt wird.</p>
			<p>Die extrahierte mittlere (Ist-)Linie der Bohrung, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer zylinderförmigen Toleranzzone vom Durchmesser <math>t = 0,1</math> mm liegen. Die Toleranzzone liegt parallel zur Bezugsebene B (Orientierungsebenenindikator) und ist im theoretisch exakten Winkel zur Bezugsebene A geneigt.</p>

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 462.


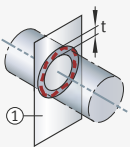
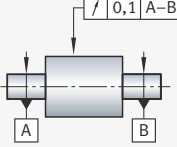
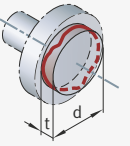
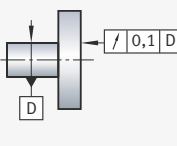

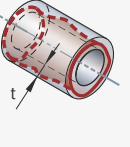
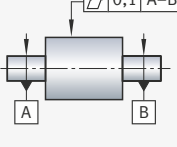
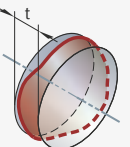
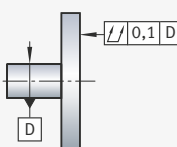
Fortsetzung der Tabelle Zeichnungseintragung und Erklärung  
von Seite 461.

Symbol und tolerierte Eigenschaft		Toleranzzone	Anwendungsbeispiele	
			Zeichnungsangabe	Erklärung
	Position			Die extrahierte mittlere (Ist-)Linie der Bohrung, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer zylinderförmigen Toleranzzone vom Durchmesser $t = 0,1$ mm liegen, dessen Achse mit der theoretisch genauen Lage der Achse der Bohrung zu den Bezugsebenen C, A und B übereinstimmt.
	Koaxialität, Konzentrität			Die extrahierte mittlere (Ist-)Linie des großen Zylinders muss innerhalb einer zylinderförmigen Toleranzzone vom Durchmesser $t = 0,03$ mm liegen, deren Achse mit der Bezugsachse A übereinstimmt.
	Symmetrie			Die extrahierte (Ist-)Mittelfläche der Nut, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die von zwei parallelen Ebenen begrenzt wird, die einen Abstand $t = 0,08$ mm haben und symmetrisch zur Bezugsmittelsebene A sind.

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 463.



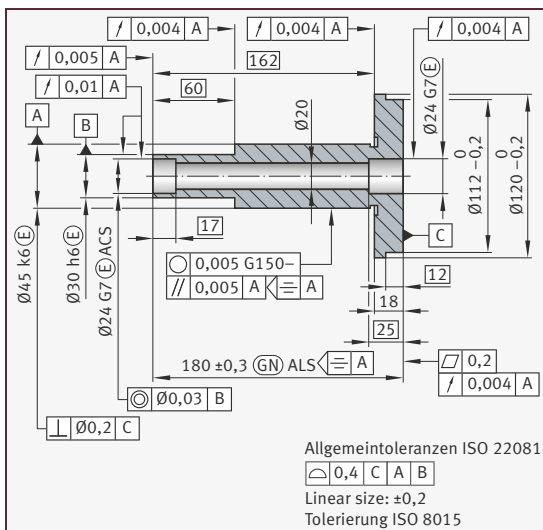
Fortsetzung der Tabelle Zeichnungseintragung und Erklärung von Seite 462.

Symbol und tolerierte Eigenschaft	Toleranzzone	Anwendungsbeispiele		
		Zeichnungsangabe	Erklärung	
	Rundlauf			<p>Die extrahierte (Ist-)Linie, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die in jedem Querschnitt rechtwinklig zur Bezugsachse A-B von zwei konzentrischen Kreisen vom radialen Abstand <math>t = 0,1</math> mm begrenzt wird und deren Mittelpunkt auf der Bezugsachse liegt.</p> <p>① Querschnittsebene in variabler Position entlang der Bezugsachse.</p>
	Planlauf			<p>Die extrahierte (Ist-)Linie, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die in jedem ringförmigen Schnitt mit variablem Durchmesser <math>d</math>, dessen Achse mit der Bezugsachse D übereinstimmt, von zwei Kreisen vom axialen Abstand <math>t = 0,1</math> mm begrenzt wird.</p>
	Gesamtrundlauf			<p>Die extrahierte (Ist-)Fläche, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die durch zwei koaxiale Zylinder mit radialem Abstand <math>t = 0,1</math> mm begrenzt wird, deren Achse mit der gemeinsamen Bezugsgeraden A-B übereinstimmt.</p>
	Gesamtplanlauf			<p>Die extrahierte (Ist-)Fläche, für welche die Toleranz gilt, muss innerhalb einer Toleranzzone liegen, die durch zwei parallele Ebenen vom Abstand <math>t = 0,1</math> mm begrenzt wird, die rechtwinklig zur Bezugsachse D sind.</p>

Die folgende Darstellung zeigt ein Beispiel für die Angabe von Toleranzen für Form, Richtung, Ort und Lauf in technischen Zeichnungen.

**Bild 19**  
Zeichnung mit Toleranzen für Form, Richtung, Ort und Lauf

Bemaßung nicht vollständig



### Tolerierungsgrundsatz

Der Tolerierungsgrundsatz regelt den Zusammenhang zwischen Toleranzen für Maß, Form, Richtung, Ort und Lauf. Gilt das Unabhängigkeitsprinzip, so sind diese unabhängig voneinander zu erfassen und zu bewerten (DIN EN ISO 8015:2011). Bei Anwendung der Hüllbedingung nach DIN EN ISO 14405 (Linear size ISO 14405  $\text{\textcircled{E}}$ ) müssen alle Abweichungen in Maß, Form, Richtung, Ort und Lauf innerhalb einer durch die Maßtoleranz vorgegebenen Hülle liegen. Wird nichts anderes angegeben, gilt das Unabhängigkeitsprinzip.

### Unabhängigkeitsprinzip

Beim Unabhängigkeitsprinzip müssen Toleranzen für Maß, Form, Richtung, Ort und Lauf unabhängig voneinander eingehalten und jede Toleranz für sich alleine geprüft werden, sofern keine gegenseitige Beziehung angegeben ist. Wenn nur Linear size ISO 14405 im oder am Schriftfeld angegeben wird und keine die Unabhängigkeit aufhebenden Merkmale (Modifikationssymbole) am Maßelement stehen, dann gilt immer das Zweipunktgrößenmaß (DIN EN ISO 17450-1).

Ist die Maßtoleranz als Zweipunktgrößenmaß definiert, so muss das örtliche Istmaß innerhalb der Toleranzgrenzen liegen. Damit ist jedoch nicht gewährleistet, dass nicht andere Gestaltabweichungen vorhanden sein können.

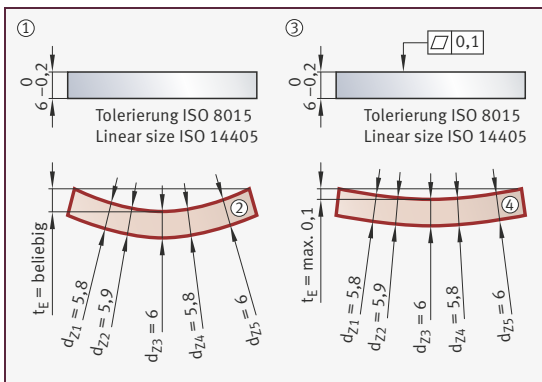
Ist beispielsweise die Ebenheit nicht gesondert toleriert, erfüllt ein Blech mit einer starken Formabweichung, dessen örtliche Istmaße die Toleranzgrenzen einhalten, noch die Anforderungen der Zeichnung Bild 20  $\text{\textcircled{1}}$ , Seite 465.

Für eine eingeschränkte Formabweichung muss die Ebenheit gesondert toleriert werden, siehe Bild 20 ③ und ④.

**Bild 20**  
Zeichnung mit  
Unabhängigkeitsprinzip

$d_z$  = Örtliches Istmaß  
(Zweipunktgrößenmaß)  
 $t_E$  = Ebenheitstoleranz

- ① Zeichnung ohne Ebenheitstoleranz
- ② Zulässiges Blech mit starker Formabweichung
- ③ Zeichnung mit Ebenheitstoleranz
- ④ Blech erfüllt Ebenheitstoleranz



Wenn keine anderslautende Norm oder folgender Hinweis im oder am Schriftfeld der Zeichnung steht, dann gilt das Unabhängigkeitsprinzip: Tolerierung ISO 8015, Linear size ISO 14405 (oder nur: Linear size ISO 14405).

Ohne besondere Zeichnungsangabe gilt nach DIN EN ISO 14405-1 weltweit auch das Unabhängigkeitsprinzip. Wenn in Zeichnungen am oder im Schriftfeld steht: Tolerierung ASME Y14.5, dann gilt hier die Hüllbedingung.

### Hüllbedingung

Ist in einer Zeichnung das Unabhängigkeitsprinzip definiert, so sollte an Größenmaßen (alte Bezeichnung: Passflächen) zur Gewährleistung der Paarungsfähigkeit die Hüllbedingung definiert werden, wenn keine Toleranzen für Form, Richtung, Ort und Lauf angegeben werden. Diese besagt, dass Maß-, Form- und Parallelitätstoleranzen in einer besonderen Beziehung zueinander stehen. Die Anwendung der Hüllbedingung für das Formelement wird durch das Symbol  $\text{ⓔ}$  hinter der Maßtoleranz des Formelements definiert.

Die Hüllbedingung wird als Zweipunktgrößenmaß und über eine Lehre (Hülle) geprüft. Dies kann auch mit einer Koordinatenmessmaschine erfolgen.

Die Hüllbedingung besagt, dass das Formelement die geometrisch ideale Hülle mit Maximum-Material-Grenze eines Größenmaßes (MMLS, maximum material limit of size) nicht durchbrechen, und gleichzeitig an keiner Stelle das örtliche Zweipunktgrößenmaß  $\text{ⓁP}$  außerhalb der Toleranzgrenzen liegen darf, siehe DIN EN ISO 14405-1:2017. Damit werden auch automatisch Form- und Parallelitätsabweichungen mit erfasst. Hüllbedingung ist nach Norm die Verwendung einer Kombination aus Zweipunktgrößenmaß und dem kleinsten umschriebenen Mindestmaß LLS (bei Welle, Klotz) oder dem größten eingeschriebenen Höchstmaß ULS (bei Bohrung, Nut).

Folgende Tabelle zeigt die geometrisch ideale Hülle zu verschiedenen Formelementen sowie die Formabweichungen, die unter der Hüllbedingung mit erfasst werden:

Formelement	Zeichnungsbeispiel	zulässiges Werkstück, Gestalt der Hülle	Erfasste Abweichung
Kreiszyylinder (Bohrung) ① zulässiges Werkstück ② Gestalt der Hülle	<p><math>\varnothing 16 \pm 0,1 \text{ (E)}</math></p>	Hülle: Dom mit $d = \text{LLS}$ ULS = 16,1 (LP) MMLS $\triangle d = \varnothing 15,9$	Geradheit, Rundheit, Parallelität, Zylinderform
Kreiszyylinder (Welle) ① zulässiges Werkstück ② Gestalt der Hülle	<p><math>\varnothing 16 \pm 0,1 \text{ (E)}</math></p>	Hülle: Hülse mit $d = \text{ULS}$ LLS = 15,9 (LP) MMLS $\triangle d = \varnothing 16,1$	Geradheit, Rundheit, Parallelität, Zylinderform
parallele, ebene Innenflächen ① zulässiges Werkstück ② Gestalt der Hülle	<p><math>16 \pm 0,1 \text{ (E)}</math></p>	Hülle: 2 Parallelebenen mit $a = \text{LLS}$ ULS = 16,1 (LP) MMLS $\triangle a = 15,9$	Geradheit, Ebenheit, Parallelität
parallele, ebene Außenflächen ① zulässiges Werkstück ② Gestalt der Hülle	<p><math>16 \pm 0,1 \text{ (E)}</math></p>	Hülle: 2 Parallelebenen mit $a = \text{ULS}$ LLS = 15,9 (LP) MMLS $\triangle a = 16,1$	Geradheit, Ebenheit, Parallelität

Nach DIN EN ISO 1938-1:2015 ist die Maximum-Material-Grenze eines Größenmaßes (MMLS) das Grenzmaß, das dem Maximum-Material-Zustand des Größenmaßelementes entspricht. Die Minimum-Material-Grenze eines Größenmaßes (LMLS) ist das Grenzmaß, das dem Minimum-Material-Zustand des Größenmaßelementes entspricht. MMLS und LMLS schließen jeweils den numerischen Wert für das Größenmaß und die festgelegten Zuordnungskriterien ein.

Bei Außenmaßen (Welle, Klotz) gilt:

- MMLS entspricht dem Höchstmaß ULS; der Werkstoff muss innerhalb einer Hülle mit  $d = \text{ULS}$  oder  $a = \text{ULS}$  liegen.
- LMLS (Zweipunktgrößenmaß) entspricht dem Mindestmaß LLS und darf an keiner Stelle der Welle oder des Klotzes unterschritten werden.

Bei Innenmaßen (Bohrung, Nut) gilt:

- MMLS entspricht dem Mindestmaß LLS; der Werkstoff muss außerhalb einer Hülle mit  $d = \text{LLS}$  oder  $a = \text{LLS}$  liegen.
- LMLS (Zweipunktgrößenmaß) entspricht dem Höchstmaß ULS und darf an keiner Stelle der Bohrung oder der Nut überschritten werden.

Die Hüllbedingung wird in der gesamten Technischen Zeichnung angewandt, wenn im oder am Schriftfeld der Vermerk steht:

Linear size ISO 14405  $\text{\textcircled{E}}$ . Eine Zeichnungseintragung an den einzelnen Maßen der Formelemente mit dem Symbol  $\text{\textcircled{E}}$  ist dann nicht erforderlich. Die Hüllbedingung gilt dann für alle Formelemente wie Kreiszyylinder oder parallele Flächen.

**Regelfall** In deutschen Zeichnungen, die nicht auf die Norm (DIN) ISO 8015 verwiesen, galt bis zum Jahr 2010 nach der Norm DIN 7167:1987 automatisch die Hüllbedingung für alle Kreiszyylinder- und parallelen Flächen, ohne dass besondere Angaben in der Zeichnung vorhanden waren. Nach einer Überarbeitung der Norm ISO 8015 und Anwendung der Norm EN ISO 14405-1 gilt ab dem Jahr 2010 in einer Zeichnung ohne Hinweis auf die Norm ISO 8015 automatisch das Unabhängigkeitsprinzip als Regelfall.

### Allgemeintoleranzen

#### Anwendung von Allgemein- toleranzen

Nach dem Grundverständnis des GPS-Systems liegt es in der Verantwortung des Konstrukteurs, ein Bauteil entsprechend seiner Funktion vollständig und eindeutig zu beschreiben, das heißt die Spezifikationen vollständig anzugeben. Allgemeine geometrische Spezifikationen und allgemeine Größenmaßspezifikationen können verwendet werden, um die Anzahl der Angaben in einer technischen Produktdokumentation (TPD, technical product documentation) auf ein Minimum zu reduzieren.

Dem gegenüber steht jedoch bei Anwendung allgemeiner geometrischer Spezifikationen oder allgemeiner Größenmaßspezifikationen das Risiko, dass wichtige funktionale Anforderungen übersehen oder unnötig enge Toleranzen bezüglich der funktionalen Anforderung ausgewählt werden.

Alle Geometrielemente sind vollständig und eindeutig zu spezifizieren.

#### Allgemeintoleranzen nach ISO 22081

DIN EN ISO 22081:2021 stellt Methoden zur präzisen Angabe einer allgemeinen geometrischen Spezifikation, einer allgemeinen Größenmaßspezifikation und Regeln zu deren Anwendung zur Verfügung. Konkrete Toleranzwerte, wie in der Vergangenheit zum Beispiel für spanende Herstellungsverfahren in DIN ISO 2768-1:1991 und DIN ISO 2768-2:1991 festgelegt, werden

in DIN EN ISO 22081 nicht gegeben. DIN EN ISO 22081 legt zwei Arten von allgemeinen Spezifikationen fest:

- allgemeine geometrische Spezifikationen, das Flächenprofil
- allgemeine Größenmaßspezifikationen, das heißt lineare Größenmaße (linear size) und Winkelgrößenmaße (angular size)

Diese können nur auf integrale Geometrielemente (einschließlich Größenmaßelemente), zum Beispiel Zylinder, Kugel, Ebene, angewendet werden, jedoch nicht für abgeleitete Geometrielemente (Mittellinie, Mittelebene, Mittelpunkt) oder integrale Linien. Ein Bezugssystem ist notwendig, das alle sechs Freiheitsgrade blockiert. Diese Bezugselemente selbst sollten individuell spezifiziert sein.

ISO 22081:2021 ist Teil des GPS-Normensystems. Nach ISO 8015 gilt die Funktion des Bauteils als erfüllt, solange das Bauteil in den Spezifikationsgrenzen liegt.

### Historische Norm ISO 2768-2

Ziel der Allgemeintoleranzen nach DIN ISO 2768-1:1991 und DIN ISO 2768-2:1989 waren eine Vereinfachung der Zeichnung sowie die Abbildung der werkstattüblichen Genauigkeit. ISO 2768-2:1989 wurde jedoch zurückgezogen und durch ISO 22081:2021 ersetzt, da sie nicht mit dem GPS-System konform war.

Geometrische Produktspezifikationen sind nur dann eindeutig und vollständig, wenn alle Geometrielemente in einem dreidimensionalen Bezugssystem mit Ortstoleranzen spezifiziert werden. Fehlende Bezüge eröffnen in DIN ISO 2768-2 Interpretationsspielraum und somit Mehrdeutigkeit. Nach DIN ISO 2768-1 können Abstände mit  $\pm$ -Toleranzen spezifiziert werden, was zu Mehrdeutigkeit führt, siehe DIN EN ISO 14405-2.

Durch die „Zurückziehung mit Ersatz“ tritt ISO 22081 direkt an die Stelle der ISO 2768-2:1989. Abhilfe schafft lediglich die Angabe der Norm als datierter Verweis: ISO 2768-2:1989.

### Allgemein- toleranzwerte nach DIN 2769 als Ergänzung zu ISO 22081

ISO 22081:2021 beschränkt sich auf die Festlegung des Konzepts und gibt keine konkreten Toleranzwerte an; dies wird dem Anwender überlassen.

Ergänzend zur DIN EN ISO 22081:2022 kann auf die nationale Norm DIN 2769:2023 verwiesen werden, die technologie- und materialunabhängige Wertetabellen für Allgemeintoleranzen und Toleranzklassen bietet. Somit kann mit der Wahl einer Toleranzklasse die jeweilige werkstattübliche und verfahrensspezifische Genauigkeit berücksichtigt werden, konform mit dem ISO-GPS-System.

In DIN 2769 werden für die Flächenprofilform Allgemeintoleranzwerte nach der Kennzahl oder dem Maß der kleinsten umschriebenen Kugel des Teils ausgewählt, siehe Tabelle Allgemeintoleranzwerte für Flächenprofile, Seite 470. Für Größenmaße werden Allgemeintoleranzwerte nach dem Nennmaß und der Toleranzklasse ausgewählt, siehe Tabellen Allgemeintoleranzwerte für Linear size, Seite 470, und Allgemeintoleranzwerte für Angular size, Seite 470.

Wenn produktspezifische oder verfahrensspezifische Allgemeintoleranz-Normen vorhanden sind wie zum Beispiel für Guss oder Kunststoff, sollten diese angewandt werden.

In der Vergangenheit waren beispielsweise für spanende Herstellungsverfahren in DIN ISO 2768-1:1991 und DIN ISO 2768-2:1991 Werte festgelegt. Diese Normen sind allerdings nicht GPS-konform und führen zu mehrdeutigen Spezifikationen, wenn sie im Zusammenhang mit dem ISO-GPS-System angewendet werden.

### Allgemeintoleranzwerte für Flächenprofile

In der Norm DIN 2769 werden Allgemeintoleranzwerte für Flächenprofile zur geometrischen Tolerierung festgelegt, die auch für Abstände angewendet werden. Die Allgemeintoleranzwerte für Flächenprofile sind über die Kennzahl und den Kennbuchstaben für die Toleranzklasse definiert:

Toleranzklasse	Allgemeintoleranzwerte für Kugeldurchmesser SD der kleinsten umschriebenen Kugel des Teils mm							
	$> 0$ $\leq 3$	$> 3$ $\leq 6$	$> 6$ $\leq 30$	$> 30$ $\leq 120$	$> 120$ $\leq 400$	$> 400$ $\leq 1000$	$> 1000$ $\leq 2000$	$> 2000$ $\leq 4000$
Kennbuchstabe	Kennzahl							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	1	2
B	0,2	0,2	0,4	0,6	1	1,6	2,4	4
C	0,3	0,6	1	1,6	2,4	4	6	8
D	0,4	1	2	3	5	8	12	16

### Allgemeintoleranzwerte für Linear size

Die Allgemeintoleranzwerte für Linear size (lineare Größenmaße) sind in DIN 2769 in Toleranzklassen von a bis d definiert:

Toleranzklasse	Allgemeintoleranzwerte für Nennmaßbereiche mm							
	$> 0$ $\leq 3$	$> 3$ $\leq 6$	$> 6$ $\leq 30$	$> 30$ $\leq 120$	$> 120$ $\leq 400$	$> 400$ $\leq 1000$	$> 1000$ $\leq 2000$	$> 2000$ $\leq 4000$
a	$\pm 0,05$	$\pm 0,05$	$\pm 0,1$	$\pm 0,15$	$\pm 0,2$	$\pm 0,3$	$\pm 0,5$	$\pm 1$
b	$\pm 0,1$	$\pm 0,1$	$\pm 0,2$	$\pm 0,3$	$\pm 0,5$	$\pm 0,8$	$\pm 1,2$	$\pm 2$
c	$\pm 0,2$	$\pm 0,3$	$\pm 0,5$	$\pm 0,8$	$\pm 1,2$	$\pm 2$	$\pm 3$	$\pm 4$
d	$\pm 0,3$	$\pm 0,5$	$\pm 1,0$	$\pm 1,5$	$\pm 2,5$	$\pm 4$	$\pm 6$	$\pm 8$

### Allgemeintoleranzwerte für Angular size

Die Allgemeintoleranzwerte für Angular size (Winkelgrößenmaße) sind in DIN 2769 in Toleranzklassen von 1 bis 3 definiert:

Toleranzklasse	Allgemeintoleranzwerte für Länge der kürzeren Winkelseite mm				
	$> 0$ $\leq 10$	$> 10$ $\leq 50$	$> 50$ $\leq 120$	$> 120$ $\leq 400$	$> 400$
1	$\pm 1^\circ$	$\pm 0^\circ 30'$	$\pm 0^\circ 20'$	$\pm 0^\circ 10'$	$\pm 0^\circ 5'$
2	$\pm 1^\circ 30'$	$\pm 1^\circ$	$\pm 0^\circ 30'$	$\pm 0^\circ 15'$	$\pm 0^\circ 10'$
3	$\pm 3^\circ$	$\pm 2^\circ$	$\pm 1^\circ$	$\pm 0^\circ 30'$	$\pm 0^\circ 20'$



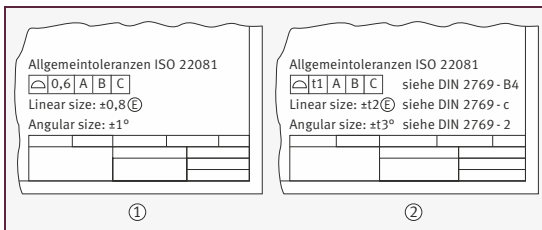
### Angaben in Zeichnungen

Die Anwendung von Allgemeintoleranzen wird in der Zeichnung durch den Eintrag „Allgemeintoleranzen ISO 22081“ in der Nähe des Schriftfeldes aufgerufen. Die Allgemeintoleranz kann als individueller Wert eingetragen werden oder mit Bezugnahme auf ein Dokument, zum Beispiel eine Werknorm oder DIN 2769.

Bei Anwendung von DIN 2769 können Allgemeintoleranzwerte für Flächenprofile, Linear size oder Angular size jeweils als Individualwert oder mit Hinweis auf die Toleranzklasse in den Tabellen unter Abschnitt Allgemeintoleranzwerte nach DIN 2769 als Ergänzung zu ISO 22081, Seite 470, entnommen werden.

**Bild 21**  
Anwendungsbeispiel  
der ISO 22081 und  
ergänzend DIN 2769

- ① Mit individuellen Werten und Hüllbedingung
- ② Mit Bezugnahme auf DIN 2769



# Konstruktionselemente

## Definitionen und Hauptfunktionen

Konstruktionselemente sind Maschinenelemente unterschiedlichster Komplexität, die stets in gleicher oder ähnlicher Form in technischen Anwendungen eingesetzt werden und dort jeweils gleiche oder ähnliche Funktionen erfüllen. Damit gehören sie zu den wichtigsten Lösungsbausteinen von Konstrukteuren.

### Funktionsorientierter Ansatz

Gemäß dieser Definition bietet es sich an, das große Feld der Maschinenelemente nach ihren Funktionen zu strukturieren, siehe Bild 1. So kann den Ingenieuren der Zugriff auf das große Angebot beim Konstruieren von und mit Maschinenelementen erleichtert werden.

### Einteilung nach der Hauptfunktion

Das Kapitel ist nach den Hauptfunktionen der Konstruktionselemente gegliedert, wie sie in der technischen Praxis immer wieder vorkommen.

Die Beschreibung der Konstruktionselemente erfolgt weitgehend nach dem Schema:

#### ■ Merkmale

Ein Merkmal ist ein Charakteristikum eines Systems, das durch seine Ausprägung als Eigenschaft wahrgenommen wird.<sup>1)</sup>

Merkmale beschreiben Struktur, Gestalt und Beschaffenheit des Produkts, wie sie von den Konstrukteuren direkt beeinflusst werden können.

#### ■ Eigenschaften

Eine Eigenschaft ist ein aufgrund von Beobachtungen, Messergebnissen, allgemein akzeptierten Aussagen usw. von einem Objekt festgestelltes Ergebnis.<sup>1)</sup>

Eigenschaften beschreiben das Verhalten des Produkts, wie es sich im Zusammenwirken mit weiteren Konstruktionselementen und unter Einfluss der Betriebsbedingungen ergibt. Die Eigenschaften resultieren aus der Gesamtheit der Merkmale und können damit nicht direkt vom Konstrukteur beeinflusst werden.

### Übersicht durch Ordnungsschemata

Es würde dem Charakter des Taschenbuchs widersprechen, wollte man hier alle gängigen Maschinenelemente detailliert beschreiben. Aus diesem Grund wird durch Ordnungsschemata ein Überblick über die Gesamtheit der Konstruktionselemente gegeben.

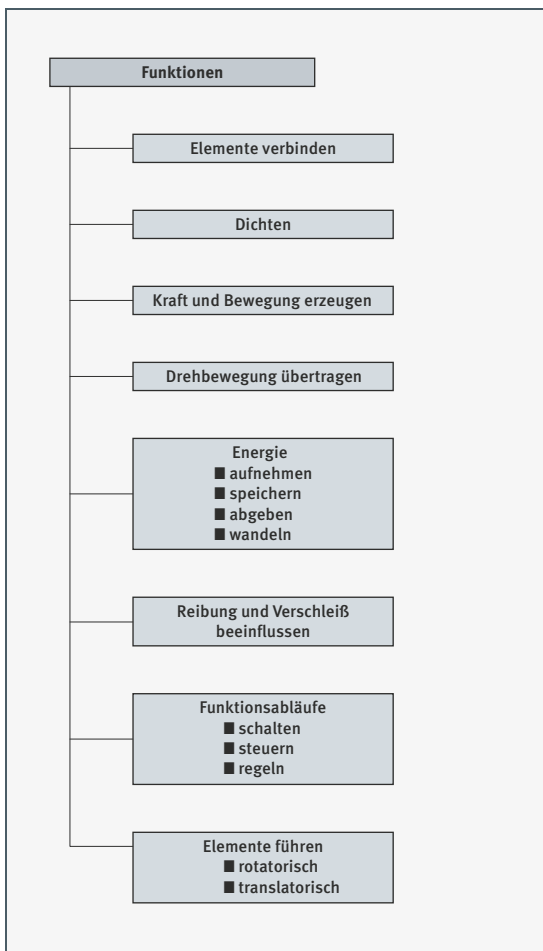
Die detaillierte Beschreibung ist im Wesentlichen auf die Elemente konzentriert, die traditionell in früheren Auflagen des Schaeffler Technischen Taschenbuchs zu finden waren.

Ausführlich wird auf die Konstruktionselemente mit der Funktion „Elemente führen (rotatorisch und translatorisch)“ eingegangen.

<sup>1)</sup> Quelle: nach VDI-Richtlinie 2221.

**Hauptfunktionen** Die Hauptfunktionen der Konstruktionselemente zeigt Bild 1.

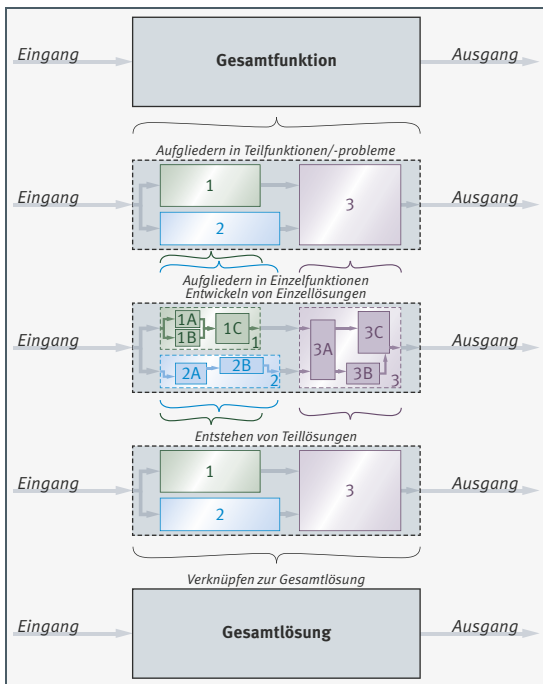
**Bild 1**  
Gliederung nach  
Hauptfunktionen  
– Übersicht



**Funktionsstruktur** Das funktionsorientierte Denken und Arbeiten ist eine wesentliche Grundlage moderner Entwicklungsmethodik.

Ausgehend von der Liste der Anforderungen hat jedes technische System eine Gesamtfunktion zu erfüllen, die sich in Teilfunktionen untergliedern lässt (Funktionsstruktur). Dieses „Herunterbrechen“ in untergeordnete Teilfunktionen gewährleistet, dass das komplexe Gesamtproblem aufgelgliedert wird in kleinere und leichter zu lösende Teilaufgaben, deren Teillösungen dann später wieder zur Gesamtlösung eines technischen Systems zusammengefügt werden.

**Bild 2**  
Funktionsstruktur  
Quelle:  
nach VDI-Richtlinie 2221



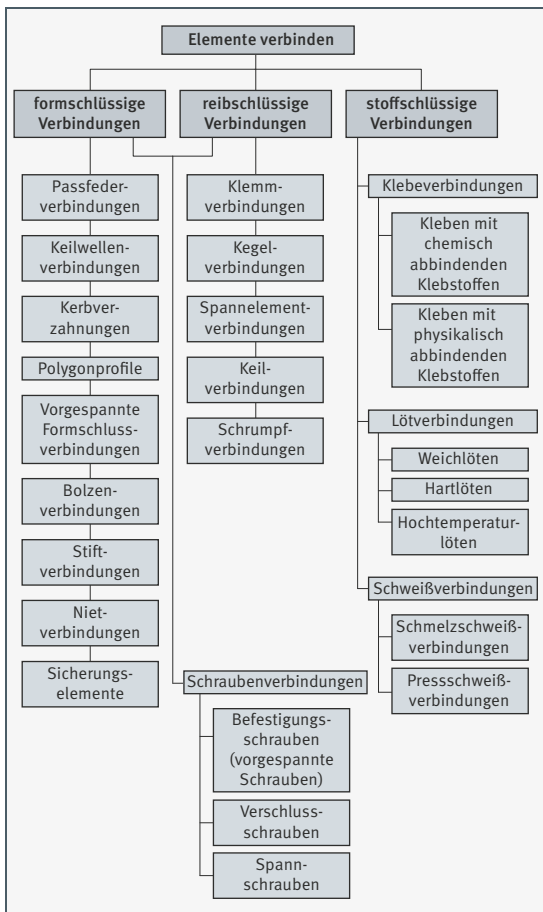
Das funktionsorientierte Arbeiten gewährleistet darüber hinaus, dass auch Lösungen aus den verschiedenen Domänen (Mechanik, Elektronik, Software) gefunden und auch weiterverfolgt werden. Zudem können Einzellösungen und Teillösungen sequenziell oder parallel erarbeitet werden.

## Elemente verbinden

### Übersicht

Es existiert eine Vielzahl von Elementen, mit denen Konstruktionselemente verbunden und zu komplexeren Strukturen zusammengefügt werden können. Diese Verbindungselemente haben die Aufgabe (Funktion), Kräfte und Momente zu übertragen. Je nach Art der Kraftübertragung (Wirkprinzip) werden stoffschlüssige, formschlüssige und reibschlüssige Verbindungen unterschieden. Kombinationen von Reib- und Formschluss sind möglich.

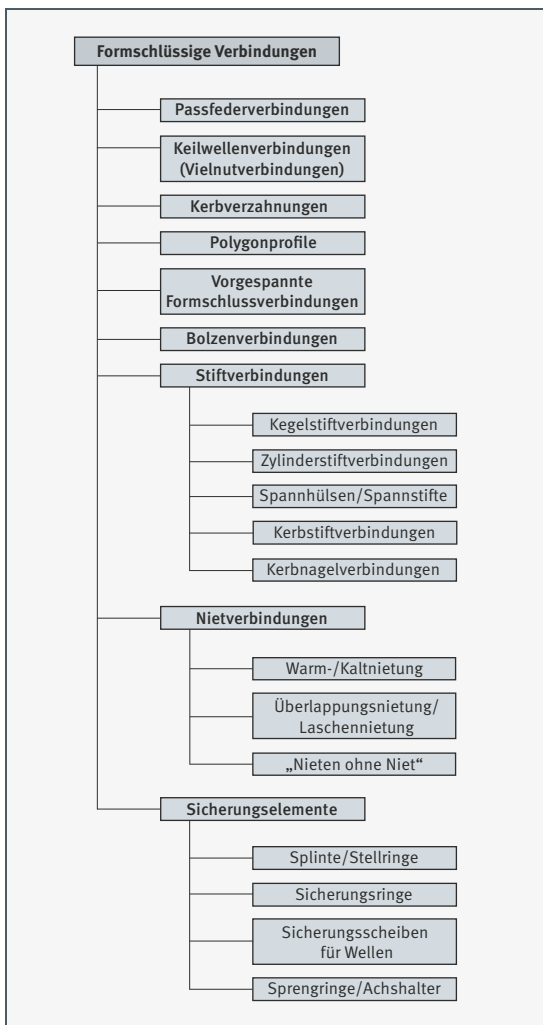
**Bild 3**  
Elemente verbinden  
(formschlüssig,  
reibschlüssig,  
stoffschlüssig)  
– Übersicht



### Formschlüssige Verbindungen

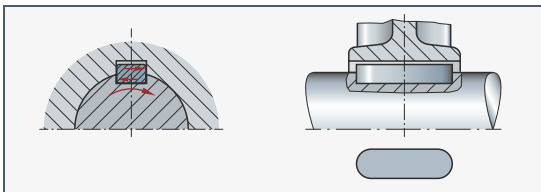
Bei formschlüssigen Verbindungen sorgen entweder die Formgebung der zu verbindenden Teile (= unmittelbarer Formschluss) oder zusätzliche Elemente, die als „Mitnehmer“ fungieren (= mittelbarer Formschluss), für die Herstellung der Verbindung.

**Bild 4**  
Formschlüssige Verbindungen  
– Übersicht



**Passfederverbindungen** Der wichtigste Vertreter der formschlüssigen Welle-Nabenverbindung ist die Passfederverbindung. Sie ist jedoch nicht für die Übertragung von stoßartigen und hohen, wechselnden Drehmomenten geeignet.

**Bild 5**  
Passfederverbindung



Merkmale:

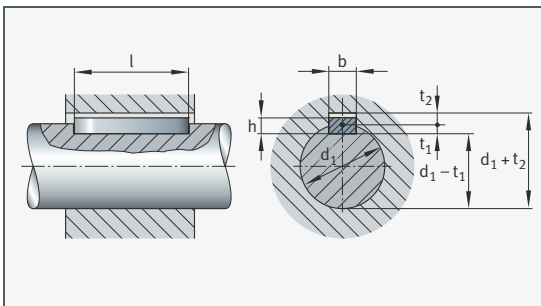
- Passfeder liegt gleichzeitig in der Wellen- und Nabennut.
- Üblich ist eine Passfeder; es können maximal zwei Passfedern am Umfang um  $120^\circ$  versetzt angeordnet werden.
- Nuten liegen achsparallel.
- Passfeder als Mitnehmer hat einen Rechteckquerschnitt.
- Rund- und geradstirnige Ausführung der Passfeder ist möglich.
- Nabe ist axial festzulegen.

Eigenschaften:

- Für hohe Drehmomente
- Nicht für Lastrichtungswechsel und Stöße
- Achsverschiebung begrenzt möglich (für Schaltung)
- Kerbwirkung auf die Welle
- Leicht montierbar, demontierbar, wieder verwendbar

**Bild 6**  
Kenngrößen  
einer Passfeder-  
verbindung

$b$  = Passfederbreite  
 $h$  = Passfederhöhe  
 $d_1$  = Wellendurchmesser  
 $t_1$  = Wellen-Nuttiefe  
 $t_2$  = Naben-Nuttiefe  
 $l$  = Wirksame Passfederlänge (bei rundstirniger Ausführung  $b$  abziehen)



Die Passfeder Verbindung überträgt an den Flanken die durch das zu übertragende Moment erzeugte Umfangskraft und wird dadurch auf Flächenpressung beansprucht.

Man erhält die Umfangskraft  $F_u$  über:

**Gleichung 1**

$$F_u = \frac{2 \cdot M_t}{d_1}$$

mit  $M_t$  als übertragbarem Drehmoment und  $d_1$  als Wellendurchmesser und die Flächenpressung über:

**Gleichung 2**

$$p = \frac{F_u}{(h-t_1) \cdot l \cdot i} \quad \text{bzw.} \quad p \approx \frac{F_u}{0,45 \cdot h \cdot l \cdot i} \quad \text{nach DIN 6892 Methode C}$$

**Legende**

$l$  mm  
wirksame Passfederlänge  
 $i$   
Anzahl der Passfedern

bei  $i = 2$   
nur 75% von  $l$  einsetzen.

Richtwerte für die zulässigen Flanken-Flächenpressungen sind der folgenden Tabelle zu entnehmen. Bei der Wellenberechnung ist der festigkeitsmindernde Einfluss der Passfederverbindungen ( $\beta_{kt} = 1,3 \dots 2,0$ ;  $\beta_{kb} = 2,1 \dots 3,2$ ) zu berücksichtigen.<sup>1)</sup>

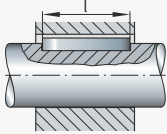
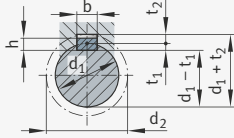
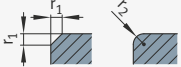
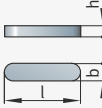


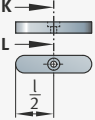

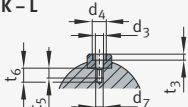
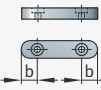
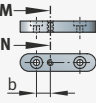



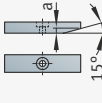


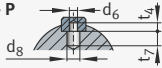
Werkstoff	zulässige Flächenpressung $p_{zul}$ bei Belastung $N/mm^2$	
	ruhend	schwellend
Stahl, ungehärtet	100 ... 200	70 ... 150
Stahl, gehärtet	150 ... 250	100 ... 170
Stahlguss	100 ... 150	80 ... 100
Gusseisen, Temperguss	80 ... 100	60 ... 80
Kupferlegierung (Bronze, Messing)	40 ... 50	30 ... 40
AlCuMg ausgehärtet	100 ... 160	70 ... 100
AlMg, AlMn, AlMgSi, ausgehärtet	80 ... 150	60 ... 90
G AlSi, G AlSiMg	60 ... 70	40 ... 50

Allgemein gelten die oberen Werte bei höheren Streckgrenzen, Bruchfestigkeiten und Härten der Werkstoffe, die unteren Werte gelten entsprechend bei kleineren Festigkeitswerten.

<sup>1)</sup> Werte gelten im Bereich  $R_m = 400 \dots 1200 N/mm^2$  (nach DIN 743).



**Passfedern, Nuten, hohe Form** Die folgende Tabelle zeigt Passfedern, Nuten (hohe Form) nach DIN 6885 T1/T2:

		<p>Kantenbrechung (allseitig) Schrägung beziehungsweise Rundung (nach Wahl des Herstellers)</p> 
<p>Form A rundstirnig<sup>1)</sup></p> 	<p>Form B geradstirnig<sup>1)</sup></p> 	<p>Rundung des Nutgrundes für Welle und Nabe</p> 
<p>Form C rundstirnig</p> <p>ab 8 × 7 mit Bohrung für 1 Halteschraube über der Stufenlinie</p> 	<p>Form B geradstirnig</p> <p>ab 8 × 7 mit Bohrung für 1 Halteschraube über der Stufenlinie</p> 	<p>Bohrung für Halteschraube</p> <p>K - L</p> 
<p>Form E rundstirnig mit Bohrungen für 2 Halteschrauben unter der Stufenlinie</p> <p>8 × 7 und 10 × 8</p> 	<p>ab 12 × 8 zusätzlich mit Gewindebohrung für 1 oder 2 Abdrückschrauben</p> <p>M - N</p> 	<p>Bohrung für Abdrückschraube</p> <p>M - N</p> 
<p>Form F rundstirnig mit Bohrungen für 2 Halteschrauben unter der Stufenlinie</p> <p>8 × 7 und 10 × 8</p> 	<p>ab 12 × 8 zusätzlich mit Gewindebohrung für 1 oder 2 Abdrückschrauben</p> 	
<p>Form G geradstirnig mit Schrägung und Bohrung für 1 Halteschraube</p> 	<p>Form H geradstirnig mit Schrägung und Bohrung für 2 Halteschrauben</p> 	
<p>Form J geradstirnig mit Schrägung und Bohrung für 1 Spannhülse</p> <p>O - P</p> 		<p>Bohrung für Spannhülse</p> <p>O - P</p> 

Bezeichnung einer Passfeder Form A, von Breite  $b = 12$  mm, Höhe  $h = 8$  mm und Länge  $l = 56$  mm:  
Passfeder A  $12 \times 8 \times 56$  DIN 6885.

Werkstoff: T1 für  $h \leq 25$  mm und T2 für alle Größen E295, T1 für  $h \geq 25$  mm E335.

<sup>1)</sup> Sollen Passfedern Form A und B mit Bohrungen für Abdrückschrauben (S) geliefert werden, so ist dies bei Bestellung gesondert anzugeben. Die Bezeichnung lautet dann: Passfeder AS  $12 \times 8 \times 56$  DIN 6885.

Für Passfedern (hohe Form) nach DIN 6885 T1/T2<sup>1)</sup> gelten folgende Werte.

Passfeder-Querschnitt (Keilstahl DIN 6880)	Breite b	4	5	6	
	Höhe h	4	5	6	
Wellendurchmesser $d_1$	über	10	12	17	
	bis	12	17	22	
Welle	b fester Sitz P9	leichter Sitz N9	4	5	6
	$t_1$ mit Rückenspiel		2,5	3	3,5
Nabe	b fester Sitz P9	leichter Sitz JS9	4	5	6
	$t_2$ bei Rückenspiel bei Übermaß <sup>2)</sup>		1,8	2,3	2,8
			1,2	1,7	2,2
a		–	–	–	
$d_2 = d_1 + ^3)$		4	5	6	
Passfeder $r_1$	min./max.	0,16/0,25	0,25/0,40	0,25/0,40	
Nut $r_2$	max./min.	0,16/0,08	0,25/0,16	0,25/0,16	
Welle $t_1$		3	3,8	4,4	
Nabe $t_2$		1,1	1,3	1,7	
$d_2 = d_1 + ^1)$		3	3,5	4	
$l^4)$		(10)	(12)	(16)	
	von bis	8 45	10 56	14 70	
Stufung von l		6 8 10 12 14 16 18 20 22	25 28 32		
Passfeder	$d_3$	–	–	–	
	$d_4$	–	–	–	
	$d_5$	–	–	–	
	$d_6$ H12	–	–	–	
	$t_3$	–	–	–	
	$t_4$	–	–	–	
Welle	$d_1$	–	–	–	
	$d_6$	–	–	–	
	$t_5$	–	–	–	
	$t_6$	–	–	–	
	$t_7$	–	–	–	
Zylinderschraube DIN 84, DIN 7984 oder DIN 6912, Spannhülse DIN 1481	–	–	–	–	

<sup>1)</sup> Für T2 (nur Form A, C und E) gelten die Maße  $t_1$ ,  $t_2$  und  $d_2$  in dem mit breiten Linien umrahmten Teil; alle übrigen Maße wie Passfedern nach T1.

<sup>2)</sup>  $t_2$  bei Übermaß ist für Ausnahmefälle vorgesehen, in denen die Passfeder nachgearbeitet (eingepasst) wird.

<sup>3)</sup>  $d_2$  ist der kleinste Durchmesser (Innenmaß) von Teilen, die zentrisch über die Passfeder geschoben werden können.

<sup>4)</sup> In () sind die kleinsten Längen der Passfedern nach T2 angegeben, sofern sie nicht mit T1 übereinstimmen.

<sup>5)</sup> Für Passfedern nach T2 nur bis 250.

## Konstruktionselemente

8	10	12	14	16	18	20	22	25
7	8	8	9	10	11	12	14	14
22	30	38	44	50	58	65	75	85
30	38	44	50	58	65	75	85	95
8	10	12	14	16	18	20	22	25
4	5	5	5,5	6	7	7,5	9	9
8	10	12	14	16	18	20	22	25
3,3	3,3	3,3	3,8	4,3	4,4	4,9	5,4	5,4
2,4	2,4	2,4	2,9	3,4	3,4	3,9	4,4	4,4
3	3	3	3,5	4	4,5	5	5,5	5,5
8	8	8	9	11	11	12	14	14
0,25/0,40	0,40/0,60	0,40/0,60	0,40/0,60	0,40/0,60	0,40/0,60	0,6/0,8	0,6/0,8	0,6/0,8
0,25/0,16	0,40/0,25	0,40/0,25	0,40/0,25	0,40/0,25	0,40/0,25	0,6/,04	0,6/,04	0,6/,04
5,4	6	6	6,5	7,5	8	8	10	10
1,7	2,1	2,1	2,6	2,6	3,1	4,1	4,1	4,1
4,5	5,5	6	7	8	8,5	11	12	12
(20)	(25)	(32)	(40)	–	–	–	–	–
18	22	28	36	45	50	56	63	70
90	110	140	160	180	200	220	250	280 <sup>5)</sup>
36 40	45 50	56 63	70 80 90	100 110	125 140	160 180	200 220	250 280 <sup>5)</sup>
3,4	3,4	4,5	5,5	5,5	6,6	6,6	6,6	9
6	6	8	10	10	11	11	11	15
M3	M3	M4	M5	M5	M6	M6	M6	M8
4	4	5	6	6	8	8	8	10
2,4	2,4	3,2	4,1	4,1	4,8	4,8	4,8	6
4	4	5	6	6	7	8	8	10
M3	M3	M4	M5	M5	M6	M6	M6	M8
4,5	4,5	5,5	6,5	6,5	9	9	9	11
4	5	6	6	6	7	6	8	9
7	8	10	10	10	12	11	13	15
M3 × 8	M3 × 10	M4 × 10	M5 × 10	M5 × 10	M6 × 12	M6 × 12	M6 × 16	M8 × 16
4 × 8	4 × 8	5 × 10	6 × 12	6 × 12	8 × 16	8 × 16	8 × 16	10 × 20

### Keilwellen- verbindungen

#### Merkmale:

- Unmittelbar formschlüssige, lösbare Verbindung
- In Welle und Nabe ist eine Vielzahl von Keilen und Nuten (6, 8, 10, ...) eingebracht.
- Keile sind integrale Bestandteile der Welle, ebenso die Nuten in der Nabe.
- Keile und Nuten liegen achsparallel.

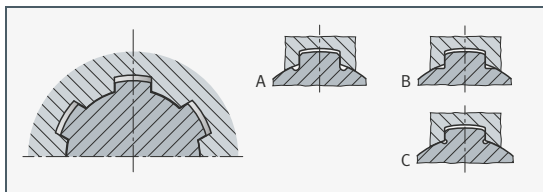
#### Eigenschaften:

- Für hohe, wechselnde und stoßhafte Drehmomente
- Für wechselnde Drehrichtungen
- Achsverschiebung unter Last möglich (für Schaltung), sonst axiale Festsetzung der Nabe erforderlich
- Kerbwirkung auf die Welle
- Einfache Montage und Demontage

**Bild 7**

Keilwellenverbindung

A, B, C = Verschiedene  
Keilwellenformen  
nach DIN 5471



### Kerbverzahnung

#### Merkmale:

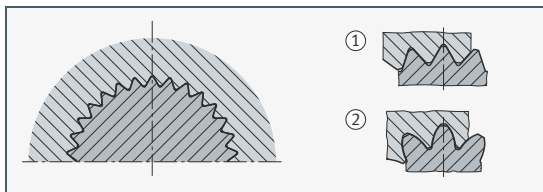
- Unmittelbar formschlüssige, lösbare Verbindung
- Eine Vielzahl an Zähnen ist in Welle und Nabe integriert.
- Zähne liegen achsparallel.
- Ausführung meist mit Lückenwinkel von  $60^\circ$ , es werden jedoch auch Varianten, zum Beispiel mit Evolventenverzahnung, eingesetzt.
- Einfache Montage und Demontage

#### Eigenschaften:

- Zur Übertragung mittlerer Drehmomente
- Für wechselnde Drehrichtungen
- Geringere Kerbwirkung als bei Keilwelle
- Lösbarer Verbindung, axiale Sicherung notwendig
- Zentrierung nur über Zahnflanken und somit begrenzte Laufgenauigkeit

**Bild 8**  
Kerbverzahnung

- ① Kerbzahnprofil
- ② Evolventenzahnprofil



## Polygonverbindungen

Merkmale:

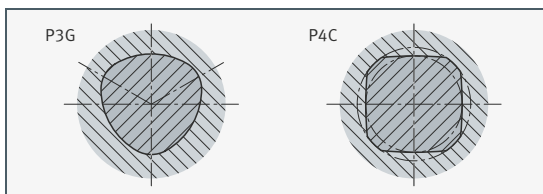
- Unmittelbar formschlüssige, lösbare Verbindung
- Unrundprofile mit definierter Profilgeometrie, genormt P3G und P4C

Eigenschaften:

- Zur Übertragung großer, auch wechselnder und stoßartiger Drehmomente sehr gut geeignet
- Profil P4C gut geeignet für Axialverschieblichkeit unter Last
- Sehr geringe Kerbwirkung bei Festsitzen
- Hohe Laufruhe durch Selbstzentrierung
- Aufwändige Fertigung
- Einfache Montage und Demontage

**Bild 9**  
Polygonverbindung

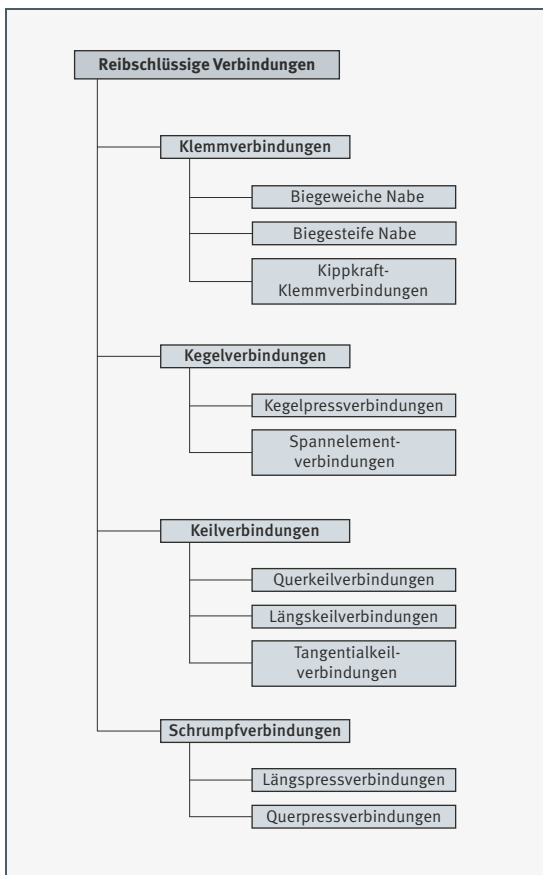
P3G = Profil  
nach DIN 32711  
P4C = Profil  
nach DIN 32712



### Reibschlüssige Verbindungen

Bei diesen Verbindungen erfolgt die Kraftübertragung reibschlüssig mittels Aufpressen oder Aufklemmen.

**Bild 10**  
Reibschlüssige  
Verbindungen  
– Übersicht



### Kegelpress- verbindungen

Merkmale:

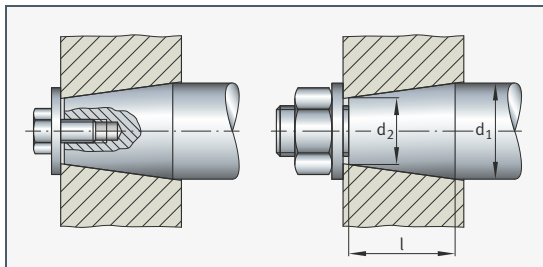
- Erforderlicher Fugendruck wird durch axiales Aufschieben der Nabe auf den konischen Wellensitz erzeugt.
- Axiales Verspannen erfolgt mittels Schraube oder Mutter.
- Kegelverhältnis  $C = (d_1 - d_2)/l$
- Verwendung genormter Kegelverhältnisse nach DIN 254, zum Beispiel:
  - kegelige Wellenenden 1:10
  - metrische Werkzeugkegel 1:20
  - Spannhülsen 1:12 oder 1:30

Eigenschaften:

- Für hohe Drehmomente, Lastrichtungswechsel und Stöße geeignet
- Hohe Laufruhe durch genau zentrischen Sitz
- Aufnahme hoher Axialkräfte möglich
- Kein axiales Verschieben der Nabe möglich
- Keine exakte, axiale Positionierung der Nabe möglich
- Nabe in Drehrichtung versetzbar
- Aufwändige Fertigung, allerdings leichte Montage

**Bild 11**  
Kegelverhältnis

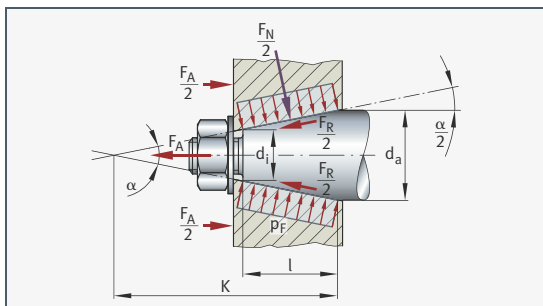
$d_1, d_2, l$  = Kegel-  
abmessungen



## Axial vorgespannter Kegelpressverband

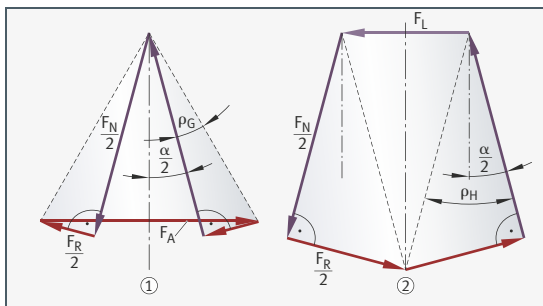
Beim axial vorgespannten Kegelpressverband wird der Fugendruck  $p_F$  durch axiales Aufschieben der Nabe auf den konischen Wellenzitz mit der Kraft  $F_A$  erzeugt.

**Bild 12**  
Axial vorgespannter Kegelpressverband



**Bild 13**  
Kräfte am axial vorgespannten Kegelpressverband

- ① Aufschieben
- ② Lösen

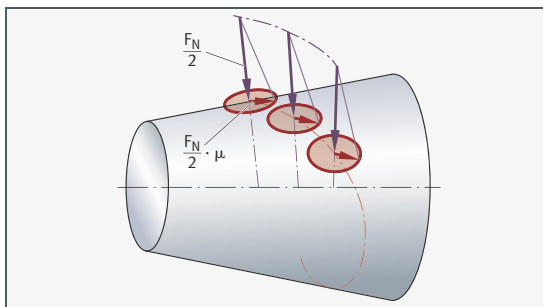


Kegel nach DIN 1448/49	$d_a/K = 1:10, \alpha = 5,7258^\circ = 5^\circ 43' 29''$
Aufschubkraft (Axialkraft)	$F_A = F_N \cdot [\sin(\alpha/2) + \mu_G \cdot \cos(\alpha/2)]$
Normalkraft	$F_N = p_F \cdot d_m \cdot \pi \cdot l / \cos(\alpha/2); d_m = (d_a + d_i)/2$
Fugenpressung	$p_F = F_N \cdot \cos(\alpha/2) / (d_m \cdot \pi \cdot l)$
übertragbare Umfangskraft	$F_U = \mu \cdot F_N / S$ S = Sicherheit gegen Rutschen, $S = 1,2 \dots 1,5$
übertragbares Moment	$M_t = F_U \cdot d_m / 2$
Lösekraft	$F_L = F_N \cdot [\sin(\alpha/2) + \mu_H \cdot \cos(\alpha/2)]$



Im axial vorgespannten Kegelpressverband herrscht Gleichgewicht zwischen der Axialkraft  $F_A$  und der Resultierenden aus der Normalkraftkomponente  $F_N \sin(\alpha/2)$  und der Reibungskomponente  $F_N \mu \cos(\alpha/2)$ .

**Bild 14**  
Kräfte auf eine axial vorgespannte Kegelpressverbindung beim Aufschieben unter erstmaliger Drehmomentbelastung



Bei der ersten Drehmomentübertragung kommt zu den Kräften eine Umfangskraft  $F_U$  hinzu und das durch den Fügeprozess aufgebaute Gleichgewicht wird geändert. Infolge der nun zusätzlich wirkenden Umfangskraft  $F_U$  dreht der Reibungsvektor aus der Achsrichtung in die Richtung der von  $F_U$  und  $\mu_G \cdot F_N$  gebildeten Resultierenden, so dass nur noch eine Komponente der Reibkraft der axialen Aufschubkraft entgegenwirkt. Als Folge schiebt die Kraft  $F_A$  die Nabe schraubenförmig etwas weiter auf den Kegelnzapfen, bis die neue Gleichgewichtslage erreicht ist. Dabei geht die Axialkraft  $F_A$  zurück, wohingegen  $F_N$  und damit  $p_F$  ansteigen. Es ergibt sich dadurch eine erhöhte Sicherheit gegen Rutschen der Verbindung.

Wird in dem Kegelpressverband eine zusätzliche Passfeder (siehe DIN 1448/1449) oder Scheibenfeder verwendet, so überträgt diese allein das gesamte Drehmoment, weil sie das schraubenförmige Aufschieben verhindert. Eine Kombination von Kegelpressverband (reibschlüssig) und Passfeder (formschlüssig) ist daher technisch nicht sinnvoll.

### Zylindrische Pressverbindungen

Bei zylindrischen Pressverbindungen besitzen Welle und Nabe eine Übermaßpassung. Die für den Reibschluss nötige Flächenpressung wird durch die elastische Verformung beider Bauteile nach dem Fügen erzielt. Abhängig von der Art der Montage wird zwischen Längs-, Quer- und Ölpressverbindungen unterschieden.

Merkmale:

- Welle und Nabe besitzen vor dem Fügen Übermaß.
- Reibschluss durch elastische Verformung von Welle und Nabe
- Keine zusätzlichen mechanischen Verbindungselemente
- Keine Querschnittsschwächung
- Zur axialen Positionierung ist eine Lagebegrenzung (zum Beispiel Wellenschulter) vorteilhaft.

Eigenschaften:

- Hohe Kräfte und Momente übertragbar
- Umfangs- und Längskräfte übertragbar
- Für wechselnde Drehrichtung und stoßhaften Betrieb
- Einfache und kostengünstige Fertigung
- Schwer lösbar
- Optimale Kraftübertragung bei gleichmäßigem Kraftfluss
- Hohe Gestaltfestigkeit und Betriebsfestigkeit

Nach DIN EN ISO 286-1 versteht man unter einer Übermaßpassung eine Passung, bei der das Höchstmaß der Bohrung (Nabe) kleiner ist als das Mindestmaß der Welle, bei der also ein Übermaß vorhanden ist. Dieses Übermaß zwischen Nabe und Welle führt nach dem Fügen zu einem Pressverband mit einer auf den Fügeflächen stehenden Normalkraft. Die Normalkraft erzeugt eine Haftkraft, durch die in der Fuge von einem Teil zum anderen Längskräfte (parallel zur Achse) und Umfangskräfte beziehungsweise Drehmomente (Kräfte, die in der Fuge tangential wirken) übertragen werden können.

Der Fügevorgang erfolgt durch:

- Längspressverband: Längseinpressung des Innenteils
- Querpressverband:
  - Schrumpfen des Außenteils (vorhergehendes Erwärmen)
  - Dehnen des Innenteils (vorhergehendes Unterkühlen)
  - Dehnen des Innenteils und Schrumpfen des Außenteils

Aus dem für die Übertragung des Moments oder der Axialkraft erforderlichen Übermaß  $U$  kann die für den Querpressverband erforderliche Füge­temperatur ermittelt werden. Damit sicher montiert werden kann, muss ein Montagespiel  $S_M$  (vorteilhaft:  $S_M = U/2$ ) berücksichtigt werden.

Bei Erwärmung des Außenteiles ist zum Beispiel folgende Übertemperatur für die Montage erforderlich:

Gleichung 3

$$\Delta T = \frac{U + S_M}{\alpha \cdot d_{Ai}}$$

**Legende**

$d_{Ai}$ Innendurchmesser des Außenteils	Stahl $\alpha = (11 \dots 12) \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}^1$
$\alpha$ Wärmeausdehnungskoeffizient	Gusseisen $\alpha = (9 \dots 10) \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}^1$
$\Delta T$ Übertemperatur	Aluminium $\alpha = (23 \dots 24) \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}^1$

<sup>1)</sup>  $\alpha$ -Werte sind nur für Erwärmen gültig.

Als Temperaturquelle für das Erwärmen des Außenteils beziehungsweise die Unterkühlung des Innenteiles können die nachstehenden Möglichkeiten eingesetzt werden.

**Anwärmmöglichkeit**

Anwärmmöglichkeit	Anwendung bei	Hinweise
Elektro-Heizplatten	(meist kleinen) Serienteilen	Erwärmung häufig unvollkommen, Gefahr örtlicher Überhitzung!
Elektro-Heizkerne	Hülsen und Naben	erreichbare Füge­temperatur: bis $\approx 50 \text{ }^\circ\text{C}$
Bad-Erhitzung	Außenteilen, auf deren Füge­flächen beim Fügen Öl sein darf	natürliche organische Wärme­träger bis $300 \text{ }^\circ\text{C}$ ; paraffin- oder silikonbasierte Öle bis $400 \text{ }^\circ\text{C}$
Heißluftöfen oder Heißluftkammern	Außenteilen, deren Füge­flächen trocken und frei von Oxidschichten sein müssen	üblich bis $400 \text{ }^\circ\text{C}$ Anwärm­temperatur; in besonderen Öfen bis $650 \text{ }^\circ\text{C}$ möglich

Die Temperatur ist nach oben begrenzt wegen des erhöhten Festigkeitsabbaus der jeweiligen Werkstoffe.

## Mittel zum Unterkühlen

Mittel zum Unterkühlen	chemische Formel	Siedepunkt des Gases	Hinweise
Kohlensäure-Schnee oder Trockeneis	CO <sub>2</sub>	-78,4 °C	Fügeteil kühlt relativ langsam ab; schnellere Abkühlung bei Einsatz von Spiritus als Wärmeträger. Beigabe von Trichlorethylen verhindert Vereisen der Fügeteil-Oberflächen
verflüssigter Stickstoff	N <sub>2</sub>	-195,8 °C	Bei Einsatz in geschlossenen Räumen für gute Belüftung sorgen! Ansonsten keine besonderen Gefahren

Von der Verwendung verflüssigten Sauerstoffs oder verflüssigter Luft wird wegen großer Explosionsgefahr abgeraten.

## Berechnung zylindrischer Pressverbände

In den folgenden Tabellen wird die Berechnung eines zylindrischen Pressverbandes für elastische Beanspruchung dargestellt. Für elasto-plastische Beanspruchung siehe DIN 7190-1.

Durchmesserverhältnisse	
Innenteil I (Hohlwelle)	$Q_I = d_{II}/d_{Ia} \approx d_{II}/d_F < 1$
(Vollwelle)	$Q_I = 0$
Außenteil A	$Q_A = d_{Ai}/d_{Aa} \approx d_F/d_{Aa} < 1$
Übermaß für den Pressverband aus den Passungsangaben ermittelt	$U = d_{Ia} - d_{Ai}$
Glättungsmaß (Rz = gemittelte Rautiefe)	$G = 0,4 (Rz_{Ia} + Rz_{Ai})$
Wirksames Haftmaß	$Z = U - G$
Einschnürung des Innenteils durch die Fugenpressung	$\Delta d_{Ia} = -\frac{p_F d_F}{E_I} \left( \frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \nu_I \right)$
Aufweitung des Außenteils durch die Fugenpressung	$\Delta d_{Ai} = \frac{p_F d_F}{E_A} \left( \frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu_A \right)$

Fortsetzung der Tabelle siehe Seite 491.

Fortsetzung der Tabelle Berechnung zylindrischer Pressverbände von Seite 490.

Das Haftmaß wird beim Fügen des Pressverbands in eine Einschnürung des Innenteils und eine Aufweitung des Außenteils gewandelt, so dass die Beziehung gilt:

$$Z = |\Delta d_{Ia}| + |\Delta d_{Aa}|$$

$$Z = p_F \left[ \frac{d_F}{E_I} \left( \frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \nu_I \right) + \frac{d_F}{E_A} \left( \frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu_A \right) \right]$$

Aus dieser Beziehung ergibt sich der Zusammenhang zwischen dem wirksamen Haftmaß und der Fugenpressung. Die kleinste Fugenpressung ergibt sich aus dem Mindestübermaß der Passungsangabe für den Pressverband.

Axialkraftübertragung	$F_A = p_F \cdot d_F \cdot \pi \cdot l_F \cdot \mu / S$
Erforderliche Fugenpressung	$p_{F\text{erf}} = F_A \cdot S / (d_F \cdot \pi \cdot l_F \cdot \mu)$
Momentenübertragung	$M_t = p_F \cdot d_F \cdot \pi \cdot l_F \cdot \mu \cdot (d_F/2) / S$
Erforderliche Fugenpressung	$p_{F\text{erf}} = 2 M_t \cdot S / (d_F^2 \cdot \pi \cdot l_F \cdot \mu)$

Art der Presspassungen und Spannungen	Haftbeiwerte $\mu$ (DIN 7190)	
	trocken	geschmiert

### Haftbeiwerte bei Querpresspassungen in Längs- und Querrichtung

Stahl-Stahl-Paarung	Druckölverband	gefügt mit Mineralöl	–	0,12
		entfettete Pressflächen, mit Glycerin gefügt	0,18	–
	Schrumpfverband	Erwärmung bis zu 300 °C	–	0,14
		entfettete Pressflächen, Erwärmung bis zu 300 °C	0,20	–
Stahl-Gusseisen-Paarung	Druckölverband	gefügt mit Mineralöl	–	0,16
		entfettete Pressflächen	0,16	–

### Haftbeiwerte bei Längspresspassungen

Wellenwerkstoff	Chromstahl	–	–
Nabenwerkstoff	E335	0,11	0,08
	S235 JRG2	0,10	0,07
	EN-GJL-259	0,12 ... 0,14	0,06

Fortsetzung der Tabelle siehe Seite 492.

Fortsetzung der Tabelle Berechnung zylindrischer Pressverbände von Seite 491.

Sicherheit gegen Durchrutschen	
Querpressverband	$S = 1,5 \dots 2,0$
Längspressverband	$S = 2,0 \dots 2,5$

Die Spannungsverläufe im Außen- und Innenteil des zylindrischen Pressverbands (Beanspruchung dickwandiger Rohre unter Innen- oder Außendruck) sind der Zusammenstellung der wichtigsten Beanspruchungsarten zu entnehmen.

Hohlwelle

Vollwelle

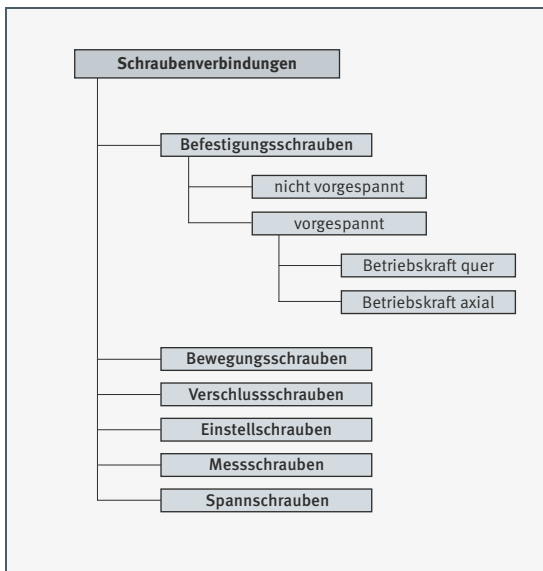
Die für den Pressverband kritischen Beanspruchungen treten in der Regel am Innenrand des Außenteils (Nabe) auf. Im Fall einer Hohlwelle ist auch die Spannung  $\sigma_{tI}$  am Innenrand des Innenteils zu überprüfen.

Spannungen am Innenrand des Außenteils	
Tangentialspannung	$\sigma_{tAi} = p_F \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2}$
Radialspannung	$\sigma_{rAi} = -p_F$
Vergleichsspannung (GEH)	$\sigma_{vAi} = \sqrt{\sigma_{tAi}^2 + \sigma_{rAi}^2 - \sigma_{tAi} \cdot \sigma_{rAi}}$ $\sigma_{vAi} = \frac{2 \cdot p_F}{1 - Q_A^2} < \sigma_{zul}$

## Schraubenverbindungen

Schraubenverbindungen stellen eine Kombination von Form- und Reibschluss dar.

**Bild 15**  
Schraubenverbindungen  
– Übersicht

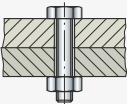
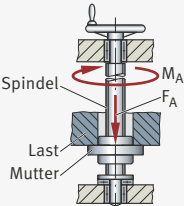
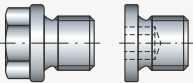
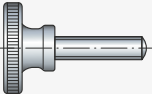
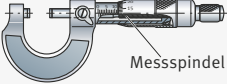
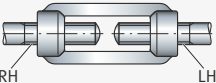


### Form- und reibschlüssige Verbindungen

Schraubenverbindungen beruhen auf der Paarung von Schraube beziehungsweise Gewindestift mit Außengewinde und Bauteil mit Innengewinde (meist Mutter), wobei zwischen beiden Formschluss im Gewinde erzielt wird.

Im Gewinde, das abgewickelt eine schiefe Ebene darstellt, erfolgt bei relativer Verdrehung von Schraube zur Mutter ein Gleiten der Gewindeflanken der Schraube auf den Gewindeflanken der Mutter und damit eine Längsbewegung.

Je nach Verwendungszweck werden verschiedene Arten der Schraubenausführung unterschieden.

Schraubenverbindung	Beschreibung
<p>Befestigungsschraube</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ lösbare Verbindung von Bauteilen</li> <li>■ als Durchsteckschraubenverbindung oder Passschraubenverbindung ausführbar</li> </ul>
<p>Bewegungsschraube</p>  <p>Spindel</p> <p>MA</p> <p>FA</p> <p>Last</p> <p>Mutter</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Umwandlung von Drehbewegung in Längsbewegung und umgekehrt</li> <li>■ Erzeugung großer Kräfte</li> </ul> <p>(zur Reduzierung der Reibung Ausführung als Kugelumlaufspindel möglich)</p>
<p>Verschlusschraube</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Verschluss von Einfüll- und Auslauföffnungen (Dichtungsschraube)</li> </ul>
<p>Einstellschraube</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Ausrichten von Geräten und Instrumenten</li> <li>■ Beispiel: Rändelschraube</li> </ul>
<p>Messschraube</p>  <p>Messspindel</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Längenmessung im Mikrometerbereich</li> </ul>
<p>Spannschraube</p>  <p>RH</p> <p>LH</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Erzeugung von Spannkraften</li> <li>■ Beispiel: Spannschloss</li> <li>RH = Rechtsgewinde</li> <li>LH = Linksgewinde</li> </ul>



### Befestigungs- schrauben

Schrauben sind die am meisten verwendeten Maschinenelemente zum Verbinden von Bauteilen. Gegenüber den Schweiß-, Löt-, Klebe- und Nietverbindungen lassen sich die Bauteile zerstörungsfrei lösen und abermals verbinden. Als Befestigungselement hat die Schraube die Aufgabe, Bauteile mit der bei der Montage aufgebrauchten Vorspannkraft zu verbinden und diese Verbindung bei statischen und dynamischen Beanspruchungen aufrechtzuerhalten.

Die Schraubenverbindung bietet die Vorteile einer einfachen Montage, einer zerstörungsfreien Lösbarkeit sowie der Übertragbarkeit hoher Kräfte. Dem steht der Nachteil gegenüber, dass die **stark gekerbte** Schraube bei dynamischen Beanspruchungen einen Dauerbruch erfahren kann oder dass ein unzulässiger Vorspannkraftabbau in der Verbindung durch Setzerscheinungen in den Kontaktstellen beziehungsweise durch Losdrehen der Mutter von der Schraube erfolgen kann. Eine hochbeanspruchte Schraubenverbindung steht und fällt mit der Fähigkeit ihrer Schrauben, die bei der Montage aufgebrauchte Vorspannkraft zu halten oder zu verlieren. Sehr oft ist die Ursache für einen Schraubendauerbruch in einem vorangegangenen Vorspannkraftabbau zu finden. Eine sorgfältige konstruktive Auslegung und Berechnung einer Schraubenverbindung ist daher unumgänglich.

### Durchsteckschrauben- verbindungen

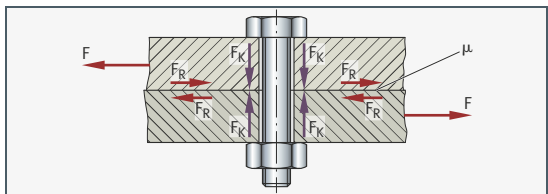
Merkmale:

- Reibschlüssige Verbindung
- Klemmkraft durch Anziehen der Mutter erzeugt
- Schraube auf Zug beansprucht (Torsion aus Anzugsmoment)
- Schraubensicherung notwendig
- Zusätzliche Zentrierung erforderlich

Eigenschaften:

- Lösbare Verbindung
- Für große Kräfte geeignet
- Leicht montierbar
- Kerbwirkung durch Bohrung des Flansches

**Bild 16**  
Durchsteckschrauben-  
verbindung



### Passschrauben- verbindungen

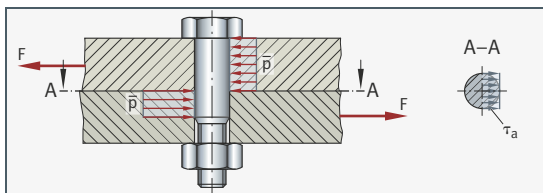
Merkmale:

- Form- und reibschlüssige Verbindung
- Schraube auf Schub und Flächenpressung beansprucht (Torsion aus Anzugsmoment)
- Zentrierung durch Passung zwischen Schraubenschaft und Flansch
- Schraubensicherung notwendig

Eigenschaften:

- Lösbare Verbindung
- Zur Zentrierung geeignet
- Leicht montierbar
- Kerbwirkung durch Bohrung des Flansches
- Im Vergleich zur Durchsteckschraubenverbindung deutlich teurer

**Bild 17**  
Passschrauben-  
verbindung



### Grundformen der gebräuchlichsten Gewinde

Entsprechend ihrer unterschiedlichen Einsatzbedingungen haben sich bestimmte Gewindeformen bewährt, die in den entsprechenden DIN-Normen festgelegt sind.

Die Grundformen für die gebräuchlichsten Gewinde sind in der folgenden Tabelle dargestellt.



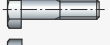
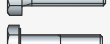



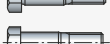









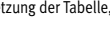

Befestigungsgewinde			Bewegungsgewinde		
Metrisches ISO-Gewinde		Whitworth-Rohrgewinde	Trapezgewinde	Sägewinde	Rundgewinde
Regelgewinde	Feingewinde				
DIN 13		DIN 2999	DIN 103	DIN 513	DIN 405
DIN 14		DIN 3858	DIN 263	DIN 2781	DIN 15403
			DIN 380		DIN 20400

Sofern nicht anderes angegeben, handelt es sich um rechtsgängige Gewinde. Ein linksgängiges Gewinde ist immer gekennzeichnet mit LH (= left hand).

In den folgenden Abschnitten wird speziell auf den Einsatz der Schrauben als Befestigungselement eingegangen.




















## Übersicht über genormte Schrauben

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über genormte Schrauben.

	DIN EN ISO 4014 DIN EN ISO 8765	Sechskantschrauben metrisches Gewinde und metrisches Feingewinde
	DIN EN ISO 4017 DIN EN ISO 8676	Sechskantschrauben Gewinde annähernd bis Kopf
	DIN EN ISO 4016	(rohe) Sechskantschrauben für Stahlkonstruktion
	DIN EN ISO 4018	(rohe) Sechskantschrauben Gewinde annähernd bis Kopf
	DIN EN 14399-4	Sechskantschrauben mit großen Schlüsselweiten
	DIN 561	Sechskantschrauben mit Zapfen
	DIN 564	Sechskantschrauben mit Ansatzspitze
	DIN 24015 DIN 2510	Sechskantschrauben mit dünnem Schaft
	DIN 609	Sechskant-Passschrauben
	DIN 7968	Sechskant-Passschrauben für Stahlkonstruktionen
	DIN 479	Vierkantschrauben mit Kernansatz
	DIN 478	Vierkantschrauben mit Bund
	DIN 480	Vierkantschrauben mit Bund und Ansatzkuppe
	DIN EN ISO 4762 DIN 6912	Zylinderschrauben mit Innensechskant
	DIN EN ISO 1207	Zylinderschrauben mit Schlitz
	DIN EN ISO 1580	Flachkopfschrauben mit Schlitz
	DIN 920	Flachkopfschrauben mit kleinem Kopf
	DIN 921	Flachkopfschrauben mit großem Kopf
	DIN 922	Flachkopfschrauben mit kleinem Kopf und Zapfen
	DIN 923	Flachkopfschrauben mit Ansatz
	DIN EN ISO 7045	Linsenschrauben mit Kreuzschlitz


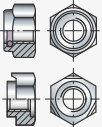
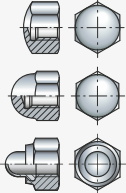
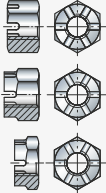
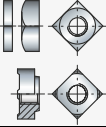
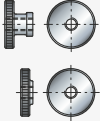
Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 498.

Fortsetzung der Tabelle Übersicht über genormte Schrauben von Seite 497.

	DIN EN ISO 10642	Senkschrauben mit Innensechskant
	DIN EN ISO 2009	Senkschrauben mit Schlitz
	DIN 925	Senkschrauben mit Schlitz und Zapfen
	DIN 7969	Senkschrauben mit Schlitz (für Stahlkonstruktionen)
	DIN EN ISO 7046	Senkschrauben mit Kreuzschlitz
	DIN EN ISO 2010	Linsensenkschrauben mit Schlitz
	DIN 924	Linsensenkschrauben mit Schlitz und Zapfen
	DIN EN ISO 7047	Linsensenkschrauben mit Kreuzschlitz
	DIN 603	Flachrundschrauben mit Vierkantaufsatz
	DIN 607	Halbrundschrauben mit Nase
	DIN 605 DIN 608	Senkschrauben mit Vierkantansatz
	DIN 604	Senkschrauben mit Nase
	DIN 404	Kreuzlochschrauben mit Schlitz
	DIN EN ISO 10644 DIN EN ISO 10673	Kombi-Schrauben Scheiben
	DIN 6900-2 DIN 6904	Kombi-Schrauben Federscheiben
	DIN 6900-4 DIN 6907	Kombi-Schrauben Fächerscheiben
	DIN EN ISO 1479	Blechschraben
	DIN 7513 DIN 7516	Gewinde-, Schneidschrauben
	DIN 571	Holzschrauben







## Übersicht über genormte Muttern

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über genormte Muttern.

	DIN EN ISO 4032 DIN EN ISO 4034 DIN EN ISO 4035	(rohe) Sechskantmutter Sechskantmutter metrisches Gewinde und metrisches Feingewinde flache Sechskantmutter
	DIN EN ISO 7040 DIN EN ISO 7042 DIN EN ISO 10511  DIN 929	Sechskantmuttern selbstsichernd  Sechskant-Schweißmutter
	DIN 917  DIN 1587  DIN 986	Hutmutter niedrige Form  Hutmutter hohe Form  Hutmutter selbstsichernd
	DIN 935 bis M10  DIN 935 bis M10  DIN 979	Kronenmutter metrisches Gewinde und metrisches Feingewinde  Kronenmutter metrisches Gewinde und metrisches Feingewinde  flache Kronenmutter
	DIN 557 DIN 562  DIN 928	(rohe) Vierkantmutter flache Vierkantmutter  Vierkant-Schweißmutter
	DIN 466  DIN 467	hohe Rändelmutter  flache Rändelmutter

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 500.

Fortsetzung der Tabelle Übersicht über genormte Muttern von Seite 499.

	DIN 546	Schlitzmutter
	DIN 547	Zweilochnutter
	DIN 548 DIN 1816	Kreuzlochmuttern
	DIN 981 DIN 1804	Nutmuttern
	DIN 315	Flügelmutter
	DIN 582	Ringmutter

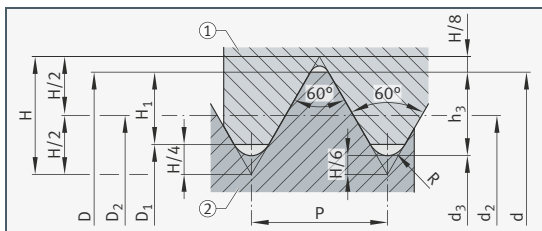
## Metrische ISO-Gewinde

In folgender Grafik und anschließender Tabelle werden metrische ISO-Gewinde nach DIN 13-1 für Regelgewinde von 1 bis 52 mm Gewinde- Nenndurchmesser beschrieben.

Das folgende Beispiel zeigt ein metrisches ISO-Gewinde M12 mit  $d = D = 12$  mm:

**Bild 18**  
Kenngrößen  
am Metrischen  
ISO-Gewinde

- ① Muttergewinde
- ② Bolzensgewinde



### Legende

$$D_1 = d - 2 H_1$$

$$d_2 = D_2 = d - 0,649 52 P$$

$$d_3 = d - 1,226 87 P$$

$$H = 0,866 03 P$$

$$H_1 = 0,541 27 P$$

$$h_3 = 0,613 43 P$$

$$R = \frac{H}{6} = 0,144 34 P$$

Tabelle zu Regelgewinde von 1 bis 52 mm Gewinde-Neendurchmesser:

Gewinde-Neendurchmesser d = D			Steigung	Flanken- durchmesser	Kern- durchmesser		Gewindetiefe		Rundung
Reihe 1	Reihe 2	Reihe 3	P	d <sub>2</sub> = D <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	h <sub>3</sub>	H <sub>1</sub>	R
1	–	–	0,25	0,838	0,693	0,729	0,153	0,135	0,036
–	1,1	–	0,25	0,938	0,793	0,829	0,153	0,135	0,036
1,2	–	–	0,25	1,038	0,893	0,929	0,153	0,135	0,036
–	1,4	–	0,3	1,205	1,032	1,075	0,184	0,162	0,043
1,6	–	–	0,35	1,373	1,171	1,221	0,215	0,189	0,051
–	1,8	–	0,35	1,573	1,371	1,421	0,215	0,189	0,051
2	–	–	0,4	1,740	1,509	1,567	0,245	0,217	0,058
–	2,2	–	0,45	1,908	1,648	1,713	0,276	0,244	0,065
2,5	–	–	0,45	2,208	1,948	2,013	0,276	0,244	0,065
3	–	–	0,5	2,675	2,378	2,459	0,307	0,271	0,072
–	3,5	–	0,6	3,110	2,764	2,850	0,368	0,325	0,087
4	–	–	0,7	3,545	3,141	3,424	0,429	0,379	0,101
–	4,5	–	0,75	4,013	3,580	3,688	0,460	0,406	0,108
5	–	–	0,8	4,480	4,019	4,134	0,491	0,433	0,115
6	–	–	1	5,350	4,773	4,917	0,613	0,541	0,144
–	–	7	1	6,350	5,773	5,917	0,613	0,541	0,144
8	–	–	1,25	7,188	6,466	6,647	0,767	0,677	0,015
–	–	9	1,25	8,168	7,466	7,647	0,767	0,677	0,144
10	–	–	1,5	9,026	8,160	8,376	0,920	0,812	0,217
–	–	11	1,5	10,026	9,160	9,376	0,920	0,812	0,217
12	–	–	1,75	10,863	9,853	10,106	1,074	0,947	0,253
–	14	–	2	12,701	11,546	11,835	1,227	1,083	0,289
16	–	–	2	14,701	13,546	13,835	1,227	1,083	0,289
–	18	–	2,5	16,376	14,933	15,294	1,534	1,353	0,361
20	–	–	2,5	18,376	16,933	17,294	1,534	1,353	0,361
–	22	–	2,5	20,376	18,933	19,294	1,534	1,353	0,361
24	–	–	3	22,051	20,319	20,752	1,840	1,624	0,433
–	27	–	3	25,051	23,319	23,752	1,840	1,624	0,433
30	–	–	3,5	27,727	25,706	26,211	2,147	1,894	0,505
–	33	–	3,5	30,727	28,706	29,211	2,147	1,894	0,505
36	–	–	4	33,402	31,093	31,670	2,454	2,165	0,577
–	39	–	4	36,402	34,093	34,670	2,454	2,165	0,577
42	–	–	4,5	39,077	36,479	37,129	2,760	2,436	0,650
–	45	–	4,5	42,077	39,479	40,129	2,760	2,436	0,650
48	–	–	5	44,752	41,866	42,587	3,067	2,706	0,722
–	52	–	5	48,752	45,866	46,587	3,067	2,706	0,722

**Auswahl für Regel- und Feingewinde** Im Folgenden wird eine Auswahl für Regel- und Feingewinde nach DIN 13-2 dargestellt.

Gewinde-Nenn Durchmesser d = D			Steigung P für									
Reihe 1	Reihe 2	Reihe 3	Regel- gewinde	Feingewinde								
				4	3	2	1,5	1,25	1	0,75	0,5	
1	–	–	0,25	–	–	–	–	–	–	–	–	–
1,2	–	–	0,25	–	–	–	–	–	–	–	–	–
–	1,4	–	0,3	–	–	–	–	–	–	–	–	–
1,6	–	–	0,35	–	–	–	–	–	–	–	–	–
–	1,8	–	0,35	–	–	–	–	–	–	–	–	–
2	–	–	0,4	–	–	–	–	–	–	–	–	–
–	2,2	–	0,45	–	–	–	–	–	–	–	–	–
2,5	–	–	0,45	–	–	–	–	–	–	–	–	–
3	–	–	0,5	–	–	–	–	–	–	–	–	–
–	3,5	–	0,6	–	–	–	–	–	–	–	–	–
4	–	–	0,7	–	–	–	–	–	–	–	–	0,5
5	–	–	0,8	–	–	–	–	–	–	–	–	0,5
6	–	–	1	–	–	–	–	–	–	–	0,75	0,5 <sup>1)</sup>
8	–	–	1,25	–	–	–	–	–	1	–	0,75	0,5 <sup>1)</sup>
10	–	–	1,5	–	–	–	–	1,25	1	–	0,75	–
12	–	–	1,75	–	–	–	1,5	1,25	1	–	–	–
–	14	–	2	–	–	–	1,5	1,25	1	–	–	–
–	–	15	–	–	–	–	1,5	–	1	–	–	–
16	–	–	2	–	–	–	1,5	–	1	–	–	–
–	–	17	–	–	–	–	–	–	1	–	–	–
–	18	–	2,5	–	–	2	1,5	–	1	–	–	–
20	–	–	2,5	–	–	2	1,5	–	1	–	–	–
–	22	–	2,5	–	–	2	1,5	–	1	–	–	–
24	–	–	3	–	–	2	1,5	–	1	–	–	–
–	–	25	–	–	–	–	1,5	–	–	–	–	–
–	–	26	–	–	–	–	1,5	–	–	–	–	–
–	27	–	3	–	–	2	1,5	–	–	–	–	–

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 503.

<sup>1)</sup> In ISO 261:1998 nicht enthalten.



Fortsetzung der Tabelle Auswahl für Regel- und Feingewinde von Seite 502.

Gewinde- Nenndurchmesser d = D			Steigung P für								
Reihe 1	Reihe 2	Reihe 3	Regel- gewinde	Feingewinde							
				4	3	2	1,5	1,25	1	0,75	0,5
-	-	28	-	-	-	-	1,5	-	-	-	-
30	-	-	3,5	-	-	2	1,5	-	-	-	-
-	-	32	-	-	-	-	1,5	-	-	-	-
-	33	-	3,5	-	-	2	1,5	-	-	-	-
-	-	35	-	-	-	-	1,5	-	-	-	-
36	-	-	4	-	3	2	1,5	-	-	-	-
-	-	38	-	-	-	-	1,5	-	-	-	-
-	39	-	4	-	3	2	-	-	-	-	-
-	-	40	-	-	-	-	1,5	-	-	-	-
42	-	-	4,5	-	3	2	1,5	-	-	-	-
-	45	-	4,5	-	3	2	1,5	-	-	-	-
48	-	-	5	-	3	2	1,5	-	-	-	-
-	-	50	-	-	-	-	1,5	-	-	-	-
-	52	-	5	-	3	2	1,5	-	-	-	-
-	-	55	-	-	-	2	1,5	-	-	-	-
56	-	-	5,5	4	3	2	1,5	-	-	-	-
-	-	58	-	-	-	-	1,5	-	-	-	-
-	60	-	5,5	4	3	2	1,5	-	-	-	-
64	-	-	6	4	3	2	-	-	-	-	-
-	-	65	-	-	-	2	-	-	-	-	-
-	68	-	6	4	3	2	-	-	-	-	-

### Festigkeitsklassen für Schrauben

Mechanische Eigenschaften von Schrauben sind eingeteilt in Festigkeitsklassen. Die Festigkeitsklassen sind gekennzeichnet durch zwei Zahlen, die durch einen Punkt voneinander getrennt sind. Dabei ist die erste Zahl 1/100 der Mindestzugfestigkeit in  $N/mm^2$ . Die zweite Zahl ist das 10-fache des Verhältnisses von Mindeststreckgrenze und Mindestzugfestigkeit des Schraubenwerkstoffs. Die folgende Tabelle zeigt einen Ausschnitt aus DIN EN ISO 898-1.

		Festigkeitsklassen									
		4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8		9.8	10.9	12.9
							≤M16	>M16 <sup>1)</sup>			
Zugfestigkeit $R_m$ $N/mm^2$	nom.	400	400	500	500	600	800	800	900	1000	1200
	min.	400	420	500	520	600	800	830	900	1040	1220
Streckgrenze $R_{eL}$ beziehungsweise 0,2%-Dehngrenze $R_{p0,2}$ beziehungsweise 0,0048 d-Dehngrenze für ganze Schrauben $R_{pf}$ $MPa = N/mm^2$	nom.	240	320	300	400	480	640	640	720	900	1080
	min.	240	340	300	420	480	640	660	720	940	1100
Bruchdehnung A %	nom.	22	–	20	–	–	12	12	10	9	8
Vickershärte HV $F \geq 98 N$	min.	120	130	155	160	190	250	255	290	320	385
	max.	220	220	220	220	250	320	335	360	380	435
Brinellhärte HBW $F = 30 D^2$	min.	114	124	147	152	181	245	250	286	316	380
	max.	209	209	209	209	238	316	331	355	375	429
Kerbschlagarbeit (ISO-U) Joule	min.	–	–	27	–	–	27	27	27	27	–

<sup>1)</sup> Für Stahlbauschrauben liegt die Grenze bei 12 mm.

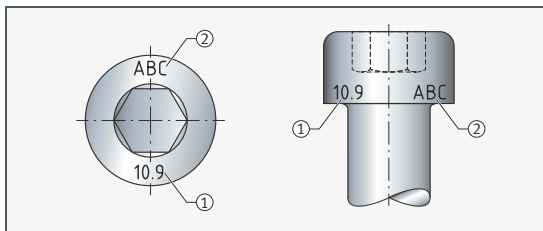
### Kennzeichnung

Ab M5 ist das Kennzeichen der Festigkeitsklasse direkt auf dem Schraubenkopf (Stirnfläche oder Zylinderfläche) oder bei Stiftschrauben auf dem Schaft angebracht. Die Kennzeichen müssen den Festlegungen in der folgenden Tabelle entsprechen. Der Punkt im Kennzeichen darf dabei auch entfallen. Beispiele zur Kennzeichnung zeigt Bild 19, Seite 505.

	Festigkeitsklassen									
	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	9.8	10.9	12.9	
<b>Kennzeichen der Festigkeitsklasse</b>										
für Schrauben mit voller Belastbarkeit	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	9.8	10.9	12.9	
für Schrauben mit reduzierter Belastbarkeit	04.6	04.8	05.6	05.8	06.8	08.8	09.8	010.9	012.9	

**Bild 19**  
Beispiele  
zur Kennzeichnung  
von Festigkeitsklassen  
bei Schrauben ab M5

- ① Kennzeichen der Festigkeitsklasse
- ② Herstellerzeichen



Bei kleineren Schrauben oder spezieller Kopfform kann die Kennzeichnung mit Symbolen nach dem Uhrzeigersystem zur Kennzeichnung von Schrauben der DIN EN ISO 898-1 erfolgen.

## Festigkeitsklassen für Muttern

In folgender Tabelle sind Muttern mit Regelgewinde nach DIN EN 20898-2 aufgeführt.

Festigkeitsklasse der Mutter	Zugehörige Schraube			Mutter		
				Typ 1	Typ 2	
	Festigkeitsklasse			Größe	Größe	
4	3.6	4.6	4.8	>M16	>M16	–
5	3.6	4.6	4.8	≤M16	≤M39	–
	5.6	5.8	–	≤M39		
6	6.8			≤M39	≤M39	–
8	8.8			≤M39	≤M39	>M16 ≤M39
9	9.8			≤M16	–	≤M16
10	10.9			≤M39	≤M39	–
12	12.9			≤M39	≤M16	≤M39

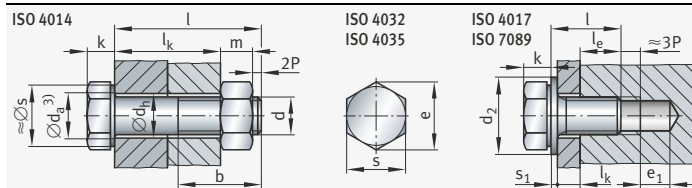
Muttern mit Nennhöhen  $\geq 0,8 \cdot D$  (effektive Gewindehöhe  $\geq 0,6 \cdot D$ ) werden bezeichnet mit einer Zahl entsprechend der höchsten Schraubenklasse, mit der die Mutter gepaart werden darf.

Typ 1: Mutternhöhe nach DIN EN 20898-2, Nennhöhe  $\geq 0,8 \cdot D$

Typ 2: Mutternhöhe nach DIN EN 20898-2 (etwa 10% größer als bei Typ 1)

Eine Schraube mit Gewinde M5 bis M39, die mit einer Mutter der entsprechenden Festigkeitsklasse gepaart wird, ergibt eine Verbindung, die bis zu der für die Schraube festgelegten Prüfkraft belastet werden kann, ohne dass ein Abscheren des Gewindes auftritt.

**Verbindungen mit Sechskantschrauben** Die folgende Tabelle zeigt Konstruktionsmaße für Verbindungen mit Sechskantschrauben in einer Auswahl aus einigen DIN-Normen:



DIN EN ISO DIN EN DIN	4014, 4032 u.a. 475, ISO 272	4014	4014	4017	4014	4014	4032	4035		1234	
Gewinde	Schlüsselweite SW	Eckenmaß	Kopfhöhe	Nennlängenbereich	Nennlängenbereich	Gewindelänge für $l \leq 125$ mm	Gewindelänge für $l > 125 \dots 200$ mm	Mutterhöhe Typ 1	Mutterhöhe niedrige Form	Kronenmutter	Splint
d	s	e	k	$l^{(1)}$	$l^{(1)}$	b	b	$m^{(2)}$	m	h	$d_1 \times l_1$
M3	5,5	6,01	2	20 ... 30	6 ... 30	12	18	2,4	1,8	-	-
M4	7	7,66	2,8	25 ... 40	8 ... 40	14	20	3,2	2,2	5	1 × 10
M5	8	8,79	3,5	25 ... 50	10 ... 50	16	22	4,7	2,7	6	1,2 × 12
M6	10	11,05	4	30 ... 60	12 ... 60	18	24	5,2	3,2	7,5	1,6 × 14
M8	13	14,38	5,3	40 ... 80	16 ... 80	22	28	6,8	4	9,5	2 × 16
M10	16	17,77	6,4	45 ... 100	20 ... 100	26	32	8,4	5	12	2,5 × 20
M12	18	20,03	7,5	50 ... 120	25 ... 120	30	36	10,8	6	15	3,2 × 22
M14	21	23,38	8,8	60 ... 140	30 ... 140	34	40	12,8	7	16	3,2 × 25
M16	24	26,75	10	65 ... 160	30 ... 200	38	44	14,8	8	19	4 × 28
M20	30	33,53	12,5	80 ... 200	40 ... 200	46	52	18	10	22	4 × 36
M24	36	39,98	15	90 ... 240	50 ... 200	54	60	21,5	12	27	5 × 40
M30	46	51,28	18,7	110 ... 300	60 ... 200	66	72	25,6	15	33	6,3 × 50
M36	55	61,31	22,5	140 ... 360	70 ... 200	-	84	31	18	38	6,3 × 63

Alle Maße in mm; Ausnahme  $A_p$ : mm<sup>2</sup>.

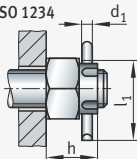
Quelle: Roloff/Matek, Maschinenelemente, Vieweg+Teubner, 24. Auflage 2021.

<sup>1)</sup> Stufung Länge l: ... 6 8 10 12 16 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 180 200 220 240 260 280 300 320 340 ... 500.

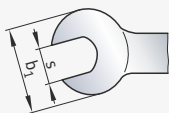
<sup>2)</sup> Höhere Abstreiffestigkeit durch größere Mutterhöhen nach DIN EN ISO 4033 mit  $m/d \approx 1$ .

<sup>3)</sup> Übergangsdurchmesser  $d_a$  begrenzt den maximalen Übergang des Radius in die ebene Kopfaufgabe. Nach DIN 267-2 gilt allgemein für die Produktklassen A(m) und B(mg) bis M18:  $d_a$  = Durchgangsloch „mittel“ + 0,2 mm und für M20 bis M39:  $d_a$  = Durchgangsloch „mittel“ + 0,4 mm. Für die Produktklasse C(g) gelten die gleichen Formeln mit Durchgangsloch „grob“.

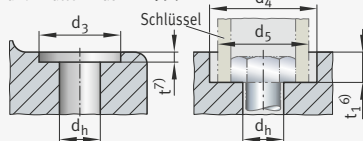
DIN 935  
ISO 1234



DIN 3110



Senkungen für normale Sechskantschrauben  
und -muttern nach DIN 974-2



7089, 7090		20273			76		3129		3110		974-2		
Scheiben		Durchgangsloch <sup>4)</sup> Reihe			Kopf- bzw. Mutter- auflagefläche	Grundlochübergang (Regel)	Steckschlüsseinsatz Außendurchmesser	Maulschlüssel Breite	Reihe 1	Reihe 2	Reihe 3	für Muttern ISO 4032 und ISO 4035 ohne Unterlegteile und Gewindelüberstand	für Muttern ISO 4032 und ISO 4035 ohne Unterlegteile und Gewindelüberstand
		fein	mittel	grob					für Steckschlüssel, Steckschlüsseinsätze nach DIN 3124	für gekröpfte Ring- schlüssel, Steckschlüssel- einsätze nach DIN 3129	für Ansenkungen bei beugten Raumverhältnissen		
d <sub>2</sub>	s <sub>1</sub>	d <sub>h</sub>	d <sub>h</sub>	d <sub>h</sub>	A <sub>p</sub> <sup>5)</sup>	e <sub>1</sub>	d <sub>5</sub>	b <sub>1</sub>	d <sub>4</sub>	d <sub>4</sub>	d <sub>3</sub>	t <sub>1</sub>	t <sub>1</sub>
7	0,5	3,2	3,4	3,6	7,5	2,8	9,7	19	11	11	9	2,6	2,8
9	0,8	4,3	4,5	4,8	11,4	3,8	12,8	20	13	15	10	3,4	3,6
10	1	5,3	5,5	5,8	13,6	4,2	15,3	22	15	18	11	4,1	5,1
12	1,6	6,4	6,6	7	28	5,1	17,8	27	18	20	13	4,6	5,6
16	1,6	8,4	9	10	42	6,2	21,5	34	24	26	18	6,1	7,4
20	2	10,5	11	12	72,3	7,3	27,5	38	28	33	22	7,3	9
24	2,5	13	13,5	14,5	73,2	8,3	32,4	44	33	36	26	8,4	11,4
28	2,5	15	15,5	16,5	113	9,3	36,1	49	36	43	30	9,7	13,4
30	3	17	17,5	18,5	157	9,3	42,9	56	40	46	33	10,9	15,4
37	3	21	22	24	244	11,2	50,4	66	46	54	40	13,4	18,4
44	4	25	26	28	356	13,1	64,2	80	58	73	48	16,1	22,3
56	4	31	33	35	576	15,2	76,7	96	73	82	61	20,1	26,6
66	5	37	39	42	856	16,8	87,9	-	82	93	73	23,9	32

- <sup>4)</sup> Für Schrauben der hauptsächlich verwendeten Produktklasse A(m) Reihe „mittel“ ausführen, damit  $d_h \approx d_a$ .
- <sup>5)</sup> Ringförmige Auflagefläche, ermittelt mit Minstdurchmesser  $d_w$  der Auflagefläche und Durchgangsloch Reihe „mittel“. Eventuell Anfasung des Durchgangslochs abziehen!
- <sup>6)</sup> Die Senktiefe für bündigen Abschluss ergibt sich aus der Summe der Maximalwerte von Kopfhöhe der Schraube und Höhe der Unterlegteile sowie einer Zugabe von: 0,4 mm für M3 bis M6; 0,6 mm für M8 bis M20; 0,8 mm für M24 bis M27 und 1,0 mm ab M30.  
Die Senktiefe auf der Mutterseite ist unter Einbeziehung des Überstands des Schraubenendes in geeigneter Weise festzulegen.
- <sup>7)</sup>  $t$  muss nicht größer sein, als es zur Herstellung einer spanend erzeugten und rechtwinklig zur Achse des Durchgangslochs stehenden Kreisfläche nötig ist.

### Gewindeauslauf und Gewindefreistich

Gewindeausläufe und Gewindefreistiche werden in DIN 76-1 beschrieben. Diese Norm gilt für Schrauben und Konstruktionsteile mit metrischem ISO-Gewinde (Regel-Feingewinde) nach DIN 13-1 und DIN ISO 261:1999.

Für den Gewindefreistich bei Außen- und Innengewinden wurden Formbuchstaben aufgenommen. Dadurch entfällt das Eintragen der Maße. Werden keine Formbuchstaben angegeben, dann gilt immer Regelfall A beziehungsweise Regelfall C. Beispiel für die Bezeichnung eines Gewindefreistichs der Form B: Gewindefreistich DIN 76 – B.

### Metrische Außengewinde

Die folgenden zwei Tabellen zeigen Gewindeauslauf und Gewindefreistich für metrische Außengewinde nach DIN 76-1.

Gewindeauslauf	
$x_1$ Regelfall $x_2$ kurz ① Schaftdurchmesser = Flankendurchmesser	
Abstand des letzten vollen Gewindegangs von der Anlagefläche (bei Teilen mit Gewinde annähernd bis Kopf)	
$a_1$ Regelfall $a_2$ kurz $a_3$ lang	
Gewindefreistich	
Form A: $g_1$ und $g_2$ Regelfall Form B: $g_1$ und $g_2$ kurz	

Gewinde- steigung P	Gewinde- nenndurch- messer d (Regel- gewinde)	Gewindeauslauf		Abstand			Gewindefreistich					r ca.
		$x_1$ <sup>1)</sup> max.	$x_2$ <sup>2)</sup> max.	$a_1$ <sup>3)</sup> max.	$a_2$ <sup>4)</sup> max.	$a_3$ <sup>5)</sup> max.	$d_g$	$g_1$ min.		$g_2$ max.		
		Regel	kurz	Regel	kurz	lang	$h_{13}$ <sup>6)</sup>	A <sup>7)</sup> Regel	B <sup>8)</sup> kurz	A <sup>7)</sup> Regel	B <sup>8)</sup> kurz	
0,5	3	1,25	0,7	1,5	1	–	$d - 0,8$	1,1	0,5	1,75	1,25	0,2
0,6	3,5	1,5	0,75	1,8	1,2	–	$d - 1$	1,2	0,6	2,1	1,5	0,4
0,7	4	1,75	0,9	2,1	1,4	–	$d - 1,1$	1,5	0,8	2,45	1,75	0,4
0,75	4,5	1,9	1	2,25	1,5	–	$d - 1,2$	1,6	0,9	2,6	1,9	0,4
0,8	5	2	1	2,4	1,6	3,2	$d - 1,3$	1,7	0,9	2,8	2	0,4
1	6; 7	2,5	1,25	3	2	4	$d - 1,6$	2,1	1,1	3,5	2,5	0,6
1,25	8	3,2	1,6	3,75	2,5	5	$d - 2$	2,7	1,5	4,4	3,2	0,6
1,5	10	3,8	1,9	4,5	3	6	$d - 2,3$	3,2	1,8	5,2	3,8	0,8
1,75	12	4,3	2,2	5,25	3,5	7	$d - 2,6$	3,9	2,1	6,1	4,3	1

- 1) Gewindeauslauf  $x_1$  gilt immer, wenn in den einzelnen Normen und Zeichnungen keine anderen Angaben gemacht werden.
- 2) Gewindeauslauf  $x_2$  gilt nur für die Fälle, bei denen aus technischen Gründen ein kurzer Gewindeauslauf erforderlich ist.
- 3) Abstand  $a_1$  gilt immer, wenn in den einzelnen Normen und Zeichnungen keine anderen Angaben gemacht werden.
- 4) Abstand  $a_2$  gilt für Schlitz- und Kreuzschlitzschrauben und für die Fälle, bei denen aus technischen Gründen ein kurzer Abstand erforderlich ist.
- 5) Abstand  $a_3$  gilt nur für Schrauben in Produktklasse C.
- 6) Toleranzklasse  $h_{12}$  für Gewinde bis Nenndurchmesser 3 mm.
- 7) Gewindefreistich Form A gilt immer, wenn in den einzelnen Normen und Zeichnungen keine anderen Angaben gemacht werden. Abweichend von ISO 4755 gilt  $g_2 = 3,5P$  statt  $3P$ .
- 8) Gewindefreistich Form B (kurz) gilt nur für Sonderfälle, bei denen aus technischen Gründen ein kurzer Gewindefreistich erforderlich ist. Dieser Gewindefreistich bedingt Sonderwerkzeuge zur Gewindefreistichherstellung. Er ist in ISO 4755 nicht enthalten.

## Metrische Innengewinde (Gewindegrundlöcher)

Die folgenden zwei Tabellen zeigen Gewindeauslauf und Gewindefreistich für metrische Innengewinde (Gewindegrundlöcher) nach DIN 76-1.

Gewindegrundloch mit Gewindeauslauf		Gewindegrundloch mit Gewindefreistich	
$e_1$ Regelfall $e_2$ kurz $e_3$ lang		Form C Regelfall Form D kurz	

1) Zulässige Abweichung für das errechnete Maß  $t_1$ :  $\pm 0,5 \cdot P$ .

2)  $d_{a \text{ min}} = 1 \cdot d$ ;  $d_{a \text{ max}} = 1,05 \cdot d$ ; Senkdurchmesser für Muttern siehe Maßnormen.

3) Sonderfälle  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ , ... sind in der Zeichnung anzugeben. Für Stiftschrauben mit Gewindeauslauf und bei Zentrierbohrungen wird  $60^\circ$  empfohlen, für Stiftschrauben in Leichtmetall eine zylindrische Ansenkung.

Gewinde- steigung P	Gewinde- nenndurch- messer d (Regel- gewinde)	Gewindeauslauf einschließlich Grundlochüberhang			Gewindefreistich						
		$e_1^{1)}$	$e_2^{2)}$	$e_3^{3)}$	$d_g$	$g_1$ min.		$g_2$ max.		r ca.	
		Richtwerte			H13	$C^{4)}$	$D^{5)}$	$C^{4)}$	$D^{5)}$		
		Regel	kurz	lang		Regel	kurz	Regel	kurz		
0,5	3	2,8	1,8	4,5	$d + 0,3$	2	1,25	2,7	2	0,2	
0,6	3,5	3,4	2,1	5,4	$d + 0,3$	2,4	1,5	3,3	2,4	0,4	
0,7	4	3,8	2,4	6,1	$d + 0,3$	2,8	1,75	3,8	2,75	0,4	
0,75	4,5	4	2,5	6,4	$d + 0,3$	3	1,9	4	2,9	0,4	
0,8	5	4,2	2,7	6,8	$d + 0,3$	3,2	2	4,2	3	0,4	
1	6; 7	5,1	3,2	8,2	$d + 0,5$	4	2,5	5,2	3,7	0,6	
1,25	8	6,2	3,9	10	$d + 0,5$	5	3,2	6,7	4,9	0,6	
1,5	10	7,3	4,6	11,6	$d + 0,5$	6	3,8	7,8	5,6	0,8	
1,75	12	8,3	5,2	13,3	$d + 0,5$	7	4,3	9,1	6,4	1	

1) Gewindeauslauf  $e_1$  gilt immer, wenn in den einzelnen Normen und Zeichnungen keine anderen Angaben gemacht werden.

2) Gewindeauslauf  $e_2$  gilt nur für die Fälle, bei denen aus technischen Gründen ein kurzer Überhang erforderlich ist.

3) Gewindeauslauf  $e_3$  gilt nur für die Fälle, bei denen aus technischen Gründen ein langer Überhang erforderlich ist.

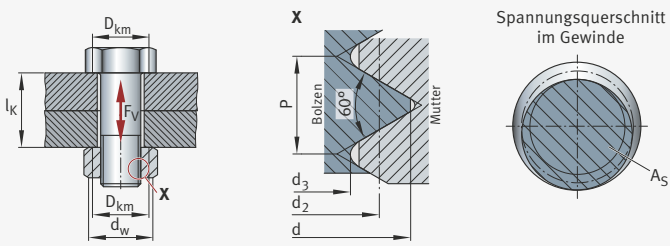
4) Gewindefreistich Form C gilt immer, wenn in den einzelnen Normen und Zeichnungen keine anderen Angaben gemacht werden.

5) Gewindefreistich Form D (kurz) gilt nur für die Fälle, bei denen aus technischen Gründen ein kurzer Gewindefreistich erforderlich ist.



## Allgemeine Berechnung von Befestigungs- schrauben

Schraubenverbindungen lassen sich mit Hilfe von folgenden Beziehungen berechnen:

	
Gewinde- Nenndurchmesser Flankendurchmesser Kerndurchmesser Steigung	$d$ $d_2$ $d_3$ $p$
	} siehe DIN 13 Blatt 1 ... 12 beziehungsweise Tabelle Seite 501
Steigungswinkel	$\tan \varphi = P / (d_2 \cdot \pi); \quad \varphi = \arctan P / (d_2 \cdot \pi)$
Spannungsquerschnitt	$A_S = \frac{\pi}{4} \left( \frac{d_2 + d_3}{2} \right)^2$
Mittlerer Kopf-(Muttern-)Auflage $\varnothing$	$D_{km} = (d_w + d_h) / 2$ , siehe Seite 530
Reibungszahlen im Gewinde (Spitzgewinde)	$\mu_G' = \tan \rho_G' = \frac{\mu_G}{\cos(\beta/2)} \quad \rho_G' = \text{Reibungswinkel}$
an Kopf-(Muttern-)Auflagefläche	$\mu_K$
Anziehdrehmoment	$M_A = M_G + M_K$ $M_A = F_V \frac{d_2}{2} \left[ \tan(\varphi + \rho_G') + \mu_K \frac{D_{km}}{d_2} \right]$
Losdrehmoment	$M_L = F_V \frac{d_2}{2} \left[ \tan(-\varphi + \rho_G') + \mu_K \frac{D_{km}}{d_2} \right]$
Gewindemoment beim Anziehen	$M_G = F_V \frac{d_2}{2} \tan(\varphi + \rho_G')$
Reibmoment an Kopf-(Muttern-)Auflagefläche	$M_K = F_V \cdot \mu_K \frac{D_{km}}{2}$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 512.

Fortsetzung der Tabelle Allgemeine Berechnung von Befestigungsschrauben von Seite 511.

Normalspannung im Gewinde	$\sigma_N = F_V/A_S$
Torsionsspannung im Gewinde	$\tau = \frac{M_G}{W_P}$ mit $W_P = \frac{\pi [(d_2 + d_3)/2]^3}{16}$
Vergleichsspannung im Gewinde beim Anziehen	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_N^2 + 3\tau^2} \leq \nu \cdot R_e$
Ausnutzung der Streckgrenze	$\nu = 0,6 \dots 0,9$
Reibungszahlen je nach Oberflächenbehandlung und Schmierung <sup>1)</sup>	$\mu_G = 0,08 \dots 0,20$
( $\mu_G$ im Gewinde, $\mu_K$ in der Kopfauflegfläche)	$\mu_K = 0,08 \dots 0,20$

<sup>1)</sup> Werte siehe VDI-Richtlinie 2230: Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen.

**Reibungszahlen** Für verschiedene Oberflächen- und Schmierzustände erhält man  $\mu_G$  und  $\mu_K$  als Reibungszahlen  $\mu_G$  die Werte:

$\mu_G$	Gewinde			Außengewinde (Schraube)									
	Gewinde	Werkstoff		Stahl									
		Werkstoff	Oberfläche		schwarzvergütet oder phosphatiert			galvanisch verzinkt (Zn6)	galvanisch cadmiert (Cd6)	Klebstoff			
			Oberfläche	Gewinde-fertigung	Gewinde-fertigung		ge-schnitten	geschnitten oder gewalzt					
				gewalzt	ge-schnitten	geschnitten oder gewalzt							
				trocken	geölt	MoS <sub>2</sub>	geölt	trocken	geölt	trocken	geölt	trocken	
Innengewinde (Mutter)	Stahl	blank	geschnitten	trocken	0,12 bis 0,18	0,10 bis 0,16	0,08 bis 0,12	0,10 bis 0,16	–	0,10 bis 0,18	–	0,08 bis 0,14	0,16 bis 0,25
		galvanisch verzinkt			0,10 bis 0,16	–	–	–	0,12 bis 0,20	0,10 bis 0,18	–	–	0,14 bis 0,25
	galvanisch cadmiert	0,08 bis 0,14			–	–	–	–	–	0,12 bis 0,16	0,12 bis 0,14	–	
	GG/GTS	blank			–	0,10 bis 0,18	–	0,10 bis 0,18	–	0,10 bis 0,18	–	0,08 bis 0,16	–

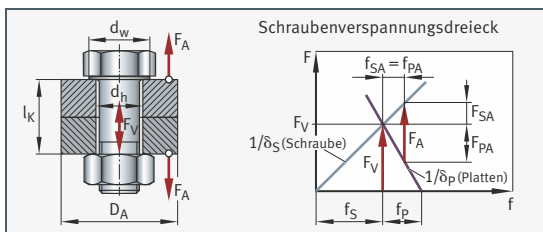
Für verschiedene Oberflächen- und Schmierungs Zustände erhält man als Reibungszahlen  $\mu_K$  die Werte:

$\mu_K$	Auflagefläche		Schraubenkopf										
Auflagefläche	Werkstoff		Stahl										
	Werkstoff	Oberfläche	schwarzvergütet oder phosphatiert					galvanisch verzinkt (Zn6)		galvanisch cadmiert (Cd6)			
			Fertigung		gedreht		ge-schliffen	gepresst					
		Fertigung	Schmie-rung	trocken	geölt	MoS <sub>2</sub>	geölt	MoS <sub>2</sub>	geölt	trocken	geölt	trocken	geölt
Gegenlage	Stahl	blank	ge-schnitten	-	0,16 bis 0,22	-	0,10 bis 0,18	-	0,16 bis 0,22	0,10 bis 0,18	-	0,08 bis 0,16	-
				0,12 bis 0,18	0,10 bis 0,18	0,08 bis 0,12	0,10 bis 0,18	0,08 bis 0,12	-	0,10 bis 0,18		0,08 bis 0,16	0,08 bis 0,14
		galvanisch verzinkt	spanend bearbeitet	0,10 bis 0,16	-	0,10 bis 0,16	-	0,10 bis 0,18	0,16 bis 0,20	0,16 bis 0,18	-	-	
				0,08 bis 0,16					-	-	0,12 bis 0,20	0,12 bis 0,14	
	GG/GTS	blank	ge-schliffen	-	0,10 bis 0,18	-	-	-	0,10 bis 0,18			0,08 bis 0,16	-
				-	0,14 bis 0,20	-	0,10 bis 0,18	-	0,14 bis 0,22	0,10 bis 0,18	0,10 bis 0,16	0,08 bis 0,16	-
				trocken									

## Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen

Im Folgenden wird die Berechnung hoch vorgespannter Schraubenverbindungen (HV-Verbindungen) nach VDI 2230 vorgestellt.

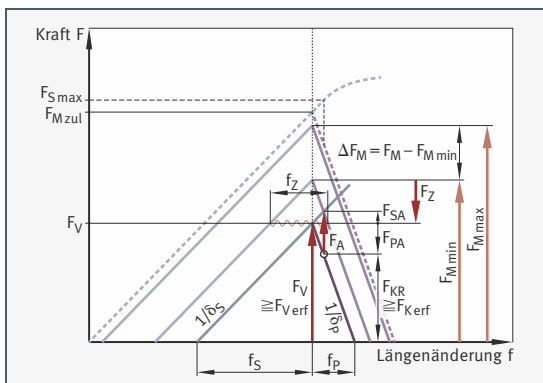
**Bild 20**  
Schraubenverbindung und Verspannungs-Schaubild



Typische Anwendungsfälle sind:

- Flanschverbindungen im Rohrleitungsbau
- Befestigung von Tellerrädern, Kupplungsscheiben etc. (kraftschlüssiges Übertragen von Zugkräften)
- Befestigung Zylinderkopf, Pleuel im Motor (Flanschverbindungen bei gleichzeitig wirkenden statischen und dynamischen Kräften)

**Bild 21**  
Dimensionierung: Haupt- und weitere wichtige Größen

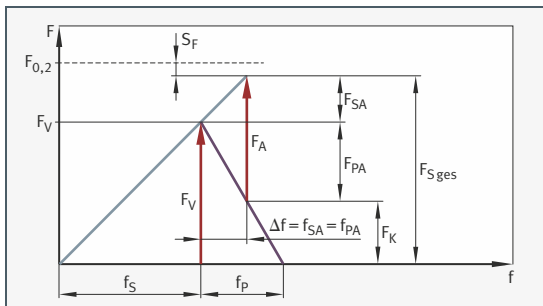


Die Spannkraften müssen stets so hoch sein, dass unter dem Einwirken der Betriebskräfte kein einseitiges Abheben an der Trennfuge und auch keine Verschiebewegung auftreten. Die dafür notwendigen Vorspannkraften können ein Vielfaches der auftretenden Betriebskräfte ausmachen!

**Bild 22**

Schraubenver-  
spannungsdreieck  
im Betriebszustand

$F_{PA}$  = Anteil der Betriebs-  
kraft, der Teile entlastet  
 $F_{SA}$  = Anteil der Betriebs-  
kraft, der Schraube  
zusätzlich belastet  
 $F_K$  = Klemmkraft

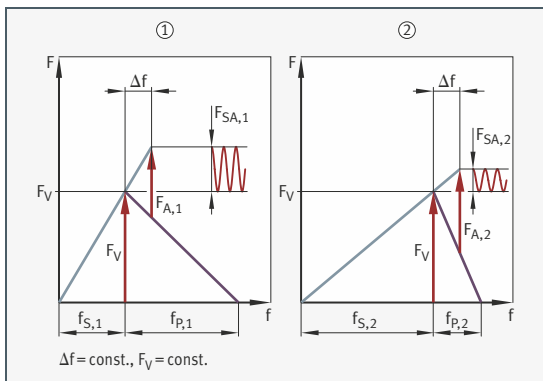


Die Dauerhaltbarkeit einer Schraubenverbindung ist umso größer, je nachgiebiger die Schraube und je steifer der Flansch ist.

**Bild 23**

Einfluss der Steifigkeit  
von Schraube und Flansch  
auf das Schraubenver-  
spannungsdreieck

- ① Steife Schraube, nachgiebiger Flansch
- ② Nachgiebige Schraube, steifer Flansch: vorteilhaft für Dauerhaltbarkeit



Die Basis der Schraubenberechnung ist die Dimensionierungsformel:

**Gleichung 4**

$$F_{M \max} = \alpha_A \cdot F_{M \min}$$

$$= \alpha_A \cdot [F_K \text{ erf} + (1 - \Phi) \cdot F_A + F_Z + \Delta F_{Vth}]$$

### Größen und Bezeichnungen

Die folgende Tabelle zeigt eine Auswahl verwendeter Größen und Bezeichnungen für die Berechnung hoch vorgespannter Schraubenverbindungen.

Größe	Bezeichnung
$A_D$	Dichtfläche (höchste Trennfugenfläche abzüglich des Durchgangslochs für die Schraube)
$A_P$	Fläche der Schraubenkopf- bzw. Mutterauflage
$A_S$	Spannungsquerschnitt des Schraubengewindes nach DIN 13-28
$A_0$	zutreffende kleinste Querschnittsfläche der Schraube
$D_A$	Ersatzaußendurchmesser des Grundkörpers in der Trennfuge; bei Abweichung der Trennfugenfläche von der Kreisform ist ein mittlerer Durchmesser zu verwenden
$D_{km}$	wirksamer Durchmesser für das Reibungsmoment in der Schraubenkopf- oder Mutterauflage
$d$	Schraubendurchmesser = Gewindeaußendurchmesser (Nenndurchmesser)
$d_h$	Bohrungsdurchmesser der verspannten Teile
$d_w$	Außendurchmesser der ebenen Kopfauflegefläche der Schraube (am Einlauf des Radiusübergangs vom Kopf); allgemein Auflageaußendurchmesser
$d_0$	Durchmesser zum treffenden kleinsten Querschnitt der Schraube
$d_2$	Flankendurchmesser des Schraubengewindes
$F_A$	Axialkraft; eine in Schraubenachse gerichtete und anteilig auf eine Schraube bezogene Komponente der beliebig gerichteten Betriebskraft $F_B$
$F_B$	beliebig gerichtete Betriebskraft an einer Verbindung
$F_K$	Klemmkraft
$F_{K\text{erf}}$	Klemmkraft, die für Dichtfunktionen, Reibschluss und Verbindung des einseitigen Abhebens an der Trennfuge erforderlich ist
$F_{KP}$	Mindestklemmkraft zur Absicherung einer Dichtfunktion
$F_{KQ}$	Mindestklemmkraft zur Übertragung einer Querkraft und/oder eines Drehmoments durch Reibschluss
$F_{KR}$	Restklemmkraft in der Trennfuge bei Ent- bzw. Belastung durch $F_{PA}$ und nach dem Setzen im Betrieb
$F_M$	Montagevorspannkraft
$\Delta F_M$	Differenz der Montagevorspannkraft $F_M$ gegenüber der minimalen Vorspannkraft $F_{M\text{min}}$

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 517.

Quelle: VDI 2230.

Fortsetzung der Tabelle zu Größen und Bezeichnungen von Seite 516.

Größe	Bezeichnung
$F_{Mm}$	mittlere Montagevorspannkraft
$F_{Mmax}$	maximale Montagevorspannkraft, für die eine Schraube ausgelegt werden muss, damit trotz Ungenauigkeit des Anziehverfahrens und zu erwartender Setzbeträge im Betrieb die erforderliche Klemmkraft in der Verbindung erzeugt wird und erhalten bleibt
$F_{Mmin}$	erforderliche Mindest-Montagevorspannkraft; kleinste Montagevorspannkraft, die sich bei $F_{Mmax}$ infolge Ungenauigkeit des Anziehverfahrens und maximaler Reibung einstellen kann
$F_{MTab}$	Tabellenwert der Montagevorspannkraft (siehe Tabelle zu R7 – Ermittlung der Montagebeanspruchung $F_{Mzul}$ und Überprüfung der Schraubengröße von Seite 524)
$F_{Mzul}$	zulässige Montagevorspannkraft
$F_{mGM}$	Abstreifkraft Mutter- bzw. Innengewinde
$F_{mGS}$	Abstreifkraft Bolzengewinde
$F_{mS}$	Bruchkraft des freien belasteten Schraubengewindes
$F_{PA}$	Anteil der Axialkraft, der die Belastung der verspannten Teile verändert, Plattenzusatzkraft
$F_Q$	Querkraft; eine senkrecht zur Schraubenachse gerichtete Betriebskraft oder deren Komponente bei beliebig gerichteter Betriebskraft $F_B$
$F_S$	Schraubenkraft
$F_{SA}$	axiale Schraubenzusatzkraft
$F_{SAo}$	obere (maximale) axiale Schraubenzusatzkraft
$F_{SAu}$	untere (minimale) axiale Schraubenzusatzkraft
$F_V$	Vorspannkraft, allgemein
$\Delta F_{Vth}$	Änderung der Vorspannkraft infolge einer Temperatur ungleich der Raumtemperatur; thermische Zusatzkraft
$\Delta F'_{Vth}$	Änderung der Vorspannkraft infolge einer Temperatur ungleich der Raumtemperatur (vereinfacht); angenäherte thermische Zusatzkraft
$F_Z$	Vorspannkraftverlust infolge Setzens im Betrieb
$f$	elastische Längenänderung unter einer Kraft $F$
$f_z$	plastische Verformung durch Setzen, Setzbetrag
$k_r$	Reduktionskoeffizient
$l_k$	Klemmlänge

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 518.

Quelle: VDI 2230.

Fortsetzung der Tabelle zu Größen und Bezeichnungen von Seite 517.

Größe	Bezeichnung
$M_A$	Anziehdrehmoment bei der Montage zum Vorspannen einer Schraube auf $F_M$
$M_G$	im Gewinde wirksamer Teil des Anziehdrehmoments (Gewindemoment)
$M_K$	Reibmoment an der Auflagefläche des Schraubenkopfs beziehungsweise der Mutter
$M_Y$	Drehmoment um die Schraubenachse
$P$	Steigung des Gewindes
$p$	Flächenpressung
$p_G$	Grenzflächenpressung, maximal zulässige Pressung unter Schraubenkopf, Mutter oder Scheibe
$p_i$	abdichtender Innendruck
$p_M$	Flächenpressung im Montagezustand
$q_F$	Anzahl der kraftübertragenden ( $F_Q$ ) inneren Trennfugen, die an einem eventuellen Gleiten/Abscheren der Schraube beteiligt sind
$q_M$	Anzahl der drehmomentübertragenden ( $M_Y$ ) inneren Trennfugen, die an einem eventuellen Gleiten beteiligt sind
$R_{p0,2}$	0,2%-Dehngrenze der Schraube nach DIN EN ISO 898-1
$R_z$	gemittelte Rautiefe aus mindestens zwei Einzelmessstrecken
$r_a$	Reiberadius an den verspannten Teilen bei Wirkung von $M_Y$
$W_p$	polares Widerstandsmoment eines Schraubenquerschnitts
$\alpha_A$	Anziehungsfaktor
$\delta_P$	elastische Nachgiebigkeit der verspannten Teile bei zentrischer Verspannung und zentrischer Belastung
$\delta_S$	elastische Nachgiebigkeit der Schraube
$\mu_G$	Reibungszahl im Gewinde
$\mu_K$	Reibungszahl in der Kopfauflage
$\mu_T$	Reibungszahl in der Trennfuge
$\sigma_a$	Dauerschwingbeanspruchung der Schraube
$\sigma_{red,B}$	Vergleichsspannung im Betriebszustand
$\sigma_z$	Zugspannung in der Schraube im Betriebszustand
$\tau$	Torsionsspannung im Gewinde infolge von $M_G$
$\Phi$	Kraftverhältnis, relatives Nachgiebigkeitsverhältnis
$\Phi_{en}$	Kraftverhältnis bei zentrischer Verspannung und exzentrischer Kräfteinleitung über die verspannten Teile

Quelle: VDI 2230.



Die Berechnung nach VDI 2230 erfolgt in Einzelschritten (R0 bis R13).

### R0 – Ermittlung des Nenndurchmessers

Wahl der Schraubenart und der Festigkeitsklasse. Daraus ergibt sich anhand der folgenden Tabelle ein Schraubendurchmesser für den ersten Entwurf (Abschätzung des Durchmesserbereichs der Schrauben).

Kraft	Nenndurchmesser d mm		
	Festigkeitsklasse		
N	8.8	10.9	12.9
250	–	–	–
400	–	–	–
630	–	–	–
1000	3	3	3
1600	3	3	3
2500	4	3	3
4000	5	4	4
6300	6	5	4
10000	8	6	5
16000	10	8	6
25000	12	10	8
40000	14	12	10
63000	16	14	12
100000	20	18	16
160000	24	22	20
250000	30	27	24
400000	36	33	30
630000	–	39	36

Quelle: VDI 2230.

### R1 – Bestimmung des Anziehungsfaktors $\alpha_A$

Der Anziehungsfaktor  $\alpha_A$  berücksichtigt die Streuung der erzielbaren Montagevorspannkraft zwischen  $F_{M \min}$  und  $F_{M \max}$ :

**Gleichung 5**

$$\alpha_A = \frac{F_{M \max}}{F_{M \min}}$$

Die Festlegung erfolgt mit Hilfe der Richtwerte aus der folgenden Tabelle. Dabei wird die Streuung berechnet mit:

**Gleichung 6**

$$\frac{\Delta F_M}{2 \cdot F_{Mm}} = \frac{\alpha_A - 1}{\alpha_A + 1}$$

Tabelle zur Bestimmung des Anziehungsfaktors  $\alpha_A$ :

Anziehungsfaktor $\alpha_A$	Streuung %	Anziehverfahren	Einstellverfahren	Bemerkungen
1,1 bis 1,2	$\pm 5$ bis $\pm 9$	Anziehen mit Längungssteuerung bzw. -kontrolle per Ultraschall	Schalllaufzeit	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Kalibrierwerte erforderlich</li> <li>■ bei <math>l_k/d &lt; 2</math> progressive Fehlerzunahme beachten.</li> <li>■ kleinerer Fehler bei direkter mechanischer Ankopplung, größerer bei indirekter Ankopplung</li> </ul>
1,1 bis 1,3	$\pm 5$ bis $\pm 13$	mechanisches Längen durch in der Mutter oder im Schraubenkopf angeordnete Druckschrauben	Vorgabe Längung der Schraube, Einstellung über Abdrückdrehmoment der Druckschrauben	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ gehärtete Unterlegscheibe zur Abstützung der Druckschrauben</li> <li>■ ab ca. M24</li> </ul>
1,2 bis 1,5	$\pm 9$ bis $\pm 20$	mechanisches Längen durch mehrteilige Mutter mit Gewindebuchse	Drehmoment des Anziehwerkzeugs	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ weitgehend torsionsfreies Verschrauben</li> <li>■ ab ca. M30</li> </ul>

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 521.

Quelle: VDI 2230.

**Anmerkung:** Kleinere Anziehungsfaktoren sind im konkreten Fall möglich. Sie erfordern einen größeren Aufwand bezüglich des Einstellverfahrens, der Qualität des Werkzeugs und bzw. oder der Qualität der Verbindungsmittel und Bauteile.

Fortsetzung der Tabelle zu R1 – Bestimmung des Anziehungsfaktors  $\alpha_A$   
von Seite 520.

Anziehungsfaktor $\alpha_A$	Streuung %	Anziehverfahren	Einstellverfahren	Bemerkungen
1,1 bis 1,5	$\pm 5$ bis $\pm 20$	Anziehen mit mechanischer Längungsmessung bzw. -kontrolle	direktes Verfahren: Einstellung über Längungsmessung indirektes Verfahren: Axialspiel zum Kontrollstift aufgezehrt	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ genaue Ermittlung der anteiligen axialen elastischen Nachgiebigkeiten der Schraube notwendig</li> <li>■ Streuung wesentlich abhängig von der Genauigkeit des Messverfahrens</li> <li>■ für niedrige Werte Kalibrierung erforderlich</li> <li>■ bei <math>l_K/d &lt; 2</math> progressive Fehlerzunahme beachten</li> </ul>
1,1 bis 1,4	$\pm 5$ bis $\pm 17$	hydraulisches reibungs- und torsionsfreies Anziehen	Einstellung über Druck- bzw. Längenmessung oder Weiterdrehwinkel der Mutter	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ bei <math>l_K/d \geq 5</math> kleinere Werte erreichbar, bei mechanisch bearbeiteten Schrauben und Platten <math>\alpha_A = 1,05</math> möglich</li> <li>■ bei Normschrauben und -muttern <math>\alpha_A \geq 1,2</math></li> <li>■ geringere Klemmlängenverhältnisse führen zu größeren <math>\alpha_A</math>-Werten.</li> <li>■ es treten Rückfederungsverluste auf, die im Anziehungsfaktor keine Beachtung finden.</li> <li>■ Anwendung ab M20</li> </ul>
1,2 bis 2,0	$\pm 9$ bis $\pm 33$	Impulsschrauber mit hydraulischer Pulszelle, drehmoment- und bzw. oder drehwinkelgesteuert	Einstellung über Drehwinkel oder Weiterdrehmoment	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ kleine Werte nur bei Voreinstellung auf den Schraubfall über Drehwinkel, Druckluftservoventil und Pulszählung</li> <li>■ im Sonderfall auch überelastische Montage möglich</li> </ul>
1,2 bis 1,4	$\pm 9$ bis $\pm 17$	steckgrenzesteuertes Anziehen, motorisch oder manuell	Vorgabe des relativen Drehmoment-Drehwinkel-Koeffizienten	Die Vorspannkraftstreuung wird wesentlich bestimmt durch die Streuung der Streckgrenze im verbauten Schraubenlos. Die Schrauben werden hier für $F_{M \min}$ dimensioniert; eine Auslegung der Schrauben für $F_{M \max}$ mit dem Anziehungsfaktor $\alpha_A$ entfällt daher für diese Anziehungsmethoden.
1,2 bis 1,4	$\pm 9$ bis $\pm 17$	drehwinkelgesteuertes Anziehen, motorisch oder manuell	versuchsmäßige Bestimmung von Voranziehmoment und Drehwinkel (Stufen)	
1,4 bis 1,6	$\pm 17$ bis $\pm 23$	drehmomentgesteuertes Anziehen mit Hydraulikwerkzeug	Einstellung über Druckmessung	ab ca. M30

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 522.

Quelle: VDI 2230.

**Anmerkung:** Kleinere Anziehungsfaktoren sind im konkreten Fall möglich. Sie erfordern einen größeren Aufwand bezüglich des Einstellverfahrens, der Qualität des Werkzeugs und bzw. oder der Qualität der Verbindungsmittel und Bauteile.

Fortsetzung der Tabelle zu R1 – Bestimmung des Anziehungsfaktors  $\alpha_A$   
von Seite 521.

Anziehungsfaktor $\alpha_A$	Streuung %	Anziehverfahren	Einstellverfahren	Bemerkungen	
1,4 bis 1,6	$\pm 17$ bis $\pm 23$	drehmomentgesteuertes Anziehen mit Drehmoment-schlüssel, signalgebendem Schlüssel oder motorischem Drehschrauber mit dynamischer Drehmomentmessung	versuchsmäßige Bestimmung der Sollanziehmomente am Originalverschraubungs-teil (zum Beispiel durch Längungsmessung der Schraube)	niedrige Werte: große Zahl von Einstell- bzw. Kontrollversuchen (zum Beispiel 20) erforderlich; geringe Streuung des abgegebenen Moments (zum Beispiel $\pm 5\%$ ) nötig	niedrige Werte: ■ für kleine Drehwinkel, (relativ steife Verbindungen) ■ für relativ geringe Härte der Gegenlage <sup>1)</sup> ■ für Gegenlagen, die nicht zum „Fressen“ neigen (zum Beispiel phosphatiert oder bei ausreichender Schmierung)
1,6 bis 2,0 <sup>2)</sup>	$\pm 23$ bis $\pm 33$	drehmomentgesteuertes Anziehen mit Drehmoment-schlüssel, signalgebendem Schlüssel oder motorischem Drehschrauber mit dynamischer Drehmomentmessung	Bestimmung des Sollanziehmoments durch Schätzen der Reibungszahl (großer Einfluss von Oberflächen- und Schmierverhältnissen)	■ niedrige Werte: für messende Drehmoment-schlüssel bei gleichmäßigem Anziehen und für Präzisions-drehschrauber ■ große Werte: für signalgebende oder ausknickende Drehmoment-schlüssel	große Werte: ■ für große Drehwinkel, (relativ nachgiebige Verbindungen) sowie Feingewinde ■ für große Härte der Gegenlage verbunden mit rauer Oberfläche
1,7 bis 2,5 <sup>3)</sup>	$\pm 26$ bis $\pm 43$	drehmomentgesteuertes Anziehen mit Drehmoment-schlüssel, signalgebendem Schlüssel oder motorischem Drehschrauber mit dynamischer Drehmomentmessung			
2,5 bis 4	$\pm 43$ bis $\pm 60$	Anziehen mit Schlag-, „Abwürg.“ oder Impulsschrauber; Anziehen von Hand	Einstellen des Schraubers über Nachziehmoment, das aus Sollanziehmoment (für die geschätzte Reibungszahl) und einem Zuschlag gebildet wird; Handanzug nach subjektivem Ermessen	niedrige Werte: ■ für große Zahl von Einstellversuchen (Nachziehmoment) ■ auf horizontalem Ast der Schraubencharakteristik ■ für spielfreie Impulsübertragung Verfahren nur zum Voranziehen geeignet; bei Anziehen von Hand Gefahr der Überdehnung bei M10 und kleiner	

Quelle: VDI 2230.

- 1) Gegenlage: Verspanntes Teil, dessen Oberfläche mit dem Anziehelement der Verbindung (Schraubenkopf oder Mutter) in Kontakt steht.
- 2) Reibungszahlklasse B
- 3) Reibungszahlklasse A

**Anmerkung:** Kleinere Anziehungsfaktoren sind im konkreten Fall möglich. Sie erfordern einen größeren Aufwand bezüglich des Einstellverfahrens, der Qualität des Werkzeugs und bzw. oder der Qualität der Verbindungsmittel und Bauteile.

### R2 – Ermittlung der erforderlichen Mindestklemmkraft

Es ergibt sich der Reibschluss zur Übertragung der Querkraft  $F_Q$  und bzw. oder eines Drehmoments  $M_Y$  um die Schraubenachse:

Gleichung 7

$$F_{KQ} = \frac{F_Q \max}{q_F \cdot \mu_T \min} + \frac{M_Y \max}{q_M \cdot r_a \cdot \mu_T \min}$$

oder zum Abdichten gegen ein Medium:

Gleichung 8

$$F_{KP} = A_D \cdot p_{i \max}$$

### R3 – Aufteilen der Betriebskraft

Kraftverhältnis:

Gleichung 9

$$\Phi = \frac{F_{SA}}{F_A}$$

### R4 – Änderung der Vorspannkraft

Infolge Setzens ergibt sich ein Vorspannkraftverlust:

Gleichung 10

$$F_Z = \frac{f_Z}{\delta_S + \delta_P}$$

Richtwerte für die Setzeträge können der folgenden Tabelle entnommen werden.

Mittlere Rautiefe nach ISO 4287 <sup>1)</sup> Rz $\mu\text{m}$	Belastung	Richtwerte für Setzeträge		
		im Gewinde $\mu\text{m}$	je Kopf- oder Mutterauflage $\mu\text{m}$	je innere Trennfuge $\mu\text{m}$
<10	Zug/Druck	3	2,5	1,5
	Schub	3	3	2
10 bis <40	Zug/Druck	3	3	2
	Schub	3	4,5	2,5
40 bis <160	Zug/Druck	3	4	3
	Schub	3	6,5	3,5

Quelle: VDI 2230.

<sup>1)</sup> Mittelwert aus den maximalen Rautiefen  $R_t$  von mindestens zwei Einzelmessstrecken. Bei fünf Einzelmessstrecken entspricht  $R_z$  in guter Näherung dem veralteten  $R_z$  nach DIN 4768.

### R5 – Ermittlung der Mindestmontagevorspannkraft

Die Mindestmontagevorspannkraft  $F_{M \min}$  ergibt sich aus:

Gleichung 11

$$F_{M \min} = F_{K \text{ erf}} + (1 - \Phi_{\text{en}}^*) \cdot F_{A \text{ max}} + F_Z + \Delta F'_{V\text{th}}$$

### R6 – Ermittlung der Maximalmontagevorspannkraft

Die Maximalmontagevorspannkraft  $F_{M \text{ max}}$  ergibt sich aus:

Gleichung 12

$$F_{M \text{ max}} = \alpha_A \cdot F_{M \min}$$

### R7 – Ermittlung der Montagebeanspruchung $F_{M \text{ zul}}$ und Überprüfung der Schraubengröße

Bei 90%-iger Ausnutzung der Mindeststreckgrenze  $R_{p0,2 \min}$  kann die Montagevorspannkraft aus  $F_{M \text{ zul}} = F_{M \text{ Tab}}$  aus der folgenden Tabelle entnommen werden. Die Tabelle gilt für Regelgewinde; weitere Tabellen siehe VDI 2230).

Regelgewinde															
Ab- mes- sung	Festig- keits- klasse	Montagevorspannkraft							Anziehdrehmoment						
		$F_{M \text{ Tab}}$ kN							$M_A$ Nm						
		$\mu_G =$							$\mu_K = \mu_G =$						
		0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24
M4	8.8	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	3,9	3,7	2,3	2,6	3,0	3,3	3,6	4,1	4,5
	10.9	6,8	6,7	6,5	6,3	6,1	5,7	5,4	3,3	3,9	4,6	4,8	5,3	6,0	6,6
	12.9	8,0	7,8	7,6	7,4	7,1	6,7	6,3	3,9	4,5	5,1	5,6	6,2	7,0	7,8
M5	8.8	7,6	7,4	7,2	7,0	6,8	6,4	6,0	4,4	5,2	5,9	6,5	7,1	8,1	9,0
	10.9	11,1	10,8	10,6	10,3	10,0	9,4	8,8	6,5	7,6	8,6	9,5	10,4	11,9	13,2
	12.9	13,0	12,7	12,4	12,0	11,7	11,0	10,3	7,6	8,9	10,0	11,2	12,2	14,0	15,5
M6	8.8	10,7	10,4	10,2	9,9	9,6	9,0	8,4	7,7	9,0	10,1	11,3	12,3	14,1	15,6
	10.9	15,7	15,3	14,9	14,5	14,1	13,2	12,4	11,3	13,2	14,9	16,5	18,0	20,7	22,9
	12.9	18,4	17,9	17,5	17,0	16,5	15,5	14,5	13,2	15,4	17,4	19,3	21,1	24,2	26,8
M7	8.8	15,5	15,1	14,8	14,4	14,0	13,1	12,3	12,6	14,8	16,8	18,7	20,5	23,6	26,2
	10.9	22,7	22,5	21,7	21,1	20,5	19,3	18,1	18,5	21,7	24,7	27,5	30,1	34,7	38,5
	12.9	26,6	26,0	25,4	24,7	24,0	22,6	21,2	21,6	25,4	28,9	32,2	35,2	40,6	45,1
M8	8.8	19,5	19,1	18,6	18,1	17,6	16,5	15,5	18,5	21,6	24,6	27,3	29,8	34,3	38,0
	10.9	28,7	28,0	27,3	26,6	25,8	24,3	22,7	27,2	31,8	36,1	40,1	43,8	50,3	55,8
	12.9	33,6	32,8	32,0	31,1	30,2	28,4	26,6	31,8	37,2	42,2	46,9	51,2	58,9	65,3
M10	8.8	31,0	30,3	29,6	28,8	27,9	26,3	24,7	36	43	48	54	59	68	75
	10.9	45,6	44,5	43,4	42,2	41,0	38,6	36,2	53	63	71	79	87	100	110
	12.9	53,3	52,1	50,8	49,4	48,0	45,2	42,4	73	73	83	93	101	116	129
M12	8.8	45,2	44,1	43,0	41,9	40,7	38,3	35,9	63	73	84	93	102	117	130
	10.9	66,3	64,8	63,2	61,5	59,8	56,3	52,8	92	108	123	137	149	172	191
	12.9	77,6	75,9	74,0	72,0	70,0	65,8	61,8	108	126	144	160	175	201	223

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 525.

Quelle: VDI 2230.

Fortsetzung der Tabelle zu R7 – Ermittlung der  
Montagebeanspruchung  $F_{Mzul}$  und Überprüfung der Schraubengröße  
von Seite 524.

Regelgewinde																
Ab- mes- sung	Festig- keits- klasse	Montagevorspannkraft								Anziehdrehmoment						
		$F_{M Tab}$ kN								$M_A$ Nm						
		$\mu_G =$								$\mu_K = \mu_G =$						
		0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24	
M14	8.8	62,0	60,6	59,1	57,5	55,9	52,6	49,3	100	117	133	148	162	187	207	
	10.9	91,0	88,9	86,7	84,4	82,1	77,2	72,5	146	172	195	218	238	274	304	
	12.9	106,5	104,1	101,5	98,8	96,0	90,4	84,4	171	201	229	255	279	321	356	
M16	8.8	84,7	82,9	80,9	78,8	76,6	72,2	67,8	153	180	206	230	252	291	325	
	10.9	124,4	121,7	118,8	115,7	112,6	106,1	99,6	224	264	302	338	370	428	477	
	12.9	145,5	142,4	139	135,4	131,7	124,1	116,6	262	309	354	395	433	501	558	
M18	8.8	107	104	102	99	96	91	85	220	259	295	329	360	415	462	
	10.9	152	149	145	141	137	129	121	314	369	421	469	513	592	657	
	12.9	178	174	170	165	160	151	142	367	432	492	549	601	692	769	
M20	8.8	136	134	130	127	123	116	109	308	363	415	464	509	588	655	
	10.9	194	190	186	181	176	166	156	438	517	592	661	725	838	933	
	12.9	227	223	217	212	206	194	182	513	605	692	773	848	980	1092	
M22	8.8	170	166	162	158	154	145	137	417	495	567	634	697	808	901	
	10.9	242	237	231	225	219	207	194	595	704	807	904	993	1151	1284	
	12.9	283	277	271	264	257	242	228	696	824	945	1057	1162	1347	1502	
M24	8.8	196	192	188	183	178	168	157	529	625	714	798	875	1011	1126	
	10.9	280	274	267	260	253	239	224	754	890	1017	1136	1246	1440	1604	
	12.9	327	320	313	305	296	279	262	882	1041	1190	1329	1458	1685	1877	
M27	8.8	257	252	246	240	234	220	207	772	915	1050	1176	1292	1498	1672	
	10.9	367	359	351	342	333	314	295	1100	1304	1496	1674	1840	2134	2381	
	12.9	429	420	410	400	389	367	345	1287	1526	1750	1959	2153	2497	2787	
M30	8.8	313	307	300	292	284	268	252	1053	1246	1428	1597	1754	2031	2265	
	10.9	446	437	427	416	405	382	359	1500	1775	2033	2274	2498	2893	3226	
	12.9	522	511	499	487	474	447	420	1755	2077	2380	2662	2923	3386	3775	
M33	8.8	389	381	373	363	354	334	314	1415	1679	1928	2161	2377	2759	3081	
	10.9	554	543	531	517	504	475	447	2015	2392	2747	3078	3385	3930	4388	
	12.9	649	635	621	605	589	556	523	2358	2799	3214	3601	3961	4598	5135	
M36	8.8	458	448	438	427	415	392	368	1825	2164	2482	2778	3054	3541	3951	
	10.9	652	638	623	608	591	558	524	2600	3082	3535	3957	4349	5043	5627	
	12.9	763	747	729	711	692	653	614	3042	3607	4136	4631	5089	5902	6585	
M39	8.8	548	537	525	512	498	470	443	2348	2791	3208	3597	3958	4598	5137	
	10.9	781	765	748	729	710	670	630	3345	3975	4569	5123	5637	6549	7317	
	12.9	914	895	875	853	831	784	738	3914	4652	5346	5994	6596	7664	8562	

Quelle: VDI 2230.

Damit die in Schritt R0 überschlägig ermittelte Schraubengröße weiter verwendet werden kann, muss gelten:

**Gleichung 13**

$$F_{M \text{ Tab}} \geq F_{M \text{ max}}$$

Anderfalls muss ein größerer Schraubendurchmesser gewählt und dann die Berechnungen ab Schritt R2 erneut durchgeführt werden.

### R8 – Ermittlung der Betriebsbeanspruchung $\sigma_{\text{red,B}}$

Für Verbindungen, bei denen die Streckgrenze der Schraube bei Belastung nicht überschritten werden soll, gilt für die maximale Schraubkraft:

**Gleichung 14**

$$F_{S \text{ max}} = F_{M \text{ zul}} + \Phi_{\text{en}}^* \cdot F_{A \text{ max}} - \Delta F_{V\text{th}}$$

Für die maximale Zugspannung gilt:

**Gleichung 15**

$$\sigma_{z \text{ max}} = \frac{F_{S \text{ max}}}{A_0}$$

und die maximale Torsionsspannung:

**Gleichung 16**

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_G}{W_P}$$

$$\text{mit} \quad M_G = F_{M \text{ zul}} \frac{d_2}{2} \left( \frac{P}{\pi \cdot d_2} + 1,155 \mu_G \text{ min} \right)$$

$$W_P = \frac{\pi}{16} d_0^3$$

Für die reduzierte Spannung beziehungsweise Vergleichsspannung im Betriebszustand (Betriebsbeanspruchung) gilt:

**Gleichung 17**

$$\sigma_{\text{red,B}} = \sqrt{\sigma_{z \text{ max}}^2 + 3(k_{\tau} \cdot \tau_{\text{max}})^2}$$

Dabei muss gelten:

**Gleichung 18**

$$\sigma_{\text{red,B}} < R_{p0,2 \text{ min}}$$



### R9 – Ermittlung der Dauerschwingbeanspruchung $\sigma_a$

Die Überprüfung der Schwingfestigkeit erfolgt durch:

Gleichung 19

$$\sigma_a = \frac{F_{SAo} - F_{SAu}}{2A_S}$$

### R10 – Ermittlung der maximalen Flächenpressung $p_{max}$

Weder durch die Montagevorspannkraft noch durch die Maximalkraft im Betrieb sollen Flächenpressungen wirksam werden, die Kriechvorgänge und damit einen Verlust an Vorspannkraft verursachen.

Für den Montagezustand soll gelten:

Gleichung 20

$$p_{M \max} = \frac{F_{M \text{ zul}}}{A_{P \min}} \leq p_G$$

Für streckgrenz- oder drehwinkelgesteuerte Anziehverfahren gilt mit den Werten für  $F_{M \text{ Tab}}$  aus der Tabelle zu R7 – Ermittlung der Montagebeanspruchung  $F_{M \text{ zul}}$  und Überprüfung der Schraubengröße von Seite 524:

Gleichung 21

$$p_{\max} = \frac{F_{M \text{ Tab}}}{A_{P \min}} \cdot 1,4$$

### R11 – Ermittlung der Mindesteinschraubtiefe

Um ein Versagen durch Abstreifen der ineinander greifenden Gewinde zu verhindern, ist eine ausreichende Überdeckung von Schrauben- und Muttergewinde erforderlich.

Es gilt:

Gleichung 22

$$F_{mS} \leq \min (F_{mGM}, F_{mGS})$$

### R12 – Ermittlung der Sicherheit gegen Gleiten $S_G$ und

#### der Scherbeanspruchung $\tau_{Q \max}$

Auftretende Querkräfte in einer Schraubenverbindung sind durch Reibschluss zu übertragen.

Für die minimale Restklemmkraft gilt:

Gleichung 23

$$F_{KR \min} = \frac{F_{M \text{ zul}}}{\alpha_A} - (1 - \Phi_{en}^*) \cdot F_{A \max} - F_Z - \Delta F_{Vth}$$

Für die zur Übertragung der Querkräfte erforderliche Klemmkraft gilt:

Gleichung 24

$$F_{KQ \text{ erf}} = \frac{F_{Q \max}}{q_F \cdot \mu_{T \min}} + \frac{M_{Y \max}}{q_M \cdot r_a \cdot \mu_{T \min}}$$

### R13 – Ermittlung des Anziehdrehmoments $M_A$

Das Anziehdrehmoment berechnet sich wie folgt:

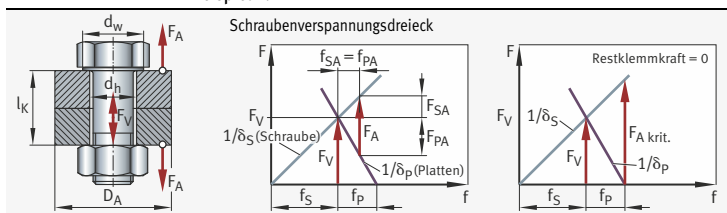
Gleichung 25

$$M_A = F_{M \text{ zul}} \left( 0,16 \cdot P + 0,58 \cdot d_2 \cdot \mu_{G \min} + \frac{D_{Km}}{2} \cdot \mu_{K \min} \right)$$

Für drehmomentgesteuertes Anziehen kann das benötigte Moment auch den einschlägigen Tabellen entnommen werden.

Die folgenden Tabellen zeigen einige Berechnungsbeispiele.

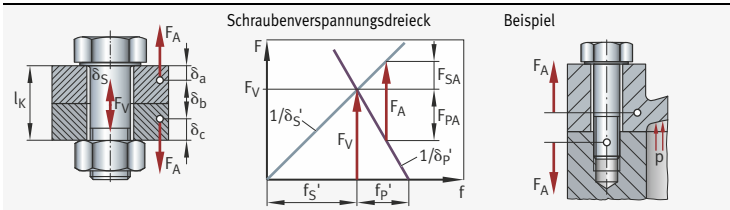
#### Beispiel 1:



#### Angriff einer statischen Betriebskraft $F_A$ unter dem Schraubenkopf und der Mutter

Zusatzbeanspruchung der Schraube durch $F_A$	$F_{SA} = F_A \cdot \delta_p / (\delta_S + \delta_p)$	
Entlastung der verspannten Teile durch $F_A$	$F_{PA} = F_A \cdot \delta_S / (\delta_S + \delta_p)$	
Zusätzliche Längung der Schraube durch $F_A$	$f_{SA} = F_{SA} \cdot \delta_S$	$f_{SA} = f_{PA}$
Rückfederung der verspannten Teile durch $F_A$	$f_{PA} = F_{PA} \cdot \delta_p$	$f_{PA} = f_{SA}$
Kritische Betriebskraft, bei der die Restvorspannkraft der Teile Null wird	$F_{A \text{ krit.}} = F_V (1 + \delta_p / \delta_S)$	

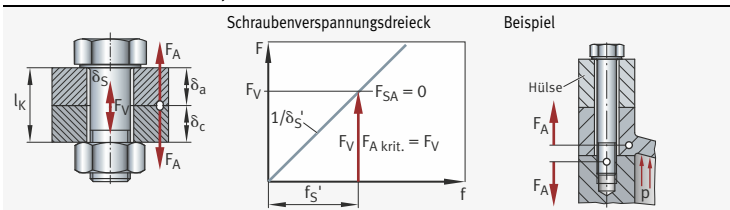
## Beispiel 2:



### Angriff der Betriebskraft $F_A$ innerhalb der verspannten Teile

Scheinbare Nachgiebigkeit der Schraube	$\delta_S' = \delta_S + \delta_a + \delta_c$
Scheinbare Nachgiebigkeit der verspannten Teile	$\delta_P' = \delta_b$
Es gelten mit $\delta_S'$ und $\delta_P'$ die Beziehungen der vorhergehenden Seite	

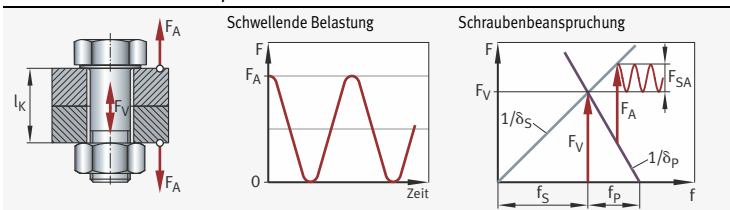
## Beispiel 3:



### Angriff der Betriebskraft $F_A$ in der Trennfuge der verspannten Teile

Scheinbare Nachgiebigkeit der Schraube	$\delta_S' = \delta_S + \delta_a + \delta_c$
Scheinbare Nachgiebigkeit der verspannten Teile	$\delta_P' \rightarrow 0$
Kritische Betriebskraft, bei der die Restvorspannkraft der Teile Null wird	$F_{A.krit.} = F_V$

## Beispiel 4:



### Schwellende Beanspruchung der Schraubenverbindung Angriff der Betriebskraft unter dem Schraubenkopf und der Mutter

Schwingende Beanspruchung	$F_{dyn} = (F_V + F_{SA}/2) \pm F_{SA}/2$
---------------------------	---

### Flächenpressung in Kopf- und Mutter- auflageflächen

Die Flächenpressung in Kopf- und Mutterauflageflächen wird für genormte Sechskant- und Innensechskantschrauben bei Ausnutzung der Streckgrenze der Schrauben berechnet.

#### Beispiel 1: Auflageflächen für Sechskantschrauben DIN EN ISO 4014 und Muttern DIN EN ISO 4032

Ab- messung  d  mm	Schlüssel- weite  $s_{\max}$  mm	Durchmesser Telleransatz  $d_{w \min}$  mm	Durchgangs- bohrung <sup>1)</sup>  $d_h$  mm	Auflage- fläche  $A_P$  mm <sup>2</sup>	Spannungs- querschnitt  $A_S$  mm <sup>2</sup>	Flächenpressung unter Kopf		
						$p = \frac{A_S}{A_P} \cdot 0,7 R_{p0,2} \frac{N}{\text{mm}^2}$	8.8	10.9
M3	5,5	4,6	3,4	7,54	5,03	299	439	514
M4	7	5,9	4,5	11,4	8,78	344	505	591
M5	8	6,9	5,5	13,6	14,2	467	686	802
M6	10	8,9	6,6	28	20,1	322	473	553
M8	13	11,6	9	42	36,6	390	573	670
M10	16	14,6	11	72,3	58	359	527	617
M10	17	15,6	11	96,1	58	270	397	465
M12	18	16,6	13,5	73,2	84,3	516	757	886
M12	19	17,4	13,5	94,6	84,3	399	586	686
M14	21	19,6	15,5	113	115	456	670	784
M14	22	20,5	15,5	141	115	365	535	627
M16	24	22,5	17,5	157	157	448	658	770
M18	27	25,3	20	188	192	471	670	784
M20	30	28,8	22	244	245	463	660	772
M22	32	30	24	254	303	550	784	917
M22	34	31,7	24	337	303	416	592	693
M24	36	33,6	26	356	353	459	653	764
M27	41	38	30	459	459	497	707	828
M30	46	42,7	33	561	561	450	640	749

<sup>1)</sup> Nach DIN EN 20273.

## Beispiel 2: Auflageflächen für Innensechskantschrauben DIN EN ISO 4762, DIN 6912

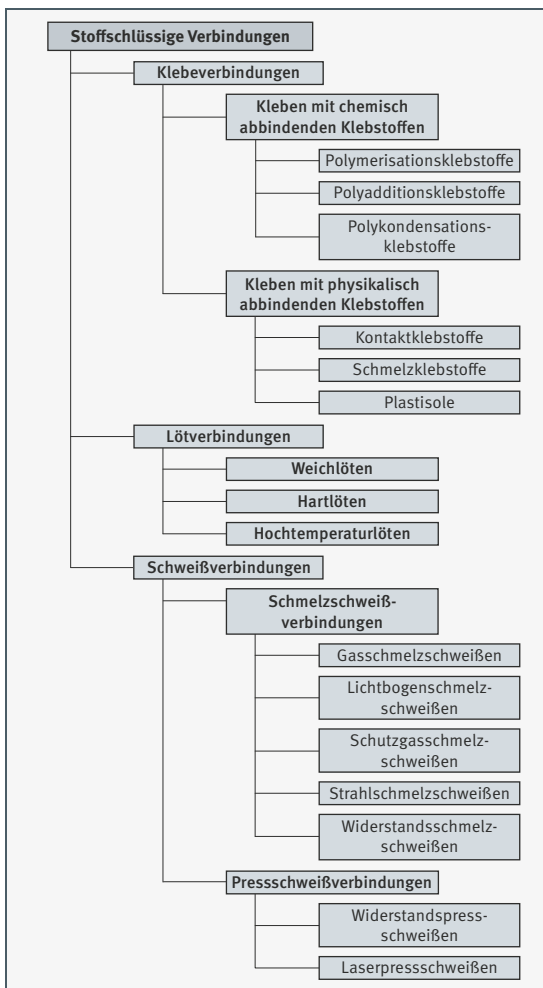
Ab- messung d	Schlüssel- weite $s_{\max}$	Durchmesser Telleransatz $d_{w \min}$	Durchgangs- bohrung <sup>1)</sup> $d_h$	Auflage- fläche $A_p$	Spannungs- querschnitt $A_s$	Flächenpressung unter Kopf		
						$p = \frac{A_s}{A_p} \cdot 0,7 R_{p0,2} \frac{N}{\text{mm}^2}$		
mm	mm	mm	mm	mm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	8.8	10.9	12.9
M3	5,5	5,07	3,4	11,1	5,03	203	298	349
M4	7	6,53	4,5	17,6	8,78	224	329	385
M5	8,5	8,03	5,5	26,9	14,2	237	348	407
M6	10	9,38	6,6	34,9	20,1	258	379	444
M8	13	12,33	9	55,8	36,6	294	432	505
M10	16	15,33	11	89,5	58	290	426	499
M12	18	17,23	13,5	90	84,3	420	616	721
M14	21	20,17	15,5	131	115	394	579	677
M16	24	23,17	17,5	181	157	389	571	668
M18	27	25,87	20	211	192	420	298	699
M20	30	28,87	22	274	245	413	588	688
M22	33	31,81	24	342	303	409	583	682
M24	36	34,81	26	421	353	388	552	646
M27	40	38,61	30	464	459	547	651	762
M30	45	43,61	33	638	561	406	578	677

<sup>1)</sup> Nach DIN EN 20273.

### Stoffschlüssige Verbindungen

Bei den stoffschlüssigen Verbindungen erfolgt die Verbindung der Bauteile mittels Stoffschluss entweder durch Verbinden mit einem artigenen Zusatzwerkstoff (Schweißen) oder mit einem artfremden Zusatzwerkstoff (Löten, Kleben). Sie zählen zu den nicht lösbaren Verbindungen, das heißt sie sind nicht ohne Zerstörung lösbar.

**Bild 24**  
Stoffschlüssige Verbindungen  
– Übersicht

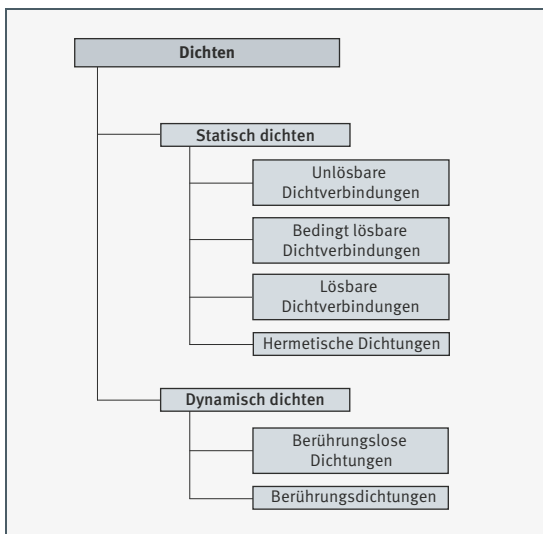


## Dichten

### Übersicht

Die Hauptfunktion von Dichtungen ist das Trennen von zwei funktionsmäßig verschiedenen Räumen gleichen oder unterschiedlichen Drucks, so dass kein Austausch fester, flüssiger oder gasförmiger Medien zwischen ihnen stattfinden kann oder dieser zumindest in zulässigen Grenzen liegt (zulässige Leckagemenge).

**Bild 25**  
Dichten – Übersicht



Beispiele:

- Verhindern des Verlusts an Betriebsstoffen  
(zum Beispiel Ölaustritt aus Lagern, Luft aus Pneumatikleitungen)
- Eindringen von Fremdkörpern vermeiden  
(zum Beispiel in Lagern)
- Trennen verschiedener Betriebsstoffe  
(zum Beispiel von Lagerfett und Lauge in Waschmaschinen)

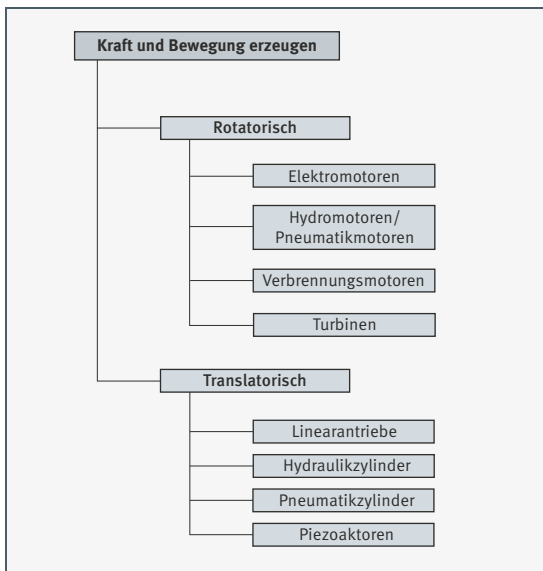
Einige konkrete Anwendungen von Dichtungselementen finden sich im Abschnitt Wälzlager.

## Kraft und Bewegung erzeugen

**Übersicht** In technischen Systemen wie zum Beispiel Maschinen, Anlagen und Fahrzeugen stellt sich immer die Frage des geeigneten Antriebs beziehungsweise von Betätigungs- und Stellaufgaben. Hierzu steht ein großes Spektrum verschiedener Teilsysteme unterschiedlichster Funktion, Komplexität und Leistungsfähigkeit zur Verfügung.

Elemente zur Erzeugung von Kraft und Bewegung wandeln bestimmte Ausgangsformen von Energie (zum Beispiel Strömungsenergie von Fluiden, chemisch gebundene Energie bei Verbrennungsmotoren, elektrische Energie bei Elektromotoren) in mechanische, kinetische (rotatorische oder translatorische) Energie. Damit sind stets Wandlungsverluste verbunden.

**Bild 26**  
Kraft und Bewegung erzeugen (Einteilung nach Bewegungsart)  
– Übersicht

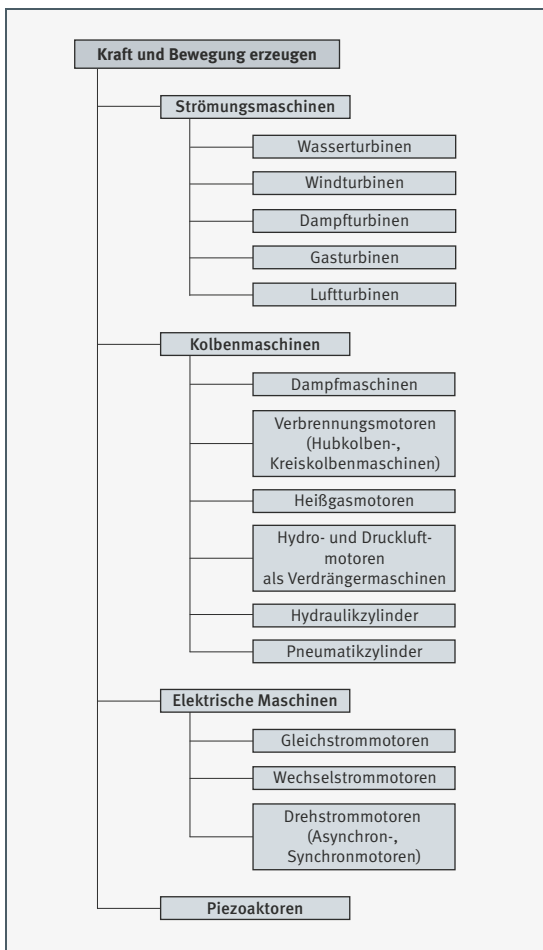




## Einteilung nach Wirkprinzip

In technischen Systemen sorgen Kraftmaschinen für den nötigen Antrieb der vielfältigen Arbeitsmaschinen. Für die Vielzahl der Anforderungen steht ein großes Spektrum von Antriebsmaschinen zur Verfügung. Sie lassen sich einteilen nach ihrem Wirkprinzip.

**Bild 27**  
Kraft und Bewegung erzeugen (Einteilung nach Wirkprinzip) – Übersicht



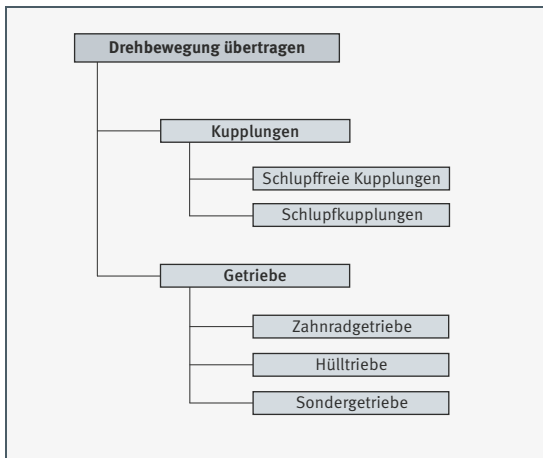
### Drehbewegung übertragen

#### Übersicht

In technischen Systemen (Maschinen, Anlagen, Fahrzeugen) sind stets vor allem Drehbewegungen zwischen Antriebsmaschine und Arbeitsmaschine zu übertragen. Kupplungen und Getriebe sind wesentliche Komponenten von Antriebssystemen (bestehend aus den drei Teilsystemen: Antriebs- oder Kraftmaschine, Antriebsstrang, Arbeitsmaschine).

Im Triebstrang eines solchen Antriebssystems spielen Kupplungen und Getriebe mit ihren vielfältigen Ausprägungen und Merkmalen neben den Wellen, Lagern und Dichtungen eine entscheidende Rolle. Während die Kupplungen bei der Leistungsübertragung im Antriebssystem vor allem die Funktion des Leitens übernehmen, sind die Getriebe in der Lage, Drehmoment und Drehzahl zu wandeln.

**Bild 28**  
Drehbewegung  
übertragen  
– Übersicht



#### Kupplungen

Kupplungen sind form- oder kraftschlüssige Konstruktionselemente zum Verbinden von rotierenden, voreinander stoßenden Wellen (fluchtend oder nicht fluchtend) oder rotierenden Körpern sowie zur Übertragung von Leistung (Drehmoment und Drehzahl). Sie haben damit eine Leitungsfunktion.

Über diese Hauptfunktion hinaus können sie zusätzliche Funktionen übernehmen, zum Beispiel: Versatz (axial, radial, winkelig) oder Verdrehung ausgleichen, Schalten (bedarfswises Schließen oder Unterbrechen des Leistungsflusses) sowie Beeinflussen der dynamischen Eigenschaften eines Antriebssystems (zum Beispiel Minderung oder Dämpfung von Drehmomentstößen sowie Verschiebung von Eigenfrequenzen).

Bremsen können als Sonderfälle der schaltbaren Kupplungen verstanden werden, bei denen eine Kupplungshälfte feststeht.

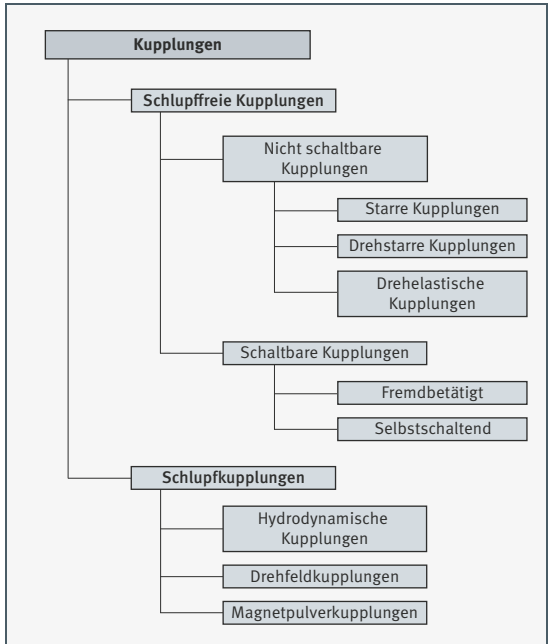
### Merkmale:

Die Vielzahl von Funktionen führt zu einer großen Zahl unterschiedlicher Bauarten und -formen, die je nach dem zu übertragenden Drehmoment in verschiedenen Baugrößen auf dem Markt sind. Zu unterscheiden sind form-, kraft- und stoffschlüssige Kupplungen.

### Eigenschaften:

Kupplungen sind dadurch charakterisiert, dass im stationären Betrieb das Eingangsmoment der Kupplung stets gleich dem Ausgangsmoment ist. Im Gegensatz dazu kann die Abtriebsdrehzahl je nach Bauform zwischen Null und der Antriebsdrehzahl liegen.

**Bild 29**  
Kupplungen – Übersicht



Drehsteife Kupplungen übertragen nicht nur das erforderliche Drehmoment, sondern auch – ohne Änderung – Drehmomentschwankungen, Stöße und Schwingungen, die von der Antriebs- oder Arbeitsmaschine kommen können. Im Gegensatz dazu übertragen drehelastische Kupplungen das Drehmoment über metall- oder gummielastische Feder-elemente, sie wirken wie Drehfedern und können stoßmildernd oder stoßdämpfend wirken.

Schaltbare Kupplungen erlauben das betrieblich bedingte Unterbrechen und Wiederherstellen einer Verbindung von Antriebsteilen. Man unterscheidet je nach Art ihrer Betätigung fremdbetätigte (mechanisch, elektromagnetisch, hydraulisch oder pneumatisch) Schaltkupplungen oder selbsttätig schaltende Kupplungen (drehzahl-, drehmoment- oder richtungsbetätigt).

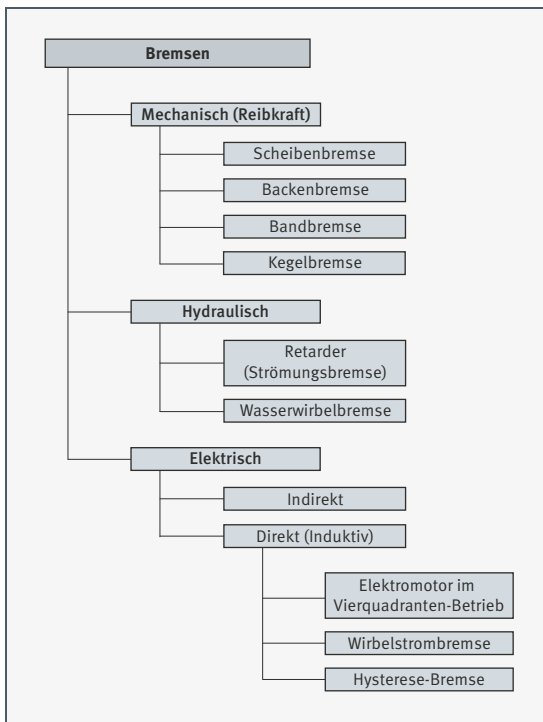
Bei Schlupfkupplungen besteht permanent eine Differenz zwischen Eingangs- und Ausgangsdrehzahl.

**Bremsen** Bremsen sind Kupplungen mit stillstehendem Abtriebsteil.

Ihre Aufgaben können sein:

- Sperren (in einer Richtung)
- Festhalten (in beiden Richtungen)
- Stoppen (Anhalten einer Bewegung)
- Regeln (Geschwindigkeit)
- Belasten von Kraftmaschinen (Leistungsbremse)

**Bild 30**  
Bremsen – Übersicht



**Getriebe** Getriebe erfüllen die Funktion der Drehzahl- und Drehmomentwandlung.

Eine systematische Einteilung und Übersicht über das große Gebiet der Getriebe ist möglich und sinnvoll anhand folgender Kriterien<sup>1)</sup>:

- Kinematik
  - gleichförmig
  - ungleichförmig
- Physikalisches Prinzip
  - mechanisch
  - hydraulisch/pneumatisch
  - elektrisch
- Wirkprinzip
  - formschlüssig
  - kraftschlüssig
- Art der Übertragung
  - konstant
  - gestuft
  - stufenlos

In der Praxis erfüllen Getriebe unterschiedliche Anpassungsaufgaben, zum Beispiel:

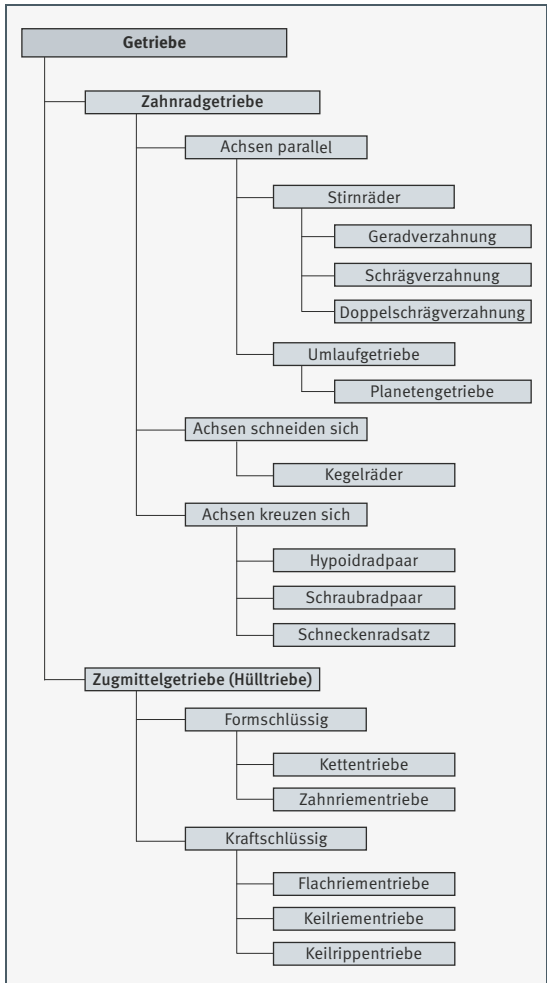
- Kinematische Anpassung
  - Drehzahl
  - Geschwindigkeit
  - Bewegungsart
- Geometrische Anpassung
  - Achsabstand
  - Winkellage
- Kennlinienanpassung
  - Betriebspunkt
  - Kennlinienverlauf
- Leistungsflussanpassung
  - Addition
  - Teilung
  - Wandlung

Je nach Verwendungszweck lässt sich auch zwischen Getrieben in der mobilen Antriebstechnik (Fahrzeugbau) und in der stationären Antriebstechnik (Werkzeugmaschinen, Industrieanlagen, Windkraftanlagen) unterscheiden.

<sup>1)</sup> W. Steinhilper; B. Sauer: Konstruktionselemente des Maschinenbaus Band 2, Springer Verlag 2005.

Bei den gleichmäßig übersetzenden Getrieben ist zu unterscheiden zwischen den Zahnradgetrieben und den Zugmittelgetrieben. Zahnradgetriebe lassen sich einteilen nach der Anordnung der Achsen und der Verzahnungsart. Zugmittelgetriebe lassen sich formschlüssig oder kraftschlüssig realisieren.

**Bild 31**  
Getriebe – Übersicht



### Zahnradgetriebe

#### Merkmale:

Zahnräder sind Antriebselemente, die Leistung in Form einer Drehbewegung formschlüssig von einer Welle auf die andere übertragen. Zahnräder werden durch die Form der Grundkörper, den Verlauf der Flankenlinien und die Profilform bestimmt<sup>1)</sup>.

Je nach Verzahnungsart und Radform beziehungsweise Anordnung der Achsen zueinander wird unterschieden zwischen:

- Stirnradgetriebe
- Kegelradgetriebe
- Schraubradgetriebe
- Hypoidgetriebe
- Schneckengetriebe

Als Werkstoff für die Zahnräder wird vorwiegend Stahl verwendet, der zur Erhöhung der Flankentragfähigkeit einer Wärmebehandlung unterzogen werden kann. Bei Zahnradpaarungen mit hohem Gleitanteil wird zur Verringerung der Reibung das Gegenrad meist aus Bronze gefertigt. Bei geringen Belastungen kann auch Kunststoff eingesetzt werden.

#### Eigenschaften:

Zahnradgetriebe eignen sich zur Übertragung von Leistungen bei durchweg gutem Wirkungsgrad, lediglich bei solchen Getrieben mit hohem Gleitanteil bleibt der Wirkungsgrad niedrig. Durch die Kombination von Zahnradern mit unterschiedlichen Zähnezahlen lassen sich unterschiedliche Übersetzungen ( $i$  = Verhältnis zwischen Antriebs- und Abtriebsdrehzahl) realisieren. Je nach Verhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangsdrehzahl sind Übersetzungen ins Langsame oder Schnelle möglich. Damit eignen sich Zahnradgetriebe auch sehr gut zur Wandlung von Drehzahlen und Drehmomenten.

### Hülltriebe

#### Merkmale:

Hülltriebe (auch Zugmittelgetriebe genannt) bestehen aus zwei oder mehreren Scheiben beziehungsweise Rädern, die sich nicht berühren, aber von einem Zugmittel (Riemen oder Kette) umschlungen werden<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> W. Steinhilper; B. Sauer: Konstruktionselemente des Maschinenbaus Band 2, Springer Verlag 2005.

Zu unterscheiden ist zwischen kraft-(reib-) und formschlüssigen Zugmitteltrieben:

- Kraftschlüssig
  - Flachriemen
  - Keilriemen
  - Keilrippenriemen
  - Rundriemen
- Formschlüssig
  - Zahnriemen
  - Rollenkette, Bolzenkette, Buchsenkette
  - Zahnkette

Eigenschaften:

Hülltriebe eignen sich zur Wandlung von Drehmomenten und Drehzahlen sowie zur Änderung von Drehrichtungen und gleichzeitig zur Überbrückung größerer Achsabstände.

### Sondergetriebe

Sondergetriebe zeichnen sich aus durch die Umsetzung sehr hoher Übersetzungen auf kleinem Bauraum.

Beispiele für Sondergetriebe sind:

- Zykloidgetriebe, zum Beispiel Cyclo
- Wellgetriebe, zum Beispiel Harmonic Drive

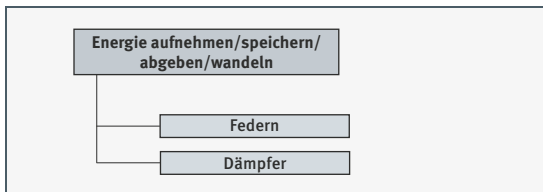
---

## Energie aufnehmen/speichern/abgeben/wandeln

### Übersicht

Hierunter versteht man Elemente, die aufgrund ihres elastischen Werkstoffverhaltens, einer geeigneten Formgebung oder durch Nutzung der Kompressibilität von Fluiden in der Lage sind, Energie aufzunehmen und zu speichern sowie sie wieder abzugeben oder zu wandeln.

**Bild 32**  
Energie  
aufnehmen/speichern/  
abgeben/wandeln  
– Übersicht





**Federn** Federn sind elastische Bauelemente, die sich durch ihre Fähigkeit auszeichnen, durch Kontraktion, Dehnung oder Verdrehung des Federkörpers potenzielle Energie zu speichern und zu einem späteren Zeitpunkt in Form von Arbeit zur Verfügung zu stellen (abzüglich Reibungsverluste).

Dementsprechend erstreckt sich die Anwendung von Federn auf folgende Funktionen:

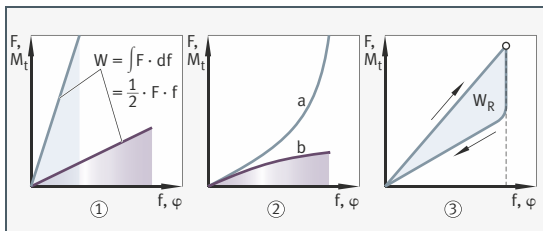
- **Arbeitsspeicher:**  
Speicherung von potenzieller Energie (zum Beispiel Spannfeder eines Luftgewehrs, Federn von mechanischen Uhren)
- **Kraft-Weg-Wandler:**  
Umsetzung von Kraft in Weg (zum Beispiel Federwaagen, Dehnschrauben, Federn in Schalt- und Rutschkupplungen)
- **Energiewandler:**  
Dämpfung von Stößen und Schwingungen, Wandlung der Stoßenergie in Wärmeenergie (zum Beispiel Stoßdämpfer, Puffer, Schwingmetalle)

Im Folgenden sollen ausschließlich mechanische Federn betrachtet werden. Über das Verhalten einer Feder gibt das Federdiagramm oder die Federkennlinie Aufschluss. Man versteht darunter die Abhängigkeit der Federkraft  $F$  (beziehungsweise des Federdrehmomentes  $M_t$ ) von der Verformung (Längenänderung  $f$  oder Verdrehwinkel  $\varphi$ ).

**Bild 33**

Federkennlinien

- ① Lineare Kennlinie
- ② Gekrümmte Kennlinie  
a = progressiv  
b = degressiv
- ③ Kennlinienverlauf bei Dämpfungsfedern



Für lineare Federkennlinien, wie sie viele Metallfedern aufweisen, gilt das Hooke'sche Gesetz:

**Gleichung 26**

$$F = c \cdot f$$

$$\text{bzw. } M_t = c_t \cdot \varphi$$

Federhärte:

**Gleichung 27**

$$c = \frac{F}{f}$$

$$\text{bzw. } c_t = \frac{M_t}{\varphi}$$

Bei nichtlinearen Federn kann eine Federrate  $c$  (Federsteifigkeit) für den Arbeitspunkt durch die Tangentensteigung angegeben werden:

**Gleichung 28**

$$c = \frac{dF}{df} \qquad c_t = \frac{dM_t}{d\varphi}$$

Die elastische Federarbeit  $W$  ist diejenige Energie, die in einer Feder beim Einwirken einer äußeren Belastung als potenzielle Energie gespeichert wird. Sie ist durch den Flächeninhalt unterhalb der Federkennlinie gegeben:

**Gleichung 29**

$$W = \int_0^f F df \qquad \text{bzw.} \qquad W = \int_0^\varphi M_t d\varphi$$

Bei Federn mit linearer Kennlinie wird auf dem Weg zwischen dem unbelasteten und dem belasteten Zustand folgende elastische Federarbeit gespeichert:

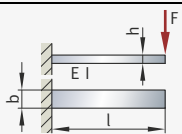
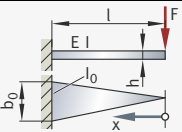
**Gleichung 30**

$$W = \frac{1}{2} \cdot c \cdot f^2 = \frac{1}{2} F \cdot f \qquad \text{bzw.} \qquad W = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \varphi^2 = \frac{1}{2} M_t \cdot \varphi$$

Wird eine Feder wiederholt belastet und entlastet, so ist bei genügender Dämpfungsfähigkeit (Werkstoffdämpfung oder äußere Reibung) die Kennlinie für die Belastung und Entlastung unterschiedlich. Die von diesen beiden Kennlinien umschlossene Fläche ist ein Maß für die Dämpfungsarbeit  $W_R$ , siehe Bild 33 ③, Seite 543.

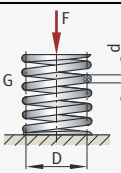
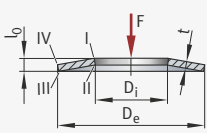
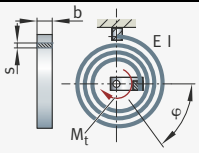
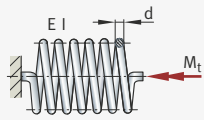
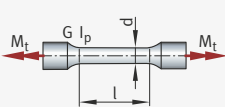
### Federraten für metallische Federn

In der folgenden Tabelle sind Federraten, Verformungen und Beanspruchungen für metallische Federn aufgeführt.

Federart	Federrate $c$ , $c_t$ Verformung $f$ , $\varphi$	Hauptbeanspruchung	Gestaltungszwert
<b>Rechteckfeder</b> 	$c = \frac{3EI}{l^3} = \frac{bh^3E}{4l^3}$ $f = \frac{Fl^3}{3EI} = \frac{4Fl^3}{bh^3E}$	$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{6Fl}{bh^2}$	$\eta_A = \frac{1}{9}$
<b>Dreieckfeder</b> 	$c = \frac{2El_0}{l^3} = \frac{b_0 h^3 E}{6l^3}$ $f = \frac{Fl^3}{2El_0} = \frac{6Fl^3}{b_0 h^3 E}$	$\sigma_b = \frac{M_b}{W_0} = \frac{6Fl}{b_0 h^2}$ $b(x) = \frac{b_0}{l} \cdot x$	gleiche Beanspruchung $\eta_A = \frac{1}{3}$

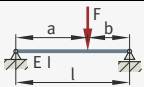

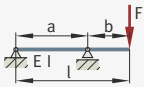
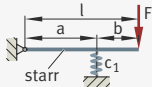
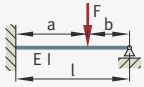
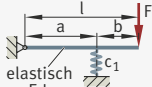

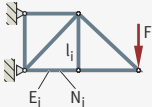
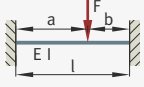
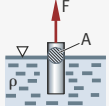
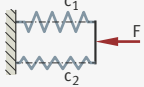
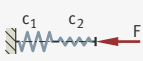
Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 545.

Fortsetzung der Tabelle Federraten für metallische Federn von Seite 544.

Federart	Federrate $c$ , $c_t$ Verformung $f$ , $\varphi$	Hauptbeanspruchung	Gestaltungswert
<b>Zylindrische Schraubenfeder</b>			
	$c = \frac{Gd^4}{8iD^3}$ $f = \frac{8FiD^3}{Gd^4}$ <p><math>i</math> = Anzahl der federnden Windungen</p>	$\tau = \frac{M_t}{W_p} = \frac{8FD}{\pi d^3}$	$\eta_A = \frac{1}{2}$
<b>Tellerfeder</b>			
	$c \approx \frac{4E}{1-\nu^2} \frac{t^3}{K_1 D_e^2}$ <p>für <math>(l_0 - t)/t \leq 0,4</math></p> <p><math>D_e/D_i = 2</math>; <math>K_1 = 0,69</math></p>	$\sigma_{I,II} \approx \pm F \frac{K_3}{t^2}$ $\sigma_{III,IV} \approx \pm F \frac{K_3}{t^2} \frac{D_i}{D_e}$ <p><math>K_3 = 1,38</math></p>	$\eta_A < \frac{1}{3}$
<b>Spiralfeder</b>			
	$c_t = \frac{El}{l} = \frac{Ebs^3}{12 \cdot l}$ $\varphi = \frac{M_t l}{El} = \frac{12M_t l}{bs^3 E}$ <p><math>l</math> = Länge der Feder</p>	$\sigma_b = \frac{M_t}{W} = \frac{6M_t}{bs^2}$ <p><math>M_b = M_t = \text{const.}</math></p>	Rechteckquerschnitt $b, s$  $\eta_A = \frac{1}{3}$
<b>Zylindrische Schraubenbiegelfeder (Schenkelfeder)</b>			
	$c_t = \frac{El}{l} = \frac{E\pi d^4}{64 \cdot l}$ $\varphi = \frac{M_t l}{El} = \frac{64M_t l}{\pi d^4 E}$ <p><math>l</math> = gestreckte Länge der Windungen</p>	$\sigma_b = \frac{M_t}{W} = \frac{32M_t}{\pi d^3}$ <p><math>M_b = M_t = \text{const.}</math></p>	Kreisquerschnitt $d$  $\eta_A = \frac{1}{4}$
<b>Drehstabfeder</b>			
	$c_t = \frac{G I_p}{l} = \frac{G \pi d^4}{32 \cdot l}$ $\varphi = \frac{M_t l}{G I_p} = \frac{32M_t l}{\pi d^4 G}$	$\tau = \frac{M_t}{W_p} = \frac{16M_t}{\pi d^3}$	$\eta_A = \frac{1}{2}$

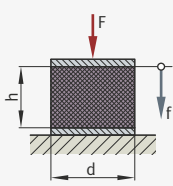
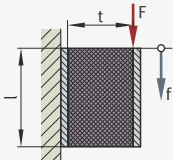
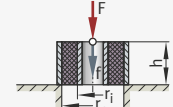
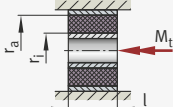
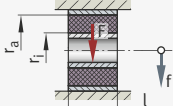
<sup>1)</sup> Die hier angegebenen Gleichungen sind nur eine grobe Näherung. Genauere Berechnung siehe DIN EN 16984.

**Federraten für einige elastische Systeme** Im Folgenden sind die Federraten für einige elastische Systeme dargestellt.

<p><b>Biegestab beidseitig gelagert</b></p>  <p>Sonderfall: <math>a = b = l/2</math></p> $c = \frac{3EI}{a^2b^2}$ $c = \frac{48EI}{l^3}$	<p><b>Pendelstütze</b></p>  <p><math>c = \frac{EA}{l}</math></p> <p><math>E \cdot A = \text{Längssteifigkeit}</math></p>
<p><b>Biegestab mit überkragendem Ende</b></p>  <p>Sonderfall: <math>a = b = l/2</math></p> $c = \frac{3EI}{(a+b)b^2}$ $c = \frac{12EI}{l^3}$	<p><b>Drehbarer Stab, federgestützt</b></p>  <p>Sonderfall: <math>a = b = l/2</math></p> $c = c_1 \left( \frac{a}{l} \right)^2$ $c = \frac{c_1}{4}$
<p><b>Biegestab eingespannt und gestützt</b></p>  <p>Sonderfall: <math>a = b = l/2</math></p> $c = \frac{12EI^3}{a^3b^2(3l+b)}$ $c = \frac{768EI}{7 \cdot l^3}$	<p><b>Drehbarer Stab, federgestützt</b></p>  $\frac{1}{c_{\text{ges}}} = \frac{1}{c_1} \left( \frac{l}{a} \right)^2 + \frac{(a+b)b^2}{3EI}$
<p><b>Biegestab eingespannt und geführt</b></p>  $c = \frac{12EI}{l^3}$	<p><b>Fachwerke</b></p>  $c = 1 \cdot F \sum_{i=1}^n \frac{E_i A_i}{N_i \bar{N}_i l_i}$ <p><math>\bar{N}_i = \text{Normalkräfte infolge „1“}</math></p>
<p><b>Biegestab beidseitig eingespannt</b></p>  <p>Sonderfall: <math>a = b = l/2</math></p> $c = \frac{3EI^3}{a^3b^3}$ $c = \frac{192EI}{l^3}$	<p><b>Auftrieb</b></p>  $c = A \cdot \rho \cdot g$
<p><b>Federn parallel</b></p>  $c_{\text{ges}} = c_1 + c_2$	<p><b>Federn in Reihe</b></p>  $\frac{1}{c_{\text{ges}}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}$ $c_{\text{ges}} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$

## Federrate, Verformung und Beanspruchung von Gummifedern

In der folgenden Tabelle sind Federrate, Verformung und Beanspruchung von Gummifedern aufgeführt.

Federart	Verformung f/ Federrate c	Beanspruchung
<b>Scheibenfeder (Druck)</b>		
	$f = \frac{Fh}{EA} = \frac{4Fh}{E\pi d^2}$ $c = \frac{F}{f} = \frac{EA}{h} = \frac{E\pi d^2}{4h}$ Formfaktor $k = \frac{d}{4h}$	$\sigma_d = E\varepsilon = \frac{F}{A}$ $F_{zul} = \frac{\pi d^2}{4} \sigma_{zul}$ $\varepsilon = \frac{f}{h}$
<b>Rechteckfeder (Schub)</b>		
	$f = \frac{Ft}{GA} = \frac{Ft}{Gbl}$ $c = \frac{F}{f} = \frac{Gbl}{t}$ Breite b	$\tau = G\gamma = \frac{F}{A}$ $F_{zul} = Gbl\gamma_{zul}$ $\gamma = \frac{f}{t}$
<b>Hülsenfeder (Schub)</b>		
	$f = \frac{F}{2\pi hG} \ln \frac{r_a}{r_i}$ $c = \frac{F}{f}$	$\tau_i = \frac{F}{A_i} = \frac{F}{2\pi r_i h}$ $F_{zul} = 2\pi r_i h G \gamma_{zul}$
<b>Hülsenfeder (Dreh Schub)</b>		
	$\varphi = \frac{M_t}{4\pi lG} \left( \frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_a^2} \right)$ $c_t = \frac{M_t}{\varphi}$	$\tau_i = \frac{F}{A_i} = \frac{M_t}{2\pi r_i^2 l}$ $M_{t,zul} = 2\pi G r_i^2 l \gamma_{zul}$
<b>Hülsenfeder (Druck, Schub)</b>		
	$f = \frac{F}{\pi l(E+G)} \ln \frac{r_a}{r_i}$ $c = \frac{F}{f}$	$\sigma_{dmax} = \frac{2}{\pi} \frac{F_{max}}{l r_i}$ $F_{zul} = \frac{\pi l r_i}{2} \sigma_{dzul}$

**Berechnung von Gummifedern** Folgende Tabelle zeigt Anhaltswerte für die überschlägige Berechnung von Gummifedern.

Shore-Härte Sh (A)	E-Modul $E_{st}$ N/mm <sup>2</sup>		G-Modul $G_{st}$ N/mm <sup>2</sup>	Zulässige statische Verformung bei Dauerbelastung		Zulässige statische Spannung bei Dauerbelastung		
	Druck			Druck	Schub Zug	Druck		Schub Zug
	k = 1/4	k = 1,0				k = 1/4	k = 1,0	
30	1,1	4,5	0,3	10 ... 15	50 ... 75	0,18	0,7	0,20
40	1,6	6,5	0,4		45 ... 70	0,25	1,0	0,28
50	2,2	9,0	0,55		40 ... 60	0,36	1,4	0,33
60	3,3	13,0	0,8		30 ... 45	0,50	2,0	0,36
70	5,2	20,0	1,3		20 ... 30	0,80	3,2	0,38

Zulässige Wechselbeanspruchungen 1/3 bis 1/2 der zulässigen statischen Beanspruchungen.

**Eigenschaften von Elastomeren für Gummifedern** In folgender Tabelle sind einige Eigenschaften von Elastomeren für Gummifedern dargestellt.

Elastomere	Styrol-Butadien-Kautschuk	Naturkautschuk (Polyisopren)	Butyl-Kautschuk	Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk	Chlorbutadien-Kautschuk	Acrylnitril-Butadien-Kautschuk	Polyurethan-Kautschuk	Silikon-Kautschuk	Polyacrylat-Kautschuk (PA)	Fluor-Kautschuk
Kurzzeichen	SBR	NR	JIR	EPDM	CR	NBR	AU, EU	VMQ	ACM	FKM
Handelsnamen-Beispiel	Buna, Hüls	Gummi	Butyl	Buna AP	Neopren	Perbunan	Vulkollan	Silopren	Cyanacryl	Viton
Dichte g/cm <sup>3</sup>	0,92	0,95	0,93	–	1,23	0,98	1,26	1,19	–	–
Zugfestigkeit (DIN 53504) N/mm <sup>2</sup>	≤ 24	≤ 28	≤ 15	18	20 ... 27	22 ... 27	30 ... 32	≤ 10	15	15
Bruchdehnung Höchstwert (DIN 53504) %	700	1000	900	800	800	800	600	500	–	–
Shorehärte Sh (DIN 53505) (A)	40 ... 95	30 ... 98	40 ... 90	40 ... 90	40 ... 95	40 ... 95	65 ... 95	40 ... 90	55 ... 85	60 ... 90
Temperatureinsatzbereich °C	–30 ... +90	–40 ... +70	–25 ... +110	–35 ... +130	–25 ... +100	–25 ... +100	–15 ... +80	–60 ... +200	–15 ... +150	–20 ... +220

Fortsetzung der Tabelle siehe Seite 549.

Fortsetzung der Tabelle Eigenschaften von Elastomeren für Gummifedern  
von Seite 548.

Elastomere	Styrol-Butadien-Kautschuk	Naturkautschuk (Polyisopren)	Butyl-Kautschuk	Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk	Chlorbutadien-Kautschuk	Acrylnitril-Butadien-Kautschuk	Polyurethan-Kautschuk	Silikon-Kautschuk	Polyacrylat-Kautschuk (PA)	Fluor-Kautschuk
Kurzzeichen	SBR	NR	JIR	EPDM	CR	NBR	AU, EU	VMQ	ACM	FKM
Handelsnamen-Beispiel	Buna, Hüls	Gummi	Butyl	Buna AP	Neopren	Perbunan	Vulkollan	Silopren	Cyanacryl	Viton
Ölbeständigkeit	gering	gering	gering	mittel-mäßig	mittel-mäßig	gut	sehr gut	gut	sehr gut	sehr gut
Benzinbeständigkeit	–	–	–	–	–	gut	gut	mittel-mäßig	sehr gut	sehr gut
Ozonbeständigkeit	gering	gering	sehr gut	hervorragend	gut	gering	sehr gut	sehr gut	sehr gut	sehr gut
Kriechfestigkeit	sehr gut	hervorragend	mittel	gut	gut	sehr gut	gut	gut	gut	gut
Rückprallelastizität	gut	sehr gut	gering	gut	gut	gut	sehr gut	gut	gering	gering
Dämpfung	gut	mittel-mäßig	hervorragend	gut	gut	sehr gut	gut	gut	sehr gut	hervorragend
Abriebfestigkeit	sehr gut	sehr gut	–	–	gut	–	sehr gut	–	–	–
Haftfestigkeit an Metall	gut	hervorragend	mittel-mäßig	mittel-mäßig	gut	sehr gut	sehr gut	mittel	mittel	gut
Spezielle Eigenschaften	–	3)	1) 2)	–	–	–	5)	4)	5)	2)
Verarbeitbarkeit	–	–	–	–	–	–	–	–	hell herstellbar	schwer
Elektrische Isolierfähigkeit	gut	sehr gut	sehr gut	sehr gut	gering	–	gering	gut	mäßig	gut
Preis	tief	tief	tief	tief	mäßig	mäßig	mittel	hoch	hoch	sehr hoch

Quelle: Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 21. Auflage.

- 1) Gasdurchlässigkeit sehr gering.
- 2) Säurebeständigkeit gut.
- 3) Brennbar.
- 4) Flammwidrig.
- 5) Wasserempfindlich bei 40 °C.

**Dämpfer** Dämpfer (Schwingungsdämpfer) sind Bauelemente, die Bewegungsenergie in Wärmeenergie umwandeln. Sie werden allgemein verwendet, um die Schwingung einer gefederten Masse abklingen zu lassen. Speziell können Stoßdämpfer auch dazu verwendet werden, eine linear oder rotatorisch bewegte Masse sanft abzubremesen.

Hierbei kann auf verschiedene Dämpfungsarten zurückgegriffen werden:

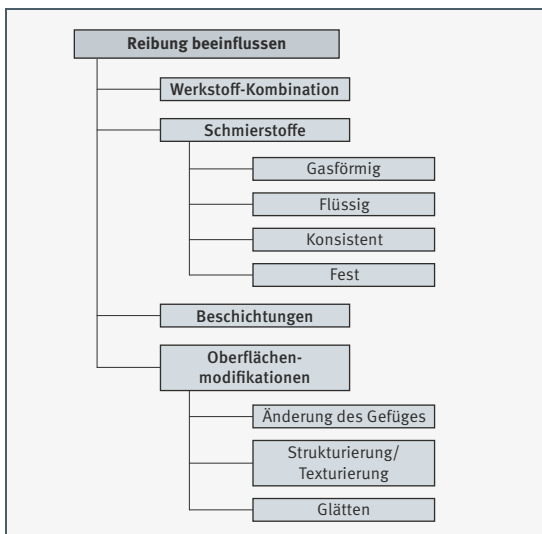
- Werkstoffdämpfung
- Reibungsdämpfung
- Viskositätsdämpfung
- Wirbelstromdämpfung
- Abstrahldämpfung
- Turbulenzdämpfung



## Reibung und Verschleiß beeinflussen

**Übersicht** Reibung und der daraus resultierende Verschleiß sind in den meisten Fällen unerwünscht. Deshalb wird versucht, durch geeignete Werkstoff-Kombination der Bauteile, durch den Einsatz von Schmierstoffen, Beschichtungen beziehungsweise durch Oberflächenmodifikationen die Reibung zu verringern.

**Bild 34**  
Reibung und Verschleiß  
beeinflussen  
– Übersicht



**Schmierstoffe** Je nach Anwendungsfall werden flüssige, konsistente, gasförmige oder feste Schmierstoffe eingesetzt. Diese sollen vor allem die Reibung reduzieren und den Verschleiß mindern.

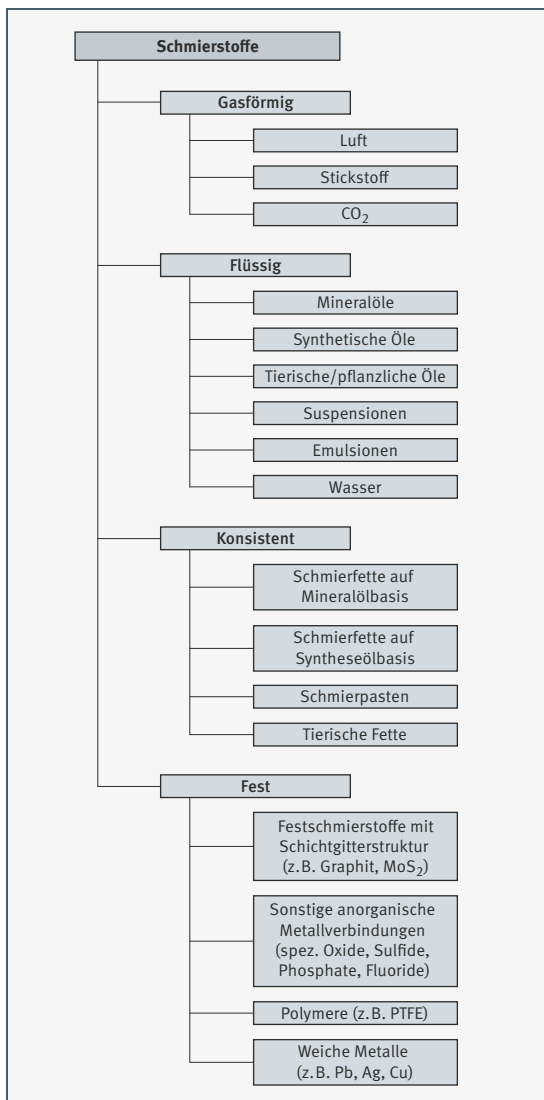
Schmierstoffe sorgen dafür, dass die gegeneinander bewegten und gleichzeitig belasteten Oberflächen ganz (Vollschmierung) oder teilweise (Teilschmierung) getrennt werden.

Flüssige Schmierstoffe sind vor allem Mineralöle und synthetische Öle sowie tierische und pflanzliche Öle.

Konsistente Schmierstoffe sind Fette aus Mineral- und Syntheseölen (mit Seifen eingedickt).

Zu den Festschmierstoffen gehören zum Beispiel Graphit, Molybdändisulfid ( $\text{MoS}_2$ ) und Polytetrafluorethylen (PTFE).

**Bild 35**  
Schmierstoffe – Übersicht



## Beschichtungen

**Einleitung** Immer mehr Komponenten in technischen Systemen sind Oberflächenbeanspruchungen ausgesetzt, die eine Überschreitung der Einsatzgrenzen der zumeist metallischen Werkstoffe zur Folge haben.

Die Nutzung von Technologien aus dem Bereich der industriellen Oberflächentechnik – hier vor allem das Beschichten – ermöglicht es, die Oberflächen derart zu veredeln, dass die Einsatzgrenzen im Vergleich zum unbehandelten Ausgangszustand erheblich erweitert werden. Darüber hinaus sind eine Funktionsintegration oder zusätzliche Eigenschaften realisierbar.

Von entscheidender Bedeutung für den Erfolg ist bei der Auswahl und beim Einsatz der Oberflächentechnologie eine ganzheitliche Herangehensweise, die das gesamte technische System in Betracht zieht.

### Die Bauteiloberfläche – eine Wirkfläche

Technische Bauteile dienen der Erfüllung bestimmter Funktionen innerhalb einer übergeordneten Maschine oder Anlage. Das Bauteil besteht dabei aus einem bestimmten Werkstoff und besitzt eine entsprechende Geometrie sowie eine Fertigungshistorie. Die Geometrie kann weiter unterteilt werden in das Bauteilvolumen und die Bauteiloberfläche. Diese übernehmen unterschiedliche Teilfunktionen: während die **Bauteiloberfläche** im Sinne einer **Wirkfläche** die äußeren Belastungen aufnimmt und an die inneren Bereiche weiterleitet, wird die eigentliche Tragfunktion vorzugsweise vom Bauteilvolumen übernommen.

Die Lebensdauer technischer Bauteile ist neben der Festigkeit häufig durch die Ermüdung oder den Verschleiß der Oberfläche bestimmt. Da sich diese Phänomene an der Oberfläche abspielen, muss man konsequenterweise vor allem hier den Hebel zur Lösung der Lebensdauerfrage ansetzen.

### Oberflächenbeanspruchungen

Die Bauteiloberfläche stellt in der Regel den höchstbeanspruchten Bereich dar. Über sie werden Normal- und Reibkräfte oder Wärmeströme eingeleitet. An ihnen bauen sich elektrische Spannungen auf oder es werden elektrische Ströme übertragen. Verschleiß oder Korrosion an der Bauteiloberfläche bestimmen häufig die Lebensdauer des gesamten Bauteils. In industriellen und mobilen Anwendungen stammen diese Oberflächenbeanspruchungen im Wesentlichen aus folgenden Kategorien:

#### ■ Tribologische Oberflächenbeanspruchungen:

Reibung und Verschleiß (abrasiv oder adhäsiv) führen zu Schäden an Maschinenelementen. Eine gezielt modifizierte Oberflächentopographie und Schichten können Reibung beeinflussen und den Verschleiß reduzieren.

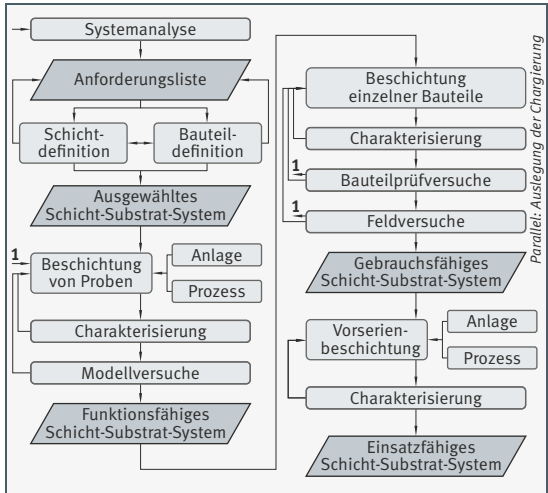
- **Korrosive Oberflächenbeanspruchungen:**  
Korrosion als chemische oder elektrochemische Reaktion tritt bei metallischen Werkstoffen auf bei Luftfeuchtigkeit, Zutritt von Wasser oder aggressiven Medien (Laugen und Säuren). Geeignete Schichten können hier eine Schutzfunktion übernehmen.
- **Elektrische Oberflächenbeanspruchungen:**  
Infolge Stromübergang oder sich aufbauende und entladende Spannungen können elektrische Oberflächenbeanspruchungen entstehen. Diese können unmittelbare Rückwirkungen auf Zwischenmedien besitzen, so zum Beispiel die frühzeitige Alterung von Schmierstoffen herbeiführen. Oberflächentechnische Maßnahmen erlauben die Aufbringung isolierender oder stromleitender Schichten.

### Schichten als Konstruktionselemente – „Tailored Coatings“

Die Oberflächen von Bauteilen haben also – bei unterschiedlichen Funktionen – eine herausragende Bedeutung. Schichten zur Veredelung der Oberflächen müssen deshalb in ihrer unterschiedlichen Zusammensetzung und Applikation als Konstruktionselemente betrachtet werden.

Folgt man dieser Betrachtungsweise konsequent, so müssen Auswahl und Auslegung von Schichten mit der gleichen Akribie erfolgen wie bei den üblichen Maschinenelementen.

**Bild 36**  
Systematischer Schichtentwicklungsprozess



Für einen Schichtentwicklungsprozess empfiehlt sich eine systematische Vorgehensweise nach dem hier gezeigten **Flussdiagramm**.

So ergibt sich unter Berücksichtigung aller Randbedingungen die für den Einsatzfall bestgeeignete „maßgeschneiderte“ Schicht (= tailored coating).

### Verfügbare Beschichtungen

Für die verschiedenen Oberflächenbeanspruchungen steht eine Vielzahl unterschiedlicher Schichten zur Verfügung.

Die Oberflächentechnik bietet eine große Menge von Beschichtungen wie auch verfahrenstechnischen Lösungsansätzen für die Herstellung der unterschiedlichen Beschichtungen. Dabei wirken sich Werkstoffeigenschaften der Substrate und Beschichtungen, Geometrie der Bauteile wie auch wirtschaftliche Aspekte auf die Auswahl der einzusetzenden Beschichtungsverfahren aus.

Grundsätzlich können die Beschichtungsverfahren, die für die Herstellung von Beschichtungen gegen tribologische, korrosive oder elektrische Oberflächenbeanspruchungen zum Einsatz kommen, in zwei Gruppen unterteilt werden:

1. Verfahren zur Modifikation und Umwandlung der Randzone des Substrats
2. Verfahren zur Erzeugung von Auflageschichten.

Aus industrieller Sicht sind insbesondere für die Herstellung großer Stückzahlen in Serienprozessen folgende Beschichtungsverfahren relevant:

- Thermochemische Diffusionsverfahren
- Konversionsverfahren
- Chemische/Elektrochemische Verfahren
- PVD-Verfahren (Physical Vapor Deposition) oder PACVD-Verfahren (Plasma Assisted Chemical Vapor Deposition), auch genannt: PECVD-Verfahren (Plasma Enhanced Chemical Vapor Deposition)
- Thermisches Spritzen
- Lackieren

Die Beschichtungswerkstoffe, die für die oben genannten Anwendungsgebiete mittels obiger Verfahren hergestellt werden können, werden im Zusammenhang mit den Anwendungen ab Seite 560 näher erläutert.

### Tribologische Schichten

Tribologische Schichten können die oberflächennahe Ermüdung und den Verschleiß reduzieren. Reibung läßt sich durch sie gezielt beeinflussen und damit kann ein Beitrag zur Energieeffizienz und CO<sub>2</sub>-Einsparung geleistet werden.

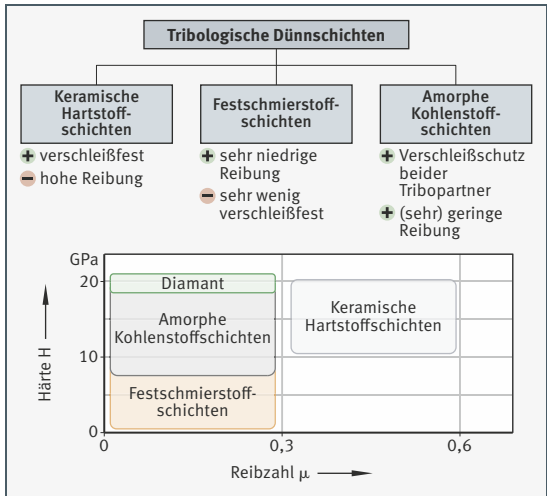
Zur Vermeidung von Oberflächenzerrüttung ist eine gute Oberflächenqualität (geringe Rauheitsspitzen, hoher Traganteil) vorteilhaft. Eine hohe Reibung kann durch reibungsreduzierende Schichten, wie zum Beispiel DLC (Diamond Like Carbon) oder PTFE (Polytetrafluoräthylen) verringert werden. Zum Schutz gegen **abrasiven Verschleiß** ist eine hohe Oberflächenhärte notwendig. Hier können die Kontaktpartner durch besonders harte Beschichtungen geschützt werden. Mittels PVD- und PACVD-Verfahren lassen sich Beschichtungen mit Härten >2 000 HV abscheiden. Aber auch galvanische Schichten wie Chrom oder NiP können durch Härten, die über der des Grundwerkstoffs liegen, dem abrasiven Verschleiß vorbeugen.

**Adhäsiver Verschleiß** tritt vor allem bei Kontaktpartnern mit ähnlichen Bindungseigenschaften, wie Metall auf Metall, auf. Zur Vermeidung dieses Verschleißes reicht es aus, oberflächennah die Bindungsart durch die Beschichtung eines Kontaktpartners zu ändern. Schlupfschäden sind ein typisches Beispiel für adhäsiven Verschleiß. Diese Verschleißart lässt sich beispielsweise durch eine gezielte Oxidation der Metalloberfläche mittels Brünieren vermindern. Dabei wird eine metallische Oberfläche in eine heteropolar gebundene Oberfläche (Metalloxid) umgewandelt. Durch die Beschichtung mit einer amorphen Kohlenstoffschicht kann ein kovalenter Bindungscharakter an der Oberfläche eingestellt werden.

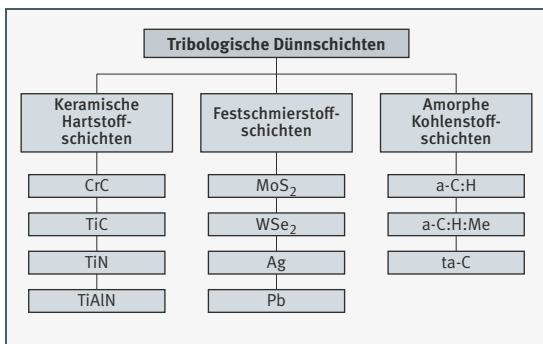
Bei der Vermeidung von Verschleiß durch Tribochemie können ähnliche Lösungen wie zur Vermeidung von adhäsiven Verschleiß verwendet werden. Durch eine geeignete Beschichtung können die tribochemischen Reaktionen unterbunden werden. Beispiel hierfür ist das Phosphatieren einer Oberfläche.

Aufgrund der zunehmenden Anforderungen hinsichtlich Leistungsfähigkeit und Ressourceneffizienz und dem immer geringer zur Verfügung stehenden Bauraum nimmt die Bedeutung der Dünnschichten, die mit umweltfreundlichster Vakuumplasmatechnik hergestellt werden, immer mehr zu. Die generelle Einordnung dieser Schichten zeigt Bild 37.

**Bild 37**  
Klassifikation  
tribologischer  
Dünnschichtsysteme



**Bild 38**  
Beispiele für tribologische Dünnschichtsysteme – Übersicht

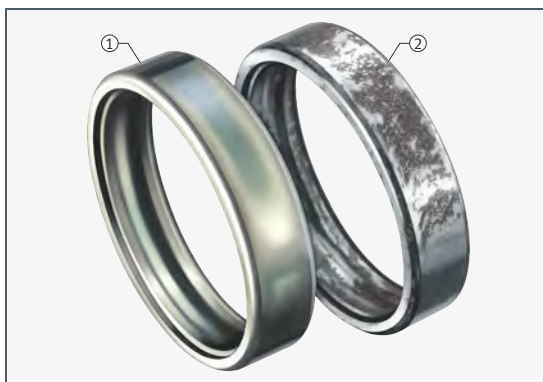


### Korrosionsschutzschichten

Beim Zutritt von Wasser bzw. Luftfeuchtigkeit neigen Stähle zur Korrosion. Rostfreie Edelstähle lassen sich vielfach nicht auf die erforderlichen Härten vergüten bzw. verlieren beim Härteprozess ihre korrosionshemmenden Eigenschaften. Hier können Korrosionsschutzbeschichtungen, vor allem auf Basis von Zink und Zinklegierungen helfen.

**Bild 39**  
Lagerringe nach 24 h Prüfstand im Salzsprühnebeltest

- ① Beschichtet mit Zinklegierungsschicht
- ② Unbeschichtet

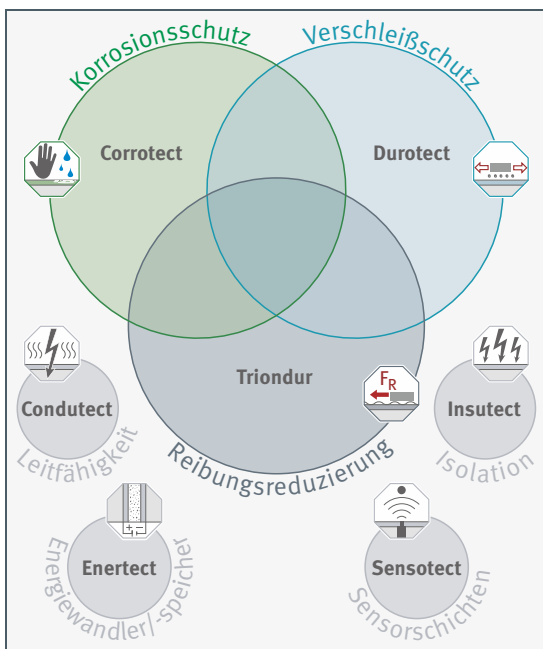


**Isolationsschichten** Wälzlager können durch Stromdurchfluss geschädigt werden. Die aus Stromdurchgang resultierenden Schäden können zum Ausfall des Lagers führen. Zum Schutz vor elektrischem Strom gibt es unterschiedliche etablierte Lösungen, die je nach Lagergröße und -bauart zum Einsatz kommen. Es werden Lösungen in Form von Beschichtungen oder auch glasfaserverstärkte Kunststoffgehäuse eingesetzt.

**Beschichtungsbaukasten** Für die Auswahl von Schichten für die verschiedenen Problembereiche hat Schaeffler einen Beschichtungsbaukasten entwickelt.

Der gezeigte Beschichtungsbaukasten soll die Auswahl geeigneter Schichten erleichtern.

**Bild 40**  
Schichtsysteme und  
ihre Anwendungsgebiete





### **Corrotect**

Unter Corrotect werden sämtliche Schichtsysteme geführt, die primär zum Schutz vor Korrosion (Schicht- und Grundmetallkorrosion) eingesetzt werden. Die Herstellung erfolgt je nach Schichtsystem mittels elektrochemischem Verfahren (galvanisch), als Lackierung oder durch thermisches Spritzen.

### **Durotect**

Diese Schichtsysteme werden primär in Anwendungen eingesetzt, welche Verschleißschutz, Reibungsreduzierung oder beides fordern. Die Herstellung erfolgt je nach Schichtsystem mittels chemischem oder elektrochemischem Verfahren, als Lackierung oder durch thermisches Spritzen.

### **Triondur**

Triondur-Schichtsysteme bieten die beste Kombination von Verschleißschutz und Reibungsreduzierung für tribomechanisch sehr hoch beanspruchte Bauteile. Die Herstellung erfolgt im Vakuum mittels PVD- oder plasmaunterstütztem CVD-Verfahren.

### **Insutect**

Unter Insutect werden Schichtsysteme geführt, die primär zur Stromisolation eingesetzt werden. Die Herstellung erfolgt durch thermisches Spritzen.

### **Sensotect**

Sensotect ist eine sensorische Beschichtung, die eine Funktionserweiterung von Bauteilen ermöglicht. Dies ist insbesondere im Zusammenhang mit den Themen Industrie 4.0 und Digitalisierung von Bedeutung. Dieses Schichtsystem wird zur kontinuierlichen Kraft- und Drehmomentenmessung an zwei- und dreidimensionalen Bauteilgeometrien eingesetzt. Die Besonderheit besteht darin, dass die Sensorik mittels PVD-Technologie und anschließender Laserstrukturierung direkt auf die Bauteiloberfläche aufgebracht wird.

### **Enertect**

Schichtsysteme für Energiewandler und -speicher

### **Conductect**

Schichtsysteme für die elektrische und thermische Leitfähigkeit sowie EMV-Abschirmung

**Anwendungsbeispiele** Für verschiedene Anwendungen hat Schaeffler geeignete Schichtsysteme entwickelt. Die daraus resultierenden Empfehlungen werden im Folgenden vorgestellt.

### Empfehlungen für tribologische Schichten

#### Reibungsreduzierung und Verschleißschutz

Leichtlauf und Verschleißbeständigkeit bestimmen im Wesentlichen die Qualität eines Wälzagers. Ein niedriger Reibkoeffizient reduziert den Energieaufwand und den Bedarf an Schmierstoff. Damit verbunden ist ein geringerer mechanischer Verschleiß, die Gebrauchsdauer des Lagers steigt. Die verschiedenen Verschleißarten (abrasiv, adhäsiv, tribochemisch) erfordern unterschiedliche Maßnahmen.

Schutz gegen **abrasiven** Verschleiß:

- Hohe Oberflächenqualität (hohe Härte, geringe Rauheitsspitzen) erforderlich
- Schutz der Kontaktpartner durch besonders harte Beschichtungen (Härte größer 2 000 HV), die mittels PVD (Physical Vapor Deposition) oder PACVD (Plasma Assisted Chemical Vapor Deposition) aufgebracht werden
- Hohe Reibung kann durch reibungsreduzierende Schichten, wie zum Beispiel DLC (Diamond Like Carbon) oder PTFE (Polytetrafluoräthylen) verringert werden.
- Auch galvanische Schichten wie Chrom oder NiP, die durch Härten über der des Grundwerkstoffs liegen

Schutz gegen **adhäsiven** Verschleiß:

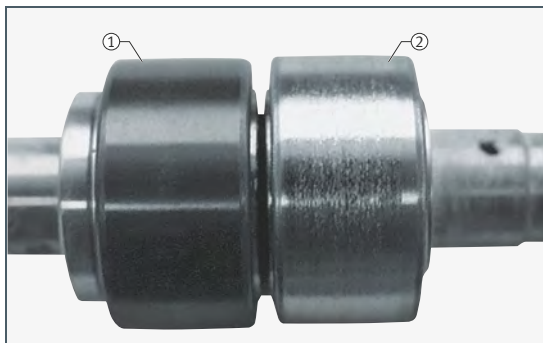
- Tritt vor allem bei Kontaktpartnern mit ähnlichen Bindungseigenschaften, wie Metall auf Metall, auf.
- Zur Vermeidung dieses Verschleißes (typisch: Schlupfschäden) reicht es aus, oberflächennah die Bindungsart durch die Beschichtung eines Kontaktpartners zu ändern.
- Abhilfe durch eine gezielte Oxidation der Metalloberfläche mittels Brünieren
- Durch die Beschichtung mit einer amorphen Kohlenstoffschicht kann ein kovalenter Bindungscharakter an der Oberfläche eingestellt werden.

Schutz gegen Verschleiß durch **Tribochemie**:

- Ähnliche Lösungen wie zur Vermeidung von adhäsivem Verschleiß
- Tribochemische Reaktionen können durch geeignete Beschichtungen unterbunden werden, zum Beispiel Phosphatieren einer Oberfläche.
- Zur Verbesserung der Gleitreibungskontakte werden Lagerkäfige galvanisch mit Silber oder Kupfer beschichtet. Damit ist auch Verhinderung von Passungsrost möglich.

**Bild 41**  
Vergleich beschichteter  
und unbeschichteter  
Kurvenrollen

- ① Mit Triondur C  
beschichtet:  
keinerlei Verschleiß
- ② Unbeschichtet:  
adhäsiver Verschleiß  
auf der Laufbahn und  
dem Gegenkörper



### Empfehlungen für korrosionshindernde Schichten

Korrodierte Lagerteile – infolge von Kontakt mit Wasser oder Luftfeuchtigkeit – können bei Standardlagern zu Funktionsstörungen, einem geringen Wirkungsgrad und zum frühzeitigen Ausfall führen. Rostbeständige Wälzagerstähle schaffen Abhilfe, sind jedoch teuer. Die wirtschaftlichere Variante bei mittlerer Korrosionsbelastung ist deshalb häufig die Kombination eines Standardwälzagerstahls mit entsprechender Beschichtung. Folgende Beschichtungen haben sich bewährt:

- Zinkphosphatierung mit Beölung (bei geringen Anforderungen)
- Extrem dünne Zinkschichtlegierungen, galvanisch aufgebracht
- Kolumnare Dünnschichtverchromung als verschleiß- und überrollfeste Korrosionsschutzschicht
- Nickel-Phosphor-Schichten (stromlos abgeschieden) bei sehr korrosiven Medien wie Säuren und Laugen

**Hauptfunktion** Die folgende Tabelle zeigt Corrotect-Schichtsysteme für Korrosionsschutz.  
**Korrosionsschutz**

Schichtsystem	Zusammensetzung	Hauptfunktion			Zusatzfunktion	Haupteinsatzgebiet, Besonderheit
		Korrosionsschutz	Verschleißschutz	Reibungsreduzierung		
Corrotect A*	Zink-Eisen Dünnschicht	X			–	Riementrieb, Schaltwellen, Lager, Lagerkomponenten
Corrotect N*	Zink-Eisen Dünnschicht	X			–	Riementrieb, Arretierungen
Corrotect ZI	Zink-Eisen	X			–	Riementrieb, Lagerkomponenten, Schrauben mit mittleren Korrosionsschutzanforderungen
Corrotect ZN	Zink-Nickel	X			–	Riementrieb, Lagerkomponenten, Schrauben mit hohen Korrosionsschutzanforderungen
Corrotect ZK	Zink	X			–	einfache Korrosionsschutzanwendungen
Corrotect ZF	Zink-Lamellen	X			–	Fahrwerktechnik, Komponenten, Schrauben und Sicherheitsbauteile mit hoher Zugfestigkeit
Corrotect P	Lacksysteme	X			je nach Schichtvariante stromisolierend	Gehäuse, Flansche, Drehverbindungen, Verbindungselemente, Hauptlager
Corrotect CTN	Kupfer-Zinn-Nickel-Kombination	X			Verschleißschutz aufgrund der Härte der Beschichtung	Korrosionsschutz in maritimen Anwendungen
Corrotect H	Zink oder Zink-Aluminium	X			–	Korrosionsschutz für Innen- und Außenringe bei Großlagern, Drehverbindungen, Hauptlager, Generatorlager
Corrotect HP	Zink oder Zink-Aluminium mit Topcoat	X			–	Korrosionsschutz für Innen- und Außenringe bei Großlagern, Drehverbindungen, Hauptlager, Generatorlager

**Hauptfunktion Verschleißschutz und Reibungsreduzierung** Die folgende Tabelle zeigt Durotect-Schichtsysteme für Verschleißschutz und Reibungsreduzierung.

Schichtsystem	Zusammensetzung	Hauptfunktion			Zusatzfunktion	Haupteinsatzgebiet, Besonderheit
		Korrosionsschutz	Verschleißschutz	Reibungsreduzierung		
Durotect B	Eisenmischoxid			X	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ verbessertes Einlaufverhalten</li> <li>■ reduziert Schlupfschäden</li> <li>■ kurzzeitiger Korrosionsschutz (zum Beispiel für den Transport)</li> <li>■ verringert WEC-bedingte Ausfälle</li> </ul>	Riemtrieb, Schaltwellen, Lager, Lagerkomponenten
Durotect Z	Zinkphosphat			X	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ kurzzeitiger Korrosionsschutz (zum Beispiel für den Transport)</li> <li>■ Schutz gegen Passungsrost</li> <li>■ geeignet bei Schiebesitzen</li> <li>■ Haftschrift für Lacke, Seifen, Öle, Vulkanisierung</li> </ul>	Aerospace, Linearführungen, Lager, Lagerkomponenten
Durotect M	Manganphosphat			X	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ verbessertes Einlaufverhalten</li> <li>■ kurzzeitiger Korrosionsschutz (zum Beispiel für den Transport)</li> <li>■ Notlaufschmierung</li> <li>■ Trägerschicht für Trockenschmierstoffe</li> </ul>	Aerospace, Lagerkomponenten
Durotect CK	kolumnare Dünnschichtverchromung		X		<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Korrosionsschutz möglich, abhängig von der Anwendung</li> <li>■ leicht verringerte Reibung</li> <li>■ reduziert Passungsrost</li> </ul>	Lineartechnik, Aerospace, Schwingsieblager, Spindellager
Durotect CK <sup>+</sup>	kolumnare Dünnschichtverchromung und Chrommischoxid	X	X	X	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ reduziert Passungsrost</li> </ul>	Lagerkomponenten, Lineartechnik
Durotect CM, Durotect CMT	mikrorissige Dünnschichtverchromung		X		<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Korrosionsschutz möglich, abhängig von der Anwendung</li> <li>■ leicht verringerte Reibung</li> </ul>	Nadellager, Lager- und Motorenkomponenten

Fortsetzung der Tabelle siehe Seite 564.

Fortsetzung der Tabelle Hauptfunktion Verschleißschutz und Reibungsreduzierung von Seite 563.

Schichtsystem	Zusammensetzung	Hauptfunktion			Zusatzfunktion	Haupteinsatzgebiet, Besonderheit
		Korrosionsschutz	Verschleißschutz	Reibungsreduzierung		
Durotect NP	Nickel-Phosphor	X	X		<ul style="list-style-type: none"> <li>Reibungsreduzierung durch Zusätze von PTFE</li> </ul>	Hülsen, Führungsringsegmente
Durotect C	Kupfer			X	<ul style="list-style-type: none"> <li>Notlaufschmierung</li> <li>Ableitung von Reibungswärme</li> </ul>	Käfige in Lagern mit hohen Drehzahlen
Durotect S	Silber			X	<ul style="list-style-type: none"> <li>Notlaufschmierung</li> <li>Ableitung von Reibungswärme</li> </ul>	Aerospace, Linearführungen, Lagerkomponenten, Käfige in Lagern mit hohen Drehzahlen
Durotect H	Chromstahl oder Manganstahl		X		–	zur Maßkorrektur von Wälzlagererringen
Durotect HT	verschiedene Varianten		X		<ul style="list-style-type: none"> <li>Haftreibungserhöhung (statisch oder dynamisch)</li> </ul>	Synchronringe, Innenringe, Zwischenringe
Durotect HA	Hartanodisation (Al)	X	X		<ul style="list-style-type: none"> <li>Stromisolation</li> </ul>	Schiebehülsen, Lagerkäfige, Gehäusekomponenten
Durotect CT	Kupfer-Zinn(-Bronze)-Kombination	X	X		<ul style="list-style-type: none"> <li>Korrosionsschutz</li> <li>Sicherheit gegen Anschmieren und Fressen</li> <li>Notlaufeigenschaften bei Mangelschmierung</li> </ul>	Linearführungen
Durotect P	polymerbasierte Beschichtung			X	<ul style="list-style-type: none"> <li>Schutz gegen Passungsrost</li> <li>Stromisolation</li> </ul>	Lagerringe, Führungshülsen, Käfige

**Hauptfunktion tribomechanisch hochbeanspruchte Oberflächen** Die folgende Tabelle zeigt Triondur-Schichtsysteme für tribomechanisch hochbeanspruchte Oberflächen.

Schichtsystem	Zusammensetzung	Hauptfunktion			Zusatzfunktion	Haupteinsatzgebiet, Besonderheit
		Korrosionsschutz	Verschleißschutz	Reibungsreduzierung		
Triondur C	a-C:H:Me (metall- und wasserstoffhaltige amorphe Kohlenstoffschicht)		X	X	Reduzierung von Schlupfschäden	Lagerkomponenten, Motorelemente
Triondur C <sup>+</sup>	a-C:H (wasserstoffhaltige amorphe Kohlenstoffschicht)		X	X	–	Motorelemente, Lagerkomponenten
Triondur CX <sup>+</sup>	a-C:H:X (modifizierte, wasserstoffhaltige amorphe Kohlenstoffschicht)		X	X	–	Motorelemente, Lagerkomponenten, nanostrukturiert, beste Kombination aus Reibungsreduzierung und Verschleißschutz
Triondur CH	ta-C (tetraedrische, wasserstofffreie amorphe Kohlenstoffschicht)		X	X	–	Motorelemente, Reibungsreduzierung mit entsprechendem Schmierstoff, höchste Verschleißbeständigkeit aller Schichtsysteme
Triondur CN	Cr <sub>x</sub> N		X	X	–	Ventiltriebkomponenten
Triondur TN	Titannitrid TiN		X		–	Lagerkomponenten, Bordflächen
Triondur MN	CuMoN (nitridische Hartstoffschicht)		X	X	Erhöhung der Temperaturbeständigkeit	Motorelemente, Lagerkomponenten, nanostrukturiert, Verschleißschutz und Reibungsreduzierung unter tribomechanischer Belastung

### Empfehlungen für elektrisch isolierende Schichten

Zur Vermeidung von Wälzlerschäden aufgrund von Stromdurchgang können Mantelflächen und Stirnseiten der Lagerringe mit isolierenden keramischen Schichten versehen werden, siehe Bild 42.

Die Stromisolation wird über eine Plasmaspritzbeschichtung des Außendurchmessers und der Seitenflächen beim Außenring beziehungsweise der Bohrung und Seitenflächen beim Innenring erreicht. Die Isolationschicht besteht aus Aluminiumoxid, dessen Poren zum Schutz gegen eindringende Feuchtigkeit mit einem Harz versiegelt sind.

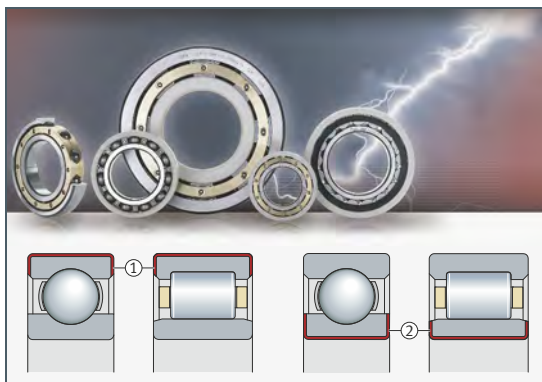
### Hauptfunktion Stromisolation

Die folgende Tabelle zeigt Merkmale des Insutect-Schichtsystems zur Stromisolation.

Schichtsystem	Zusammensetzung	Hauptfunktion	Haupteinsatzgebiet Besonderheit
Insutect A	Aluminiumoxid	Stromisolation	Schienerfahrzeuge, Elektromotoren, Generatoren

**Bild 42**  
Stromisolierte Lager

- ① Beschichtung von Außenring
- ② Beschichtung von Innenring



Vorteile beschichteter Lager:

- Hohe Isolation, selbst in feuchter Umgebung durch spezielle Versiegelung
- Die Außenabmessungen des Lagers entsprechen den Maßen nach DIN 616 und sind somit austauschbar gegen Standardlager.
- Die Durchschlagsfestigkeit wird bei dünnen Schichten bis 500 VDC, bei dicken Schichten bis mindestens 1000 VDC garantiert.



### Empfehlungen für sensorische Schichten

Die innovative Dünnschichtsensorik Sensotect erlaubt bauraumneutral und in Echtzeit die Messung des Belastungszustands an Orten, an denen klassische Sensoren wie geklebte Dehnungsmessstreifen nicht eingesetzt werden können.

Bei Sensotect handelt es sich um eine Submikrometer-dünne, dehnungsempfindliche Metallbeschichtung, die durch Mikrobearbeitung strukturiert wird. Diese Messstruktur ermöglicht eine kontinuierliche Kraft- und Drehmomentmessung während des Betriebs.

### Hauptfunktion Sensorik

Die folgende Tabelle zeigt Merkmale des Sensotect-Schichtsystems zur Kraft- und Drehmomentmessung.

Schichtsystem	Zusammensetzung	Hauptfunktion	Haupteinsatzgebiet, Besonderheit
Sensotect	Mehrschichtsystem aus Isolationsschicht und dehnungsempfindlicher PVD-Beschichtung	Kraft- und Drehmomentmessung	Wälzlager, Tretlager, Radlager, Wellen, Biegebalken

**Bild 43**  
Radlager mit Sensotect-Beschichtung



Vorteile mit Sensotect:

- Sehr genaue Kraft- und Momentmessung auf Funktionsbauteilen, bei denen die Möglichkeiten konventioneller Methoden begrenzt sind.
- Sensorschicht wird direkt auf die Substratoberfläche abgeschieden.
- Messung an 2-D- und 3-D-Geometrien möglich
- Bauraumneutrale Sensorik
- Kein Einsatz von Klebstoffen und Transferpolymeren
- Kontinuierliche Kraft- und Momentmessung im Betrieb
- Hohe Sensitivität bei sehr geringer Hysterese- und Linearitätsabweichung
- Keine Temperaturabweichungen
- Keine Alterungseffekte
- Drahtlose Daten- und Energieübertragung (Telemetrie)

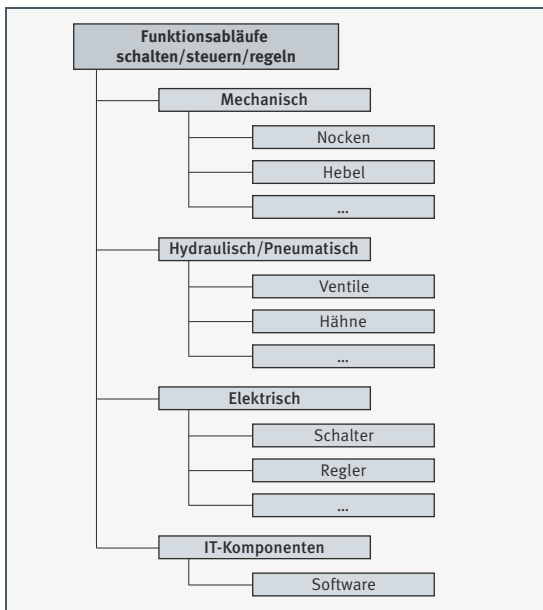
## Funktionsabläufe schalten/steuern/regeln

### Übersicht

Technische Systeme müssen verschiedene Funktionsabläufe umsetzen, um die geforderten Betriebszustände erreichen zu können. Dazu müssen Teilsysteme beziehungsweise das Gesamtsystem in geeigneter Form geschaltet, gesteuert und geregelt werden.

Neben den klassischen mechanischen und hydraulischen/pneumatischen Systemen spielen hier heute die elektronischen und IT-basierten Systeme und Komponenten eine entscheidende Rolle. Letztere stellen bei modernen mechatronischen Systemen die informationsverarbeitende Komponente des Gesamtsystems dar.

**Bild 44**  
Funktionsabläufe  
schalten/steuern/regeln  
– Übersicht



## Elemente rotatorisch führen – Wälzlager

Drehlager erlauben rotatorische Relativbewegungen. Sie können in einer Richtung umlaufend oder oszillierend sein.

### Trag- und Führungsfunktion

Rotatorische Wälzlager haben die Aufgabe (Funktion), Teile, die relativ zueinander beweglich sind, zu führen und gegenüber der Umgebung abzustützen. Dabei nehmen sie Kräfte auf und übertragen diese in die Anschlusskonstruktion. Sie übernehmen damit Trag- und Führungsaufgaben und stellen so die Verbindung zwischen ruhenden und bewegten Maschinenteilen her.

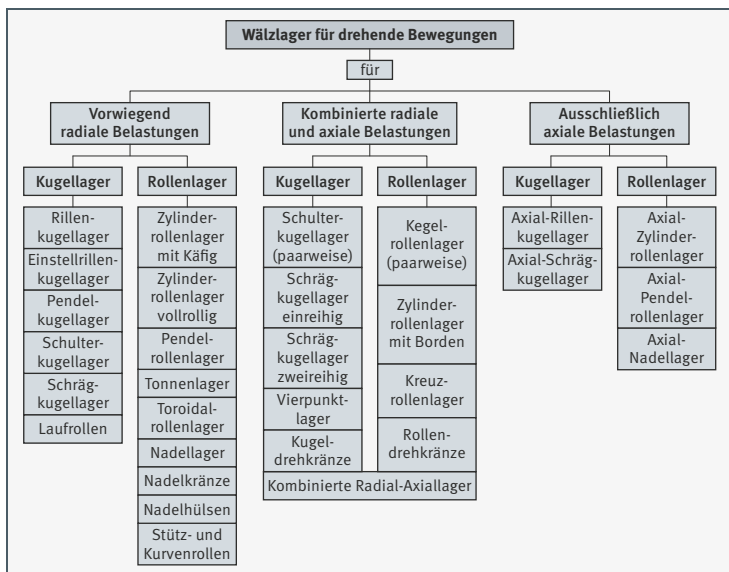
**Funktion Tragen** Die Funktion „Tragen“ beinhaltet, Kräfte und Momente zwischen den relativ zueinander bewegten Teilen zu übertragen.

**Funktion Führen** Bei der Funktion „Führen“ steht im Vordergrund, die Position relativ zueinander bewegter Teile in angemessener (meist hoher) Genauigkeit festzulegen.

**Hauptanforderungen an die Lager** Die technische Realisierung orientiert sich an den beiden Hauptanforderungen:

- Die Funktion muss sichergestellt sein beziehungsweise möglichst lange erfüllt werden.
- Der Bewegungswiderstand (Lagerreibung) soll möglichst gering sein, um den Energieaufwand für die Bewegung zu verringern (Energieeffizienz).

**Übersicht gängiger Wälzlager** Eine Übersicht gängiger Lagerarten für drehende Bewegungen zeigt folgendes Schema, deren detaillierte Beschreibung folgt ab Seite 650.



- Dimensionierung und Gestaltung von Wälzlagerungen** Die Gestaltung von Wälzlagerungen erfordert, eine Vielzahl von Faktoren zu berücksichtigen. Dazu gehören die Schritte:
- Wahl der Lagerbauart und -anordnung
  - Bestimmung der Lagergröße
  - Gestaltung der Lagerstelle
  - Festlegung der Schmierung
  - Überlegungen zum Ein- und Ausbau
- Ziele und Einflussgrößen** Lange Gebrauchsdauer, hohe Zuverlässigkeit und Wirtschaftlichkeit sind wesentliche Ziele bei der Gestaltung einer Wälzlagerung. Um sie zu erreichen, müssen die Konstrukteure in einem Lastenheft alle Bedingungen und Anforderungen erfassen, die die Lagerung beeinflussen.
- Beim Entwurf sind nicht nur die richtige Lagerbauart, Lagerausführung und Lageranordnung zu wählen. Vielmehr müssen auch die Umgebungsteile, also Welle, Gehäuse und Befestigungsteile, die Abdichtung und besonders die Schmierung auf die im Lastenheft erfassten Einflüsse abgestimmt werden.
- Auslegungsdaten** Bekannt sein sollten folgende Daten:
- Maschine, Gerät und Einbaustellen der Lager (Skizze)
  - **Betriebsbedingungen**  
(Belastung, Drehzahl, Einbauraum, Temperatur, Umgebungsbedingungen, Wellenanordnung, Steifigkeit der angrenzenden Bauteile)
  - **Anforderungen**  
(Lebensdauer, Genauigkeit, Geräusch, Reibung und Betriebstemperatur, Schmierung und Wartung, Montage und Demontage)
  - **Kommerzielle Daten**  
(Liefertermine, Stückzahlen, Kosten)
- Technische Grundlagen** Die folgenden Kapitel geben einen Überblick über die technischen Grundlagen, die bei der Auslegung einer Lagerung zu berücksichtigen sind:
- Dimensionierung – Tragfähigkeit und Lebensdauer, Seite 571
  - Drehzahlen, Seite 599
  - Geräusch, Seite 604
  - Schmierung, Seite 606
  - Lagerdaten, Seite 614
  - Gestaltung der Lagerung, Seite 625
- Neben den überschlägigen Berechnungsvorgaben in den Printkatalogen stehen für genauere Berechnungen der Lagerung Online-Programme der Schaeffler Gruppe wie → **Bearinx** und → **medias** zur Verfügung.
- Am Ende des Kapitels wird in verschiedenen Anwendungen beispielhaft die Gestaltung von Lagerungen vorgestellt.

### **Dimensionierung – Tragfähigkeit und Lebensdauer**

Grundlage der in ISO 281 genormten Lebensdauer-Berechnung ist die Ermüdungstheorie von Lundberg und Palmgren, die immer zu einer endlichen Lebensdauer führt. Zeitgemäße Lager hoher Qualität können jedoch bei günstigen Betriebsbedingungen die errechneten Werte der nominellen Lebensdauer erheblich übertreffen. Ioannides und Harris haben dazu ein Modell über die Ermüdung im Wälzkontakt entwickelt, das die Theorie von Lundberg und Palmgren erweitert und die Leistungsfähigkeit moderner Lager besser beschreibt.

Das Verfahren der „Erweiterten Berechnung der modifizierten Lebensdauer“ berücksichtigt die folgenden Einflüsse:

- Die Höhe der Lagerbelastung
- Die Ermüdungsgrenze des Werkstoffs
- Den Grad der Oberflächentrennung durch den Schmierstoff
- Die Sauberkeit im Schmierpalt
- Die Additivierung des Schmierstoffs
- Die innere Lastverteilung und die Reibungsverhältnisse im Lager

Die Einflüsse, besonders die der Verunreinigungen, sind sehr komplex! Für eine genaue Beurteilung ist sehr viel Erfahrung notwendig! Die Tabellen und Diagramme stellen nur Anhaltswerte dar!

### **Bestimmung der Lagergröße**

Die erforderliche Größe eines Wälzlagers ist von folgenden Anforderungen abhängig:

- Lebensdauer
- Tragfähigkeit (Belastbarkeit)
- Betriebssicherheit

### **Dynamische Tragfähigkeit und Lebensdauer**

Das Ermüdungsverhalten des Werkstoffs bestimmt die dynamische Tragfähigkeit des Wälzlagers. Das Maß für die dynamische Tragfähigkeit sind die dynamischen Tragzahlen, diese basieren auf DIN ISO 281.

Die dynamische Tragfähigkeit wird beschrieben durch die dynamische Tragzahl  $C$  und die nominelle Lebensdauer.

Die Ermüdungslebensdauer hängt ab von:

- Der Belastung
- Der Betriebsdrehzahl
- Der statistischen Zufälligkeit des ersten Schadenseintritts

Für umlaufende Wälzlager gilt die dynamische Tragzahl  $C$ . Sie ist:

- Bei Radiallagern eine konstante Radiallast  $C_r$
- Bei Axiallagern eine zentrisch wirkende, konstante Axiallast  $C_a$

Die dynamische Tragzahl  $C$  ist die Belastung unveränderlicher Größe und Richtung, bei der eine genügend große Menge gleicher Lager eine nominelle Lebensdauer von einer Million Umdrehungen erreicht.

### Berechnung der Lebensdauer

Verfahren zur Berechnung der Lebensdauer sind die:

- Nominelle Lebensdauer  $L_{10}$  und  $L_{10h}$  nach ISO 281
- Modifizierte Lebensdauer  $L_{na}$  nach DIN ISO 281:1990 (nicht mehr Bestandteil der ISO 281:2007)
- Erweiterte modifizierte Lebensdauer  $L_{nm}$  nach ISO 281, siehe Seite 573

### Nominelle Lebensdauer Gleichung 31

Die nominelle Lebensdauer  $L_{10}$  und  $L_{10h}$  ergibt sich aus:

$$L_{10} = \left( \frac{C}{P} \right)^p$$

### Gleichung 32

$$L_{10h} = \frac{16\,666}{n} \cdot \left( \frac{C}{P} \right)^p$$

### Legende

$L_{10}$   $10^6$  Umdrehungen  
Nominelle Lebensdauer in Millionen Umdrehungen, die von 90% einer genügend großen Menge gleicher Lager erreicht oder überschritten wird, bevor die ersten Anzeichen einer Werkstoffermüdung auftreten

$L_{10h}$   $h$   
Nominelle Lebensdauer in Betriebsstunden entsprechend der Definition für  $L_{10}$

$C$   $N$   
Dynamische Tragzahl

$P$   $N$   
Dynamische äquivalente Lagerbelastung für Radial- und Axiallager

$p$   $-$   
Lebensdauerexponent;  
für Rollenlager:  $p = 10/3$   
für Kugellager:  $p = 3$

$n$   $\text{min}^{-1}$   
Betriebsdrehzahl (Nennzahl).

### Dynamische äquivalente Lagerbelastung

Die dynamische äquivalente Lagerbelastung  $P$  ist ein rechnerischer Wert. Dieser Wert ist eine in Größe und Richtung konstante Radiallast bei Radiallagern oder Axiallast bei Axiallagern. Eine Belastung mit  $P$  ergibt die gleiche Lebensdauer wie die tatsächlich wirkende kombinierte Belastung.

### Gleichung 33

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

### Legende

$P$   $N$   
Dynamische äquivalente Lagerbelastung

$F_r$   $N$   
Radiale Lagerbelastung

$F_a$   $N$   
Axiale Lagerbelastung

$X$   $-$   
Radiallastfaktor  
Produkttabellen siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager

$Y$   $-$   
Axiallastfaktor  
Produkttabellen siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager.

Diese Berechnung ist nicht anwendbar für Radial-Nadellager sowie Axial-Nadellager und Axial-Zylinderrollenlager! Bei diesen Lagern sind kombinierte Belastungen nicht zulässig!

**Erweiterte modifizierte Lebensdauer** Die Berechnung der erweiterten modifizierten Lebensdauer  $L_{nm}$  war in DIN ISO 281 Beiblatt 1 genormt. Seit 2007 ist sie in der weltweiten Norm ISO 281 genormt. Die computerunterstützte Berechnung nach DIN ISO 281 Beiblatt 4 ist seit 2008 in ISO/TS 16281 spezifiziert und seit 2010 in DIN 26281 genormt.

$L_{nm}$  wird berechnet nach:

**Gleichung 34**

$$L_{nm} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot L_{10}$$

**Legende**

$L_{nm}$   $10^6$  Umdrehungen  
Erweiterte modifizierte Lebensdauer  
in Millionen Umdrehungen nach  
ISO 281:2007

$a_1$  –  
Lebensdauerbeiwert für eine Erlebens-  
wahrscheinlichkeit, die von 90%  
abweicht, siehe nachfolgende Tabelle

$a_{ISO}$  –  
Lebensdauerbeiwert für die Betriebs-  
bedingungen

$L_{10}$   $10^6$  Umdrehungen  
Nominelle Lebensdauer,  
siehe Seite 572.

### Lebensdauerbeiwert $a_1$

Die Werte für den Lebensdauerbeiwert  $a_1$  wurden in ISO 281:2007 neu festgelegt und unterscheiden sich von den bisherigen Angaben.

Erlebens- wahrscheinlichkeit	Erweiterte modifizierte Lebensdauer	Lebensdauerbeiwert
%	$L_{nm}$	$a_1$
90	$L_{10m}$	1
95	$L_{5m}$	0,64
96	$L_{4m}$	0,55
97	$L_{3m}$	0,47
98	$L_{2m}$	0,37
99	$L_{1m}$	0,25
99,2	$L_{0,8m}$	0,22
99,4	$L_{0,6m}$	0,19
99,6	$L_{0,4m}$	0,16
99,8	$L_{0,2m}$	0,12
99,9	$L_{0,1m}$	0,093
99,92	$L_{0,08m}$	0,087
99,94	$L_{0,06m}$	0,08
99,95	$L_{0,05m}$	0,077

### Lebensdauerbeiwert $a_{ISO}$

Das genormte Rechenverfahren für den Lebensdauerbeiwert  $a_{ISO}$  berücksichtigt im Wesentlichen:

- Die Belastung des Lagers
- Den Schmierzustand (Viskosität und Art des Schmierstoffs, Drehzahl, Lagergröße, Additivierung)
- Die Ermüdungsgrenze des Werkstoffs
- Die Bauart des Lagers
- Die Eigenspannung des Werkstoffs
- Die Umgebungsbedingungen
- Die Verunreinigung des Schmierstoffs

#### Gleichung 35

$$a_{ISO} = f \left[ \frac{e_C \cdot C_u}{P}, \kappa \right]$$

#### Legende

$a_{ISO}$  –  
Lebensdauerbeiwert für Betriebsbedingungen, siehe Bild 45, Seite 575 bis Bild 48, Seite 576

$e_C$  –  
Lebensdauerbeiwert für Verunreinigung, siehe Tabelle Verunreinigungsbeiwert  $e_C$ , Seite 579

$C_u$  N  
Ermüdungsgrenzbelastung

P N  
Dynamische äquivalente Lagerbelastung

$\kappa$  –  
Viskositätsverhältnis, siehe Seite 577  
Für  $\kappa > 4$  ist mit  $\kappa = 4$  zu rechnen.  
Für  $\kappa < 0,1$  ist dieses Rechenverfahren nicht anwendbar.

Nach ISO 281 können EP-Additive im Schmierstoff auf folgende Art berücksichtigt werden:

- Bei einem Viskositätsverhältnis  $\kappa < 1$  und einem Verunreinigungsbeiwert  $e_C \geq 0,2$  kann bei Verwendung von Schmierstoffen mit nachgewiesenen wirksamen EP-Additiven mit dem Wert  $\kappa = 1$  gerechnet werden. Bei starker Verschmutzung (Verunreinigungsbeiwert  $e_C < 0,2$ ) ist die Wirksamkeit der Additivierung unter diesen Verschmutzungsbedingungen nachzuweisen. Der Nachweis der Wirksamkeit der EP-Additive kann in der realen Anwendung oder in einem Wälzlager-Prüfgerät FE8 nach DIN 51819-1 erfolgen.
- Wird bei nachgewiesenen wirksamen EP-Additiven mit dem Wert  $\kappa = 1$  gerechnet, ist der Lebensdauerbeiwert auf  $a_{ISO} \leq 3$  zu begrenzen. Falls der für das tatsächliche  $\kappa$  berechnete Wert  $a_{ISO}$  größer als 3 ist, kann mit diesem Wert gerechnet werden.
- Für praktische Betrachtungen ist der Lebensdauerbeiwert auf  $a_{ISO} \leq 50$  zu begrenzen. Dieser Grenzwert gilt ebenfalls, wenn  $e_C \cdot C_u / P > 5$  ergibt.

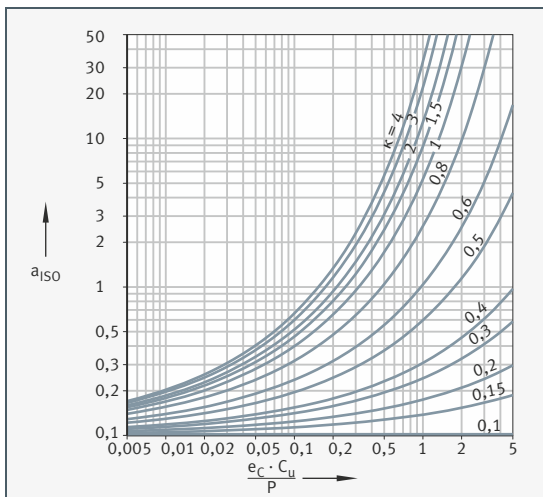


In folgenden Grafiken ist der Lebensdauerbeiwert  $a_{ISO}$  für verschiedene Lager dargestellt.

**Bild 45**

Lebensdauerbeiwert  $a_{ISO}$   
für Radial-Rollenlager

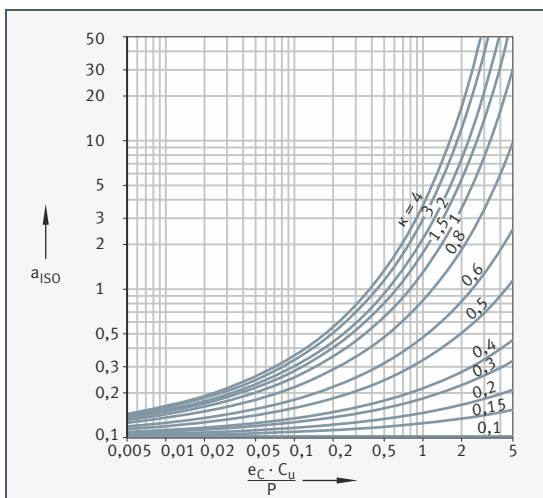
- $a_{ISO}$  = Lebensdauerbeiwert
- $C_u$  = Ermüdungsgrenzbelastung
- $e_c$  = Verunreinigungsbeiwert
- $P$  = Dynamische äquivalente Lagerbelastung
- $\kappa$  = Viskositätsverhältnis



**Bild 46**

Lebensdauerbeiwert  $a_{ISO}$   
für Axial-Rollenlager

- $a_{ISO}$  = Lebensdauerbeiwert
- $C_u$  = Ermüdungsgrenzbelastung
- $e_c$  = Verunreinigungsbeiwert
- $P$  = Dynamische äquivalente Lagerbelastung
- $\kappa$  = Viskositätsverhältnis



Fortsetzung Grafiken zur Darstellung des Lebensdauerbeiwerts  $a_{ISO}$  für verschiedene Lager.

**Bild 47**

Lebensdauerbeiwert  $a_{ISO}$  für Radial-Kugellager

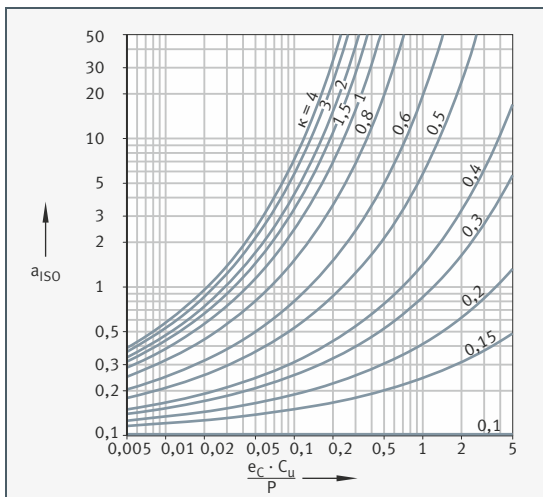
$a_{ISO}$  = Lebensdauerbeiwert

$C_u$  = Ermüdungsgrenzbelastung

$e_c$  = Verunreinigungsbeiwert

$P$  = Dynamische äquivalente Lagerbelastung

$\kappa$  = Viskositätsverhältnis



**Bild 48**

Lebensdauerbeiwert  $a_{ISO}$  für Axial-Kugellager

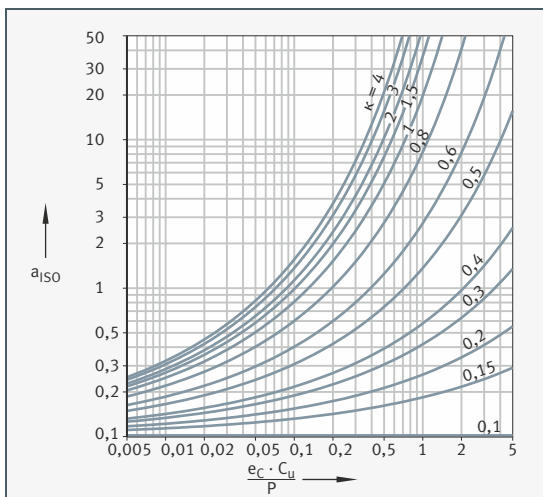
$a_{ISO}$  = Lebensdauerbeiwert

$C_u$  = Ermüdungsgrenzbelastung

$e_c$  = Verunreinigungsbeiwert

$P$  = Dynamische äquivalente Lagerbelastung

$\kappa$  = Viskositätsverhältnis



### Ermüdungsgrenzbelastung

Die Ermüdungsgrenzbelastung  $C_u$  nach ISO 281 ist definiert als die Belastung, unterhalb derer bei Laborbedingungen keine Ermüdung im Werkstoff auftritt.

### Viskositätsverhältnis

Das Viskositätsverhältnis  $\kappa$  ist ein Maß für die Güte der Schmierfilmbildung:

Gleichung 36

$$\kappa = \frac{\nu}{\nu_1}$$

#### Legende

$\nu$   $\text{mm}^2/\text{s}$   
Kinematische Viskosität des Schmierstoffs bei Betriebstemperatur

$\nu_1$   $\text{mm}^2/\text{s}$   
Bezugsviskosität des Schmierstoffs bei Betriebstemperatur.

Die Bezugsviskosität  $\nu_1$  wird mit Hilfe des mittleren Lagerdurchmessers  $d_M = (D+d)/2$  und der Betriebsdrehzahl  $n$  bestimmt, siehe Bild 49, Seite 578.

Die Nennviskosität des Öls bei +40 °C ergibt sich aus der geforderten Betriebsviskosität  $\nu$  und der Betriebstemperatur  $\vartheta$ , siehe Bild 50, Seite 578. Bei Schmierfetten ist die Betriebsviskosität  $\nu$  des Grundöls heranzuziehen.

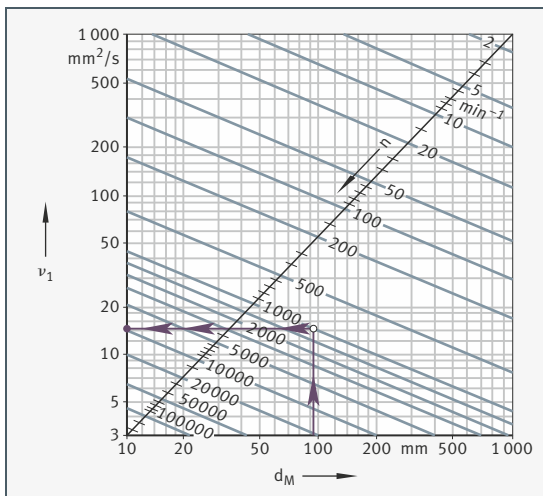
Bei hochbelasteten Lagern mit größeren Gleitanteilen kann die Temperatur im Kontaktbereich der Rollkörper bis 20 K höher sein als die am still stehenden Ring messbare Temperatur (ohne Einfluss von Fremderwärmung).

Für die Berücksichtigung der EP-Additive zur Berechnung der erweiterten modifizierten Lebensdauer  $L_{nm}$  siehe Seite 574!

In den folgenden Grafiken sind die Ermittlung der Bezugviskosität  $\nu_1$  und die Ermittlung der Betriebsviskosität  $\nu$  dargestellt.

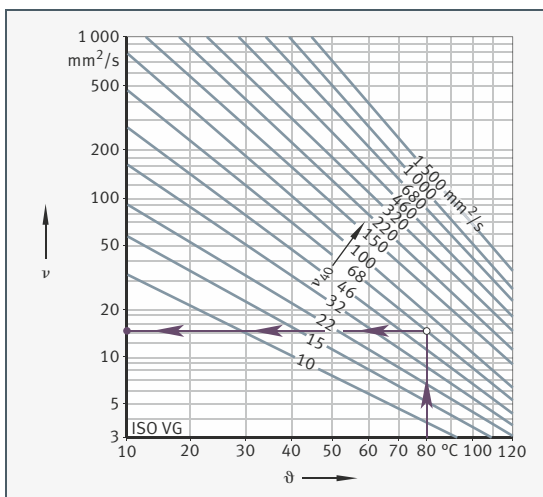
**Bild 49**  
Ermittlung  
der Bezugviskosität  $\nu_1$

$\nu_1$  = Bezugviskosität  
 $d_M$  = Mittlerer Lager-  
durchmesser  $(d + D)/2$   
 $n$  = Betriebsdrehzahl



**Bild 50**  
Ermittlung  
der Betriebsviskosität  $\nu$

$\nu$  = Betriebsviskosität  
 $\vartheta$  = Betriebstemperatur  
 $\nu_{40}$  = Viskosität  
bei +40 °C



## Lebensdauerbeiwert bei Verunreinigung $e_C$

Der Lebensdauerbeiwert bei Verunreinigung  $e_C$  berücksichtigt den Einfluss von Verunreinigungen im Schmierespalt auf die Lebensdauer.

Die verminderte Lebensdauer durch feste Partikel im Schmierespalt hängt ab von:

- Der Art, Größe, Härte und Menge der Partikel
- Der relativen Schmierfilmhöhe
- Der Lagergröße

Komplexe Wechselwirkungen zwischen diesen Einflussgrößen lassen nur grobe Anhaltswerte zu. Die Tabellenwerte gelten für Verunreinigungen durch feste Partikel (Beiwert  $e_C$ ). Nicht berücksichtigt sind andere Verschmutzungen wie Verunreinigungen durch Wasser oder andere Flüssigkeiten.

Bei starker Verschmutzung ( $e_C \rightarrow 0$ ) können die Lager durch Verschleiß ausfallen! Die Gebrauchsdauer liegt dann weit unter der berechneten Lebensdauer!

Für verschiedene Schweregrade von Verschmutzungen ergeben sich Verunreinigungsbeiwerte  $e_C$  nach folgender Tabelle:

Verschmutzung	Verunreinigungsbeiwert $e_C$	
	$d_M < 100 \text{ mm}^1$	$d_M \geq 100 \text{ mm}^1$
größte Sauberkeit n Partikelgröße in Größenordnung der Schmierfilmhöhe n Laborbedingungen	1	1
große Sauberkeit n Schmieröl feinstgefiltert n abgedichtete, be fettete Lager	0,8 bis 0,6	0,9 bis 0,8
normale Sauberkeit n Schmieröl feingefiltert	0,6 bis 0,5	0,8 bis 0,6
leichte Verunreinigungen n leichte Verunreinigungen im Schmieröl	0,5 bis 0,3	0,6 bis 0,4
typische Verunreinigungen n Lager mit Abrieb von anderen Maschinenelementen kontaminiert	0,3 bis 0,1	0,4 bis 0,2
starke Verunreinigungen n Umgebung der Lager stark verschmutzt n Lagerung unzureichend abgedichtet	0,1 bis 0	0,1 bis 0
Sehr starke Verunreinigungen	0	0

<sup>1)</sup>  $d_M$  = Mittlerer Lagerdurchmesser  $(d + D)/2$ .

### Äquivalente Betriebswerte

Die Lebensdauer-Gleichungen setzen voraus, dass die Lagerbelastung  $P$  und die Lagerdrehzahl  $n$  konstant sind. Sind Belastung und Drehzahl nicht konstant, können äquivalente Betriebswerte bestimmt werden, die die gleiche Ermüdung verursachen wie die tatsächlich wirkenden Beanspruchungen.

Die hier berechneten Betriebswerte berücksichtigen schon den Lebensdauerbeiwert  $a_{ISO}$ ! Dieser Beiwert  $a_{ISO}$  darf bei der Berechnung der erweiterten modifizierten Lebensdauer nicht mehr berücksichtigt werden! Falls nur eine nominelle Lebensdauer berechnet werden soll, so können die Terme  $1/a_{ISO}$  in den Gleichungen weggelassen werden.

### Veränderliche Belastung und Drehzahl

Verändern sich Belastung und Drehzahl im Zeitraum  $T$ , so gelten für die Drehzahl  $n$  und die äquivalente Lagerbelastung  $P$  (Erläuterung der verwendeten Bezeichnungen siehe Seite 582):

Gleichung 37

$$n = \frac{1}{T} \int_0^T n(t) \cdot dt$$

Gleichung 38

$$P = \sqrt[p]{\frac{\int_0^T \frac{1}{a_{ISO}(t)} \cdot n(t) \cdot F^P(t) \cdot dt}{\int_0^T n(t) \cdot dt}}$$

### Stufenweise Veränderung

Verändern sich Belastung und Drehzahl im Zeitraum  $T$  stufenweise, so gelten für  $n$  und  $P$ :

Gleichung 39

$$n = \frac{q_1 \cdot n_1 + q_2 \cdot n_2 + \dots + q_z \cdot n_z}{100}$$

Gleichung 40

$$P = \sqrt[p]{\frac{\frac{1}{a_{ISO i}} \cdot q_i \cdot n_i \cdot F_i^P + \dots + \frac{1}{a_{ISO z}} \cdot q_z \cdot n_z \cdot F_z^P}{q_i \cdot n_i + \dots + q_z \cdot n_z}}$$

### Veränderliche Belastung bei konstanter Drehzahl

Beschreibt die Funktion  $F$  die Veränderung der Belastung im Zeitraum  $T$  und ist die Drehzahl konstant, gilt für  $P$ :

Gleichung 41

$$P = p \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{a_{ISO}(t)} \cdot F^p(t) \cdot dt}$$

### Stufenweise veränderliche Belastung bei konstanter Drehzahl

Verändert sich die Belastung im Zeitraum  $T$  stufenweise und ist die Drehzahl konstant, gilt für  $P$ :

Gleichung 42

$$P = p \sqrt{\frac{\frac{1}{a_{ISO i}} \cdot q_i \cdot F_i^p + \dots + \frac{1}{a_{ISO z}} \cdot q_z \cdot F_z^p}{100}}$$

### Konstante Belastung bei veränderlicher Drehzahl

Verändert sich die Drehzahl bei konstanter Belastung, erhält man:

Gleichung 43

$$n = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{a_{ISO}(t)} \cdot n(t) \cdot dt$$

### Konstante Belastung bei stufenweise veränderlicher Drehzahl

Verändert sich die Drehzahl stufenweise, erhält man:

Gleichung 44

$$n = \frac{\frac{1}{a_{ISO i}} \cdot q_i \cdot n_i + \dots + \frac{1}{a_{ISO z}} \cdot q_z \cdot n_z}{100}$$

### Bei oszillierender Lagerbewegung

Die äquivalente Drehzahl errechnet sich nach:

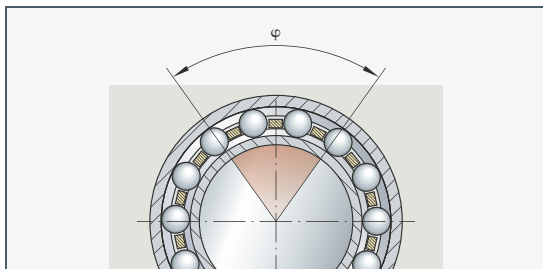
Gleichung 45

$$n = n_{osc} \cdot \frac{\varphi}{180^\circ}$$

Die Gleichung gilt nur, wenn der Schwenkwinkel größer als der doppelte Teilungswinkel der Wälzkörper ist! Ist der Schwenkwinkel kleiner, besteht die Gefahr der Riffelbildung!

In der folgenden Grafik wird der Schwenkwinkel  $\varphi$  dargestellt.

**Bild 51**  
Schwenkwinkel  $\varphi$



### Bezeichnungen, Einheiten und Bedeutung

Für die Berechnung der äquivalenten Betriebswerte werden folgende Größen verwendet:

#### Legende

$n$   $\text{min}^{-1}$   
Mittlere Drehzahl

$T$   $\text{min}$   
Betrachteter Zeitraum

$P$   $\text{N}$   
Äquivalente Lagerbelastung

$p$   $-$   
Lebensdauerexponent;  
für Rollenlager:  $p = 10/3$   
für Kugellager:  $p = 3$

$a_{150}$   $a_{150}(t)$ –  
Lebensdauerbeiwert  $a_{150}$   
für den momentanen Betriebszustand,  
siehe Seite 574

$n_i, n(t)$   $\text{min}^{-1}$   
Lagerdrehzahl im momentanen Betriebszustand

$q_i$   $\%$   
Zeitanteil eines Betriebszustands  
an der Gesamtbetriebsdauer;  
 $q_i = (\Delta t_i / T) \cdot 100$

$F_i, F(t)$   $\text{N}$   
Lagerbelastung im momentanen  
Betriebszustand

$n_{\text{osc}}$   $\text{min}^{-1}$   
Frequenz der Hin- und Herbewegung

$\varphi$   $^\circ$   
Schwenkwinkel, siehe Bild 51.



### Erforderliche Lebensdauer

Liegen keine Angaben zur Lebensdauer vor, dann können Anhaltswerte aus Tabellen oder Diagrammen entnommen werden, zum Beispiel Bild 52 und die folgende Tabelle. Richtwerte für die Dimensionierung siehe auch Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager.

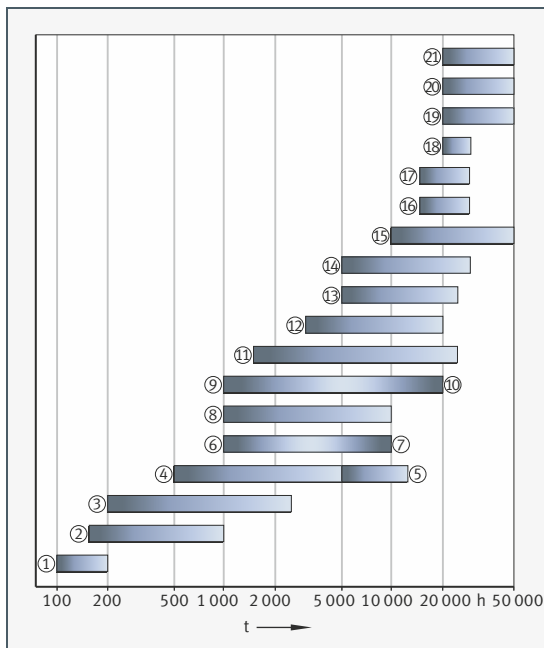
Lager nicht überdimensionieren, genaue Lebensdauer siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager.

Mindestbelastung der Lager beachten, siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager.

**Bild 52**  
Anhaltswerte  
für Lebensdauer

t = Betriebsstunden

- ① Heimwerkergeräte
- ② Handwerkergeräte
- ③ Haushaltsgeräte
- ④ Landmaschinen
- ⑤ Ackerschlepper
- ⑥ Personenkraftwagen (Pkw)
- ⑦ Lastkraftwagen (Lkw)
- ⑧ Baumaschinen
- ⑨ Hydraulikaggregate, mobil
- ⑩ Hydraulikaggregate, stationär
- ⑪ Büro- und Datenverarbeitungsmaschinen
- ⑫ Verdichter
- ⑬ Handhabungsgeräte
- ⑭ Industriegetriebe
- ⑮ Baustoffmaschinen
- ⑯ Brecher
- ⑰ Werkzeugmaschinen
- ⑱ Extruder
- ⑲ Walzwerke
- ⑳ Textilmaschinen
- ㉑ Druckmaschinen



Betriebsart	Betriebsstunden/Jahr
unterbrochener Betrieb	≈ 500 bis 1000 h
1-Schicht-Betrieb	≈ 2 000 h
2-Schicht-Betrieb	≈ 4 000 h
3-Schicht-Betrieb	≈ 6 000 h
ununterbrochener Betrieb	≈ 8 000 h

**Statische Tragfähigkeit** Bei hoher, ruhender oder stoßartiger Last können an den Laufbahnen und Wälzkörpern plastische Verformungen entstehen. Diese Verformungen, bezogen auf die noch zulässigen Geräusche beim Lagerlauf, begrenzen die statische Tragfähigkeit des Wälzlagers.

Wälzlager ohne oder mit selten auftretender Drehbewegung werden nach der statischen Tragzahl  $C_0$  dimensioniert.

Diese ist nach DIN ISO 76:

■ Bei Radiallagern eine konstante Radiallast  $C_{0r}$

■ Bei Axiallagern eine zentrisch wirkende, konstante Axiallast  $C_{0a}$

Die statische Tragzahl  $C_0$  ist die Belastung, bei der die Hertz'sche Pressung zwischen Wälzkörpern und Laufbahnen an der höchstbelasteten Stelle folgende Werte erreicht:

■ Bei Rollenlagern  $4\,000\text{ N/mm}^2$

■ Bei Kugellagern  $4\,200\text{ N/mm}^2$

■ Bei Pendelkugellagern  $4\,600\text{ N/mm}^2$

Diese Belastung erzeugt bei normalen Berührungsverhältnissen an den Kontaktstellen eine bleibende Verformung von ungefähr einem Zehntausendstel des Wälzkörperdurchmessers.

**Statische Tragsicherheit** Zusätzlich zur Dimensionierung nach der Ermüdungslebensdauer ist eine Überprüfung der statischen Tragsicherheit sinnvoll! Dabei sind die Anhaltswerte für im Betrieb auftretende Stoßbelastungen gemäß folgender Tabelle zu berücksichtigen.

Die statische Tragsicherheit  $S_0$  ist das Verhältnis aus der statischen Tragzahl  $C_0$  und der statischen äquivalenten Lagerbelastung  $P_0$ :

**Gleichung 46**

$$S_0 = \frac{C_0}{P_0}$$

**Legende**

$S_0$  –  
Statische Tragsicherheit

$C_0$  ( $C_{0r}$ ,  $C_{0a}$ ) N  
Statische Tragzahl

$P_0$  ( $P_{0r}$ ,  $P_{0a}$ ) N  
Statische äquivalente Lagerbelastung  
des Radial- oder Axiallagers,  
siehe Seite 585.

## Richtwerte für die statische Tragsicherheit

Richtwerte für Axial-Pendelrollenlager und Genauigkeitslager siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager. Für Nadelhülsen muss  $S_0 \geq 3$  sein!

Für die statische Tragsicherheit gelten folgende Richtwerte:

Betriebsart und Anwendungsfall	Statische Tragsicherheit $S_0$ min.	
	Kugellager	Rollenlager
Geräuscharmer, ruhiger Lauf, vibrationsfrei, hohe Drehgenauigkeit	2	3
Normaler, ruhiger Lauf, vibrationsfrei, normale Drehgenauigkeit	1	1,5
Ausgeprägte Stoßbelastung <sup>1)</sup>	1,5	3

<sup>1)</sup> Ist die Größenordnung der Stoßbelastung nicht bekannt, sollten Werte für  $S_0$  von mindestens 1,5 eingesetzt werden. Ist die Größenordnung der Stoßbelastung genau bekannt, sind niedrigere Werte möglich.

## Statische äquivalente Lagerbelastung

Die statische äquivalente Lagerbelastung  $P_0$  ist ein rechnerischer Wert. Sie entspricht einer radialen Belastung bei Radiallagern und einer axialen und zentrischen Belastung bei Axiallagern.

$P_0$  verursacht die gleiche Beanspruchung im Mittelpunkt der am höchsten belasteten Berührstelle zwischen Rollkörper und Laufbahn wie die tatsächlich wirkende kombinierte Belastung.

Es gilt die Beziehung:

Gleichung 47

$$P_0 = X_0 \cdot F_r + Y_0 \cdot F_a$$

### Legende

$P_0$  N  
Statische äquivalente Lagerbelastung

$F_r$  N  
Größte auftretende radiale Belastung

$F_a$  N  
Größte auftretende axiale Belastung

$X_0$  –  
Radiallastfaktor  
Produkttabellen siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager

$Y_0$  –  
Axiallastfaktor  
Produkttabellen siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager.

Diese Berechnung ist nicht anwendbar für Radial-Nadellager sowie Axial-Nadellager und Axial-Zylinderrollenlager! Bei diesen Lagern sind kombinierte Belastungen nicht zulässig!

Bei Radial-Nadellagern und bei allen Radial-Zylinderrollenlagern gilt  $P_0 = F_{0r}$ ! Für Axial-Nadellager und Axial-Zylinderrollenlager gilt  $P_0 = F_{0a}$ !

**Gebrauchsdauer** Die Gebrauchsdauer ist die tatsächlich erreichte Lebensdauer des Lagers. Sie kann deutlich von der errechneten abweichen.

Mögliche Ursachen sind Verschleiß oder Ermüdung durch:

- Abweichende Betriebsdaten
- Fluchtungsfehler zwischen Welle und Gehäuse
- Zu kleines oder zu großes Betriebsspiel
- Verschmutzung
- Nicht ausreichende Schmierung
- Zu hohe Betriebstemperatur
- Oszillierende Lagerbewegungen mit sehr kleinen Schwenkwinkeln (Riffelbildung)
- Vibrationsbeanspruchung und Riffelbildung
- Sehr hohe Stoßlasten (statische Überlastung)
- Vorschäden bei der Montage

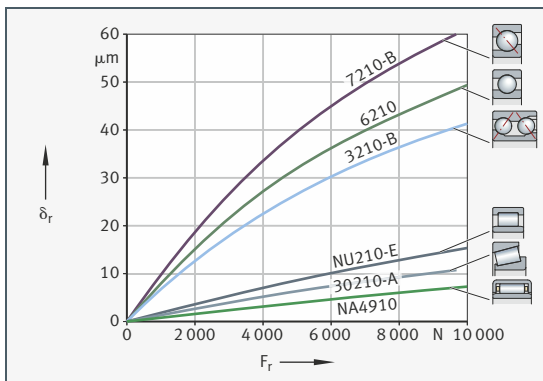
Wegen der Vielfalt der möglichen Einbau- und Betriebsverhältnisse kann die Gebrauchsdauer nicht exakt vorausgerechnet werden! Sie lässt sich am sichersten durch den Vergleich mit ähnlichen Einbaufällen abschätzen!

**Steifigkeit** Bauart, Größe und Betriebsspiel bestimmen die Steifigkeit. Sie steigt mit der Anzahl der Wälzkörper, die die Last übertragen. Sie ist bei Rollenlagern wegen des Linienkontakts zwischen den Wälzkörpern und Laufbahnen höher als bei Kugellagern. Bild 53 zeigt typische Kennlinien für die radiale Einfederung unterschiedlicher Lager mit gleichem Bohrungsdurchmesser.

**Bild 53**

Radiale Einfederung verschiedener Radiallager mit dem Bohrungsdurchmesser  $d = 50 \text{ mm}$

$\delta_r$  = Radiale Einfederung  
 $F_r$  = Radiale Lagerbelastung



### Ermittlung der radialen oder axialen Verlagerung

Wälzlager haben eine progressive Federrate.

Die Verlagerungswerte für Nadel- und Zylinderrollenlager können mit Näherungsgleichungen ermittelt werden. Für andere Lagerbauformen ist diese vereinfachte Berechnung nicht anwendbar. Die Verlagerung und Steifigkeit im Betriebspunkt können mit dem Berechnungsprogramm → Bearinx-online ermittelt werden.

Die Gleichungen gelten für Lager ohne Fluchtungsfehler in starrer Umgebung! Bei Axiallagern wird eine zentrisch wirkende Kraft angenommen!

#### Gleichung 48

$$\delta_r = \frac{1}{c_s} \cdot F_r^{0,84} + \frac{s}{2}$$

#### Gleichung 49

$$\delta_a = \frac{1}{c_s} \cdot \left[ (F_{aV} + F_a)^{0,84} - F_{aV}^{0,84} \right]$$

#### Gleichung 50

$$c_s = K_c \cdot d^{0,65}$$

#### Legende

$c_s$              $N^{0,84} / \mu m$   
Steifigkeitskennzahl

$d$              mm  
Bohrungsdurchmesser des Lagers

$\delta_r$              $\mu m$   
Radiale Verlagerung zwischen Wellenachse und Bohrungsmitte, Bild 54, Seite 588

$\delta_a$              $\mu m$   
Axiale Verlagerung zwischen Wellen- und Gehäusescheibe, Bild 55, Seite 588

$s$                $\mu m$   
Radiales Betriebsspiel des eingebauten, unbelasteten Lagers

$F_r$             N  
Radiale Lagerbelastung

$F_a$             N  
Axiale Lagerbelastung

$F_{aV}$           N  
Axiale Vorspannkraft

$K_c$             –  
Beiwert zur Bestimmung der Steifigkeitskennzahl, siehe Tabelle Seite 587.

**Beiwert  $K_c$**  Die folgende Tabelle zeigt den Beiwert  $K_c$ .

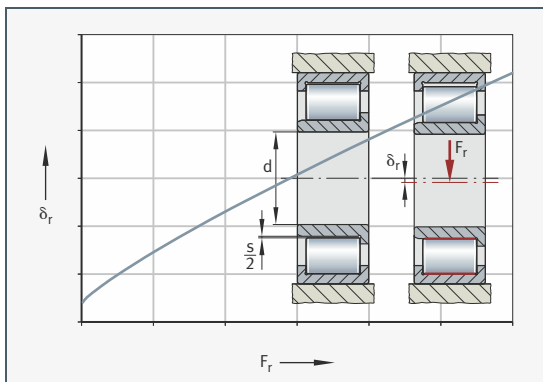
Lagerbaureihe	Beiwert $K_c$	Lagerbaureihe	Beiwert $K_c$	Lagerbaureihe	Beiwert $K_c$
NA48	24,9	NJ2...E	11,1	SL1818	12,8
NA49	23,5	NJ3...E	11,3	SL1829, SL1830, SL1923	16
NA69	37,3	NJ22...E	15,4	SL1850, SL0148, SL0248, SL0249	29,2
NKIS	21,3	NJ23...E	16,9	K811, 811, K812, 812	36,7
NKI	$4,4 \cdot B^{0,8}/d^{0,2}$	NU10	9,5		
HK, BK	$4,2 \cdot C^{0,8}/d^{0,2}$	NU19	11,3	K893, 893, K894, 894	59,7
		NN30...AS-K	18,6		

In den folgenden Grafiken sind die radiale und axiale Verlagerung dargestellt.

**Bild 54**

Radiale Verlagerung  
– Radial-Zylinderrollenlager

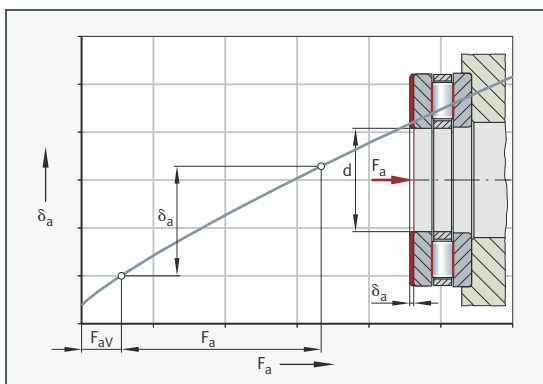
$\delta_r$  = Radiale Verlagerung  
 $F_r$  = Radiale Lagerbelastung



**Bild 55**

Axiale Verlagerung  
– Axial-Zylinderrollenlager

$\delta_a$  = Axiale Verlagerung  
 $F_a$  = Axiale Lagerbelastung  
 $F_{aV}$  = Axiale Vorspannkraft



## Reibung und Erwärmung

Die Reibung eines Wälzlagers setzt sich aus mehreren Anteilen zusammen. Durch die Vielzahl der Einflussgrößen, wie Dynamik in Drehzahl und Last, Verkippung und Verschränkung infolge Einbau, können reale Reibmomente und Reibleistungen deutlich von den berechneten Größen abweichen.

Ist das Reibmoment ein wichtiges Auslegungskriterium, bitte bei Schaeffler rückfragen! Für die Berechnung und Analyse des Reibmoments stellt Schaeffler das kostenlose Berechnungsmodul → Bearinx-online Easy Friction zur Verfügung.

Die folgende Tabelle stellt den Reibungsanteil und die Einflussgröße gegenüber.

Reibungsanteil	Einflussgröße
Rollreibung	Größe der Belastung
Gleitreibung der Wälzkörper Gleitreibung des Käfigs	Größe und Richtung der Belastung Drehzahl und Schmierzustand, Einlaufzustand
Flüssigkeitsreibung (Strömungswiderstände)	Bauart und Drehzahl Art, Menge und Betriebsviskosität des Schmierstoffs
Dichtungsreibung	Bauart und Vorspannung der Dichtung

Die Leerlaufreibung hängt ab von der Schmierstoffmenge, der Drehzahl, der Betriebsviskosität des Schmierstoffs, den Dichtungen und dem Einlaufzustand des Lagers.

**Wärmeabfuhr** Reibung wird in Wärme umgesetzt. Diese muss aus dem Lager abgeführt werden. Aus dem Gleichgewicht von Reibleistung und Wärmeabfuhr wird die thermisch zulässige Betriebsdrehzahl  $n_{\text{th}}$  berechnet, siehe Seite 600.

### Wärmeabfuhr durch den Schmierstoff

Schmieröl führt einen Teil der Wärme ab. Besonders wirksam ist die Umlaufschmierung mit Rückkühlung. Fett führt keine Wärme ab.

### Wärmeabfuhr über Welle und Gehäuse

Die Wärmeabfuhr über die Welle und das Gehäuse hängt ab von der Temperaturdifferenz zwischen Lager und Umgebung.

Benachbarte, zusätzliche Wärmequellen oder Wärmestrahlung beachten!

**Bestimmung der Reibungsgrößen** Dazu müssen Drehzahl und Belastung bekannt sein. Schmierungsart, Schmierverfahren und die Viskosität des Schmierstoffs bei Betriebstemperatur sind weitere notwendige Rechengrößen.

Gesamtreibmoment  $M_R$

(Berechnung axial belasteter Zylinderrollenlager, siehe Seite 597):

**Gleichung 51**

$$M_R = M_0 + M_1$$

Reibleistung  $N_R$ :

**Gleichung 52**

$$N_R = M_R \cdot \frac{n}{9550}$$

Drehzahlabhängiges Reibmoment für  $v \cdot n \geq 2\,000$ :

**Gleichung 53**

$$M_0 = f_0 \cdot (v \cdot n)^{2/3} \cdot d_M^3 \cdot 10^{-7}$$

Drehzahlabhängiges Reibmoment für  $v \cdot n < 2\,000$ :

**Gleichung 54**

$$M_0 = f_0 \cdot 160 \cdot d_M^3 \cdot 10^{-7}$$

Lastabhängiges Reibmoment für Nadel- und Zylinderrollenlager:

**Gleichung 55**

$$M_1 = f_1 \cdot F \cdot d_M$$

Lastabhängiges Reibmoment für Kugellager, Kegelrollenlager und Pendelrollenlager:

**Gleichung 56**

$$M_1 = f_1 \cdot P_1 \cdot d_M$$

### Legende

$M_R$  Nmm  
Gesamtreibmoment

$M_0$  Nmm  
Drehzahlabhängiges Reibmoment

$M_1$  Nmm  
Lastabhängiges Reibmoment

$N_R$  W  
Reibleistung

$n$   $\text{min}^{-1}$   
Betriebsdrehzahl

$f_0$  –  
Lagerbeiwert für drehzahlabhängiges Reibmoment, siehe Bild 56, Seite 591 und Tabellen von Seite 591 bis Seite 596

$f_1$  –  
Lagerbeiwert für lastabhängiges Reibmoment, siehe Tabellen von Seite 591 bis Seite 596

$\nu$   $\text{mm}^2/\text{s}$   
Kinematische Viskosität des Schmierstoffs bei Betriebstemperatur. Bei Fett entscheidet die Viskosität des Grundöls bei Betriebstemperatur

$F_r, F_a$  N  
Radiallast bei Radiallagern, Axiallast bei Axiallagern

$P_1$  N  
Maßgebende Belastung für das Reibmoment.  
Für Kugellager, Kegelrollenlager und Pendelrollenlager, siehe Seite 596

$d_M$  mm  
Mittlerer Lagerdurchmesser  $(d + D)/2$ .



**Lagerbeiwerte** Die Lagerbeiwerte  $f_0$  und  $f_1$  sind Mittelwerte aus Versuchsreihen und entsprechen den Angaben nach ISO 15312.

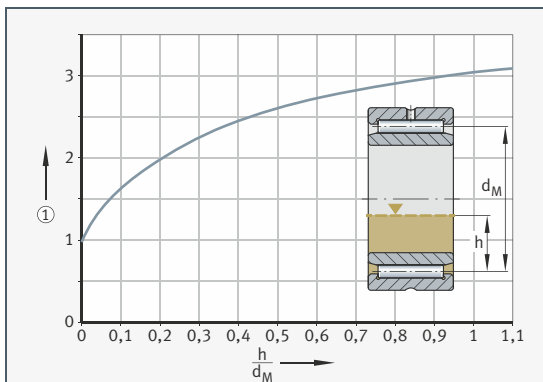
Sie gelten für eingelaufene Lager mit gleichmäßig verteiltem Schmierstoff. Im frisch befestigten Zustand kann der Lagerbeiwert  $f_0$  zwei- bis fünfmal höher sein.

Bei Ölbadschmierung muss der Ölstand bis zur Mitte des untersten Wälzkörpers reichen. Bei höherem Ölstand kann  $f_0$  bis zum Dreifachen des Tabellenwerts steigen, Bild 56.

**Bild 56**  
Anstieg  
des Lagerbeiwertes,  
abhängig vom Ölstand

$h$  = Ölstand  
 $d_M$  = Mittlerer Lagerdurchmesser  $(d + D)/2$

① Erhöhungsfaktor  
für Lagerbeiwert  $f_0$



In den folgenden Tabellen sind die Lagerbeiwerte für verschiedene Wälzlager dargestellt.

Lagerbeiwerte für Nadellager, Nadelhülsen, Nadelbüchsen, Nadelkränze:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Öllumlauf	
NA48	3	5	0,000 5
NA49	4	5,5	
RNA48	3	5	
RNA49	4	5,5	
NA69, RNA69	7	10	
NKI, NK, NKIS, NKS, NAO, RNO, RNAO, K	$(12 \cdot B)/(33 + d)$	$(18 \cdot B)/(33 + d)$	
NK...TW, NKI...TW, NK...D	$(10 \cdot B)/(33 + d)$	$(15 \cdot B)/(33 + d)$	
HK, BK	$(24 \cdot B)/(33 + d)$	$(36 \cdot B)/(33 + d)$	
HN	$(30 \cdot B)/(33 + d)$	$(45 \cdot B)/(33 + d)$	

Lagerbeiwerte für Zylinderrollenlager, vollrollig:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Ölumlauf	
SL1818	3	5	0,000 55
SL1829	4	6	
SL1830	5	7	
SL1822	5	8	
SL0148, SL0248	6	9	
SL0149, SL0249	7	11	
SL1923	8	12	
SL1850	9	13	

Lagerbeiwerte für Zylinderrollenlager mit Käfig:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Ölumlauf	
LSL1923	1	3,7	0,000 20
ZSL1923	1	3,8	0,000 25
NU2..-E, NNU41	1,3	2	0,000 30
NU3..-E			0,000 35
NU4			0,000 40
NU10, NU19			0,000 20
NU22..-E	2	3	0,000 40
NU23..-E	2,7	4	0,000 40
NU30..-E, NN30..-E	1,7	2,5	0,000 40

Lagerbeiwerte für Axial-Rollenlager:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Ölumlauf	
AXK, AXW	3	4	0,001 5
810, K810, 811, K811, 812, K812, 893, K893, 894, K894	2	3	

Lagerbeiwerte für kombinierte Lager:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Ölumlauf	
ZARN, ZARF	3	4	0,0015
NKXR	2	3	
NX, NKX	2	3	$0,001 \cdot (P_0/C_0)^{0,33}$
ZKLN, ZKLF	4	6	0,0005
NKIA, NKIB	3	5	

Lagerbeiwerte für Kegelrollenlager:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Ölumlauf	
302, 303, 329 320, 330, JKOS, T4CB, T4DB, T7FC	2	3	0,0004
313, 322, 323, 331, 332, T2EE, T2ED, T5ED	3	4,5	

Lagerbeiwerte für Axial- und Radial-Pendelrollenlager:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Ölumlauf	
213..-E1	2,3	3,5	$0,0005 \cdot (P_0/C_0)^{0,33}$
222..-E1	2,7	4	
223	3	4,5	$0,0008 \cdot (P_0/C_0)^{0,33}$
238, 239, 230			$0,00075 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
231	3,7	5,5	$0,0012 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
232	4	6	$0,0016 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
240	4,3	6,5	$0,0012 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
248, 249, 241	4,7	7	$0,0022 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
292..-E	1,7	2,5	0,00023
293..-E	2	3	0,00030
294..-E	2,2	3,3	0,00033

Lagerbeiwerte für Toroidalrollenlager:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Ölumlauf	
C22...-K	3,7	5,5	$0,0012 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
C22...-V	4	6	
C23...-K	3,8	5,7	$0,0014 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
C23...-V	4,3	6,5	
C30...-K	3,3	5	
C30...-V, C31...-V	4	6	
C31...-K	3,7	5,5	
C32...-K	3,8	5,7	
C39...-K	3,3	5	$0,0016 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
C40...-K, C41...-K	5	7,5	$0,0014 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
C40...-V, C41...-V	6	9	$0,0018 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$

Lagerbeiwerte für Rillenkugellager:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Ölumlauf	
618	1,1	1,7	$0,0005 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
160, 60, 619	1,1	1,7	$0,0007 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
622, 623	1,1	1,7	$0,0009 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
62	1,3	2	
63, 630, 64	1,5	2,3	
60...-C	1,1	1,5	$0,0006 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
62...-C	1,3	1,7	$0,0007 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
63...-C	1,5	2	
42...-B	2,3	3,5	$0,0010 \cdot (P_0/C_0)^{0,5}$
43...-B	4	6	

Lagerbeiwerte für Schrägkugellager:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Ölumlaufl	
708, 719, 718..-B, 70..-B, 72..-B	1,3	2	$0,001 \cdot (P_0/C_0)^{0,33}$
73..-B	2	3	
74..-B	2,5	4	
30..-B, 32..-B, 38..-B	2,3	3,5	
33..-B	4	6	
32..-BD	2	3	
33..-BD	3,5	5	

Lagerbeiwerte für Pendelkugellager:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Ölumlaufl	
10, 112	1,7	2	$0,0003 \cdot (P_0/C_0)^{0,4}$
12	1,7	2,5	
13	2,3	3,5	
22	2	3	
23	2,7	4	

Lagerbeiwerte für Vierpunktlager:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Ölumlaufl	
QJ2	1,3	2	$0,001 \cdot (P_0/C_0)^{0,33}$
QJ3	2	3	
QJ10	1,3	2	

Lagerbeiwerte für Axial-Rillenkugellager:

Baureihe	Lagerbeiwert $f_0$		Lagerbeiwert $f_1$
	Fett, Ölnebel	Ölbad, Öllumlauf	
511, 512, 513, 514, 532, 533, 534	1	1,5	$0,0012 \cdot (F_a/C_0)^{0,33}$
522, 523, 524, 542, 543, 544	1,3	2	

Die folgende Tabelle zeigt die für das lastabhängige Reibmoment  $M_1$  maßgebende Belastung  $P_1$  für Kugellager, Kegelrollenlager und Pendelrollenlager:

Lagerbauart	Maßgebende Belastung $P_1$	
	für Einzellager	für Lagerpaar
Rillenkugellager	$3,3 \cdot F_a - 0,1 \cdot F_r$	–
Schräggugellager einreihig	$F_a - 0,1 \cdot F_r$	$1,4 \cdot F_a - 0,1 \cdot F_r$
Schräggugellager zweireihig	$1,4 \cdot F_a - 0,1 \cdot F_r$	–
Vierpunktlager	$1,5 \cdot F_a + 3,6 \cdot F_r$	–
Kegelrollenlager	$2 \cdot Y \cdot F_a$ oder $F_r$ , den größeren Wert einsetzen	$1,21 \cdot Y \cdot F_a$ oder $F_r$ , den größeren Wert einsetzen
Pendelrollenlager	$1,6 \cdot F_a/e$ , wenn $F_a/F_r > e$ $F_r \cdot \{1 + 0,6 \cdot [F_a/(e \cdot F_r)]^2\}$ , wenn $F_a/F_r \leq e$	
Zylinderrollenlager	$F_r$ , der Reibanteil der Axiallast $F_a$ ist mit $M_2$ zu berücksichtigen	

Für  $P_1 \leq F_r$  gilt  $P_1 = F_r$ !

**Axial belastete Zylinderrollenlager** Bei axial belasteten Radial-Zylinderrollenlagern verursacht Gleitreibung zwischen den Stirnseiten der Wälzkörper und den Borden der Ringe das zusätzliche Reibmoment  $M_2$ .

Das Gesamtreibmoment  $M_R$  berechnet sich somit:

**Gleichung 57**

$$M_R = M_0 + M_1 + M_2$$

**Gleichung 58**

$$M_2 = f_2 \cdot F_a \cdot d_M$$

**Gleichung 59**

$$A = k_B \cdot 10^{-3} \cdot d_M^{2,1}$$

### Legende

$M_R$	Nmm Gesamtreibmoment	$A$	– Lagerkennwert
$M_0$	Nmm Drehzahlabhängiges Reibmoment	$F_a$	N Axiale dynamische Lagerbelastung
$M_1$	Nmm Radiallastabhängiges Reibmoment	$k_B$	– Lagerbeiwert, von der Baureihe des Lagers abhängig, siehe Tabelle, Seite 599
$M_2$	Nmm Axiallastabhängiges Reibmoment	$d_M$	mm Mittlerer Lagerdurchmesser $(d + D)/2$ .
$f_2$	– Von der Baureihe des Lagers abhängiger Beiwert, Bild 57 und Bild 58, Seite 598		

Die Lagerbeiwerte  $f_2$  unterliegen großen Streuungen!

Sie gelten für Ölumlaufschmierung bei ausreichender Ölmenge!

Die Kennlinien dürfen nicht extrapoliert werden, Bild 57 und Bild 58, Seite 598!

### Lager in TB-Ausführung

Bei Lagern in TB-Ausführung (Lager mit torusförmiger Rollenstirn) wurde durch neue Berechnungs- und Fertigungsmethoden die axiale Tragfähigkeit deutlich verbessert.

Eine spezielle Krümmung der Rollenstirnflächen sichert optimale Berührverhältnisse zwischen Rolle und Bord. Hierdurch werden die axialen Flächenpressungen zum Bord deutlich minimiert und ein tragfähigerer Schmierfilmaufbau erzielt.

Bei üblichen Betriebsbedingungen werden Verschleiß und Ermüdung an Bordanlauf- und Rollenstirnflächen vollständig verhindert.

Zusätzlich reduziert sich das axiale Reibmoment um bis zu 50%.

Damit stellt sich eine deutlich niedrigere Lagertemperatur ein.

## Lagerbeiwert $k_B$

Der Lagerbeiwert  $k_B$  in den Gleichungen berücksichtigt die Größe und damit die Tragfähigkeit der hydrodynamischen Kontakte an den Lagerborden, siehe Tabelle Seite 599.

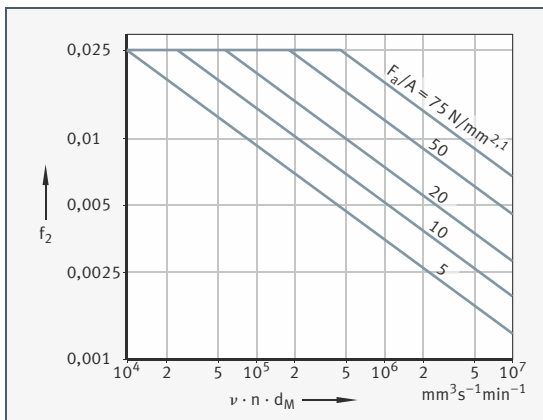
Die folgenden Grafiken zeigen die Lagerbeiwerte für Zylinderrollenlager.

**Bild 57**

Lagerbeiwert  $f_2$ ,  
abhängig  
vom Betriebskennwert

### Zylinderrollenlager in Standardausführung

$f_2$  = Lagerbeiwert  
 $\nu$  = Betriebsviskosität  
 $n$  = Betriebsdrehzahl  
 $d_M$  = Mittlerer Lager-  
 durchmesser  
 $\nu \cdot n \cdot d_M$  = Betriebs-  
 kennwert  
 $F_a$  = Axiale dynamische  
 Lagerbelastung  
 $A$  = Lagerkennwert

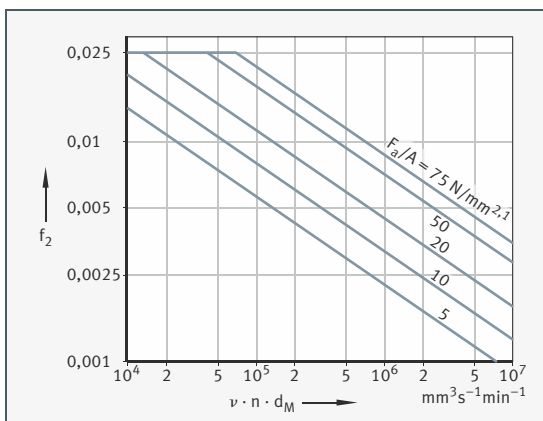


**Bild 58**

Lagerbeiwert  $f_2$ ,  
abhängig  
vom Betriebskennwert

### Zylinderrollenlager in TB-Ausführung

$f_2$  = Lagerbeiwert  
 $\nu$  = Betriebsviskosität  
 $n$  = Betriebsdrehzahl  
 $d_M$  = Mittlerer Lager-  
 durchmesser  
 $\nu \cdot n \cdot d_M$  = Betriebs-  
 kennwert  
 $F_a$  = Axiale dynamische  
 Lagerbelastung  
 $A$  = Lagerkennwert





## Lagerbeiwert $k_B$

Lagerbaureihe	Lagerbeiwert $k_B$	Lagerbaureihe	Lagerbeiwert $k_B$
SL1818, SL0148	4,5	SL1923	30
SL1829, SL0149	11	NJ2..-E, NJ22..-E, NUP2..-E, NUP22..-E	15
SL1830, SL1850	17		
SL1822	20	NJ3..-E, NJ23..-E, NUP3..-E, NUP23..-E	20
LSL1923, ZSL1923	28		
		NJ4	22

**Drehzahlen** Die Berechnung der thermischen Bezugsdrehzahl  $n_{\vartheta r}$  ist in ISO 15312 genormt.

**Grenzdrehzahl** Die Grenzdrehzahl  $n_G$  beruht auf Erfahrungen aus der Praxis und berücksichtigt zusätzliche Kriterien wie Laufruhe, Dichtfunktion und Fliehkräfte. Die Grenzdrehzahl darf auch bei günstigen Betriebsbedingungen und Kühlverhältnissen nicht überschritten werden!

**Thermische Bezugsdrehzahl** Die thermische Bezugsdrehzahl  $n_{\vartheta r}$  wird als Hilfsgröße zur Berechnung der thermisch zulässigen Betriebsdrehzahl  $n_{\vartheta}$  verwendet. Sie ist die Drehzahl, bei der sich unter definierten Bezugsbedingungen eine Lagertemperatur von +70 °C einstellt.

Die thermische Bezugsdrehzahl ist keine Drehzahlgrenze für die Anwendung eines Lagers. Sie dient in erster Linie dem Vergleich der Drehzahl-eignung unterschiedlicher Lagerbauarten unter definierten Bezugsbedingungen.

Eine Drehzahlgrenze unter Berücksichtigung der Wärmebilanz kann mit der thermisch zulässigen Betriebsdrehzahl berechnet werden.

**Bezugsbedingungen** Die Bezugsbedingungen orientieren sich an den üblichen Betriebsbedingungen der wichtigsten Lagerbauarten und Lagergrößen und sind in ISO 15312 folgendermaßen festgelegt:

- Mittlere Umgebungstemperatur  $\vartheta_{Ar} = +20$  °C
- Mittlere Lagertemperatur am Außenring  $\vartheta_r = +70$  °C
- Belastung bei Radiallagern (reine konstante Radiallast)  $P_1 = 0,05 \cdot C_{Or}$
- Belastung bei Axiallagern (zentrisch wirkende, konstante Axiallast)  $P_1 = 0,02 \cdot C_{Oa}$
- Ölbadschmierung mit einem Ölstand bis zur Mitte des untersten Wälzkörpers
- Schmierstoff mit kinematischer Viskosität  $\nu_r$  bei  $\vartheta_r = +70$  °C
  - Radiallager:  $\nu_r = 12$  mm<sup>2</sup>/s (ISO VG 32)
  - Axiallager:  $\nu_r = 24$  mm<sup>2</sup>/s (ISO VG 68)
- Wärmeabfuhr über die Lagersitzflächen. Für die Berechnung werden vereinfacht die wärmeabführenden Lagersitzflächen bei Bezugsbedingungen  $A_r$  zugrunde gelegt. Berechnung der wärmeabführenden Lagersitzflächen bei Bezugsbedingungen, siehe Legende, Seite 603. Hier gelten die im Folgenden beschriebenen Beziehungen.

Für Radiallager, wärmeabführende Lagersitzfläche bei Bezugsbedingungen  $A_r \leq 50\,000 \text{ mm}^2$ :

Gleichung 60

$$q_r = 0,016 \text{ W/mm}^2$$

Für Radiallager, wärmeabführende Lagersitzfläche bei Bezugsbedingungen  $A_r > 50\,000 \text{ mm}^2$ :

Gleichung 61

$$q_r = 0,016 \cdot \left( \frac{A_r}{50\,000} \right)^{-0,34} \text{ W/mm}^2$$

Für Axiallager, wärmeabführende Lagersitzfläche bei Bezugsbedingungen  $A_r \leq 50\,000 \text{ mm}^2$ :

Gleichung 62

$$q_r = 0,020 \text{ W/mm}^2$$

Für Axiallager, wärmeabführende Lagersitzfläche bei Bezugsbedingungen  $A_r > 50\,000 \text{ mm}^2$ :

Gleichung 63

$$q_r = 0,020 \cdot \left( \frac{A_r}{50\,000} \right)^{-0,16} \text{ W/mm}^2$$

### Thermisch zulässige Betriebsdrehzahl

Die thermisch zulässige Betriebsdrehzahl  $n_{\text{th}}$  wird berechnet nach DIN 732:2010. Grundlage dafür sind die Wärmebilanz am Lager, das Gleichgewicht zwischen der drehzahlabhängigen Reibleistung und der temperaturabhängigen Wärmeabfuhr. Im Gleichgewichtszustand ist die Lagertemperatur konstant.

Die zulässige Betriebstemperatur bestimmt die thermisch zulässige Betriebsdrehzahl  $n_{\text{th}}$  des Lagers. Voraussetzungen für die Berechnung sind ein ordnungsgemäßer Einbau, ein normales Betriebsspiel und konstante Betriebsbedingungen.

Das Berechnungsverfahren gilt nicht für:

- Abgedichtete Lager mit berührender Dichtung, denn die maximale Drehzahl wird von der zulässigen Gleitgeschwindigkeit an der Dichtlippe begrenzt
- Stützrollen und Kurvenrollen
- Einstell-Nadellager
- Axial-Rillenkugellager und Axial-Schräggugellager

Es ist immer die Grenzdrehzahl  $n_G$  zu beachten!

**Berechnen der thermisch zulässigen Betriebsdrehzahl**

Die thermisch zulässige Betriebsdrehzahl  $n_{\vartheta}$  ergibt sich aus der thermischen Bezugsdrehzahl  $n_{\vartheta r}$  und dem Drehzahlverhältnis  $f_n$ :

**Gleichung 64**

$$n_{\vartheta} = n_{\vartheta r} \cdot f_n$$

Die aus dem Gleichgewicht der Reibleistung und der Wärmeabfuhr abgeleitete Gleichung lässt sich unter Einführung eines Schmierstoffparameters  $K_L$ , eines Lastparameters  $K_P$  sowie des Drehzahlverhältnisses  $f_n$  in folgende Form bringen:

**Gleichung 65**

$$K_L \cdot f_n^{5/3} + K_P \cdot f_n = 1$$

Das Drehzahlverhältnis  $f_n$  lässt sich im praxisüblichen Wertebereich von  $0,01 \leq K_L \leq 10$  und  $0,01 \leq K_P \leq 10$  mit einer Näherungsgleichung bestimmen, siehe auch Bild 59, Seite 602:

**Gleichung 66**

$$f_n = 490,77 \cdot \left( 1 + 498,78 \cdot K_L^{0,599} + 852,88 \cdot K_P^{0,963} - 504,5 \cdot K_L^{0,055} \cdot K_P^{0,832} \right)^{-1}$$

Wärmeabfuhr über die Lagersitzflächen  $\dot{Q}_S$ , Bild 60, Seite 602:

**Gleichung 67**

$$\dot{Q}_S = k_q \cdot A_S \cdot \Delta\vartheta_A$$

Wärmeabfuhr über den Schmierstoff  $\dot{Q}_L$ :

**Gleichung 68**

$$\dot{Q}_L = 0,0286 \frac{\text{kW}}{\text{l/min} \cdot \text{K}} \cdot \dot{V}_L \cdot \Delta\vartheta_L$$

Gesamter abgeführter Wärmestrom  $\dot{Q}$ :

**Gleichung 69**

$$\dot{Q} = \dot{Q}_S + \dot{Q}_L + \dot{Q}_E$$

Schmierstoffparameter  $K_L$ :

**Gleichung 70**

$$K_L = 10^{-6} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot n_{\vartheta r} \cdot \frac{10^{-7} \cdot f_0 \cdot (\nu \cdot n_{\vartheta r})^{\frac{2}{3}} \cdot d_M^3}{\dot{Q}}$$

Lastparameter  $K_P$ :

**Gleichung 71**

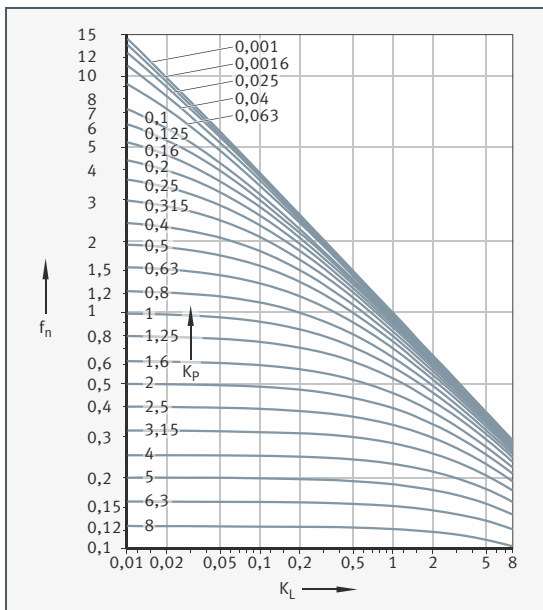
$$K_P = 10^{-6} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot n_{\vartheta r} \cdot \frac{f_1 \cdot P_1 \cdot d_M}{\dot{Q}}$$

In den folgenden Grafiken sind das Drehzahlverhältnis und der Wärmedurchgangskoeffizient dargestellt.

**Bild 59**

Drehzahlverhältnis

$f_n$  = Drehzahlverhältnis  
 $K_L$  = Schmierstoffparameter  
 $K_p$  = Lastparameter

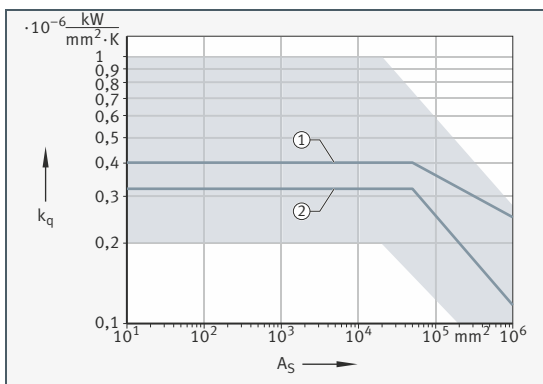


**Bild 60**

Wärmedurchgangskoeffizient, abhängig von der Lagersitzfläche

$k_q$  = Wärmedurchgangskoeffizient  
 $A_S$  = Wärmeabführende Lagersitzfläche

- ① Bezugsbedingung für Radiallager
- ② Bezugsbedingung für Axiallager



## Bezeichnungen, Einheiten und Bedeutungen

Für die Berechnung der thermisch zulässigen Betriebsdrehzahl  $n_{\text{th}}$  werden folgende Größen verwendet:

<b>Legende</b>	$A_S$	$\text{mm}^2$	$k_q$	$10^{-6} \text{ kW}/(\text{mm}^2 \cdot \text{K})$
	Wärmeabführende Lagersitzfläche: In der Regel gilt $A_S = A_r$		Wärmedurchgangskoeffizient der Lagersitzfläche, Bild 60, Seite 602. Er hängt ab von der Gehäuseform und -größe, dem Gehäusewerkstoff und der Einbausituation. Für normale Einbaufälle liegt der Wärmedurch- gangskoeffizient bei Lagersitzflächen bis 25 000 $\text{mm}^2$ zwischen 0,2 und $1,0 \cdot 10^{-6} \text{ kW}/(\text{mm}^2 \cdot \text{K})$	
	$A_r$	$\text{mm}^2$	$P_1$	N
	Wärmeabführende Lagersitzfläche bei Bezugsbedingungen: Radiallager: $A_r = \pi \cdot B \cdot (D + d)$ Axiallager: $A_r = (\pi/2) \cdot (D^2 - d^2)$ Kegelrollenlager: $A_r = \pi \cdot T \cdot (D + d)$ Axial-Pendelrollenlager: $A_r = (\pi/4) \cdot (D^2 + d_1^2 - D_1^2 - d^2)$		Radiallast bei Radiallagern, Axiallast bei Axiallagern	
	B	mm	$q_r$	$\text{W}/\text{mm}^2$
	Breite des Lagers		Wärmestromdichte	
	d	mm	$\dot{Q}$	kW
	Bohrungsdurchmesser des Lagers		Gesamter abgeführter Wärmestrom	
	D	mm	$\dot{Q}_E$	kW
	Außendurchmesser des Lagers		Wärmestrom bei eventueller Fremd- erwärmung	
	$d_1$	mm	$\dot{Q}_L$	kW
	Außendurchmesser der Wellenscheibe		Mit dem Schmierstoff abgeführter Wärmestrom	
	$D_1$	mm	$\dot{Q}_S$	kW
	Innendurchmesser der Gehäusescheibe		Über die Lagersitzflächen abgeführter Wärmestrom	
	$d_M$	mm	T	mm
	Mittlerer Lagerdurchmesser $(D + d)/2$		Gesamtbreite eines Kegelrollenlagers	
	$f_0$	-	$\dot{V}_L$	l/min
	Lagerbeiwert für drehzahlabhängiges Reibmoment, siehe Abschnitt Reibung und Erwärmung, Seite 588		Öldurchfluss	
	$f_1$	-	$\Delta\vartheta_A$	K
	Lagerbeiwert für lastabhängiges Reibmoment, siehe Abschnitt Reibung und Erwärmung, Seite 588		Differenz zwischen mittlerer Lager- temperatur und Umgebungstemperatur	
	$f_n$	-	$\Delta\vartheta_L$	K
	Drehzahlverhältnis, Bild 59, Seite 602		Differenz der Ölttemperaturen zwischen Ab- und Zulauf	
	$K_L$	-	$\nu$	$\text{mm}^2/\text{s}$
	Schmierstoffparameter		Kinematische Viskosität des Schmier- stoffs bei Betriebstemperatur.	
	$K_p$	-		
	Lastparameter			
	$n_{\text{th}}$	$\text{min}^{-1}$		
	Thermisch zulässige Betriebsdrehzahl			
	$n_{\text{th}r}$	$\text{min}^{-1}$		
	Thermische Bezugsdrehzahl Produkttabellen siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager			

### Geräusch Schaeffler Geräuschindex

Der Schaeffler Geräuschindex (SGI) wurde als Merkmal zum Vergleich des Geräuschniveaus unterschiedlicher Lagerarten entwickelt. Der SGI basiert auf dem nach internen Standards maximal zulässigen Geräuschniveau eines Lagers, das in Anlehnung an ISO 15242 ermittelt wird.

Zum Vergleich unterschiedlicher Lagerbauarten und Baureihen ist der SGI-Wert über der statischen Tragzahl  $C_0$  aufgetragen und somit können Lager gleicher Tragfähigkeit direkt verglichen werden.

In den Diagrammen ist der obere Grenzwert angegeben. Das bedeutet, dass das durchschnittliche Geräuschniveau der Lager geringer ist als im Diagramm dargestellt.

Bisher ist der Geräuschindex für die Hauptbaureihen der Radial-Rillenkugellager, Radial-Schräggugellager, Kegelrollenlager und Zylinderrollenlager verfügbar. Weitere Lagerarten und Baureihen werden in nachfolgenden Veröffentlichungen aktualisiert und eingeführt.

Der SGI ist ein zusätzliches Leistungsmerkmal zur Lagerauswahl bei geräuschsensiblen Anwendungen. Die spezifische Eignung eines Lagers für eine Anwendung, beispielsweise hinsichtlich Bauraum, Tragfähigkeit oder Drehzahlgrenze, ist davon unabhängig zu prüfen!

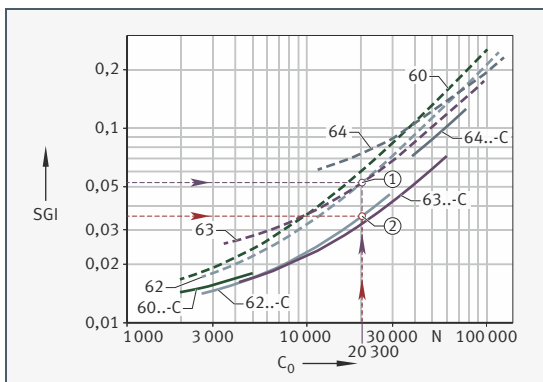
Im Folgenden sind die Diagramme für Radial-Rillenkugellager und Kegelrollenlager dargestellt und anhand der Radial-Rillenkugellager wird eine beispielhafte Bewertung gezeigt.

Diagramme zu weiteren Lagerarten siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager, oder im elektronischen Produktkatalog **medias**:  
<https://medias.schaeffler.de>.

**Bild 61**

Beispiel:  
Vergleich von Rillenkugellagern mittels Schaeffler Geräuschindex

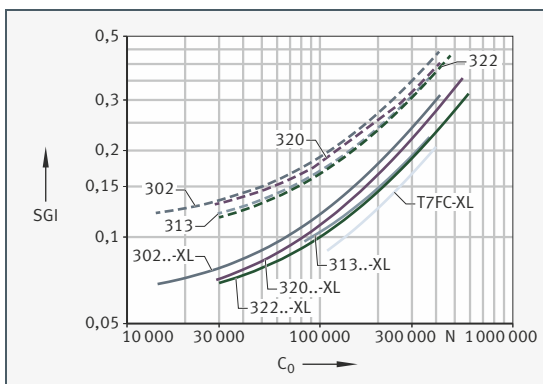
SGI = Schaeffler Geräuschindex  
 $C_0$  = Statische Tragzahl  
 ① = Standard-Baureihe 62  
 ② = Baureihe 62...C (Generation C)



**Bild 62**

Schaeffler Geräuschindex für Kegelrollenlager

SGI = Schaeffler Geräuschindex  
 $C_0$  = Statische Tragzahl



**Beispiel zur Ermittlung des Geräuschindex**

Ist die erforderliche Tragzahl für eine Anwendung bekannt, kann die Lagerung zusätzlich mit dem Geräuschindex als weiteres Leistungsmerkmal ausgelegt werden.

Ist die erforderliche statische Tragzahl beispielsweise  $C_0 = 20\,300\text{ N}$ , so stehen verschiedene Kugellager mit unterschiedlichem SGI-Wert zur Verfügung, siehe Bild 61, Seite 605. Es kann somit für die Anwendung das Lager mit dem kleinsten SGI-Wert ermittelt werden. Insbesondere Lager der Generation C bieten hier einen Vorteil.

**Schmierung** Schmierung und Wartung sind wichtig für die zuverlässige Funktion und lange Gebrauchsdauer der Wälzlager.

**Aufgaben des Schmierstoffs** Der Schmierstoff soll:

- An den Kontaktflächen einen ausreichend tragfähigen Schmierfilm ausbilden und dort damit Verschleiß und vorzeitige Ermüdung vermeiden.
- Bei Ölschmierung die Wärme ableiten.
- Bei Fettschmierung das Lager zusätzlich nach außen gegen feste und flüssige Verunreinigungen abdichten.
- Das Laufgeräusch dämpfen und vor Korrosion schützen.

**Wahl der Schmierungsart** Bei der Konstruktion ist möglichst früh festzulegen, ob die Lager mit Fett oder Öl geschmiert werden. Für die Art der Schmierung und die Schmierstoffmenge sind entscheidend: die Betriebsbedingungen, die Bauform und Größe des Lagers, die Anschlusskonstruktion und die Schmierstoffführung.

### Eigenschaften der Fettschmierung

Bei Fettschmierung sind folgende Vor- und Nachteile zu betrachten:

- Sehr geringer konstruktiver Aufwand
- Die Dichtwirkung und die Depotwirkung
- Hohe Gebrauchsdauer bei geringem Wartungsaufwand (unter Umständen Lebensdauer-Schmierung möglich)
- Bei Nachschmierung gegebenenfalls Auffangraum für Altfett und Zuführungskanäle berücksichtigen.
- Keine Wärmeabfuhr durch den Schmierstoff
- Kein Ausspülen von Verschleiß- und sonstigen Partikeln

### Eigenschaften der Ölschmierung

Bei Ölschmierung sind zu betrachten:

- Gute Schmierstoffverteilung und -versorgung des Kontakts
- Wärmeabfuhr aus dem Lager möglich (wichtig vor allem bei hohen Drehzahlen und Belastungen)
- Ausspülen von Verschleißpartikeln
- Bei Minimalmengenschmierung sehr geringe Reibungsverluste
- Aufwändigere Zuführung und Abdichtung erforderlich



**Fettschmierung** Geeignet zur Fettschmierung sind Wälzlager-Schmierfette K nach DIN 51825.

Die Fette sind nach den Betriebsbedingungen des Lagers zu wählen: Temperatur, Druckbelastung, Drehzahl, Wasser und Feuchtigkeit.

### Druckbelastbarkeit

Für einen tragfähigen Schmierfilm muss die Viskosität bei Betriebstemperatur ausreichend hoch sein. Bei hohen Belastungen sind Schmierfette mit EP-Eigenschaften („extreme pressure“) und hoher Grundölviskosität zu verwenden (KP-Fett nach DIN 51825). Solche Fette sind auch einzusetzen für Lager mit einem höheren Gleitanteil und bei Linienkontakt.

Silikonschmierfette sind nur bei geringen Belastungen möglich ( $P \leq 0,03 \cdot C$ ).

Schmierfette mit Festschmierstoffen sind bevorzugt für Anwendungen im Misch- und Grenzreibungsgebiet zu verwenden! Die Festschmierstoff-Partikelgröße darf 5  $\mu\text{m}$  nicht überschreiten!

### Drehzahl

Die Schmierfette sind nach dem Drehzahlkennwert  $n \cdot d_M$  für Fett auszuwählen, siehe Tabelle Schmierfette, Seite 608:

- Für schnell laufende Wälzlager oder bei kleinem Anlaufmoment sind Fette mit einem hohen Drehzahlkennwert zu wählen.
- Für langsam laufende Lager sind Fette mit einem niedrigen Drehzahlkennwert zu verwenden.

Bei Zentrifugalbeschleunigungen  $> 500 \cdot g$  kann es zu einer Separierung (Trennung von Verdicker und Grundöl) kommen. In diesem Fall beim Schmierstoffhersteller rückfragen.

Polyharnstofffette können bei Scherbeanspruchung ihre Konsistenz stärker ändern als Metallseifenfette!

### Wasser und Feuchtigkeit

Wasser im Schmierfett setzt die Gebrauchsdauer der Lager stark herab:

- Das statische Verhalten von Schmierfetten gegenüber Wasser wird nach DIN 51807 bewertet.
- Die Korrosionsschutzeigenschaften können nach DIN 51802 (Emcor-Test) geprüft werden (Angaben in den Datenblättern der Fetthersteller).

**Schmierfette** Folgende Schmierfette haben sich als besonders geeignet erwiesen:

Kurzzeichen <sup>1)</sup>	Klassifizierung	Art des Schmierfetts
GA01	Kugellagerfett für $\vartheta < +180\text{ °C}$	Polyharnstoff Esteröl
GA02	Kugellagerfett für $\vartheta < +160\text{ °C}$	Polyharnstoff SHC
GA13	Kugel- und Spannlagerfett Standard für $D > 62\text{ mm}$	Lithiumseife Mineralöl
GA14	Kugellagerfett geräuscharm für $D \leq 62\text{ mm}$	Lithiumseife Mineralöl
GA15	Kugellagerfett geräuscharm, hohe Drehzahlen	Lithiumseife Esteröl/SHC
GA22	Leichtlauf fett mit niedrigem Reibmoment	Lithiumseife Esteröl, Mineralöl
L069	Spannlagerfett für weiten Temperaturbereich	Polyharnstoff Esteröl
GA08	Fett für Linienberührung	Lithiumkomplexseife Mineralöl
GA26	Standardfett für Hülsenfreiläufe	Calcium-Lithiumseife Mineralöl
GA28	Vorschubspindellagerfett	Lithiumseife Syntheseöl/Mineralöl
GA11	Medienbeständiges Wälzlagerfett für Temperaturen bis $+250\text{ °C}$	PTFE Alkoxyfluorether
GA47	Medienbeständiges Wälzlagerfett für Temperaturen bis $+140\text{ °C}$	Bariumkomplexseife Mineralöl

<sup>1)</sup> GA.. steht für **Grease Application Group**., basierend auf Grease Spec 00.

<sup>2)</sup> Die obere Dauergrenztemperatur  $\vartheta_{\text{Grenz, oben}}$  darf nicht überschritten werden, wenn eine temperaturbedingte Minderung der Fettgebrauchsdauer vermieden werden soll.

<sup>3)</sup> Abhängig vom Lagertyp.

Gebrauchs- temperaturbereich  °C	Obere Dauergrenz- temperatur $\vartheta_{\text{Grenz,oben}}^{2)}$  °C	NLGI- Klasse	Drehzahl- kennwert $n \cdot d_M$  $\text{min}^{-1} \cdot \text{mm}$	ISO-VG-Klasse (Grundöl) <sup>3)</sup>	Kurz- zeichen <sup>1)</sup>	Empfohlenes Arcanol-Fett zur Nach- schmierung
-30 bis +180	+125	2 bis 3	600 000	68 bis 220	GA01	-
-40 bis +160	+90	2 bis 3	500 000	68 bis 220	GA02	-
-20 bis +120	+75	3	500 000	68 bis 150	GA13	MULTI3
-30 bis +120	+75	2	500 000	68 bis 150	GA14	MULTI2
-40 bis +120	+75	2 bis 3	1 000 000	22 bis 32	GA15	-
-50 bis +120	+70	2	1 500 000	10 bis 22	GA22	-
-40 bis +180	+120	2	700 000	68 bis 220	L069	-
-20 bis +140	+95	2 bis 3	500 000	150 bis 320	GA08	LOAD150
-20 bis +80	+60	2	500 000	10 bis 22	GA26	-
-30 bis +140	+80	2	800 000	15 bis 100	GA28	MULTITOP
-30 bis +260	+200	2	300 000	460 bis 680	GA11	TEMP200
-20 bis +130	+70	1 bis 2	350 000	150 bis 320	GA47	-

**Ölschmierung** Zur Schmierung von Wälzlagern eignen sich grundsätzlich Mineral- oder Syntheseöle. Schmieröle auf Mineralölbasis werden am häufigsten verwendet. Sie müssen mindestens die Anforderungen nach DIN 51517 oder DIN 51524 erfüllen.

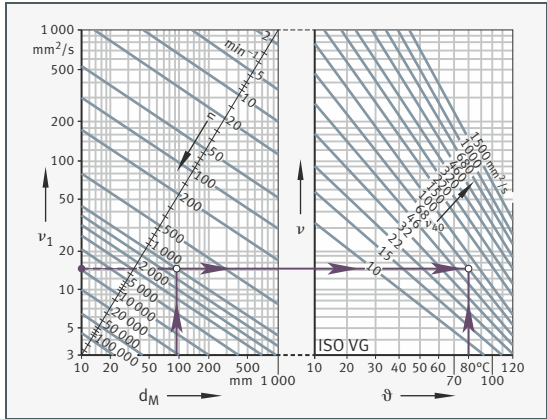
### Bezugsviskosität für Mineralöle

Der Richtwert für  $\nu_1$  hängt ab vom mittleren Lagerdurchmesser  $d_M$  und von der Drehzahl  $n$ . Er berücksichtigt die Erkenntnisse der EHD-Theorie zur Schmierfilmbildung und praktische Erfahrungen. Abhängig von der Betriebsdrehzahl muss das Schmieröl bei Betriebstemperatur mindestens die Bezugsviskosität  $\nu_1$  haben, siehe Bild 63.

**Bild 63**

Bezugsviskosität und  $\nu/\vartheta$ -Diagramm für Mineralöle

$n$  = Betriebsdrehzahl  
 $\nu_1$  = Bezugsviskosität  
 $\nu$  = Betriebsviskosität  
 $d_M$  = Mittlerer Lagerdurchmesser  $(d + D)/2$   
 $\vartheta$  = Betriebstemperatur  
 $\nu_{40}$  = Viskosität bei +40 °C



### Bestimmung der Bezugsviskosität

Die Bezugsviskosität  $\nu_1$  wird folgendermaßen bestimmt:

- $\nu_1$  einer Nennviskosität der ISO VG zwischen 10 und 1500 zuordnen (Mittelpunktviskosität nach ISO 3448).
- Zwischenwerte auf die nächstliegende ISO VG runden (bedingt durch die Stufensprünge).

Das Verfahren darf nicht für synthetische Schmieröle eingesetzt werden, da hier ein unterschiedliches V-/P- (Viskositäts-Druck) und V-/T- (Viskositäts-Temperatur) Verhalten vorliegen!

### Einfluss der Temperatur auf die Viskosität

Mit steigender Temperatur fällt die Viskosität des Öls. Diese temperaturabhängige Änderung der Viskosität wird durch den Viskositätsindex VI beschrieben. Bei Mineralölen sollte der Viskositätsindex bei mindestens 95 liegen.

Bei der Wahl der Viskosität ist die untere Betriebstemperatur zu berücksichtigen, da die steigende Viskosität das Fließvermögen des Schmierstoffs verringert. Dadurch können sich die Leistungsverluste erhöhen.

Eine sehr lange Lebensdauer kann mit dem Viskositätsverhältnis  $\kappa = \nu/\nu_1 = 3$  bis 4 erreicht werden. Hochviskose Öle bringen jedoch nicht nur Vorteile. Neben den Leistungsverlusten durch die Schmierstoffreibung können bei tiefen, aber auch normalen Temperaturen Probleme mit der Zu- oder Abführung des Öls auftreten.

Das Öl ist so zäh zu wählen, dass sich eine möglichst hohe Ermüdungslebensdauer ergibt. Gleichzeitig muss sichergestellt sein, dass die Lager ständig ausreichend mit Öl versorgt werden.

### Druckbelastbarkeit und Verschleißschutz-Zusatz

Sind Lager hoch belastet oder ist die Betriebsviskosität  $\nu$  kleiner als die Bezugsviskosität  $\nu_1$ , dann sollten Öle mit Verschleißschutz-Zusätzen (Kennbuchstabe P nach DIN 51502) verwendet werden. Solche Öle sind auch bei Wälzlagern mit größeren Gleitanteilen erforderlich (zum Beispiel Lager mit Linienkontakt).

Diese grenzschichtbildenden Zusätze mindern die schädlichen Auswirkungen der stellenweise auftretenden metallischen Berührung (Verschleiß). Die Eignung der Additive ist unterschiedlich und meist stark temperaturabhängig. Ihre Wirksamkeit kann nur durch die Prüfung im Wälzlager beurteilt werden (zum Beispiel auf einem Prüfstand FE8 nach DIN 51819). Silikonöle dürfen nur bei geringen Belastungen ( $P \leq 0,03 \cdot C$ ) verwendet werden!

**Schmierverfahren** Wesentliche Schmierverfahren sind:

- Die Tropfölschmierung
- Die Öl-Luftschmierung (zur Entlastung der Umwelt auch als Ersatz für Önebelschmierung)
- Die Ölbadschmierung (Tauch- oder Sumpfschmierung)
- Die Ölumlaufschmierung

### Tropfölschmierung

Diese ist anwendbar für schnell laufende Lager. Die notwendige Ölmenge hängt ab von der Lagergröße, der Lagerbauart, der Betriebsdrehzahl und der Belastung.

Der Richtwert liegt zwischen 3 Tropfen/min und 50 Tropfen/min für jede Wälzkörperlaufbahn (ein Tropfen wiegt ungefähr 0,025 g). Das überschüssige Öl muss aus der Lagerung ablaufen können!

### Öl-Luftschmierung

Dieses Verfahren eignet sich besonders für schnell laufende und gering belastete Radiallager ( $n \cdot d_M = 800\,000$  bis  $3\,000\,000 \text{ min}^{-1} \cdot \text{mm}$ ).

Wasserfreie und gereinigte Druckluft führt das Öl dem Lager zu. Dadurch entsteht ein Überdruck. Dieser verhindert, dass Verunreinigungen in das Lager eindringen.

Mit einer als Minimalmengenschmierung ausgeführten Öl-Luftschmierung lassen sich ein niedriges Reibmoment sowie eine niedrige Betriebstemperatur erreichen.

### Ölbadschmierung

Der Ölstand soll bis zur Mitte des untersten Wälzkörpers reichen.

Liegt der Ölstand darüber, ist bei hoher Umfangsgeschwindigkeit eine höhere Lagertemperatur (Planschverluste) möglich. Zusätzlich kann sich Ölschaum bilden.

Die Drehzahleignung geht allgemein bis  $n \cdot d_M = 300\,000 \text{ min}^{-1} \cdot \text{mm}$ .

Bei  $n \cdot d_M < 150\,000 \text{ min}^{-1} \cdot \text{mm}$  darf das Lager auch voll eintauchen.

Bei Lagern mit asymmetrischem Querschnitt (zum Beispiel Schrägkugellager) müssen wegen der Förderwirkung Ölrücklaufkanäle vorgesehen werden, damit sich ein Umlauf einstellen kann.

Für Axiallager ist der Ölstand bis zum Innendurchmesser des Axialkranzes erforderlich.

Die Ölmenge sollte im Gehäuse ausreichend bemessen sein, sonst sind sehr kurze Ölwechselintervalle notwendig.

### Ölumlaufschmierung

Durch Ölumlaufschmierung wird das Öl rückgekühlt. Es führt so Wärme aus dem Lager ab. Die Ölmenge zur Wärmeabfuhr hängt von den Kühlverhältnissen ab, siehe Abschnitt Drehzahlen, Seite 599.

Für Lager mit asymmetrischem Querschnitt (zum Beispiel Schrägkugellager, Kegelrollenlager, Axial-Pendelrollenlager) sind wegen ihrer Förderwirkung größere Durchlaufmengen zulässig als für Lager mit symmetrischem Querschnitt. Mit großen Mengen können Verschleißpartikel oder Wärme abgeführt werden.

### Gestaltung der Anschlusskonstruktion bei Ölschmierung

Die Schmierbohrungen im Gehäuse und in der Welle müssen mit den Schmierbohrungen der Wälzlager fluchten.

Es sind ausreichende Querschnitte für Ringnuten, Taschen oder Ähnliches vorzusehen. Das Schmieröl muss drucklos ablaufen (verhindert Ölstau und die zusätzliche Erwärmung des Öls).

Bei Axiallagern ist das Öl grundsätzlich von innen nach außen zu führen.

### Öleinspritzschmierung

Bei schnell umlaufenden Lagern wird das Öl gezielt in den Spalt zwischen Käfig und Lagerring eingespritzt. Die Einspritzschmierung mit großen Umlaufmengen ist mit hoher Verlustleistung verbunden.

Die Erwärmung der Lager lässt sich nur mit hohem Aufwand in Grenzen halten. Die für die Umlaufschmierung sinnvolle Obergrenze des Drehzahlkennwerts  $n \cdot d_M = 1\,000\,000 \text{ min}^{-1} \cdot \text{mm}$  kann bei geeigneten Lagern (zum Beispiel Spindellager) mit der Einspritzschmierung erheblich überschritten werden.

### Wärmeabfuhr durch den Schmierstoff

Schmieröl führt Reibungswärme aus dem Lager ab. Berechnet werden können der Wärmestrom  $\dot{Q}_L$ , der mit dem Schmierstoff abgeführt wird, und der notwendige Schmierstoff-Volumenstrom  $\dot{V}_L$ , siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager.

**Ölwechsel** Bei Temperaturen im Lager unter +50 °C und geringer Verschmutzung genügt im Allgemeinen ein Ölwechsel pro Jahr. Die genauen Fristen für den Ölwechsel sind mit dem Ölhersteller abzustimmen!

### Erschwerter Betrieb

Bei erschwerter Bedingungen ist das Öl häufiger zu wechseln. Dies gilt zum Beispiel bei höheren Temperaturen und geringen Ölmengen mit großer Umwälzzahl.

Die Umwälzzahl gibt an, wie oft das gesamte zur Verfügung stehende Schmierölvolumen pro Stunde umgewälzt oder umgepumpt wird, siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager.

Gleichung 72

$$\text{Umwälzzahl} = \frac{\text{Pumpenförderung } \text{m}^3/\text{h}}{\text{Behälterinhalt } \text{m}^3}$$

**Lagerdaten** Hier wird der Unterschied zwischen Lagerluft und Betriebsspiel erklärt. Weiter werden Lagerteile wie die Lagerwerkstoffe, Käfige, Führungen usw. beschrieben.

**Radiale Lagerluft** Die radiale Lagerluft gilt für Lager mit Innenring und wird am ausgebauten Lager ermittelt. Sie ist das Maß, um das sich der Innenring gegenüber dem Außenring in radialer Richtung von einer Grenzstellung zur gegenüberliegenden verschieben lässt, siehe Bild 65, Seite 615.

In der folgenden Tabelle sind die Gruppen der radialen Lagerluft nach DIN 620-4 bzw. ISO 5753-1 aufgeführt.

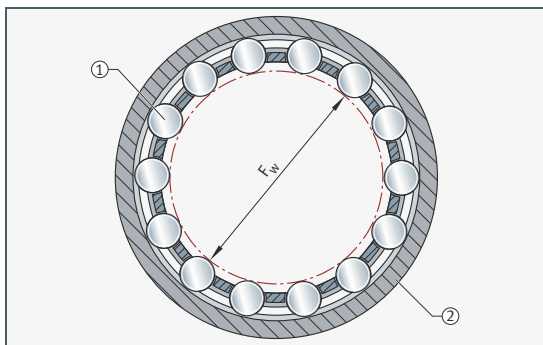
Lagerluftgruppe nach DIN 620-4	Lagerluftgruppe nach ISO 5753-1	Bedeutung	Einsatzspektrum
C2	Group 2	Lagerluft < CN	Für starke Wechselbelastungen in Verbindung mit Schwenkbewegungen
CN	Group N	Lagerluft Normal, CN wird normalerweise in den Lagerbezeichnungen nicht angegeben	Für normale Betriebsverhältnisse bei Wellen- und Gehäusetoleranzen, siehe Abschnitt Betriebsspiel, Seite 615, und Gestaltung der Lagerung, Seite 625
C3	Group 3	Lagerluft > CN	Für Presspassungen der Lagerringe und größeres Temperaturgefälle zwischen Innen- und Außenring
C4	Group 4	Lagerluft > C3	
C5	Group 5	Lagerluft > C4	

**Hüllkreis** Für Lager ohne Innenring gilt der Hüllkreis  $F_w$ . Dieser ist der innere Begrenzungskreis der Wälzkörper bei spielfreier Anlage an der Außenlaufbahn, siehe Bild 64.

**Bild 64**  
Hüllkreis

$F_w$  = Hüllkreisdurchmesser

- ① Wälzkörper
- ② Außenlaufbahn





**Betriebsspiel** Das Betriebsspiel wird am eingebauten und betriebswarmen Lager ermittelt. Es ist das Maß, um das sich die Welle in radialer Richtung von einer Grenzstellung zur gegenüberliegenden verschoben lässt. Das Betriebsspiel ergibt sich aus der radialen Lagerluft und der Veränderung der radialen Lagerluft durch Passungsübermaß und Temperatureinflüsse im eingebauten Zustand.

**Größe des Betriebsspiels** Die Größe des Betriebsspiels hängt von den Betriebs- und Einbaubedingungen des Lagers ab, siehe auch Abschnitt Gestaltung der Lagerung, Seite 625.

Ein größeres Betriebsspiel ist beispielsweise notwendig bei Wärmezufuhr über die Welle, bei Wellendurchbiegung und Fluchtungsfehlern.

Ein kleineres Betriebsspiel als CN ist nur in Sonderfällen anzuwenden, zum Beispiel bei Genauigkeitslagerungen. Das normale Betriebsspiel wird mit der Lagerluft CN, bei größeren Lagern überwiegend mit C3 erreicht, wenn die empfohlenen Wellen- und Gehäusetoleranzen eingehalten werden, siehe Abschnitt Gestaltung der Lagerung, Seite 625.

Das Betriebsspiel lässt sich folgendermaßen berechnen:

**Gleichung 73**

$$s = s_r - \Delta s_p - \Delta s_T$$

**Legende**

$s$   $\mu\text{m}$

Radiales Betriebsspiel des eingebauten, betriebswarmen Lagers

$s_r$   $\mu\text{m}$

Radiale Lagerluft

$\Delta s_p$   $\mu\text{m}$

Passungsbedingte Minderung der radialen Lagerluft

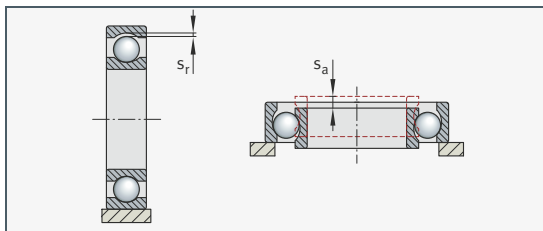
$\Delta s_T$   $\mu\text{m}$

Temperaturbedingte Minderung der radialen Lagerluft.

**Axiale Lagerluft** Die axiale Lagerluft  $s_a$  ist das Maß, um das sich ein Lagerring gegenüber dem anderen ohne Belastung längs der Lagerachse verschieben lässt, siehe Bild 65.

**Bild 65**  
Axiale und radiale Lagerluft

$s_a$  = Axiale Lagerluft  
 $s_r$  = Radiale Lagerluft



Bei verschiedenen Lagerbauarten hängen die radiale Lagerluft  $s_r$  und die axiale Lagerluft  $s_a$  voneinander ab. Anhaltswerte für den Zusammenhang zwischen der Radial- und Axialluft zeigt für einige Lagerbauarten die folgende Tabelle.

Lagerbauart		Verhältnis axialer zu radialer Lagerluft $s_a/s_r$
Pendelkugellager		$2,3 \cdot Y_0^{1)}$
Pendelrollenlager		$2,3 \cdot Y_0^{1)}$
Kegelrollenlager	einreihig, paarweise angeordnet	$4,6 \cdot Y_0^{1)}$
	paarweise zusammengepasst (N11CA)	$2,3 \cdot Y_0^{1)}$
Schräggugellager	zweireihig, Reihe 32 und 33	1,4
	zweireihig, Reihe 32..-B und 33..-B	2
Vierpunktlager		1,4

<sup>1)</sup>  $Y_0$  = Axiallastfaktor nach Produktabelle.

**Lagerwerkstoffe** Schaeffler-Wälzlager erfüllen die Anforderungen an die Ermüdungs- und Verschleißfestigkeit, Härte, Zähigkeit und Gefügestabilität.

Das Material für die Ringe und Wälzkörper ist in der Regel ein niedrig legierter, durchhärtender Chromstahl von hoher Reinheit. Für stark stoß- und biegewechselbeanspruchte Lager wird auch Einsatzstahl verwendet.

Vor allem durch die verbesserte Qualität der Wälzlagerstähle konnten in den letzten Jahren die Tragzahlen beträchtlich erhöht werden.

Forschungsergebnisse und die praktische Erfahrung bestätigen, dass Lager aus dem heutigen Standardstahl bei nicht zu hohen Belastungen sowie günstigen Schmierungs- und Sauberkeitsbedingungen Dauerfestigkeit erreichen.

**High Nitrogen Steel** Mit Sonderlagern aus HNS (High Nitrogen Steel) sind auch bei schwierigsten Bedingungen (hohe Temperaturen, Feuchtigkeit, Schmutz) ausreichende Gebrauchsdauern zu erreichen.

**Hochleistungsstähle Cronidur und Cronitect** Für höhere Leistungsanforderungen stehen hochkorrosionsbeständige, stickstofflegierte, martensitische HNS-Stähle wie Cronidur und Cronitect zur Verfügung.

Im Gegensatz zu Cronidur wird bei der kostengünstigeren Alternative Cronitect der Stickstoff über ein Randschicht-Härteverfahren in das Gefüge eingebracht.

Beide Stähle sind hinsichtlich Korrosionsbeständigkeit sowie Ermüdungsfestigkeit den herkömmlichen Niro-Stählen für Wälzlager deutlich überlegen.

**Keramik-Werkstoffe** Für Keramik-Hybridspindellager werden Kugeln aus Siliziumnitrid gefertigt. Diese Keramikugeln sind deutlich leichter als Stahlkugeln. Fliehkräfte und Reibung werden erheblich reduziert.

Hybridlager ermöglichen höchste Drehzahlen, auch bei Fettschmierung, sowie lange Gebrauchsdauern und niedrige Betriebstemperaturen.

**Werkstoffe für Lagerkomponenten** Die folgende Tabelle zeigt geeignete Werkstoffe und ihre Anwendung in der Lagertechnik.

Werkstoff	Lagerkomponente (Beispiel)
durchhärtender Chromstahl – Wälzlagerstahl nach ISO 683-17	Außen- und Innenring, Axialscheibe, Kugeln, Rollen
HNS – High Nitrogen Steel	Außen- und Innenring
nichtrostender Stahl – Wälzlagerstahl nach ISO 683-17	Außen- und Innenring
Einsatzstahl	beispielsweise Außenring der Stützrollen
flam- und induktionsgehärteter Stahl	Rollenzapfen der Kurvenrollen
Stahlband nach EN 10139, SAE J403	Außenring der Nadelhülsen und Nadelbüchsen
Siliziumnitrid	Keramikkugeln
Messinglegierung	Käfig
Aluminiumlegierung	Käfig
Polyamid (thermoplastischer Kunststoff)	Käfig
NBR, FPM, TPU	Dichtring

- Käfige** Die wichtigsten Aufgaben des Käfigs sind:
- Die Wälzkörper voneinander zu trennen, um Reibung und Wärmeentwicklung möglichst gering zu halten.
  - Die Wälzkörper in gleichem Abstand voneinander zu halten, damit sich die Last gleichmäßig verteilt.
  - Bei zerlegbaren und ausschwenkbaren Lagern das Herausfallen der Wälzkörper zu verhindern.
  - Die Wälzkörper in der unbelasteten Zone des Lagers zu führen.
- Wälzlagerkäfige werden unterteilt in Blech- und Massivkäfige.

- Blechkäfige** Diese Käfige werden vorwiegend aus Stahl, für einige Lager auch aus Messing hergestellt, siehe Bild 66, Seite 619. Im Vergleich zu Massivkäfigen aus Metall haben Blechkäfige ein geringeres Gewicht.
- Weil ein Blechkäfig den Spalt zwischen Innenring und Außenring nur wenig ausfüllt, gelangt Schmierstoff leicht ins Lagerinnere und wird am Käfig gespeichert.
- In der Regel wird ein Blechkäfig aus Stahl nur dann im Lagerkurzzeichen angegeben, wenn er nicht als Standardausführung des Lagers festgelegt ist.

- Massivkäfige** Diese Käfige werden aus Metall, Hartgewebe oder Kunststoff hergestellt, siehe Bild 67 und Bild 68, Seite 619. Sie sind anhand des Lagerkurzzeichens erkennbar.

### Massivkäfige aus Metall oder Hartgewebe

Massivkäfige aus Metall verwendet man bei hohen Anforderungen an die Käfigfestigkeit und bei hohen Temperaturen.

Massivkäfige werden auch eingesetzt, wenn eine Bordführung des Käfigs notwendig ist. Bordgeführte Käfige für schnell laufende Lager werden vielfach aus leichten Werkstoffen, wie Leichtmetall oder Hartgewebe, gefertigt, damit die Massenkräfte klein bleiben.

### Massivkäfige aus Polyamid PA66

Massivkäfige aus Polyamid PA66 werden im Spritzgießverfahren hergestellt, siehe Bild 68, Seite 619. Damit können in der Regel Käfigformen verwirklicht werden, die besonders tragfähige Konstruktionen ermöglichen. Die Elastizität und das geringe Gewicht des Polyamids wirken sich günstig aus bei stoßartigen Lagerbeanspruchungen, hohen Beschleunigungen und Verzögerungen und bei Verkippungen der Lagerringe gegeneinander. Polyamidkäfige haben sehr gute Gleit- und Notlaufeigenschaften.

Käfige aus glasfaserverstärktem Polyamid PA66 eignen sich für Dauertemperaturen bis +120 °C. Für höhere Betriebstemperaturen können Kunststoffe wie zum Beispiel PA46 oder PEEK eingesetzt werden.

Bei Ölschmierung können im Öl enthaltene Additive zu einer Beeinträchtigung der Käfiggebrauchsdauer führen! Auch gealtertes Öl kann bei höheren Temperaturen die Käfiggebrauchsdauer beeinträchtigen, so dass auf die Einhaltung der Ölwechselfristen zu achten ist!

### Käfigausführungen

Die folgenden Darstellungen zeigen einige typische Käfigausführungen.

**Bild 66**

*Blechkäfige aus Stahl*

- ① Nietkäfig für Rillenkugellager
- ② Fensterkäfig für Nadellager
- ③ Fensterkäfig für Pendelrollenlager



**Bild 67**

*Massivkäfige aus Messing*

- ① Genietetes Massivkäfig für Rillenkugellager
- ② Fensterkäfig für Schrägkugellager
- ③ Stegvermietetes Käfig für Zylinderrollenlager



**Bild 68**

*Massivkäfige aus glasfaserverstärktem Polyamid*

- ① Fensterkäfig für einreihige Schrägkugellager
- ② Fensterkäfig für Zylinderrollenlager
- ③ Fensterkäfig für Nadellager



### ISO-Maßpläne für Lagerarten

In den deutschen und internationalen Normen (DIN, ISO) sind die äußeren Abmessungen der handelsüblichen Wälzlager in Maßplänen festgelegt. Als feste Grundlage für die Aufstellung der Maßpläne dienten einige Reihen von Wälzlagern, die bereits zu Beginn des 20. Jahrhunderts in übereinstimmenden Außenabmessungen gefertigt wurden. Diese Reihen wurden systematisch erweitert und durch zusätzliche ergänzt. Um einer Verwilderung der Maße vorzubeugen, beschränkte man sich nicht auf den seinerzeit in Betracht kommenden Bereich, sondern legte auch die Abmessungen von Lagern fest, die vielleicht erst in Zukunft konstruiert und gefertigt werden. ISO beschreibt die Maßpläne der unterschiedlichen Bauarten in getrennten Dokumenten:

- Radiallager (ausgenommen einreihige Nadellager, Spannlager und Kegelrollenlager) in ISO 15
- Kegelrollenlager in ISO 355
- Axiallager in ISO 104

DIN 616 beschreibt Maßpläne der Radial- und Axiallager.

Eine Übersicht der ISO- und DIN-Wälzlagnormen gibt DIN 611:2010.

### Vorteile der Maßpläne

Die Maßpläne gelten für unterschiedliche Lagerarten. Standard-Wälzlager verschiedener Bauarten können in den gleichen Außenabmessungen hergestellt werden. Damit hat der Konstrukteur die Möglichkeit, für den gleichen Einbauraum unter Lagern mehrerer Bauarten mit gleichen Außenabmessungen auszuwählen.

In den Maßplänen sind einer Lagerbohrung mehrere Außendurchmesser und Breitenmaße zugeordnet, siehe Bild 71, Seite 622. So können mehrere Lager gleicher Bauart konstruiert werden, die bei gleicher Bohrung verschiedene Tragfähigkeiten haben. Die Entwicklung neuer Lagerreihen und einzelner neuer Wälzlager nach den Maßplänen hat für Anwender und Hersteller erhebliche Vorteile. Allen künftigen Entwicklungen sollten deshalb stets die Maßpläne zugrunde gelegt werden.

### Breiten- und Durchmesserreihen

Breiten- und Durchmesserreihen werden durch Ziffern beschrieben.

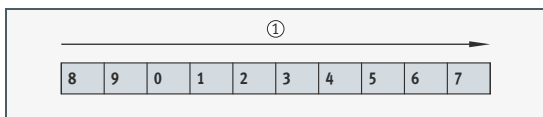
Für Radiallager nach DIN 616 und ISO 15 zum Beispiel:

- Für Breitenreihen die Ziffern 8, 9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, siehe Bild 69, Seite 621
- Zur Kennzeichnung der Durchmesserreihen die Ziffern 7, 8, 9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, siehe Bild 70, Seite 621

Viele genormte Wälzlagerbezeichnungen enthalten die Maß-, Bau- und Durchmesserreihe.

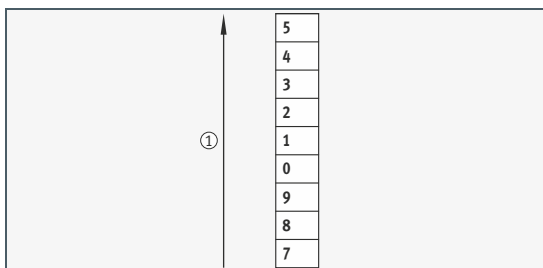
**Bild 69**  
Kennzeichnung  
der Breitenreihe

① Breitenreihe



**Bild 70**  
Kennzeichnung  
der Durchmesserreihe

① Durchmesserreihe



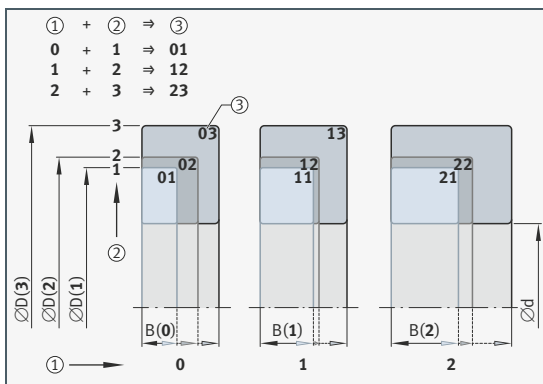
## Maßreihe

Die jeweilige Ziffer der Breiten- und Durchmesserreihe zusammengeführt kennzeichnet die Maßreihe, siehe folgende Tabelle. So ergibt sich zum Beispiel nach dieser Tabelle für ein Radiallager der Breitenreihe 2 aus der Durchmesserreihe 3 die Maßreihe 23, siehe Bild 71, Seite 622. Durch Anfügen der Lagerbohrungskennzahl wird die Lagergröße vollständig definiert.

Breitenreihe – Anstieg der Querschnittsbreite		8	9	0	1	2	3	4	5	6	7
Durchmesserreihe – Anstieg der Querschnittshöhe	5	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	4	–	–	04	–	24	–	–	–	–	–
	3	83	–	03	12	23	33	–	–	–	–
	2	82	–	02	12	22	32	42	52	62	–
	1	–	–	01	11	21	31	41	51	61	–
	0	–	–	00	10	20	30	40	50	60	–
	9	–	–	09	19	29	39	49	59	69	–
	8	–	–	08	18	28	38	48	58	68	–
	7	–	–	–	17	27	37	47	–	–	–

**Bild 71**  
Bildung der Maßreihe

- ① Breitenreihe
- ② Durchmesserreihe
- ③ Maßreihe



## Bestimmung der Lagerbohrung

Für bestimmte Lagerbauformen werden gemäß DIN 623-1 die Lagerbohrungen direkt oder verschlüsselt angegeben. Bis  $d < 10$  mm ist der Lagerbohrungsdurchmesser im abmessungsbezogenen Teil des Kurzzeichens (Basiszeichens) direkt als die Zahl angegeben, die den Durchmesser kennzeichnet.

Beispiel: Rillenkugellager 623, Bohrungsdurchmesser = 3 mm.

## Bohrungskennzahl

Für Nennmaße  $d \geq 10$  mm bis  $d < 500$  mm wird der Durchmesser durch eine Bohrungskennzahl beschrieben.

Bei Bohrungen von 10 mm bis 17 mm gilt:

$d = 10$  mm, Bohrungskennzahl 00

$d = 12$  mm, Bohrungskennzahl 01

$d = 15$  mm, Bohrungskennzahl 02

$d = 17$  mm, Bohrungskennzahl 03.

Für alle Wälzlager im Bereich von  $d = 20$  mm bis  $d = 480$  mm (ausgenommen zweiseitig wirkende Axiallager) bildet man die Bohrungskennzahl, indem man das Maß der Lagerbohrung durch 5 dividiert.

Beispiel: Lagerbohrung  $d = 360$  mm dividiert durch 5 ( $360 : 5$ ), Bohrungskennzahl = 72.

Ab  $d > 480$  mm wird der unverschlüsselte Bohrungsdurchmesser mit einem Schrägstrich hinter der Lagerreihe angegeben, zum Beispiel 618/500 mit Bohrungsdurchmesser  $d = 500$  mm. Die Zwischengrößen wie zum Beispiel Bohrungsdurchmesser  $d = 22, 28$  und  $d = 32$  mm werden ebenfalls mit Schrägstrich als /22, /28 und /32 angegeben.

Bei Schulterkugellagern wird das unverschlüsselte Bohrungsnennmaß angegeben.



## Lagerbezeichnungen

Jedes Wälzlager hat ein so genanntes Kurzzeichen, das Bauart, Abmessungen, Toleranzen und die Lagerluft – gegebenenfalls auch weitere wichtige Merkmale – eindeutig kennzeichnet. Lager, die das gleiche genormte Kurzzeichen haben, sind gegeneinander austauschbar. Bei zerlegbaren Lagern ist nicht immer gewährleistet, dass Einzelteile verschiedener Herkunft gegeneinander ausgetauscht werden können.

In Deutschland sind die Lagerkurzzeichen in DIN 623-1 genormt. Diese Kurzzeichen werden auch in vielen anderen Ländern verwendet.

### Wälzlagerkurzzeichen

Das Zeichen für die Lagerreihe besteht aus Ziffern und Buchstaben oder aus Buchstaben und Ziffern. Es kennzeichnet die Bauart des Lagers, die Durchmesserreihe und in vielen Fällen auch die Breitenreihe, siehe Bild 72.

### Basis-, Vorsetz- und Nachsetzzeichen

Das Basiszeichen enthält die Zeichen für die Lagerreihe und die Lagerbohrung. Beispiele für Basiszeichen siehe Abschnitt Lagerkurzzeichen, die aus den Basiszeichen bestehen – Beispiele, Seite 624.

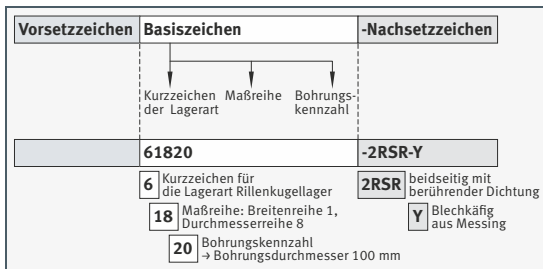
Das Vorsetzzeichen kennzeichnet normalerweise Lagereinzelteile von kompletten Lagern oder Werkstoffvarianten eines Lagers (in bestimmten Fällen kann es auch Teil des Basiszeichens sein).

Das Nachsetzzeichen definiert spezielle Ausführungen und Merkmale.

Vor- und Nachsetzzeichen beschreiben weitere Merkmale des Lagers, sind aber nicht in jedem Fall genormt und werden herstellerabhängig angewandt.

Bild 72 zeigt ein Beispiel für Kurzzeichen auf der Grundlage der Festlegung.

**Bild 72**  
Beispiel für die Lagerkennzeichnung eines Rillenkugellagers



### Lagerkurzzeichen, die aus den Basiszeichen bestehen – Beispiele

6203

62 = Lagerreihe 62, Rillenkugellager,  
Breitenreihe 0 (im Basiszeichen nicht angeschrieben),  
Durchmesserreihe 2

03 = Bohrungskennzahl, Bohrung  $d = 17$  mm

2201

22 = Lagerreihe 22, Pendelkugellager, Breitenreihe 2,  
Durchmesserreihe 2

01 = Bohrungskennzahl, Bohrung  $d = 12$  mm

239/800

239 = Lagerreihe 239, Pendelrollenlager, Breitenreihe 3,  
Durchmesserreihe 9

800 = Bohrungskennzahl, Bohrung  $d = 800$  mm

3315

33 = Lagerreihe 33, Schrägkugellager, zweireihig, Breitenreihe 3,  
Durchmesserreihe 3

15 = Bohrungskennzahl, Bohrung  $d = 75$  mm ( $15 \cdot 5$ )

NU2314

NU23 = Lagerreihe NU23, Zylinderrollenlager mit zwei Borden am  
Außenring, Breitenreihe 2, Durchmesserreihe 3

14 = Bohrungskennzahl, Bohrung  $d = 70$  mm ( $14 \cdot 5$ )

51268

512 = Lagerreihe 512, Axial-Rillenkugellager, Höhenreihe 1,  
Durchmesserreihe 2

68 = Bohrungskennzahl, Bohrung  $d = 340$  mm ( $68 \cdot 5$ ).

Lagerkurzzeichen, die nur aus dem Basiskurzzeichen bestehen und keine Vor- oder Nachsetzzeichen haben, kennzeichnen normale Lager mit normaler Maß-, Form- und Laufgenauigkeit sowie mit normaler radialer Radialluft.

Abweichungen von der Normalausführung stehen in den Vor- und Nachsetzzeichen.

**Gestaltung der Lagerung** Zur Führung und Abstützung eines umlaufenden Maschinenteils sind in der Regel zwei in bestimmtem Abstand voneinander angeordnete Lager erforderlich (Ausnahmen: Vierpunkt-, Kreuzrollen- und Schwenklager). Je nach Anwendung wählt man zwischen einer Fest-/Loslagerung, einer angestellten Lagerung oder einer schwimmenden Lagerung.

**Fest-/Loslagerung** Bei einer Welle, die in zwei Radiallagern abgestützt ist, stimmen die Abstände der Lagersitze auf der Welle und im Gehäuse durch Fertigungstoleranzen häufig nicht überein. Auch durch Erwärmung im Betrieb verändern sich die Abstände. Diese Abstandsunterschiede werden im Loslager ausgeglichen. Beispiele für Fest-/Loslagerung siehe Bild 73, Seite 626 bis Bild 76, Seite 627.

### Loslager

Ideale Loslager sind Zylinderrollenlager mit Käfig N und NU sowie Nadellager, siehe Bild 73 ②, ④, Seite 626. Bei ihnen kann sich der Rollenkranz auf der Laufbahn des bordlosen Lagerrings verschieben.

Alle anderen Lagerbauarten, wie Rillenkugellager und Pendelrollenlager, wirken nur dann als Loslager, wenn ein Lagerring verschiebbar gepasst ist, siehe Bild 74, Seite 627. Der mit Punktlast beaufschlagte Lagerring wird deshalb lose gepasst; meist ist dies der Außenring, siehe Tabelle Umlaufverhältnisse, Seite 634.

### Festlager

Das Festlager führt die Welle axial und überträgt äußere Axialkräfte. Um Axialverspannungen zu vermeiden, wird bei Wellen mit mehr als zwei Lagern nur ein Festlager eingesetzt. Welche Lagerbauart als Festlager gewählt wird, hängt davon ab, wie hoch die Axialkräfte sind und wie genau die Welle axial geführt werden muss.

Mit einem zweireihigen Schrägkugellager, siehe Bild 75 ①, Seite 627, erzielt man zum Beispiel eine engere axiale Führung als mit einem Rillenkugellager oder Pendelrollenlager. Auch ein Paar spiegelbildlich angeordneter Schrägkugellager oder Kegelrollenlager, siehe Bild 76, Seite 627, bietet als Festlager eine sehr enge axiale Führung.

Besonders vorteilhaft sind Schrägkugellager der Universal Ausführung, siehe Bild 77, Seite 628. Die Lager können ohne Passscheiben in O- oder X-Anordnung beliebig gepaart werden. Schrägkugellager der Universal Ausführung sind so abgestimmt, dass sie beim Einbau in X- oder O-Anordnung geringe Axialluft haben (Ausführung UA), spielfrei sind (UO) oder leichte Vorspannung haben (UL).

Spindellager der Universalausführung UL, siehe Bild 78, Seite 628 haben beim Einbau in X- oder O-Anordnung leichte Vorspannung.

Bei Getrieben wird manchmal ein Vierpunktlager direkt neben einem Zylinderrollenlager so eingebaut, dass eine Festlagerstelle entsteht, siehe Bild 75 ③, Seite 627. Das Vierpunktlager, dessen Außenring radial nicht unterstützt ist, kann nur axiale Kräfte übertragen. Das Zylinderrollenlager übernimmt die Radialkraft.

Bei niedrigerer Axialkraft kann auch ein Zylinderrollenlager mit Käfig NUP als Festlager verwendet werden, siehe Bild 76 ③, Seite 627.

### Keine Anstell- und Passarbeiten bei zusammengepassten Kegelrollenlagern

Auch zusammengepasste Kegelrollenlager als Festlager (313..-DF), siehe Bild 79 ②, Seite 628, erleichtern den Einbau. Sie sind vom Hersteller mit entsprechender Axialluft so zusammengepasst, dass Anstell- und Passarbeiten nicht erforderlich sind.

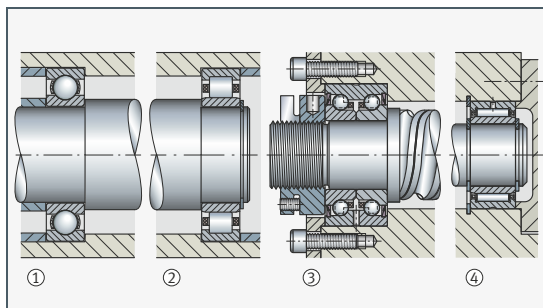
### Beispiele für Fest-/Loslagerung

Die folgenden Bilder zeigen Beispiele für Fest-/Loslagerung.

**Bild 73**

*Fest-/Loslager-  
Anordnungen*

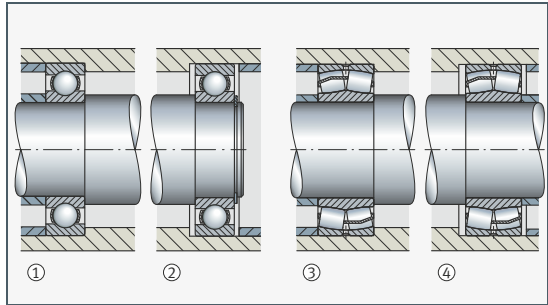
- ① Festlager: Rillenkugellager
- ② Loslager: Zylinderrollenlager NU
- ③ Festlager: Axial-Schräglager ZKLN
- ④ Loslager: Nadellager NKIS



**Bild 74**

*Fest-/Loslager-Anordnungen*

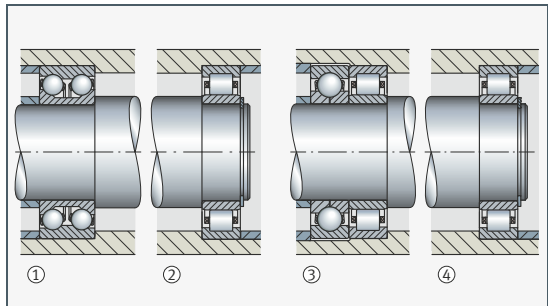
- ① Festlager: Rillenkugellager
- ② Loslager: Rillenkugellager
- ③ Festlager: Pendelrollenlager
- ④ Loslager: Pendelrollenlager



**Bild 75**

*Fest-/Loslager-Anordnungen*

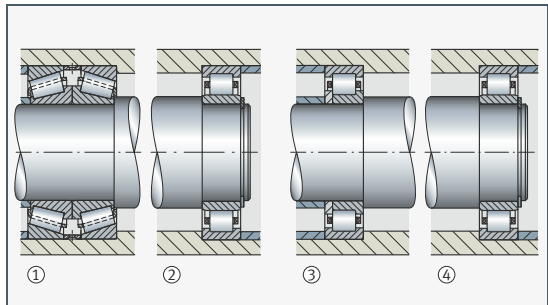
- ① Festlager: Zweireihiges Schrägkugellager
- ② Loslager: Zylinderrollenlager NU
- ③ Festlager: Vierpunkt-lager und Zylinderrollenlager
- ④ Loslager: Zylinderrollenlager NU



**Bild 76**

*Fest-/Loslager-Anordnungen*

- ① Festlager: Zwei Kegelrollenlager
- ② Loslager: Zylinderrollenlager NU
- ③ Festlager: Zylinderrollenlager NUP
- ④ Loslager: Zylinderrollenlager NU

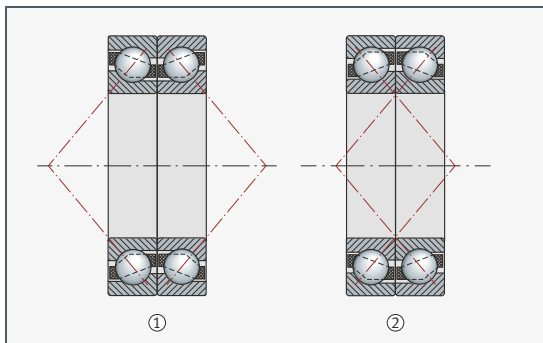


**Bild 77**

Festlager-Anordnungen

Schrägkugellagerpaar  
der Universalausführung

- ① O-Anordnung
- ② X-Anordnung

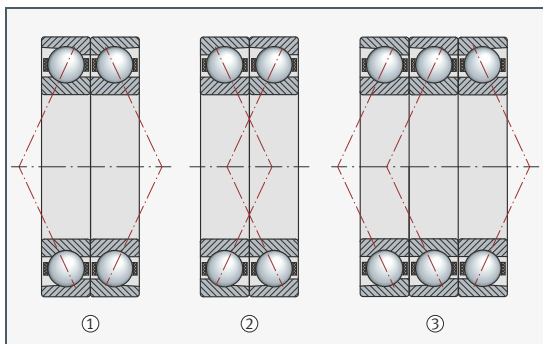


**Bild 78**

Festlager-Anordnungen

Spindellager  
der Universalausführung

- ① O-Anordnung
- ② X-Anordnung
- ③ Tandem-O-Anordnung

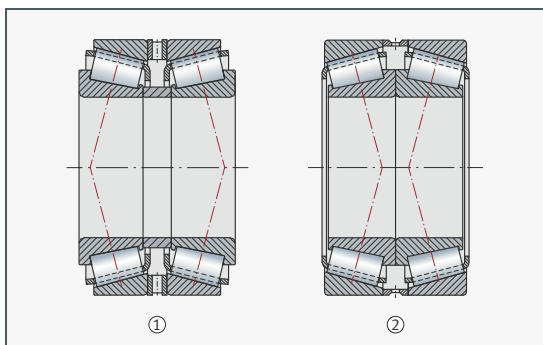


**Bild 79**

Festlager-Anordnungen

Kegelrollenlagerpaar

- ① O-Anordnung
- ② X-Anordnung



## Angestellte Lagerung

Diese Lagerungen bestehen meist aus zwei spiegelbildlich angeordneten Schräglagern (Schrägkugellager, Kegelrollenlager), siehe Bild 80. Die Innen- und Außenringe der Lager werden so weit gegeneinander verschoben, bis das gewünschte Spiel bzw. die gewünschte Vorspannung erreicht ist. Diesen Vorgang nennt man „Anstellen“.

### Schräglager und Rillenkugellager für angestellte Lagerungen geeignet

Schräglager nehmen Kräfte auf, die sich aus einer radialen und einer axialen Komponente zusammensetzen. Es handelt sich hier somit um die Kombination eines Radial- und Axiallagers. Je nach Größe des Nenn-druckwinkels  $\alpha$  zählen Schräglager zu Radial- oder Axiallagern.

Für eine angestellte Lagerung können auch Rillenkugellager verwendet werden; dies sind dann Schrägkugellager mit kleinem Nenn-druckwinkel. Durch die Möglichkeit der Spielregulierung eignen sich angestellte Lagerungen besonders gut, wenn eine enge Führung notwendig ist.

### O- oder X-Anordnung

Grundsätzlich ist bei einer angestellten Lagerung eine O- oder X-Anordnung der Lager möglich, siehe Bild 80.

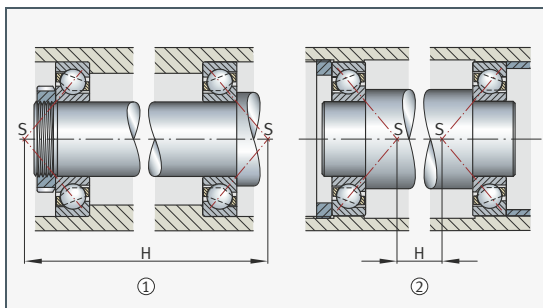
Bei O-Anordnung zeigen die von den Drucklinien gebildeten Kegel mit ihren Spitzen  $S$  nach außen, bei X-Anordnung nach innen. Die Stützbasis  $H$ , also der Abstand der Druckkegelspitzen zueinander, ist bei O-Anordnung größer als bei X-Anordnung. O-Anordnung ist vorzuziehen, wenn das Bauteil bei kurzem Lagerabstand mit möglichst geringem Kippspiel geführt werden soll oder Kippkräfte übertragen werden müssen.

**Bild 80**

Angestellte Lagerung

$S$  = Druckkegelspitze  
 $H$  = Stützabstand  
 Schrägkugellager

- ① O-Anordnung
- ② X-Anordnung



### Einfluss der Wärmedehnung bei O- oder X-Anordnung

Bei der Wahl zwischen O- und X-Anordnung sind auch die Temperaturverhältnisse und Wärmedehnungen zu beachten. Dabei geht man von der Lage der Rollkegelspitzen  $R$  aus. Die Rollkegelspitze  $R$  stellt den Schnittpunkt der Verlängerung der geeigneten Außenringlaufbahn mit der Lagerachse dar, siehe Bild 81, Seite 630.

Ist die Welle wärmer als das Gehäuse ( $T_W > T_G$ ), dehnt sich die Welle in axialer und radialer Richtung stärker aus als das Gehäuse. Dadurch wird bei X-Anordnung das eingestellte Spiel in jedem Fall kleiner (Voraussetzung ist: Gleiche Werkstoffe von Welle und Gehäuse).

**Bild 81**

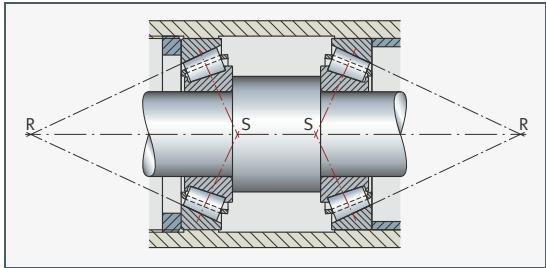
Angestellte Lagerung

S = Druckkegelspitze

R = Rollkegelspitze

Kegelrollenlager

X-Anordnung



Anders verhält es sich bei O-Anordnung. Hier unterscheidet man drei Fälle:

- Fallen die Rollkegelspitzen R in einem Punkt zusammen, dann gleichen sich die axiale und radiale Wärmedehnung aus und das eingestellte Spiel bleibt erhalten, siehe Bild 82 ①.
- Überschneiden sich bei kurzem Lagerabstand die Rollkegel, siehe Bild 82 ②, dann wirkt sich die radiale Dehnung stärker als die axiale auf das Lagerspiel aus: Das Axialspiel nimmt ab. Das ist bei der Anstellung der Lager zu berücksichtigen.
- Überschneiden sich die Rollkegel bei großem Lagerabstand nicht, siehe Bild 82 ③, dann wirkt sich die radiale Dehnung geringer auf das Lagerspiel aus als die axiale: Das Axialspiel wird größer.

**Bild 82**

Kegelrollenlager,  
O-Anordnung

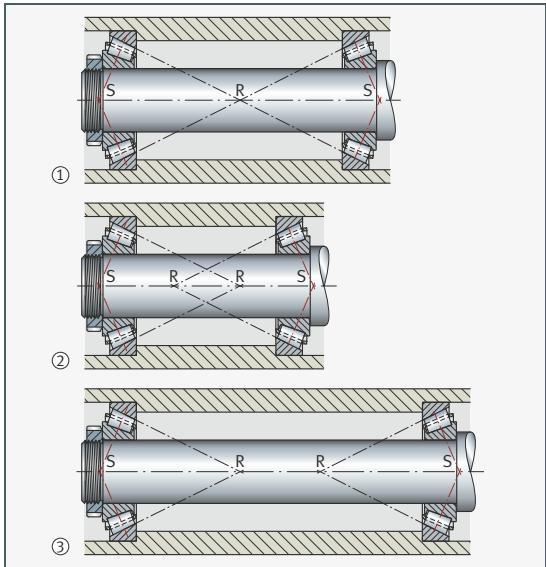
S = Druckkegelspitze

R = Rollkegelspitze

① Rollkegelspitzen  
fallen zusammen

② Rollkegelspitzen  
überschneiden sich

③ Rollkegelspitzen  
überschneiden sich nicht





## Elastische Anstellung

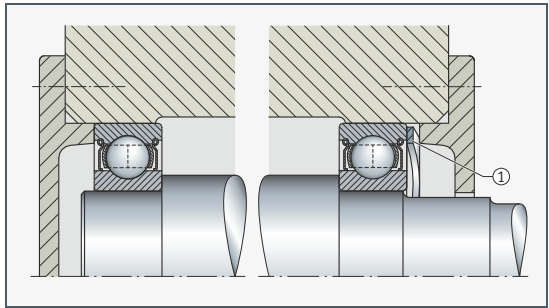
Angestellte Lagerungen erhält man auch durch Vorspannung mit Federn, siehe Bild 83 ①. Diese elastische Art der Anstellung gleicht die Wärme-  
dehnungen aus. Man verwendet sie auch dann, wenn Lagerungen durch Erschütterungen im Stillstand gefährdet sind.

**Bild 83**

Angestellte Lagerung

Rillenkugellager mit Feder-  
scheibe vorgespannt

① Federscheibe



## Schwimmende Lagerung

Die schwimmende Lagerung gleicht in ihrer Anordnung grundsätzlich der angestellten Lagerung. Während bei letzterer jedoch für den betriebs-  
warmen Zustand Spielfreiheit oder sogar Vorspannung angestrebt wird, haben schwimmende Lagerungen immer ein Axialspiel  $s$ , je nach Lager-  
größe mehrere Zehntel Millimeter, siehe Bild 84, Seite 632. Der Wert  $s$  wird in Abhängigkeit der geforderten Führungsgenauigkeit so festgelegt, dass die Lager auch unter ungünstigen thermischen Verhältnissen axial nicht verspannt werden.

## Geeignete Lagerarten

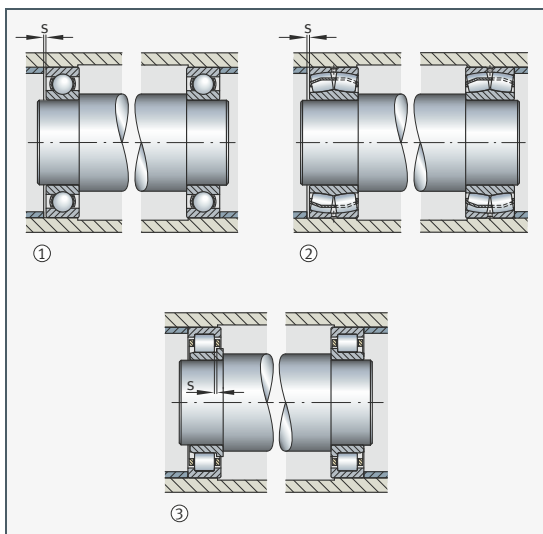
Für eine schwimmende Lagerung kommen nahezu alle Lagerarten in Betracht, die nicht angestellt werden müssen; Beispiele siehe Bild 84, Seite 632. So können zum Beispiel Rillenkugellager, Pendelkugellager und Pendelrollenlager schwimmend angeordnet werden; jeweils ein Ring der beiden Lager (gewöhnlich der Außenring) erhält dann Schiebeseit. Bei der schwimmenden Lagerung mit Zylinderrollenlagern NJ ist der Längenausgleich innerhalb des Lagers möglich.

Kegelrollenlager und Schrägkugellager eignen sich in der Regel nicht für eine schwimmende Anordnung mit großem Axialspiel.

**Bild 84**  
Schwimmende Lagerungen

$s$  = Axialer Verschiebeweg  
(Axialspiel)

- ① Zwei Rillenkugellager
- ② Zwei Pendelrollenlager
- ③ Zwei Zylinderrollenlager NJ



**Passungen** Wälzlager werden nach ihrer Funktion auf der Welle und im Gehäuse in radialer, axialer und tangentialer Richtung befestigt. In radialer und tangentialer Richtung geschieht dies durch eine feste Passung. Axial ist dies jedoch nur bedingt möglich, Wälzlager werden deshalb in der Regel axial formschlüssig fixiert.

**Kriterien zur Wahl der Passung**

Bei der Festlegung der Passung ist zu berücksichtigen:

- Die Lagerringe müssen auf ihrem Umfang gut unterstützt werden, damit die Tragfähigkeit des Lagers voll genutzt werden kann.
- Die Ringe dürfen auf ihren Gegenstücken nicht wandern, da sonst die Sitzflächen beschädigt werden.
- Das Loslager muss Längenänderungen der Welle und des Gehäuses ausgleichen, ein Ring also axial verschiebbar sein.
- Die Lager müssen sich einfach ein- und ausbauen lassen.

Die gute Unterstützung der Lagerringe auf ihrem Umfang erfordert eine feste Passung. Auch die Forderung, dass die Ringe nicht wandern, fordert einen festen Sitz. Sind nicht zerlegbare Lager ein- und auszubauen, kann nur ein Lagerring fest gepasst werden. Bei Zylinderrollenlagern N, NU und Nadellagern können beide Ringe fest gepasst werden, da der Längenausgleich im Lager erfolgt und man die Ringe getrennt montieren kann.

Durch feste Passungen und ein Temperaturgefälle vom Innen- zum Außenring vermindert sich die Radialluft des Lagers! Das ist bei der Wahl der Radialluft zu berücksichtigen!

Wird für die Anschlusskonstruktion ein anderer Werkstoff als Gusseisen oder Stahl verwendet, dann müssen für den Festsitz zusätzlich der Elastizitätsmodul und die unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten der Werkstoffe berücksichtigt werden!

Für Gehäuse aus Aluminium, dünnwandige Gehäuse und Hohlwellen sind gegebenenfalls engere Passungen zu wählen, um den gleichen Kraftschluss wie bei Gusseisen, Stahl oder Vollwellen zu erreichen!

Höhere Belastungen, besonders Stöße, fordern ein größeres Passungsübermaß und engere Formtoleranzen!

### Lagersitz für Axiallager

Axiallager, die nur Axiallasten aufnehmen, dürfen nicht radial geführt werden – ausgenommen Axial-Zylinderrollenlager mit einem Freiheitsgrad in radialer Richtung durch ebene Laufbahnen. Bei rillenförmigen Laufbahnen ist dieser nicht gegeben und muss durch den losen Sitz der still stehenden Scheibe geschaffen werden. Für die umlaufende Scheibe wird meist ein fester Sitz gewählt.

Nehmen Axiallager auch Radialkräfte auf, zum Beispiel Axial-Pendelrollenlager, so sind Passungen wie für Radiallager zu wählen.

Die Anlageflächen der Gegenstücke müssen senkrecht zur Drehachse stehen (Gesamtplanlauf toleranz nach IT5 oder besser), damit sich die Belastung gleichmäßig auf alle Rollkörper verteilt.

**Umlaufverhältnisse** Das Umlaufverhältnis kennzeichnet die Bewegung eines Lagerringes im Verhältnis zur Lastrichtung und liegt als Umfangs- oder Punktlast vor, siehe Tabelle Umlaufverhältnisse, Seite 634.

### Punktlast

Steht der Lagerring relativ zur Belastungsrichtung still, treten keine Kräfte auf, die den Ring relativ zu seiner Sitzfläche verschieben. Eine solche Belastung wird als Punktlast bezeichnet.

Es besteht nicht die Gefahr, dass die Sitzfläche beschädigt wird. Eine lose Passung ist möglich.

### Umfangslast

Treten Kräfte auf, die den Lagerring relativ zu seiner Sitzfläche verschieben wollen, wird bei einer Umdrehung des Lagers jeder Punkt der Laufbahn belastet. Eine solche Belastung wird als Umfangslast bezeichnet.

Es besteht die Gefahr, dass die Sitzfläche beschädigt wird. Deshalb ist eine feste Passung vorzusehen.


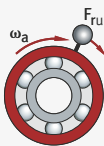


### Unbestimmte Lastrichtung

Ändert sich die Richtung der Last unregelmäßig oder pendelnd oder treten Stöße oder Erschütterungen auf, wird die Laufbahn ebenfalls belastet. Eine solche Belastung wird als unbestimmte Lastrichtung bezeichnet.

Es besteht die Gefahr, dass die Sitzfläche beschädigt wird. Deshalb ist eine feste Passung vorzusehen.

Richtlinien für die Auswahl der Wellen- und Bohrungstoleranzen für die verschiedenen Lagerbauformen sind für gegebene Einbau- und Belastungsverhältnisse den Schaeffler Katalogen für Wälzlager zu entnehmen.

In der folgenden Tabelle sind unterschiedliche Umlaufverhältnisse (Bewegungsverhältnisse) dargestellt:

Umlaufverhältnis	Beispiel	Schema	Belastungsfall	Passung
Innenring rotiert Außenring steht still Lastrichtung unveränderlich	Welle mit Gewichtsbelastung		Umfangslast für den Innenring und Punktlast für den Außenring	Innenring: feste Passung notwendig und Außenring: lose Passung zulässig
Innenring steht still Außenring rotiert Lastrichtung rotiert mit dem Außenring	Nabenlagerung mit großer Unwucht			
Innenring steht still Außenring rotiert Lastrichtung unveränderlich	Kfz-Vorderrad, Laufrolle, (Nabenlagerung)		Punktlast für den Innenring und Umfangslast für den Außenring	Innenring: lose Passung zulässig und Außenring: feste Passung notwendig
Innenring rotiert Außenring steht still Lastrichtung rotiert mit dem Innenring	Zentrifuge, Schwingsieb			

**Wellen- und Gehäuse toleranzen** Die ISO-Toleranzen für Welle und Gehäuse (ISO 286) ergeben zusammen mit den Toleranzen  $t_{\Delta d_{mp}}$  für die Bohrung und  $t_{\Delta D_{mp}}$  für den Außendurchmesser der Lager (ISO 492 für Radiallager, ISO 199 für Axiallager) die Passung.

**ISO-Toleranzklassen** Die Wellen- und Gehäusetoleranzen sind in Form von ISO-Toleranzklassen nach ISO 286-1 und ISO 286-2 festgelegt. Die Bezeichnung der Toleranzklassen, zum Beispiel „E8“, besteht aus einem oder zwei Großbuchstaben für Gehäuse oder Kleinbuchstaben für Wellen (= Grundmaß-Identifizierer, der die Toleranzlage zur Nulllinie definiert, zum Beispiel „E“) und der Gradnummer des Grundtoleranzgrads (definiert die Toleranzqualität, zum Beispiel „8“).

**Hinweis zu den Tabellen der Wellen- und Gehäusetoleranzen** Die Tabellen von Seite 635 bis Seite 638 enthalten Empfehlungen für die Wahl von Wellen- und Gehäusetoleranzen, die für übliche Einbau- und Betriebsbedingungen gelten.

Abweichungen sind möglich, wenn besondere Anforderungen, beispielsweise an Laufgenauigkeit, Laufruhe, Betriebstemperatur gestellt werden. So sind für erhöhte Laufgenauigkeiten engere Toleranzen erforderlich, etwa der Grundtoleranzgrad 5 anstatt 6. Wird der Innenring im Betrieb wärmer als die Welle, kann der Sitz unzulässig locker werden. Man wählt dann eine festere Passung, zum Beispiel m6 anstelle k6.

Bei manchen Einbaufällen ist die Passungsfrage nur durch einen Kompromiss zu lösen. Die einzelnen Anforderungen sind dabei gegeneinander abzuwägen und diejenigen zu erfüllen, die die beste Gesamtlösung ergeben.

### Wellentoleranzen für Radiallager mit zylindrischer Bohrung

Für Radiallager mit zylindrischer Bohrung ergeben sich folgende Wellentoleranzen:

Umlaufverhältnis	Lagerbauart	Wellendurchmesser mm	Verschiebbarkeit Belastung	Toleranzklasse <sup>1)</sup>
Punktlast für den Innenring	Kugellager, Rollenlager	alle Größen	leicht verschiebbarer Innenring	g6 (g5)
			schwer verschiebbarer Innenring Schrägkugellager und Kegelrollenlager mit angestelltem Innenring	h6 (j6)
	Nadellager	alle Größen	Loslager	h6 (g6) <sup>2)</sup>

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 636.

<sup>1)</sup> Es gilt die Hüllbedingung ©.

<sup>2)</sup> Für leichtere Montage.

Fortsetzung Tabelle Wellentoleranzen für Radiallager mit zylindrischer Bohrung von Seite 635.

Umlaufverhältnis	Lagerbauart	Wellendurchmesser mm	Verschiebbarkeit Belastung	Toleranzklasse <sup>1)</sup>
Umfangslast für den Innenring oder unbestimmte Lastrichtung	Kugellager	bis 50	normale Belastung <sup>2)</sup>	j6 (j5)
			niedrige Belastung <sup>3)</sup>	j6 (j5)
		50 bis 100	normale und hohe Belastung <sup>4)</sup>	k6 (k5)
			niedrige Belastung <sup>2)</sup>	k6 (m6)
		100 bis 200	normale und hohe Belastung <sup>5)</sup>	m6 (m5)
			niedrige Belastung	m6 (m5)
	über 200	normale und hohe Belastung	n6 (n5)	
		niedrige Belastung	j6 (j5)	
	Rollenlager	bis 60	normale und hohe Belastung	k6 (k5)
			niedrige Belastung	k6 (k5)
		60 bis 200	niedrige Belastung	k6 (k5)
			normale Belastung	m6 (m5)
			hohe Belastung	n6 (n5)
		200 bis 500	normale Belastung	m6 (n6)
hohe Belastung, Stöße			p6	
über 500		normale Belastung	n6 (p6)	
	hohe Belastung	p6		
Umfangslast für den Innenring oder unbestimmte Lastrichtung	Nadelager	bis 50	niedrige Belastung	k6
			normale und hohe Belastung	m6
		50 bis 120	niedrige Belastung	m6
			normale und hohe Belastung	n6
		120 bis 250	niedrige Belastung	n6
			normale und hohe Belastung	p6
		250 bis 400	niedrige Belastung	p6
			normale und hohe Belastung	r6
		400 bis 500	niedrige Belastung	r6
			normale und hohe Belastung	s6
		über 500	niedrige Belastung	r6
			normale und hohe Belastung	s6

1) Es gilt die Hüllbedingung ©.

2)  $C_0/P_0 > 10$ .

3)  $C_0/P_0 > 12$ .

4)  $C_0/P_0 < 12$ .

5)  $C_0/P_0 < 10$ .

## Wellentoleranzen für Axiallager

Für Axiallager ergeben sich folgende Wellentoleranzen:

Belastung	Lagerbauart	Wellen- durchmesser mm	Betriebs- bedingungen	Toleranz- klasse <sup>1)</sup>
Axiallast	Axial- Rillenkugellager	alle Größen	–	j6
	Axial- Rillenkugellager zweiseitig wirkend		–	k6
	Axial- Zylinderrollenlager mit Wellenscheibe		–	h8
	Axial- Zylinderrollenkranz		–	h8
kombinierte Belastung	Axial- Pendelrollenlager	alle Größen	Punktlast für die Wellenscheibe	j6
		bis 200	Umfanglast für die Wellenscheibe	j6 (k6)
		über 200		k6 (m6)

<sup>1)</sup> Es gilt die Hüllbedingung ©.

## Gehäusetoleranzen für Radiallager

Für Radiallager mit zylindrischer Bohrung ergeben sich folgende Gehäusetoleranzen:

Umlauf- verhältnis	Verschiebbarkeit Belastung	Betriebs- bedingungen	Toleranz- klasse <sup>1)</sup>
Punktlast für den Außenring	leicht verschiebbarer Außenring, Gehäuse ungeteilt	Die Qualität der Toleranz richtet sich nach der not- wendigen Lauf- genauigkeit	H7 (H6) <sup>2)</sup>
	leicht verschiebbarer Außenring, Gehäuse geteilt		H8 (H7)
	schwer verschiebbarer Außenring, Gehäuse ungeteilt	hohe Laufgenauig- keit notwendig	H6 (J6)
	schwer verschiebbarer Außenring, Schräggugellager und Kegelrollenlager mit angestelltem Außenring, Gehäuse geteilt	normale Lauf- genauigkeit	H7 (J7)
	leicht verschiebbarer Außenring	Wärmezufuhr von der Welle	G7 <sup>3)</sup>

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 638.

<sup>1)</sup> Es gilt die Hüllbedingung ©.

<sup>2)</sup> G7 bei Gehäusen aus GG, wenn Lageraußendurchmesser  $D > 250$  mm und Temperaturdifferenz zwischen Außenring und Gehäuse  $> 10$  K.

<sup>3)</sup> F7 bei Gehäusen aus GG, wenn Lageraußendurchmesser  $D > 250$  mm und Temperaturdifferenz zwischen Außenring und Gehäuse  $> 10$  K.

Fortsetzung Tabelle Gehäusetoleranzen für Radiallager von Seite 637.

Umlaufverhältnis	Verschiebbarkeit Belastung	Betriebsbedingungen	Toleranzklasse <sup>1)</sup>
Umfangslast für den Außenring oder unbestimmte Lastrichtung	kleine Belastung, Außenring nicht verschiebbar	Bei hohen Anforderungen an die Laufgenauigkeit K6, M6, N6 und P6	K7 (K6)
	normale Belastung, Stöße, Außenring nicht verschiebbar		M7 (M6)
	hohe Belastung, Stöße ( $C_0/P_0 < 6$ ), Außenring nicht verschiebbar		N7 (N6)
	hohe Belastung, starke Stöße, dünnwandiges Gehäuse, Außenring nicht verschiebbar		P7 (P6)

<sup>1)</sup> Es gilt die Hüllbedingung ©.

### Gehäusetoleranzen für Axiallager

Für Axiallager mit zylindrischer Bohrung ergeben sich folgende Gehäusetoleranzen:

Belastung, Umlaufverhältnis	Lagerbauart	Betriebsbedingungen	Toleranzklasse <sup>1)</sup>
Axiallast	Axial-Rillenkugellager	normale Laufgenauigkeit	E8
		hohe Laufgenauigkeit	H6
	Axial-Zylinderrollenlager mit Gehäusescheibe	–	H9
	Axial-Zylinderrollenkranz	–	H10
	Axial-Pendelrollenlager	normale Belastung	E8
hohe Belastung		G7	
kombinierte Belastung Punktlast für die Gehäusescheibe	Axial-Pendelrollenlager	–	H7
kombinierte Belastung Umfangslast für die Gehäusescheibe	Axial-Pendelrollenlager	–	K7

<sup>1)</sup> Es gilt die Hüllbedingung ©.



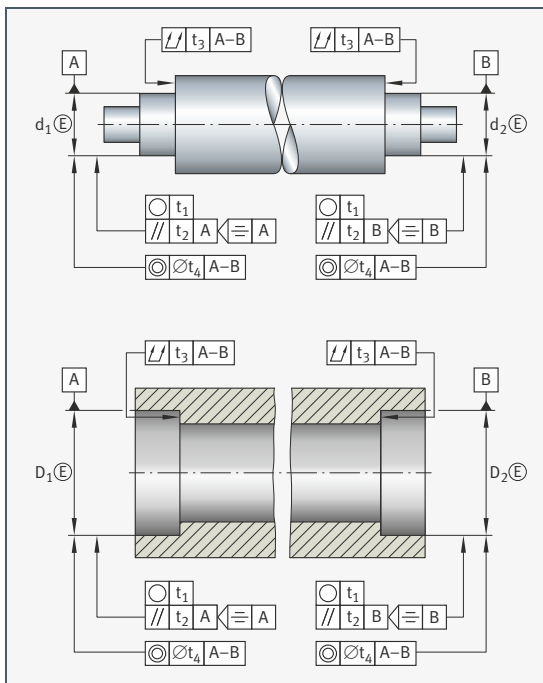
## Form- und Lagetoleranzen der Lagersitzflächen

Für die gewünschte Passung müssen die Lagersitze und Passflächen der Wellen- und Gehäusebohrung bestimmte Toleranzen einhalten, siehe Bild 85 und Tabelle, Seite 640.

**Bild 85**

Richtwerte für die Form- und Lagetoleranzen der Lagersitzflächen

- $t_1$  = Rundheittoleranz
- $t_2$  = Parallelitätstoleranz
- $t_3$  = Gesamtplanlauf-toleranz der Anlagenschultern
- $t_4$  = Koaxialitätstoleranz



Für Lagersitzflächen ergeben sich folgende Form- und Lagetoleranzen:

Toleranzklasse der Lager		Lagersitzfläche	Grundtoleranzgrade <sup>1)</sup>				
nach ISO 492	nach DIN 620		Durchmesser-toleranz	Belastungsfall	Rundheits-toleranz	Parallelitäts-toleranz	Gesamtplanlauf-toleranz der Anlageschulter
					t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>
Normal 6X	PN (P0) P6X	Welle	IT6 (IT5)	Umfangslast	IT4/2	IT4/2	IT4
				Punktlast	IT5/2	IT5/2	
		Gehäuse	IT7 (IT6)	Umfangslast	IT5/2	IT5/2	IT5
				Punktlast	IT6/2	IT6/2	
6	P6	Welle	IT5	Umfangslast	IT3/2	IT3/2	IT3
				Punktlast	IT4/2	IT4/2	
		Gehäuse	IT6	Umfangslast	IT4/2	IT4/2	IT4
				Punktlast	IT5/2	IT5/2	
5	P5	Welle	IT5	Umfangslast	IT2/2	IT2/2	IT2
				Punktlast	IT3/2	IT3/2	
		Gehäuse	IT6	Umfangslast	IT3/2	IT3/2	IT3
				Punktlast	IT4/2	IT4/2	
4	P4 P4S <sup>2)</sup> SP <sup>2)</sup>	Welle	IT4	Umfangslast	IT1/2	IT1/2	IT1
				Punktlast	IT2/2	IT2/2	
		Gehäuse	IT5	Umfangslast	IT2/2	IT2/2	IT2
				Punktlast	IT3/2	IT3/2	
	UP <sup>2)</sup>	Welle	IT3	Umfangslast	IT0/2	IT0/2	IT0
				Punktlast	IT1/2	IT1/2	
		Gehäuse	IT4	Umfangslast	IT1/2	IT1/2	IT1
				Punktlast	IT2/2	IT2/2	

<sup>1)</sup> ISO-Grundtoleranzen (IT-Qualitäten) nach DIN ISO 286.

<sup>2)</sup> Nicht in DIN 620.

**Genauigkeit der Lagersitzflächen** Den Genauigkeitsgrad für die Toleranzen der Lagersitze auf der Welle und im Gehäuse zeigt die Tabelle Form- und Lagetoleranzen von Lagersitzflächen, Seite 640.

### Zweiter Lagersitz

Die Lagetoleranzen  $t_4$  für einen zweiten Lagersitz auf der Welle ( $d_2$ ) beziehungsweise im Gehäuse ( $D_2$ ) sind abhängig von den Bauarten der verwendeten Lager und den Betriebsbedingungen. Werte für die Toleranzen  $t_4$  können bei Schaeffler erfragt werden.

### Gehäuse

Bei geteilten Gehäusen müssen die Trennfugen gratfrei sein. Die Genauigkeit der Lagersitze wird durch die Genauigkeit des gewählten Lagers bestimmt.

### Rauheit der Lagersitze

Die Rauheit der Lagersitze ist auf die Toleranzklasse der Lager abzustimmen. Der Mittenrauwert  $R_a$  darf nicht zu groß werden, damit der Übermaßverlust in Grenzen bleibt. Wellen müssen geschliffen, Bohrungen feingedreht werden.

Für Lagersitzflächen ergeben sich folgende Richtwerte für die Rauheit:

Nenn Durchmesser des Lagersitzes $d$ (D) mm		empfohlener Mittenrauwert für geschliffene Lagersitze Ramax $\mu\text{m}$			
		Durchmessertoleranz (IT-Qualität)			
über	bis	IT7	IT6	IT5	IT4
–	80	1,6	0,8	0,4	0,2
80	500	1,6	1,6	0,8	0,4
500	1250	3,2 <sup>1)</sup>	1,6	1,6	0,8

<sup>1)</sup> Für den Lagereinbau mit dem Hydraulikverfahren  $R_a = 1,6 \mu\text{m}$  nicht überschreiten.

**Axiale Befestigung der Lager** Die axiale Befestigung der Lagerringe wird auf die jeweilige Lageranordnung abgestimmt (Festlager, Loslager, angestellte und schwimmend angeordnete Lager).

**Konstruktionshinweise** Die Lagerringe sind kraft- oder formschlüssig zu fixieren, um seitliches Abwandern zu verhindern! Sie dürfen nur an der Wellen- oder Gehäuse-schulter, jedoch nicht in der Hohlkehle anliegen!

Die Schulterhöhe der Gegenstücke muss so groß sein, dass auch bei größtem Kantenabstand des Lagers eine ausreichend breite Anlagefläche bleibt (DIN 5418)!

### Festlager

Festlager nehmen Axialkräfte auf. Auf diese Axialkräfte muss das jeweilige Halteelement abgestimmt sein. Geeignet sind Schultern an der Welle und dem Gehäuse, Sicherungsringe, Sprengringe, Gehäusedeckel, Wellenkappen, Muttern, Distanzringe.

### Loslager

Loslager haben geringe Axialkräfte bei Wärmedehnung zu übertragen. Die axiale Befestigung muss damit nur das Abwandern der Ringe verhindern. Dazu genügt häufig eine feste Passung.

### Selbsthaltende Lager

Bei nicht zerlegbaren Lagern muss ein Lagerring fest gepasst werden, der andere wird von den Rollkörpern gehalten.

Weitere Informationen siehe Schaeffler Kataloge.

**Dichtungen** Die Abdichtung beeinflusst die Gebrauchsdauer einer Lagerung erheblich. Sie soll den Schmierstoff im Lager halten und verhindern, dass Verunreinigungen in das Lager gelangen.

Verunreinigungen können sich unterschiedlich auswirken:

- Eine große Zahl sehr kleiner, abrasiv wirkender Partikel erzeugt im Lager Verschleiß. Das größere Spiel oder das zunehmende Geräusch beenden die Gebrauchsdauer des Lagers.
- Größere, überrollte harte Partikel vermindern die Ermüdungslebensdauer, weil sich bei hohen Lagerbelastungen an den Eindruckstellen Pittings bilden.

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen berührungsfreien und berührenden Dichtungen in der Anschlusskonstruktion und im Lager.

**Berührungsfreie Dichtungen in der Anschlusskonstruktion** Bei berührungsfreien Dichtungen entsteht nur Schmierstoffreibung im Schmierpalt. Die Dichtungen verschleifen damit nicht und bleiben lange Zeit funktionsfähig. Da sie keine Wärme erzeugen, eignen sich berührungsfreie Dichtungen auch bei sehr hohen Drehzahlen.

### Spaltdichtungen

Einfach, aber vielfach ausreichend, ist ein enger Dichtspalt zwischen der Welle und dem Gehäuse.

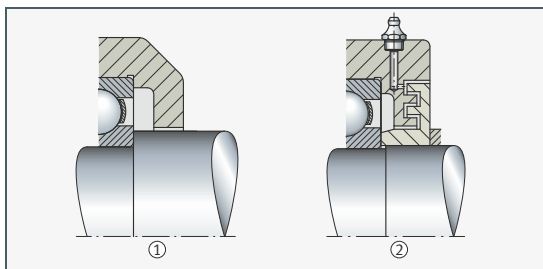
## Labyrinthdichtungen

Eine erheblich höhere Dichtwirkung als Spaltdichtungen haben Labyrinthdichten, deren Spalten mit Fett gefüllt sind. Bei verschmutzter Umgebung ist in kürzeren Zeitabständen Fett von innen in die Dichtspalte zu pressen.

**Bild 86**

Spaltdichtungen und  
Labyrinthdichtungen

- ① Einfache Spaltdichtung
- ② Labyrinthdichtung



## Ring mit Spritzkanten

Bei Ölschmierung und waagerechter Welle eignen sich Ringe mit Spritzkanten, um das Austreten des Öls zu verhindern. Die Öl Ablauföffnung auf der Unterseite der Dichtstelle muss so groß sein, dass Schmutz sie nicht zusetzen kann.

## Stauscheiben

Still stehende (starre) Stauscheiben bewirken, dass Schmierfett in der Lagernähe bleibt. Der Fettkragen, der sich am Dichtspalt bildet, schützt das Lager vor Verunreinigungen.

## Schleuderscheiben

Mitdrehende Schleuderscheiben schirmen bei stärkerer Verschmutzung den Dichtspalt ab.

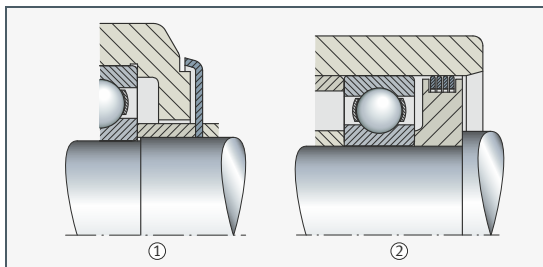
## Lamellenringe

Lamellenringe aus Stahl, die radial nach außen oder innen federn, benötigen einen kleinen Einbauraum. Sie dichten gegen Fettverlust und Staubeintritt und werden auch als Vordichtung gegen Spritzwasser verwendet.

**Bild 87**

Schleuderscheiben und  
Lamellenringe

- ① Schleuderscheibe
- ② Lamellenringe



### Berührungsfreie Dichtungen im Lager

Neben der Anschlusskonstruktion können berührungsfreie Dichtungen auch in Lager eingebaut werden.

#### Deckscheiben

Platz sparende Dichtelemente sind ein- oder beidseitig in das Lager eingebaute Deckscheiben. Lager mit Deckscheiben auf beiden Seiten werden mit Fettfüllung geliefert.

#### BRS-Dichtungen (Labyrinthdichtungen)

Die Reibung ist hier ebenso niedrig wie bei Lagern mit Deckscheiben. Gegenüber diesen haben sie jedoch den Vorteil, dass der äußere gummielastische Wulst in der Nut im Außenring gut abdichtet. Dies ist bei drehendem Außenring wichtig, da das Grundöl im Fett durch die Fliehkraft aus dem Seifengerüst herauszentrifugiert wird und bei Deckscheiben durch den undichten, metallischen Sitz im Außenring austreten würde.

### Berührende Dichtungen in der Anschlusskonstruktion

Berührende Dichtungen liegen meist mit radialer Anpresskraft an der Lauffläche an. Die Anpresskraft sollte gering sein, damit das Reibmoment und die Temperatur nicht zu sehr ansteigen. Auch der Schmierungszustand auf der Lauffläche, die Rauheit der Lauffläche und die Gleitgeschwindigkeit beeinflussen das Reibmoment, die Temperatur und den Verschleiß der Dichtung.

#### Filzringe

Filzringe und Filzstreifen sind Dichtelemente, die sich sehr gut bei Fettschmierung bewähren. Sie werden vor dem Einbau mit Öl getränkt und dichten besonders gut gegen Staub ab. Sie eignen sich für Umfangsgeschwindigkeiten an der Lauffläche bis 4 m/s. Bei ungünstigen Umweltverhältnissen sitzen zwei Filzringe nebeneinander. Filzringe und Ringnuten sind genormt nach DIN 5419.

#### Radialwellendichtringe

Zur Ölabdichtung rotierender Wellen sind Radialwellendichtringe (RWDR) nach DIN 3760 und DIN 3761 mit Federvorspannung geeignet. Die Dichtringe sind für Anwendungen mit geringen Druckunterschieden ausgelegt. Durch die Geometrie der Dichtlippen bildet sich, abhängig vom Dichtungswerkstoff und der Oberflächenstruktur der Welle, eine Förderwirkung im Dichtspalt hin zur steilen Flanke der Dichtlippe. Der Dichtring wird deshalb mit der steilen Flanke in Richtung abzudichtendes Medium montiert.

Bei Fettschmierung wird die steile Flanke des RWDR oft in Richtung des Fettaustritts platziert. Zur Schmierung der Dichtkante gelangt dadurch etwas Fett unter die Dichtlippe.

#### Federlose Schaeffler-Dichtringe für Nadellager

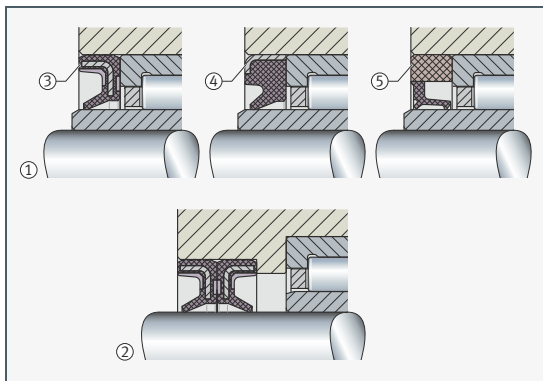
Zur reibungsarmen Abdichtung von Lagerstellen mit geringem radialem Bauraum, zum Beispiel bei Lagerstellen mit Nadellagern, eignen sich gut die Dichtringe G, GR und SD, siehe Bild 88. Diese Dichtringe können einzeln oder in Doppelanordnung eingesetzt werden.

Zur Abdichtung des Schmiermediums zeigt bei der Doppelanordnung eine Dichtlippe nach innen, die zweite zum Schutz gegen Schmutz nach außen. Für die Verbesserung der Schutzfunktion kann der Raum zwischen den Dichtungen mit Fett gefüllt werden. Mit breiterem Innenring kann ein Dichtring mit gleichem Außendurchmesser wie der Außenring eingesetzt werden, die Dichtlippe läuft auf dem breiteren Innenring. Dichtringe schützen gut bei Schmutz und Spritzwasser sowie gegen den Austritt von Öl und Fett bei geringen Differenzdrücken. Zur Reduzierung der Reibung und zum Schutz der Dichtlippe vor Beschädigung muss die Dichtkante geschmiert werden.

**Bild 88**

Schaeffler-Dichtringe

- ① Einfachanordnung, Lager mit breitem Innenring
- ② Doppelanordnung, Lager mit Innenring
  - ③ G-Dichtring
  - ④ GR-Dichtring
  - ⑤ SD-Dichtring



### Axial wirkende Lippendichtung

Lippendichtungen sind Dichtungen mit einer oder mehreren Dichtlippen, die axial oder radial abdichten. Diese Dichtungen sind überwiegend Elastomerdichtungen.

Eine axial wirkende Lippendichtung ist die V-Ring-Dichtung. Der Ring besteht aus elastischem Gummi NBR. Beim Einbau wird er aufgeweitet und so auf die Welle geschoben, dass die Dichtlippe an der Gehäusewand anliegt. Bei Umfangsgeschwindigkeiten über 12 m/s muss erfahrungsgemäß der V-Ring radial festgelegt werden, damit er sich durch die Fliehkraft nicht löst. Konkrete anwendungsbezogene Umfangsgeschwindigkeiten sind grundsätzlich mit dem Dichtringhersteller abzustimmen.

### Metallische Dichtscheiben

Eine wirkungsvolle Abdichtung erzielt man bei Fettschmierung auch mit axial federnden Dichtblechen. Die Scheiben aus dünnem Blech werden an der Stirnfläche des Innenrings oder des Außenrings festgespannt und liegen am anderen Lagerring axial federnd an.

**Berührende Dichtungen im Lager** Neben der Anschlusskonstruktion können berührende Dichtungen auch in Lager eingebaut sein.

### Dichtscheiben

Lager mit einer oder zwei eingebauten Dichtscheiben ermöglichen einfache Konstruktionen. Die Scheiben eignen sich zur Abdichtung gegen Staub, Schmutz, feuchte Atmosphäre und geringe Druckdifferenzen. Dichtscheiben werden zum Beispiel in wartungsfreien Lagern mit Fettfüllung verwendet.

Die bei Rillenkugellagern am meisten verwendete Dichtscheibenausführung RSR aus Acrylnitril-Butadien-Kautschuk (NBR) liegt mit radialer Anpresskraft am zylindrisch geschliffenen Innenringbord an.

Auch mehrlippige Dichtungen werden verwendet. Zweilippendichtungen aus NBR werden beispielsweise in Stehlagergehäusen eingesetzt, ein- und mehrlippige Lippendichtungen in Sandwichbauweise in Spannlagern. Weitere Informationen siehe Schaeffler Katalog HR 1, Wälzlager.

**Produkte – Übersicht** Dieser Teil zeigt einen Auszug aus dem Schaeffler-Produktprogramm rotatorischer Wälzlager der Sparte Industrie.

Ein nicht unerheblicher Teil der Produkte wird – ausgelegt und abgestimmt auf die spezifischen Anforderungen – auch in Anwendungen der Sparte Automotive eingesetzt.

Die Produktbeschreibungen sind dem Gedanken des Buchs entsprechend kurz gefasst und haben im Wesentlichen Übersichtscharakter. Obwohl sie wichtige Eigenschaften der Produkte aufzeigen und häufig eine Vorbeurteilung eines bestimmten Lagers für die Eignung einer Lagerung zulassen, können sie nicht direkt zur Auslegung von Lagerungen herangezogen werden! Beim Einsatz der Produkte ist grundsätzlich der konkrete Anwendungsfall bestimmend! Zusätzlich müssen immer die Angaben in den spezifischen Produktbeschreibungen berücksichtigt werden!

**Produktinformationen** Die ausführlichen technischen Produktinformationen (Kataloge, Technische Produktinformationen, Datenblätter, Montageanleitungen, Betriebsanleitungen usw.) können von Schaeffler angefordert werden. Bei der Auswahl der Lager und der Gestaltung der Lagerung unterstützt Schaeffler auf Anfrage.

**Elektronischer Produktkatalog medias** Das Standardprogramm ist auf der Online-Version **medias** ausführlich beschrieben. Zusätzlich bietet dieses Werkzeug zur Auslegung von Lagerungen weitere Hilfen wie eine Schmierstoffdatenbank, ein Berechnungswerkzeug zur Ermittlung der Lebensdauer und Weiteres an.













### Link zum elektronischen Produktkatalog

Über folgenden Link gelangen Sie zum elektronischen Produktkatalog von Schaeffler: <https://medias.schaeffler.de>.
















### Zusammenstellung genormter Lager

Die folgende Tabelle zeigt eine Zusammenstellung genormter Lager mit Benennung und Normnummer (Auszug aus DIN 623-1).

Benennung/Ausführung	Darstellung	Normnummer
Radial-Rillenkugellager, einreihig, ohne Füllnut		DIN 625-1
Radial-Rillenkugellager, zweireihig, ohne oder mit Füllnut		DIN 625-3
Radial-Rillenkugellager, mit Flansch am Außenring		DIN 625-4
Radial-Schulterkugellager		DIN 615
Radial-Schräggugellager, einreihig, ohne Füllnut, nicht zerlegbar		DIN 628-1
Radial-Schräggugellager, einreihig, Berührungswinkel 15° und 25°		DIN 628-6
Radial-Schräggugellager, zweireihig, mit oder ohne Füllnut		DIN 628-3
Schräggugellager, Vierpunktlager mit geteiltem Innenring		DIN 628-4
Radial-Pendelkugellager, zweireihig		DIN 630
Spannlager mit einseitig verbreitertem Innenring, kugelförmiger Außenringmantelfläche und exzentrischem Spannring		DIN 626-1
Spannlager mit beidseitig verbreitertem Innenring, kugelförmiger Außenringmantelfläche und exzentrischem Spannring		DIN 626-1
Spannlager mit beidseitig verbreitertem Innenring, kugelförmiger Außenringmantelfläche und Gewindestift		DIN 626-1















Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 648.

Fortsetzung Tabelle Zusammenstellung genormter Lager von Seite 647.

Benennung/Ausführung	Darstellung	Normnummer
Radial-Zylinderrollenlager, einreihig, zwei feste Borde am Innenring, bordfreier Außenring		DIN 5412-1
Radial-Zylinderrollenlager, einreihig, zwei feste Borde am Außenring, bordfreier Innenring		DIN 5412-1
Radial-Zylinderrollenlager, einreihig, zwei feste Borde am Außenring, ein fester Bord am Innenring		DIN 5412-1
Radial-Zylinderrollenlager, einreihig, zwei feste Borde am Außenring, ein fester Bord und eine lose Bordscheibe am Innenring		DIN 5412-1
Winkelring für Zylinderrollenlager		DIN 5412-1
Radial-Zylinderrollenlager, zweireihig, drei feste Borde am Innenring, bordfreier Außenring		DIN 5412-4
Radial-Zylinderrollenlager, zweireihig, drei feste Borde am Außenring, bordfreier Innenring		DIN 5412-4
Kegelrollenlager, einreihig		DIN 720
Radial-Pendelrollenlager, einreihig, Tonnenlager		DIN 635-1
Radial-Pendelrollenlager, zweireihig		DIN 635-2
Radial-Nadelkranz, einreihig		DIN 5405-1
Nadelhülse, einreihig		DIN 618
Nadelbüchse, einreihig		DIN 618

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 649.

Fortsetzung Tabelle Zusammenstellung genormter Lager von Seite 648.

Benennung/Ausführung	Darstellung	Normnummer
Radial-Nadellager, einreihig, ohne Innenring		DIN 617
Radial-Nadellager, einreihig, zwei feste Borde am Außenring, bordfreier Innenring		DIN 617
Kombiniertes Radial-Nadellager/ Axial-Rillenkugellager		DIN 5429-1
Kombiniertes Radial-Nadellager/ Axial-Zylinderrollenlager		DIN 5429-1
Kombiniertes Radial-Nadellager/Schräggugellager		DIN 5429-2
Axial-Rillenkugellager, einseitig wirkend, mit ebener Gehäusescheibe		DIN 711
Axial-Rillenkugellager, einseitig wirkend, mit kugeliger Gehäusescheibe		DIN 711
Unterlagscheibe für Axialkugellager		DIN 711
Axial-Rillenkugellager, zweiseitig wirkend, mit ebener Gehäusescheibe		DIN 715
Axial-Rillenkugellager, zweiseitig wirkend, mit kugeliger Gehäusescheibe		DIN 715
Axial-Nadelkranz, einreihig		DIN 5405-2
Axialscheibe		DIN 5405-3
Axial-Zylinderrollenlager, einseitig wirkend		DIN 722
Axial-Pendelrollenlager, asymmetrische Rollen		DIN 728

### Grundaufbau rotatorischer Wälzlager

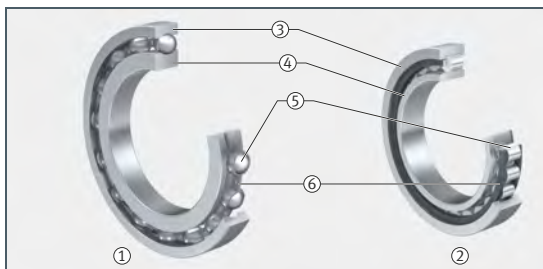
- Rotativwälzlager bestehen im Allgemeinen aus den Bauteilen nach Bild 89:
- Wälzkörper (Kugeln, Kugelrollen, Rollen); siehe Tabelle Wälzkörperform
  - Innen- und Außenring mit Wälzkörperlaufbahnen
  - Käfig, siehe Seite 618
  - Dichtungen oder Deckscheiben auf einer Seite oder auf beiden Seiten des Lagers
  - Schmierstoff bei Fettschmierung

Bild 89 zeigt Standardteile von Kugel- und Rollenlagern.

**Bild 89**

Aufbau von Standard-Kugel- und Rollenlagern

- ① Kugellager
- ② Rollenlager
- ③ Außenring
- ④ Innenring
- ⑤ Wälzkörper (Kugel, Zylinderrolle)
- ⑥ Käfig (Metall, Polyamid)






### Wälzkörper

Wälzkörper sind die Verbindungs- und Kontaktelemente zwischen dem stehenden und bewegten Teil des Wälzlagers. Als Basis der Wälzlagerbauform bestimmen sie im Wesentlichen die Eigenschaften des Lagers. Wälzkörperformen, und daraus abgeleitet die Bauart des Wälzlagers, zeigt die folgende Tabelle.

Wälzkörperform		Lagerart
	Kugel	Kugellager
	Zylinderrolle	Zylinderrollenlager
	Nadelrolle	Nadellager, Nadelhülse, Nadelbüchse, Nadelkranz
	Kegelrolle	Kegelrollenlager

Fortsetzung der Tabelle, siehe Seite 651.

Fortsetzung der Tabelle Wälzkörperform von Seite 650.

Wälzkörperform		Lagerart
	symmetrische Tonnenrolle	Tonnenlager, Pendelrollenlager
	lange, leicht ballige Tonnenrolle	Toroidalrollenlager
	asymmetrische Tonnenrolle	Axial-Pendelrollenlager

**Radial-Kugellager** Radial-Kugellager haben Kugeln als Wälzkörper, einen Betriebsdruckwinkel zwischen  $0^\circ$  und  $45^\circ$  und können neben Radiallasten auch Axiallasten aufnehmen.

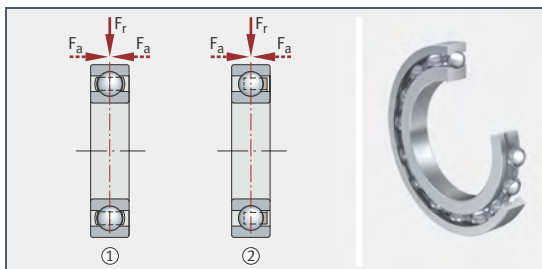
**Rillenkugellager** Rillenkugellager sind vielseitig verwendbare, selbsthaltende Lager mit massiven Außenringen, Innenringen und Kugelkränzen, siehe Bild 90. Diese einfach aufgebauten, im Betrieb unempfindlichen und wartungsfreundlichen Produkte gibt es ein- und zweireihig sowie offen und abgedichtet. Durch ihr sehr niedriges Reibmoment eignen sich Rillenkugellager für hohe und höchste Drehzahlen.

**Bild 90**

Rillenkugellager, einreihig

$F_r$  = Radiale Belastung  
 $F_a$  = Axiale Belastung

- ① Lager mit Blechkäfig
- ② Lager mit Kunststoffkäfig



### Kombinierte Belastung (axial und radial)

Durch die Laufbahngeometrie und die Kugeln nehmen die Lager neben radialen Belastungen auch Axiallasten in beiden Richtungen auf.

**Einreihige Rillenkugellager** Einreihige Rillenkugellager sind die am häufigsten eingesetzten Wälzlager, siehe Bild 90. Sie werden in vielen Abmessungen und Ausführungen gefertigt und sind besonders wirtschaftlich. Offene Lager eignen sich für hohe bis höchste Drehzahlen, Ausführungen mit Spaltdichtungen für hohe Drehzahlen.

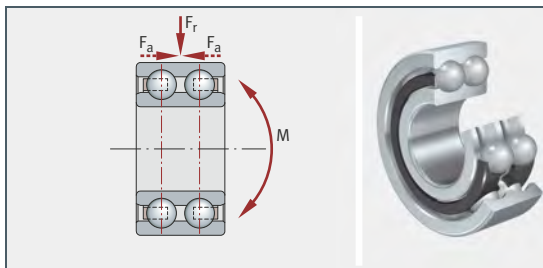
### Zweireihige Rillenkugellager

Zweireihige Rillenkugellager entsprechen im Aufbau einem Paar einreihiger Rillenkugellager, haben jedoch zwei Laufrillen mit jeweils einer Kugelreihe, siehe Bild 91. Durch die größere Anzahl der Wälzkörper können sie höher belastet werden als einreihige Rillenkugellager.

Zweireihige Lager eignen sich für hohe bis sehr hohe Drehzahlen und werden eingesetzt, wenn die Tragfähigkeit einreihiger Rillenkugellager nicht ausreicht.

**Bild 91**  
Rillenkugellager,  
zweireihig

M = Kippmoment-  
belastung

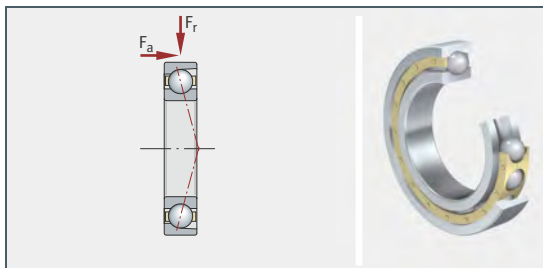


### Schulterkugellager

Schulterkugellager entsprechen weitgehend Rillenkugellagern ohne Nut (die Nut dient zum Befüllen des Lagers mit den Wälzkörpern). Sie haben am Außenring eine Schulter und übertragen axiale Kräfte deshalb nur in einer Richtung, siehe Bild 92. Zur axialen Führung der Welle sind immer zwei Lager in spiegelbildlicher Anordnung notwendig. Schulterkugellager werden meist mit geringem Axialspiel montiert; so können Längenänderungen von Welle und Gehäuse ausgeglichen werden.

Da die Lager zerlegbar sind, lassen sich der Außen- und Innenring mit dem Kugelkranz getrennt voneinander einbauen.

**Bild 92**  
Schulterkugellager,  
einreihig



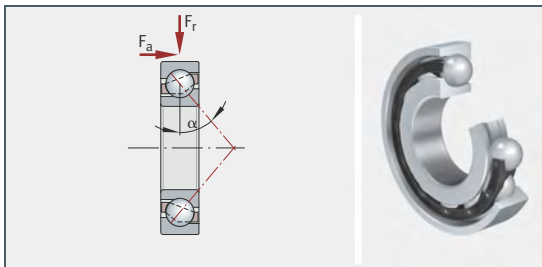
**Schrägkugellager** Die optimale Lastrichtung und den besten Kraftfluss gewährleisten Rillenkugellager nur, wenn die wirkende Kraft senkrecht durch die Radialebene verläuft. In der Praxis treten bei einer Lagerung jedoch häufig nicht nur rein radiale, sondern kombinierte Belastungen auf, also Belastungen aus radialen und axialen Kräften. Gegenüber Rillenkugellagern sind deshalb bei den Schrägkugellagern die Laufbahnen im Innen- und Außenring in Richtung der Lagerachse schräg gegeneinander versetzt, siehe Bild 93. Dadurch werden die Kräfte unter einem bestimmten Druckwinkel (schräg zur Radialebene) von einer Laufbahn auf die andere übertragen. Damit eignen sie sich für gleichzeitig wirkende Radial- und Axialbelastungen.

### Druckwinkel

Der Druckwinkel beträgt üblicherweise 15°, 25° oder 40°. Mit dem Druckwinkel steigt die axiale Tragfähigkeit des Lagers. Dadurch eignen sich Schrägkugellager besser zur Aufnahme höherer Axialkräfte als Rillenkugellager.

**Bild 93**  
Schrägkugellager,  
einreihig

$\alpha$  = Druckwinkel



**Spindellager** Spindellager sind selbsthaltende, einreihige Schrägkugellager in hochgenauer Ausführung mit Druckwinkeln von 15°, 20° oder 25°. Lager mit dem Druckwinkel von 15° eignen sich besonders für hohe Radiallasten, solche mit einem Druckwinkel von 25° sind für kombinierte Belastungen besser geeignet.

Bei hohen Drehzahlen treten hohe Fliehkräfte an den Kugeln auf, die den Betriebsbelastungen überlagert sind und damit die Drehzahleignung der Lager maßgeblich beeinflussen. Zur Reduzierung der Fliehkräfte und zur Steigerung der Drehzahlen können Lager eingesetzt werden, die bei den üblichen Außenabmessungen kleinere Kugeln haben.

Spezielle Berührungsverhältnisse zwischen Kugel und Laufbahnen halten die Reibung und Betriebstemperatur im Lager niedrig. Für noch höhere Drehzahlen kommen Hybridlager (Lager mit Keramikugeln) zum Einsatz.

### Zweireihige Schrägkugellager

Zweireihige Schrägkugellager entsprechen in ihrem Aufbau einem Paar einreihiger Schrägkugellager in O-Anordnung, siehe Bild 94. Sie nehmen hohe radiale und axiale Belastungen auf und eignen sich damit besonders für die starre Axialführung von Wellen.

Kleinere zweireihige Schrägkugellager haben keine Füllnut und sind deshalb von beiden Seiten axial gleich hoch belastbar. Bei größeren zweireihigen Lagern bestimmt die Lage der Füllnut die Lastrichtung. Die Axialkraft sollte immer von der Kugelreihe ohne Füllnut aufgenommen werden.

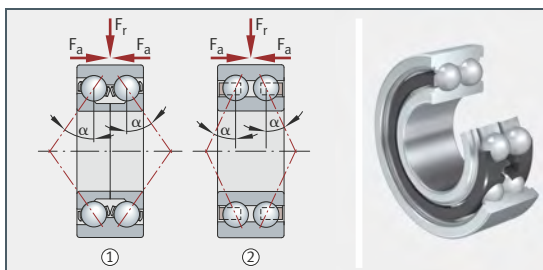
Für die Aufnahme hoher, wechselseitig wirkender axialer Kräfte gibt es zweireihige Schrägkugellager mit geteiltem Innenring. Diese Lager haben einen größeren Druckwinkel und keine Füllnut.

**Bild 94**

Schrägkugellager,  
zweireihig

$\alpha$  = Druckwinkel

- ① Lager mit geteiltem Innenring, großer Druckwinkel
- ② Lager mit ungeteiltem Innenring, kleiner Druckwinkel



### Vierpunktlager

Vierpunktlager gleichen in ihrem Aufbau zweireihigen Schrägkugellagern, siehe Bild 95. Gegeneinander versetzte Krümmungsmittelpunkte auf den kreisbogenförmigen Laufbahnen im Innen- und Außenring ergeben jedoch, dass die Kugeln die Laufringe bei radialer Belastung in vier Punkten berühren. Aus diesem Grund sollen Vierpunktlager nur bei überwiegender Axialbelastung eingesetzt werden. Einer der beiden Laufringe, meist der Innenring, ist geteilt, damit die Kugeln eingefüllt werden können.

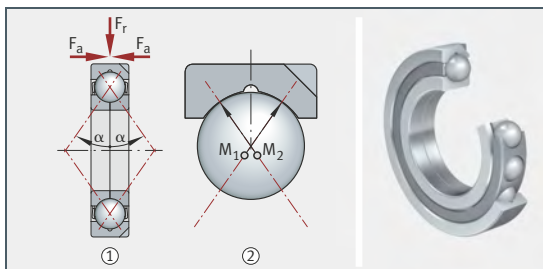
**Bild 95**

Vierpunktlager

$\alpha$  = Druckwinkel

$M_1, M_2$  = Krümmungsmittelpunkte der Außenringlaufbahn

- ① Vierpunktlager mit Haltenut und geteiltem Innenring
- ② Geometrie der Laufbahnen





### Für axiale Belastungen

Die Lager nehmen wechselnde, rein axiale oder überwiegend axiale Belastungen auf. Durch den großen Druckwinkel (gewöhnlich  $35^\circ$ ) eignen sich Vierpunktlager für hohe axiale Kräfte aus wechselnden Richtungen.

Bei überwiegend radialer Belastung sollen Vierpunktlager durch die höhere Reibung im Vierpunktkontakt nicht eingesetzt werden.

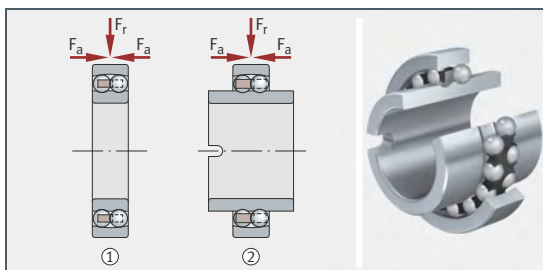
### Pendelkugellager

Beim Pendelkugellager nehmen zwei Laufrillen im Innenring zwei Wälkörperreihen auf, siehe Bild 96. Die Laufbahn des Außenrings ist sphärisch ausgebildet. Der Käfig verbindet die beiden Kugelreihen und den Innenring zu einer Einheit, die sich im Außenring pendelnd einstellen kann.

**Bild 96**  
Pendelkugellager

Laufbahn des Außenrings  
sphärisch

- ① Lager mit zylindrischer Bohrung
- ② Lager mit breitem Innenring und Fixiernut



### Unempfindlich bei Fluchtungsfehlern

Pendelkugellager reagieren durch die sphärische Laufbahn des Außenrings unempfindlich bei Fluchtungsfehlern zwischen der Welle und dem Gehäuse und bei Durchbiegungen der Welle. Sie gleichen damit statische und dynamische Winkelfehler innerhalb bestimmter Winkelgrenzen in einem drehenden Wellensystem aus.

Bevorzugte Einsatzbereiche sind Landmaschinen, Fördereinrichtungen, einfache Holzbearbeitungsmaschinen und Ventilatoren.

### Dünnringlager

Dünnringlager haben im Verhältnis zu ihren Durchmessern sehr kleine Querschnitte, siehe Bild 97. Das erlaubt raum- und gewichtsparende Konstruktionen mit hoher Steifigkeit und Laufgenauigkeit.

Im Gegensatz zu den nach DIN ISO genormten Wälzgerreihen, bei denen mit dem Lagerdurchmesser auch der Querschnitt zunimmt, haben alle Größen der Lager einer Reihe den gleichen Querschnitt.

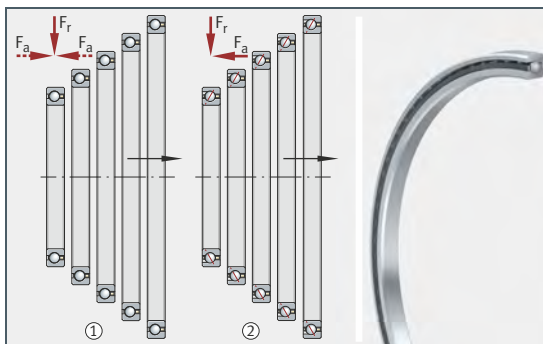
### Rillenkugel-, Vierpunkt- und Schrägkugellager

Dünnringlager gibt es als Rillenkugellager, Vierpunkt- und Schrägkugellager. Bevorzugte Durchmesserbereiche liegen zwischen 25 mm und 1000 mm.

**Bild 97**  
Dünnringlager

Laufbahn des Außenrings  
sphärisch

- ① Bauform  
Rillenkugellager
- ② Bauform  
Schrägkugellager



### Spannlager

Grundlage der Spannlager sind Rillenkugellager der Reihen 60, 62 und 63. Die Zahlen kennzeichnen den Wälzkörpersatz und damit auch die Tragfähigkeit des Lagers. Der Innenring ist ein- oder beidseitig verbreitert.

In Verbindung mit dem entsprechenden Gehäuse lassen Spannlager einfache Anschlusskonstruktionen zu. Sie sind besonders montagefreundlich und für vorzugsweise gezogene Wellen der Qualität h6 © bis h9 © geeignet. Für Loslager werden Wellen der Toleranzklassen h5 © bis h7 © empfohlen.

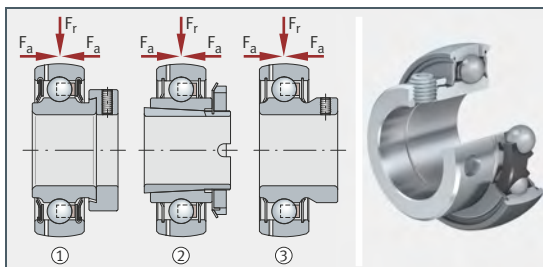
### Befestigung und Ausführungen

Zur axialen Befestigung dienen Exzenterspannringe, Gewindestifte oder integrierte Spannhülsen, siehe Bild 98. Bestimmte Baureihen werden durch Passung auf der Welle fixiert.

Die beidseitige Verbreiterung des Innenrings ist als Dichtungslaufläche nutzbar und verhindert eine stärkere Verkipfung des Innenrings.

**Bild 98**  
Befestigungsarten der  
Spannlager

- ① Befestigung  
mit Exzenterspannring
- ② Befestigung  
mit inkorporierter  
Spannhülse
- ③ Befestigung  
mit Gewindestiften  
im Innenring



### Anwendungsangepasste Dichtungen, viele Baureihen nachschmierbar

Ein weiteres, charakteristisches Merkmal der Spannlager ist die Art ihrer Abdichtung. Berührende, mehrteilig aufgebaute Dichtungen auf beiden Seiten des Lagers schützen das Lager vor Verschmutzung und dem Verlust von Schmierstoff. Als zusätzlicher Dichtungsschutz werden mitunter Schleuderscheiben aus Stahlblech vor die Lippendichtungen geschaltet.

Meist sind die Lager durch Bohrungen im Außenring nachschmierbar.

### Ausgleich statischer Winkelfehler

Spannlager gibt es in vielen Bauformen mit sphärischer und zylindrischer Mantelfläche des Außenrings. Lager mit sphärischer Mantelfläche nehmen durch die Einstellbewegung des Außenrings in sphärischer Bohrung statische Winkelfehler auf ( $\pm 2,5^\circ$ , wenn nachgeschmiert wird,  $\pm 5^\circ$  ohne Nachschmierung). Einstellringe mit sphärischer Lageraufnahme ermöglichen, die Lager auch in Gehäuse mit zylindrischer Bohrung einzubauen. Damit bleibt die Winkeleinstellbarkeit erhalten.

Zum Ausgleich dynamischer Winkelfehler dürfen Spannlager nicht eingesetzt werden.

### Gehäuseeinheiten

Schaeffler bietet zu Spannlagern passende Steh- und Flanschlagergehäuse in Grauguss und Stahlblech an, siehe Bild 99. Die Gehäuse können – wie die Spannlager auch – zusätzlich rostgeschützt ausgeführt sein. Gussgehäuse sind immer einteilig und nehmen hohe Belastungen auf. Blechgehäuse sind immer zweiteilig und werden verwendet, wenn nicht die Tragfähigkeit des Gehäuses, sondern das niedrige Gewicht der Einheit im Vordergrund steht.

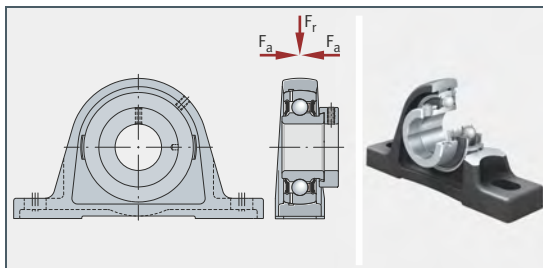
Die Gehäuseeinheiten verbinden Spannlager mit sphärischem Außenring und Gehäuse mit sphärischer Bohrung zu einbaufertigen Einheiten. Der Anwender spart sich damit die aufwändige Fertigung der für diese Lager notwendigen Einbauumgebung. Die Anwendungsgebiete entsprechen denen der Spannlager. Lager mit sphärischer Mantelfläche des Außenrings kompensieren in Gehäusen mit sphärischer Bohrung statische Fluchtungsfehler der Welle, siehe Abschnitt Ausgleich statischer Winkelfehler, Seite 657.

Zur Aufnahme von Schwenk- und Taumbewegungen sind die Einheiten nicht geeignet.

**Bild 99**

Stehlagereinheit

Graugussgehäuse  
mit integriertem  
Spannlager



**Radial-Rollenlager** Radial-Rollenlager sind Wälzlager mit Zylinder-, Nadel-, Kegel- oder Tonnenrollen als Wälzkörper.

**Zylinderrollenlager** Zylinderrollenlager werden als Los-, Stütz- und Festlager verwendet. Es gibt sie vollröllig, mit Käfig sowie mit Zwischenstücken.

### Axiale Belastbarkeit

Die axiale Tragfähigkeit eines Zylinderrollenlagers hängt ab von:

- Der Größe der Gleitflächen zwischen den Borden und Stirnflächen der Wälzkörper
- Der Gleitgeschwindigkeit an den Borden
- Der Schmierung an den Kontaktflächen
- Der Lagerverkipfung

Belastete Borde müssen auf der gesamten Höhe unterstützt werden!

Zylinderrollenlager dürfen nicht ständig rein axial belastet werden. Um unzulässig hohe Kantenspannungen an den Wälzkörpern und Laufbahnen durch eine nicht ausreichende Berührung der Wälzkörper mit den Laufbahnen zu vermeiden, ist immer auch eine radiale Mindestbelastung erforderlich. Das Verhältnis  $F_a/F_r$  soll den Wert 0,4 nicht überschreiten. Zylinderrollenlager mit optimierter Kontaktgeometrie lassen das Verhältnis  $F_a/F_r$  bis zum Wert 0,6 zu.

Weitere Angaben zur radialen Mindestbelastung enthalten die Wälzlager-Kataloge von Schaeffler.

**Zylinderrollenlager mit Käfig** Zylinderrollenlager mit Käfig gibt es in vielen Bauformen, Größen und Maßreihen. Bei allen Standardausführungen führt jedoch immer mindestens ein Lagerring die Zylinderrollen zwischen festen Borden. Dieser bildet mit dem Käfig und den Rollen eine Montageeinheit. Der andere Lagerring kann abgezogen werden. Innen- und Außenring lassen sich damit getrennt einbauen. Beide Ringe können so fest gepasst werden.

Feste Passungen erhöhen die Steifigkeit der Lagerung und führen die Welle radial genau.

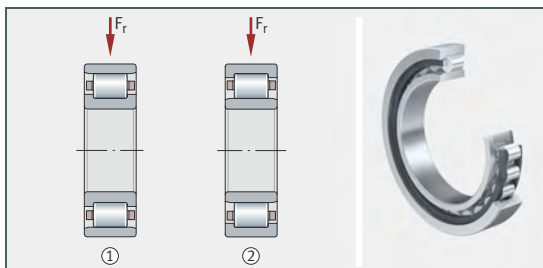
### Loslager

Zylinderrollenlager N und NU sowie NN und NNU sind Loslager und nehmen nur radiale Kräfte auf, siehe Bild 100. Bei den Reihen NU und NNU hat der Außenring Borde, der Innenring ist bordlos. Lager der Ausführungen N und NN haben Borde am Innenring und einen bordlosen Außenring. Der Ring ohne Borde dient dazu, Längenschwankungen der Welle, zum Beispiel durch Temperaturunterschiede, zu kompensieren.

Loslager NU können mit einem Winkelring HJ zu einer Stützlagereinheit kombiniert werden.

**Bild 100**  
Loslager

- ① Zylinderrollenlager N
- ② Zylinderrollenlager NU



### Stützlager

Zylinderrollenlager NJ sind Stützlager, siehe Bild 101. Sie nehmen neben hohen radialen Kräften auch axiale in einer Richtung auf und können Wellen in einer Richtung axial führen. In der anderen Richtung wirken sie als Loslager.

Der Außenring mit seinen zwei Borden übernimmt die axiale Führung der Rollen. Der L-förmige Innenring stützt die Wälzkörper einseitig gegenüber axial wirkenden Kräften ab.

Stützlager NJ können mit einem Winkelring HJ zu einer Festlagereinheit kombiniert werden.

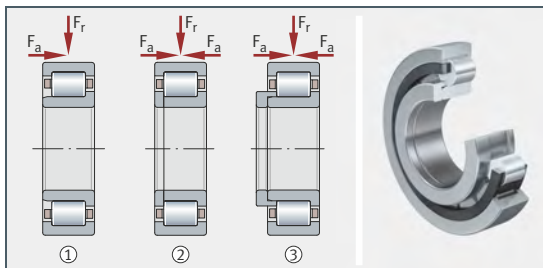
### Festlager

Zylinderrollenlager NUP sind Festlager, siehe Bild 101. Sie nehmen neben hohen radialen Kräften auch axiale in beiden Richtungen auf und können so Wellen in beiden Richtungen axial führen.

Der Außenring hat zwei Borde, der L-förmige Innenring einen festen Bord und eine lose Bordscheibe.

**Bild 101**  
Stütz- und Festlager

- ① Zylinderrollenlager NJ (Stützlager)
- ② Zylinderrollenlager NUP mit Bordscheibe (Festlager)
- ③ Zylinderrollenlager NJ mit Winkelring HJ (Festlager)



### Scheibenkäfig oder Zwischenstücke

Bild 102 zeigt ein Stützlager der Maßreihe 23 mit bauraumsparendem Scheibenkäfig aus Messing und die Zwischenstücke aus Kunststoff verhindern, dass sich die Zylinderrollen beim Abwälzen gegenseitig berühren.

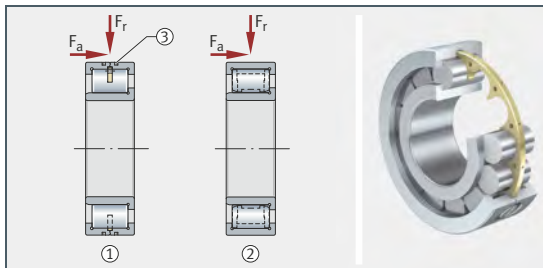
Die Führung der Wälzkörper erfolgt beim Scheibenkäfig zwischen den Borden des Außenrings. Durch seine geringe Masse wird der Käfig beim Beschleunigen nur minimal beansprucht.

Die Zwischenstücke werden axial zwischen den beiden Außenringborden geführt, siehe Bild 102. Sie sind so gestaltet, dass der Wälzkörpersatz selbsthaltend ist, also Lager und Innenring getrennt voneinander montiert werden können. Das erleichtert den Einbau der Zylinderrollenlager.

Gegenüber herkömmlichen Käfiglagern mit Rollenhalterung lassen sich bei diesen Käfigbauformen mehr Wälzkörper im Lager unterbringen. Die niedrigeren Reibmomente gegenüber vollrölligen Zylinderrollenlagern verringern die Wärmeentwicklung im Lager und ermöglichen so höhere Drehzahlen.

**Bild 102**  
Zylinderrollenlager  
mit Scheibenkäfig oder  
Zwischenstücken

- ① Zylinderrollenlager mit Scheibenkäfig
- ② Zylinderrollenlager mit Zwischenstücken
- ③ Haltering



### Vollröllige Zylinderrollenlager

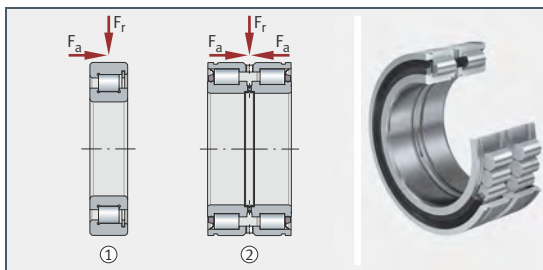
Vollröllige Lager werden als Los-, Stütz- und Festlager gefertigt. Sie sind ein- oder mehrreihig und haben keinen Käfig, siehe Bild 103.

Der fehlende Käfig ermöglicht, dass mehr Wälzkörper im Lager untergebracht werden können. Durch die größtmögliche Anzahl der Wälzkörper sind diese Lager radial äußerst tragfähig, sehr steif und für besonders raumsparende Konstruktionen geeignet. Aufgrund der kinematischen Verhältnisse erreichen sie jedoch nicht die hohen Drehzahlen, die bei Lagern mit Käfig möglich sind.

Mehrreihige Lager sind besonders kippsteif, lassen jedoch keine Schiefstellungen zwischen dem Innen- und Außenring zu.

**Bild 103**  
Vollrollige  
Zylinderrollenlager

- ① Einreihig
- ② Zweireihig,  
mit Ringnuten,  
im Außenring,  
abgedichtet  
(Seilscheibenlager)



### Seilscheibenlager

Für besondere Anwendungen gibt es spezielle Lagerbauformen. So werden zum Beispiel zweireihige vollrollige Zylinderrollenlager mit Ringnuten im Außenring zur Lagerung von Seilscheiben eingesetzt, siehe Bild 103. Diese sehr steifen Festlager nehmen neben hohen radialen Kräften auch moderate axiale Kräfte in beiden Richtungen auf.

Seilscheibenlager bestehen aus massiven Außen- und Innenringen mit Borden und bordgeführten Zylinderrollen. Die axiale Fixierung der Lager erfolgt durch Sicherungsringe in den Ringnuten des Außenrings.

Dichtringe auf beiden Seiten schützen das Lager vor Verschmutzung, Feuchtigkeit und dem Verlust von Schmierfett.

### Hochgenauigkeits- Zylinderrollenlager

Die ein- und zweireihigen Lager werden eingesetzt, wenn höchste Präzision bei sehr hoher radialer Belastung gefordert ist. Typische Anwendungsgebiete sind Werkzeug- und Druckmaschinen. Sie ermöglichen dort hochgenaue, radial steife und sehr tragfähige Lagerungen. Im Werkzeugmaschinenbau übernehmen sie die radiale Abstützung der Hauptspindel, siehe Bild 124, Seite 675. Hochgenauigkeits-Zylinderrollenlager N, NN und NNU haben die Genauigkeitsklassen SP und UP.

Da ein Längenausgleich während der Drehbewegung zwanglos zwischen den Rollen und der bordlosen Laufbahn stattfindet, eignen sich die Zylinderrollenlager sehr gut als Loslager. Axialkräfte werden durch Axiallager, beispielsweise zweiseitig wirkende Axial-Schräggugellager, aufgenommen, siehe Bild 124, Seite 675.

**Kegelrollenlager** Kegelrollenlager sind ein- oder mehrreihige Baueinheiten, die aus einem bordlosen Außenring, einem Innenring mit zwei unterschiedlich hohen Borden und einem Käfig bestehen, siehe Bild 104. Der Käfig ist mit kegelstumpfförmigen Rollen bestückt.

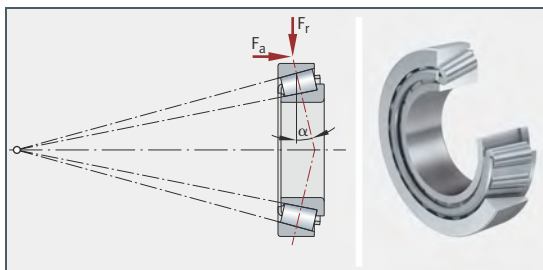
### Käfige, Borde, Rollenprofil, verlängerte Mantellinien

Als Standardkäfig werden gepresste und geprägte Stahlblechkäfige eingesetzt. Daneben gibt es glasfaserverstärkte Käfige aus Polyamid. Der niedrigere Bord hält – zusammen mit dem Käfig – die Rollen auf der Innenringlaufbahn. Der hohe Bord nimmt die axiale Kraftkomponente auf, die sich aus der Kegelform der Rollen ergibt.

Die Gleitflächen am großen Bord und an der großen Rollenstirnfläche sind so gestaltet, dass sich an den Berührstellen von Rolle und Bord ein tragender Schmierfilm bildet. Das logarithmische Profil bewirkt eine optimale Spannungsverteilung im Wälzkörper- und Laufbahnkontakt und vermeidet Spannungsspitzen. Die verlängerten Mantellinien der Kegelrollen schneiden sich mit den verlängerten Laufbahnen des Innen- und Außenrings in einem Punkt auf der Lagerachse, siehe Bild 104. Dadurch wird kinematischer Zwangsschlupf im Wälzkontakt vermieden.

Offene Lager sind nicht selbsthaltend, deshalb kann bei diesen Lagern der Außenring abgezogen werden. Außenring und Innenring mit Rollenkranz lassen sich so getrennt voneinander montieren.

**Bild 104**  
Einreihiges  
Kegelrollenlager,  
verlängerte Mantellinien  
der Kegelrollen  
  
 $\alpha$  = Druckwinkel



### Belastbarkeit, Anstellung, Spieleinstellung, Vorspannung

Einreihige Kegelrollenlager nehmen radiale, einseitig axiale und kombinierte (radiale und gleichzeitig axial wirkende) Belastungen auf, Kegelrollenlager in O- und X-Anordnung hohe radiale sowie beidseitig axiale und kombinierte Belastungen.

Durch die schräge Lage der Laufbahnen darf ein einzelnes Kegelrollenlager nicht rein radial belastet werden; es ist immer gleichzeitig auch axial zu belasten oder abzustützen. Das geschieht normalerweise durch ein zweites Lager, das spiegelbildlich in O- oder X-Anordnung eingebaut wird.

Zur Einstellung des Lagerspiels beziehungsweise der Vorspannung werden bei Lagerungen mit zwei einreihigen Kegelrollenlagern die Lager gegeneinander angestellt, bis der gewünschte Wert erreicht ist.



## Neendruckwinkel und axiale Belastbarkeit

Die axiale Belastbarkeit hängt vom Neendruckwinkel ab; das heißt je größer der Winkel ist, desto höher kann das Kegelrollenlager axial belastet werden. Die Größe des Druckwinkels – und damit die Höhe der axialen Belastbarkeit – ist durch den lagerabhängigen Wert in den Produkttabellen der Wälzlager-Kataloge gekennzeichnet.

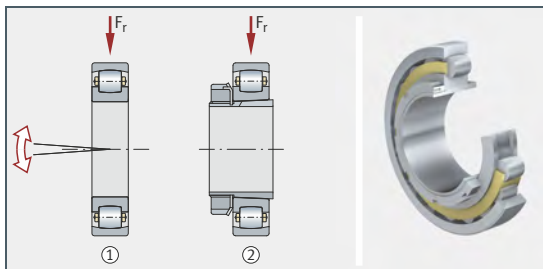
**Tonnenlager** Tonnenlager zählen zur Gruppe der Pendellager, siehe Bild 105.

Wie Pendelkugel- und Pendelrollenlager haben Tonnenlager eine hohlkugelige Außenringlaufbahn. Dadurch kann sich der Rollenkranz auf der Laufbahn pendelnd (statisch oder dynamisch) einstellen, sodass das Lager unempfindlich auf Fluchtungsfehler und Durchbiegungen der Welle reagiert.

Die Bohrung des Innenrings ist zylindrisch oder kegelig, die Lager sind nicht zerlegbar. Ihre axiale Tragfähigkeit ist gering.

**Bild 105**  
Tonnenlager

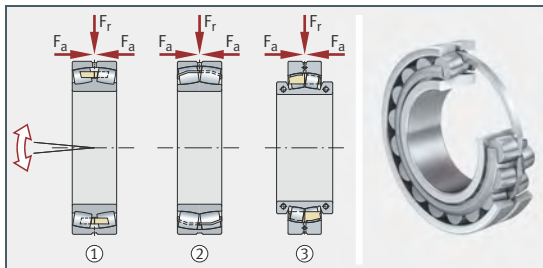
- ① Lager mit zylindrischer Bohrung
- ② Lager mit kegelliger Bohrung, Spannhülse, Sicherungsblech und Nutmutter



**Pendelrollenlager** Pendelrollenlager haben zwei Reihen Tonnenrollen, deren Achsen gegen die Drehachse des Lagers geneigt sind, siehe Bild 106. Die Laufbahn des Außenrings ist wie bei Tonnenlagern sphärisch gestaltet. Das Profil der Laufbahnen ist dem Profil der Tonnenrollen eng angepasst.

**Bild 106**  
Pendelrollenlager

- ① Lager mit drei festen Borden am Innenring
- ② Pendelrollenlager E (verstärkte Ausführung ohne feste Borden)
- ③ Axial geteiltes Pendelrollenlager



Für die Schmierstoffzuführung hat der Außenring normalerweise eine Umfangsnut mit radialen Bohrungen zwischen den Rollenreihen. Das verbessert die Schmierung des Lagers.

### Belastbarkeit, dynamischer Ausgleich von Winkelfehlern

Pendelrollenlager sind radial sehr tragfähig und axial belastbarer als Tonnenlager. Durch die hohlkugelige Gestaltung des Außenrings stellen sich die Tonnenrollen bei Fluchtungsfehlern und Wellendurchbiegung in der Außenringlaufbahn pendelnd ein.

Für den störungsfreien Betrieb muss auf die Lager eine Mindestbelastung wirken. Belastungswerte liefern die Wälzlager-Kataloge von Schaeffler.

Pendelrollenlager werden eingesetzt, wenn hohe stoßartige, radiale Belastungen dynamisch aufzunehmen sind und mit Fluchtungsfehlern sowie größeren Durchbiegungen der Welle zu rechnen ist.

### Toroidalrollenlager

Toroidalrollenlager haben langgestreckte Tonnenrollen und Laufbahnen, die den Mantellinien der Wälzkörper angepasst sind, siehe Bild 107. Der Mittelpunkt des Außenringlaufbahnradius liegt unterhalb der Lagermittellachse. Die Gestaltung der Lagerringe erlaubt Schiefstellungen zwischen den Ringen innerhalb bestimmter Grenzen. Gleichzeitig können Längenänderungen der Welle gegenüber dem Gehäuse ausgeglichen werden.

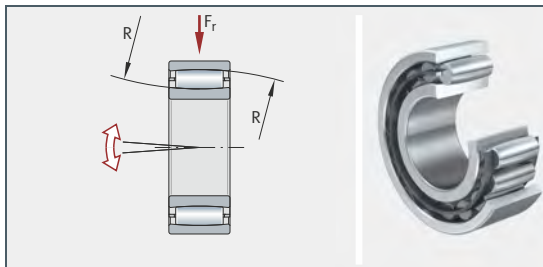
Diese Bauform kombiniert das dynamische Einstellvermögen des Pendelrollenlagers mit der axialen Verschiebbarkeit von Zylinderrollenlagern. Sie eignet sich damit gleichermaßen gut für den dynamischen und statischen Ausgleich von Schiefstellungen.

Toroidalrollenlager sind reine Loslager und nehmen nur radiale Kräfte auf. Schiefstellungen und die axiale Verschiebbarkeit sind begrenzt.

**Bild 107**

Toroidalrollenlager

R = Laufbahnradius



**Radial-Nadellager** Radial-Nadellager verfügen über eine Reihe gemeinsamer Eigenschaften, die im Folgenden beschrieben sind.

Nadellager verwenden als Wälzkörper Nadelrollen. Die Wälzlagertechnik bezeichnet zylindrische Wälzkörper als Nadelrolle, wenn der Wälzkörperdurchmesser  $\leq 6$  mm beträgt und das Verhältnis Wälzkörperdurchmesser zu Wälzkörperlänge einen Wert  $< 1:3$  ergibt.

Gemeinsam ist allen Nadellagern auf Grund des kleinen Durchmessers der Wälzkörper die niedrige radiale Bauhöhe. Durch den Linienkontakt eignen sie sich besonders für Lagerungen mit hoher radialer Tragfähigkeit und Steifigkeit bei begrenztem radialen Bauraum.

Radial-Nadellager können nur als Loslager verwendet werden. Der bei Lagern mit Innenringen festgelegte axiale Verschiebeweg erlaubt axiale Bewegungen zwischen der Welle und dem Gehäuse. Falls erforderlich, gibt es breitere Innenringe für größere Verschiebewege.

Für den schlupffreien Betrieb ist eine radiale Mindestbelastung erforderlich. Das gilt besonders für schnell laufende Lager, da hier bei fehlender Radiallast schädliche Gleitbewegungen zwischen den Wälzkörpern und Laufbahnen auftreten können. Werte zur radialen Mindestbelastung geben die Wälzlager-Kataloge von Schaeffler an.

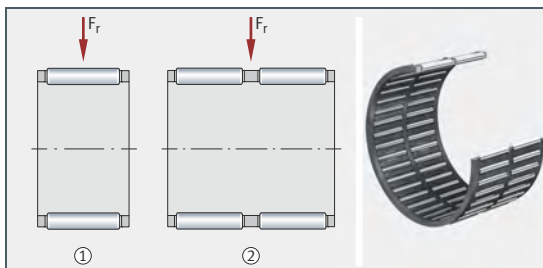
**Nadelkränze** Neben vollrolligen Nadelsätzen ist der Nadelkranz die einfachste Bauform des Nadellagers, siehe Bild 108, Seite 665. Nadelkränze sind ein- oder zweireihig und bestehen aus Käfig und Nadelrollen. Durch den fehlenden Außen- und Innenring laufen sie direkt auf der Welle und im Gehäuse. Die Laufbahnen müssen dazu gehärtet und geschliffen sein.

Da ihre radiale Bauhöhe nur dem Durchmesser der Nadelrollen entspricht, ermöglichen Nadelkränze Lagerungen mit geringstem radialen Bauraum. Bei formgenauer Ausführung der Laufbahnen wird eine hohe Rundlaufgenauigkeit erreicht. Wellen- und Gehäusetoleranzen sowie die Sorte der Nadelrollen beeinflussen die radiale Lagerluft.

Nadelkränze sind axial durch Sprengringe oder eine entsprechend ausgeführte Anschlusskonstruktion mit Anlageschultern zu sichern.

**Bild 108**  
Nadelkränze

- ① Einreihig
- ② Zweireihig



### Nadelhülsen, Nadelbüchsen

Nadelhülsen und -büchsen sind Nadellager kleinster radialer Bauhöhe. Sie bestehen aus spanlos geformten, dünnwandigen Außenhülsen und Nadelkränzen, die zusammen eine Baueinheit bilden, siehe Bild 109.

Die Außenhülsen passen sich der Maß- und Formgenauigkeit der Gehäusebohrung an.

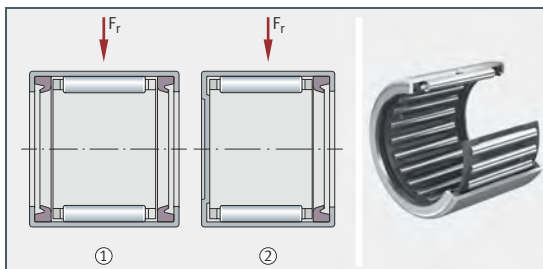
Nadelhülsen sind auf beiden Seiten offen, Nadelbüchsen auf einer Seite geschlossen. Nadelbüchsen eignen sich damit gut zum Abschluss von Lagerstellen an Wellenenden. Sie schützen dort bei drehender Welle vor Verletzungen, dem Austritt von Schmierstoff und das Laufsystem vor Schmutz und Feuchtigkeit.

Ist die Welle nicht als Laufbahn ausführbar, können die Lager mit Innenringen kombiniert werden.

Wird auf axiale Fixierelemente wie Schultern und Sprengringe verzichtet, ist die Gehäusebohrung einfach und besonders wirtschaftlich ausführbar. Gleichzeitig vereinfacht das den Ein- und Ausbau der Lager.

**Bild 109**  
Nadelhülse und  
Nadelbüchse

- ① Nadelhülse, Lippen-  
dichtung
- ② Nadelbüchse, Lippen-  
dichtung



### Nadellager

Nadellager haben gegenüber Nadelhülsen und Nadelbüchsen dickwandigere, steifere und spanend gefertigte Lagerringe. Sie stellen geringere Anforderungen an die Maß- und Formgenauigkeit sowie an die Härte der Umgebungskonstruktion.

Nadellager werden unterschieden in:

- Nadellager mit Borden, ohne und mit Innenring
- Nadellager ohne Borde, ohne und mit Innenring
- Einstell-Nadellager
- Kombinierte Nadellager

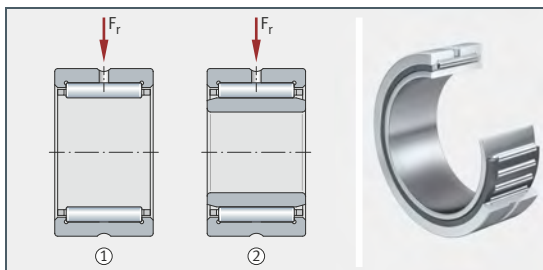
### Nadellager mit Borden

Bei diesen Nadellagern bilden Außenring und Nadelkranz ein- oder zweireihige, selbsthaltende Baueinheiten, siehe Bild 110. Die Borde im Außenring führen den Nadelkranz axial.

Die Lager gibt es ohne und mit herausnehmbaren Innenring sowie abgedichtet und offen.

**Bild 110**  
Nadellager mit Borden,  
einreihig

- ① Ohne Innenring
- ② Mit Innenring



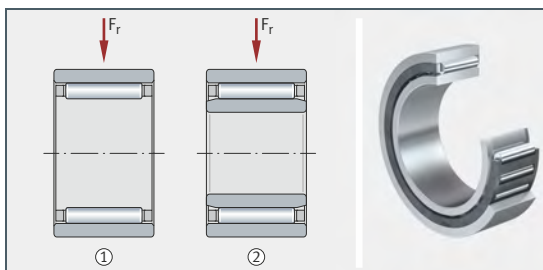
### Nadellager ohne Borde

Diese Baueinheiten bestehen aus Außenringen ohne Borde, Nadelkränzen und herausnehmbaren Innenringen, siehe Bild 111. Da die Lager nicht selbsthaltend sind, lassen sich Außenring, Nadelkranz und Innenring getrennt voneinander einbauen.

Die Lager gibt es ohne und mit Innenring sowie ein- und zweireihig. Anlaufscheiben übernehmen die axiale Führung des Nadelkranzes.

**Bild 111**  
Nadellager ohne Borde

- ① Ohne Innenring
- ② Mit Innenring



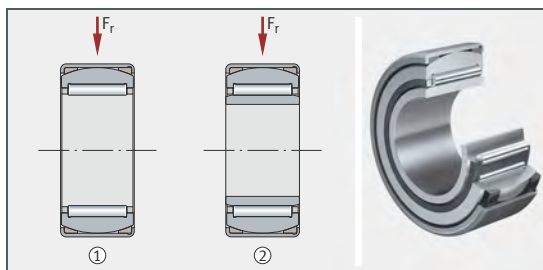
### Einstell-Nadellager

Nadellager der bisher beschriebenen Bauformen erlauben durch ihre innere Konstruktion nur geringe Fluchtungsfehler der Lagerachse. Einstell-Nadellager haben einen Laufring mit sphärischer Mantelfläche und sphärischem Stützring und kompensieren statische Fluchtungsfehler der Lagerachse bis  $3^\circ$ .

Die Lager nehmen keine Schwenk- und Taumbewegungen auf.

**Bild 112**  
Einstell-Nadellager

- ① Ohne Innenring
- ② Mit Innenring



### Kombinierte Nadellager

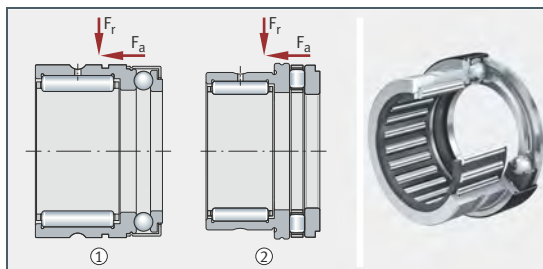
Radial-Nadellager nehmen ausschließlich radiale Kräfte auf. Kombinierte Nadellager (Radial-Nadellager, verbunden mit einem axial belastbaren Laufsystem) nehmen auch axiale Kräfte auf.

### Nadel-Axial-Rillenkugellager, Nadel-Axial-Zylinderrollenlager

Nadel-Axial-Rillenkugellager und Nadel-Axial-Zylinderrollenlager nehmen neben hohen radialen auch einseitig axiale Kräfte auf, siehe Bild 113. Zur Aufnahme von Axialkräften muss der Axialteil der Lager mit 1% der axialen statischen Tragzahl vorgespannt werden. Schiefstellungen zwischen der Welle und dem Gehäuse sind nicht möglich.

**Bild 113**  
Nadel-Axialkugellager,  
Nadel-Axial-Zylinderrollenlager

- ① Nadel-Axial-Rillenkugellager mit Schutzkappe, ohne Innenring
- ② Nadel-Axial-Zylinderrollenlager, ohne Innenring



### Nadel-Schräggugellager

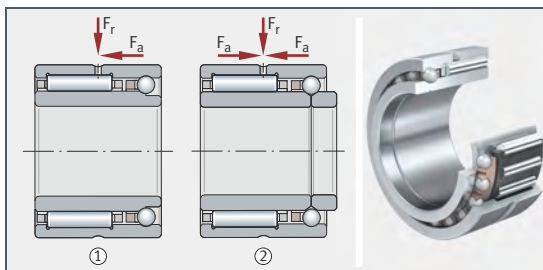
Nadel-Schräggugellager nehmen ein- oder beidseitig axiale Kräfte auf, siehe Bild 114. Einseitig axial belastbare Nadel-Schräggugellager übernehmen Stützlagerfunktion, zweiseitig axial belastbare Lager Stütz- oder Festlagerfunktion.

Sollen bei der einseitig axial belastbaren Ausführung axiale Kräfte aus wechselseitigen Richtungen aufgenommen werden, müssen zwei Lager gegeneinander angestellt werden.

Für die Aufnahme von Axialkräften und die Schiefstellung zwischen der Welle und dem Gehäuse gelten die Angaben unter Abschnitt Nadel-Axial-Rillenkugellager, Nadel-Axial-Zylinderrollenlager.

**Bild 114**  
Nadel-Schräggugellager

- ① Einseitig axial belastbar, Innenring ungeteilt
- ② Zweiseitig axial belastbar, Innenring geteilt



### Lager für Gewindetriebe

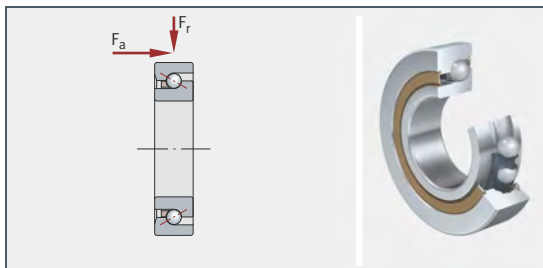
Hohe Planlaufgenauigkeit, Axial- und Kippsteifigkeit sowie eine hohe Belastbarkeit sind im Wesentlichen die Anforderungen an Lager für Gewindetriebe. Bewährt haben sich für diesen Einsatzbereich ein- und mehrreihige Axial-Schräggugellager sowie zweiseitig wirkende Nadel-Axial-Zylinderrollenlager.

### Einreihige Axial-Schräggugellager

Die Lager sind universell zu verschiedenen Lagersatzkombinationen zusammenstellbar. Durch die werkseitige Lagerabstimmung stellt sich nach dem Lagereinbau eine definierte Wälzlagervorspannung ein, welche einen spielfreien Betrieb bei hoher Planlaufgenauigkeit und hoher Axialsteifigkeit gewährleistet. Diese Lagerbauform wird für die unterschiedlichen Belastungsanforderungen angeboten und steht größtenteils auch in befetteter und abgedichteter Ausführung zur Verfügung.

Einreihige Axial-Schräggugellager eignen sich besonders für die Lagerung von Kugelgewindetrieben in Werkzeugmaschinen, siehe Bild 115.

**Bild 115**  
Axial-Schräggugellager, einreihig



### Zweireihige Axial-Schrägkugellager

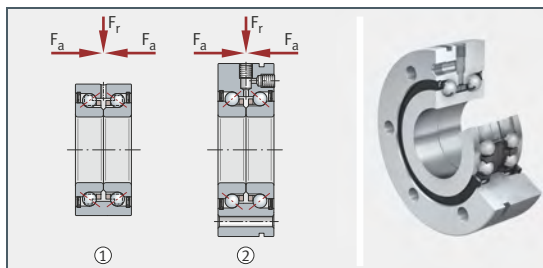
Zweireihige Axial-Schrägkugellager sind montagefertige, selbsthaltende, befettete und abgedichtete Genauigkeitslager in O-Anordnung mit einem Druckwinkel von  $60^\circ$ , siehe Bild 116. Die Lagerringe sind so aufeinander abgestimmt, dass sich nach dem Verspannen der Innenringe mit einer Präzisionsnutmutter eine definierte Vorspannung einstellt. Berührende Dichtungen auf beiden Seiten des Lagers schützen das Wälzsystem vor Schmutz. Für hohe Drehzahlen stehen Minimalspaltichtungen zur Verfügung. Zweireihige Lager sind auch gepaart lieferbar, sodass vierreihige Lagerpakete erzeugt werden können. Das erhöht die Tragfähigkeit und Steifigkeit der Lagerung zusätzlich.

Die Lager gibt es ohne und mit Befestigungsbohrungen im Außenring, siehe Bild 116. Lager mit Bohrungen werden direkt an die Anschlusskonstruktion geschraubt. Diese Lösung ist besonders wirtschaftlich, da hier die sonst notwendige Aufnahmebohrung und der Lagerdeckel mit dem damit verbundenen Anpressaufwand entfallen.

**Bild 116**

Axial-Schrägkugellager, zweireihig

- ① Zweireihig, für den Einbau in eine Aufnahmebohrung
- ② Zweireihig, an die Anschlusskonstruktion anschraubbar



### Dreireihige Axial-Schrägkugellager

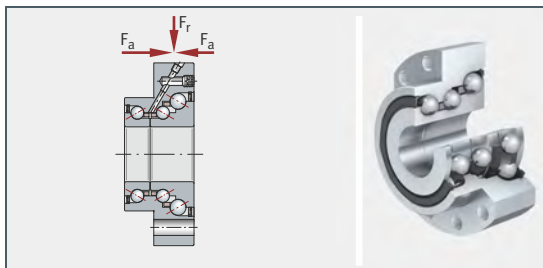
Dreireihige Ausführungen haben neben zwei Kugelreihen mit dem Druckwinkel von  $60^\circ$  in O-Anordnung eine dritte Kugelreihe, siehe Bild 117, Seite 671. Diese zusätzliche Reihe ermöglicht einseitig höhere Belastungen. Durch den abgesetzten Außenring sind die Lager an die Umgebungs-konstruktion anflanschbar. Zur Reduktion des notwendigen radialen Bau-raums ist der Flansch auf zwei Seiten abgeflacht.

Zur maximalen Nutzung der Tragfähigkeit müssen die Lager in Hauptlast-richtung ständig belastet werden. Sie werden deshalb hauptsächlich in fest-/festgelagerten Gewindetrieben mit gereckten Vorschubspindeln oder in vertikal angeordneten Gewindetriebelagerungen eingesetzt.



**Bild 117**  
Axial-Schrägkugellager,  
dreireihig

An die Anschlusskonstruktion anschraubbar



## Nadel-Axial-Zylinderrollenlager

Diese Lager sind zweiseitig wirkende, nicht selbsthaltende Genauigkeits-Zylinderrollenlager mit radialem Lagerteil. Sie bestehen aus einem Außenring mit Radial- und Axiallaufbahnen, Wellenscheibe, Innenring sowie einem Radial-Nadelkranz und zwei Axial-Zylinderrollenkranzen, siehe Bild 118. Die Lager gibt es zum Anschrauben an die Anschlusskonstruktion und zur Befestigung in einer Gehäusebohrung. Durch den anflanschbaren Außenring entfallen der sonst notwendige Deckel und der Aufwand für das Anpassen.

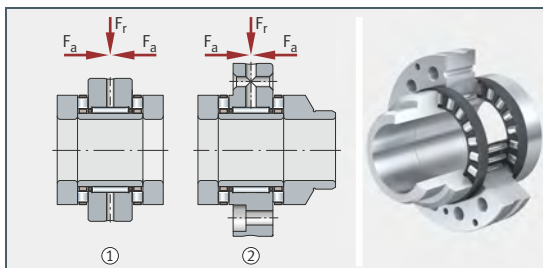
Nadel-Axial-Zylinderrollenlager nehmen neben hohen radialen Kräften auch axiale in beiden Richtungen sowie Kippmomente auf. Außenring, Innenring und Axialkäfige sind so aufeinander abgestimmt, dass die Lager nach dem Vorspannen mit einer Präzisionsnutmutter axial spielfrei sind.

Gegenüber Axial-Schrägkugellagern haben sie eine höhere Belastbarkeit, Steifigkeit und Genauigkeit. Für höhere Belastungen gibt es die Lager mit größerem Querschnitt – und somit höherer Tragzahl – als schwere Reihe.

Reicht die axiale Abstützung der Wellenscheibe nicht aus oder ist eine Dichtungslaufbahn gefordert, dann eignen sich Lager mit abgestufter, einseitig verlängerter (breiterer) Wellenscheibe, siehe Bild 118.

**Bild 118**  
Nadel-Axial-Zylinderrollenlager

- ① Für die Montage in Gehäusebohrungen
- ② Anflanschbar, mit abgestufter, breiter Wellenscheibe



### Stütz-, Kurven- und Laufrollen

Rotatorische Wälzlager werden üblicherweise in eine Gehäusebohrung eingebaut. Dort nimmt der Außenring die von der Welle kommenden Belastungen auf und leitet sie in das umschließende Gehäuse weiter. Bei Stütz-, Kurven- und Laufrollen läuft der Außenring frei auf einer ebenen oder gekrümmten Gegenlaufbahn (Schiene, Führungsbahn, Kurvenscheibe).

Charakteristisch für diese Wälzlagerart sind die besonders dickwandigen Außenringe. Diese Ringe ersetzen das Gehäuse und nehmen Einfederungen und Spannungen auf.

In der Praxis werden Stütz-, Kurven- und Laufrollen überwiegend mit balliger Mantelfläche eingesetzt, da häufig Verkippungen gegenüber der Laufbahn auftreten und Kantenpressungen vermieden werden sollen. Optimierte Profilierungen des Außenrings steigern die Belastbarkeit des Lagers.

### Stützrollen

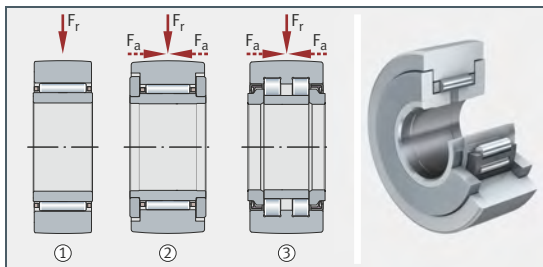
Stützrollen sind einbaufertige Nadel- und Zylinderrollenlager mit besonders dickwandigem Außenring, siehe Bild 119. Stützrollen gibt es ohne und mit Axialführung des Außenrings sowie offen und abgedichtet. Die Mantelflächen der Außenringe sind ballig oder zylindrisch. Sie werden auf Achsen montiert und mit oder ohne Innenring geliefert. Sie nehmen hohe radiale Belastungen auf. Stützrollen mit Axialführung tolerieren Axiallasten aus geringen Fluchtungsfehlern, Schräglauf oder kurzfristigen Anlaufstößen.

Lager ohne Innenring setzen voraus, dass die Laufbahn auf der Achse die Qualität einer Wälzgerlaufbahn hat.

Eingesetzt werden die Lager unter anderem in Kurvengetrieben, Führungsbahnen, Förderanlagen und Linearführungssystemen.

**Bild 119**  
Stützrollen

- ① Ohne Axialführung, mit Käfig, offen
- ② Mit Axialführung, mit Käfig, Spaltdichtung
- ③ Mit Axialführung, vollrollig, Lippendichtung



### Kurvenrollen

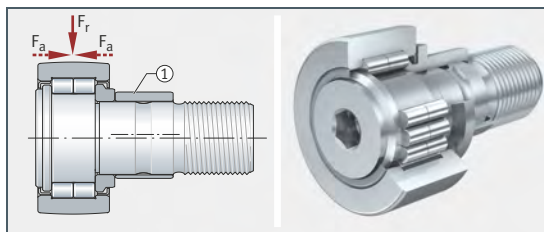
Kurvenrollen entsprechen Stützrollen mit Axialführung, haben jedoch anstelle des Innenrings einen massiven Rollenzapfen, siehe Bild 120. Der Zapfen hat ein Befestigungsgewinde und auf beiden Seiten häufig einen Innensechskant für den Einbau der Kurvenrollen und das Nachstellen bei Ausführungen mit Exzenterring. Der Exzenterring erlaubt die Zustellung der Außenringmantelfläche an die Laufbahn der Anschlusskonstruktion.

Kurvenrollen gibt es mit unterschiedlichen Dichtungen (zum Beispiel Labyrinth-, Spalt- oder schleifende Dichtung). Die Mantelfläche des Außenrings ist ballig oder zylindrisch.

**Bild 120**  
Kurvenrolle, zweireihig,  
vollrollig, mit Exzentrering

Labyrinthdichtung

① Exzentrering



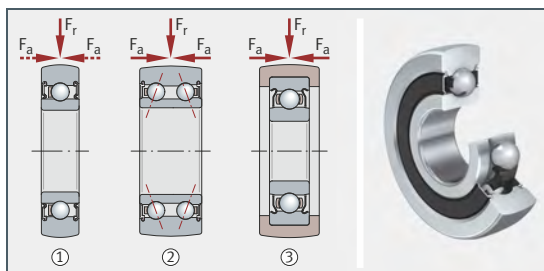
**Laufrollen** Laufrollen gleichen in ihrem Aufbau abgedichteten Rillen- oder Schrägkugellagern, haben jedoch dickwandige Außenringe mit balliger oder zylindrischer Mantelfläche. Sie nehmen neben hohen radialen Kräften auch axiale aus beiden Richtungen auf. Ausführungen mit balliger Mantelfläche eignen sich, wenn Schiefstellungen gegenüber der Laufbahn auftreten.

Laufrollen gibt es ohne und mit Zapfen, mit Kunststoffmantel und mit profiliertem Außenring, siehe Bild 121.

Lager ohne Zapfen werden auf Achsen montiert. Laufrollen mit Kunststoffmantel sind einsetzbar, wenn ein besonders geräuscharmer Lauf gefordert ist. Lager mit konkav profilierter Außenlaufbahn eignen sich zur Gestaltung robuster Laufrollenführungen, siehe Bild 147, Seite 700.

**Bild 121**  
Laufrollen ohne Zapfen

- ① Einreihig, abgedichtet
- ② Zweireihig, abgedichtet
- ③ Mit Kunststoffmantel, abgedichtet



**Axial-Kugellager** Axial-Kugellager sind reine Axiallager, das heißt, sie dürfen nur axial belastet werden.

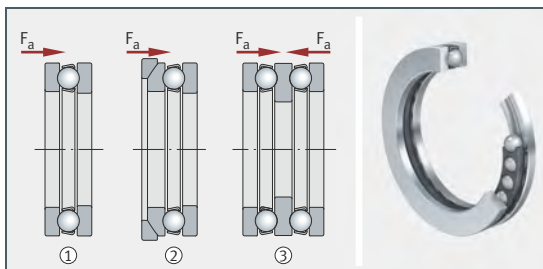
**Axial-Rillenkugellager** Axial-Rillenkugellager sind nicht selbsthaltende, ein- oder zweiseitig wirkende Baueinheiten, die hohe axiale Kräfte aufnehmen.

Einseitig wirkende Lager bestehen aus einer Wellenscheibe und einer Gehäusescheibe, zwischen denen ein Kugelkranz angeordnet ist, siehe Bild 122, Seite 674. Sie nehmen Axialkräfte in einer Richtung auf und stützen die Welle nach einer Seite hin ab.

Zweiseitig wirkende Lager bestehen aus einer Wellenscheibe, zwei Gehäusescheiben und zwei Kugelkränzen, siehe Bild 122. Diese Ausführung nimmt axiale Kräfte in beiden Richtungen auf und kann somit die Welle nach beiden Seiten führen.

**Bild 122**  
Axial-Rillenkugellager

- ① Einseitig wirkend
- ② Einseitig wirkend, kugelige Gehäusescheibe und Unterlagscheibe
- ③ Zweiseitig wirkend



### Winkleinstellbarkeit

Neben den Baureihen mit ebenen Gehäusescheiben gibt es zum Ausgleich statischer Winkelfehler auch Axiallager mit sphärischen Anschlussflächen. Diese Ausführungen werden normalerweise in Verbindung mit Unterlagscheiben eingesetzt und tolerieren statische Fluchtungsfehler der Welle gegenüber dem Gehäuse. Sie eignen sich jedoch nicht bei Taumelbewegungen der Welle, da die Reibung in den sphärischen Anschlussflächen zu groß ist.

### Axial-Schräggugellager

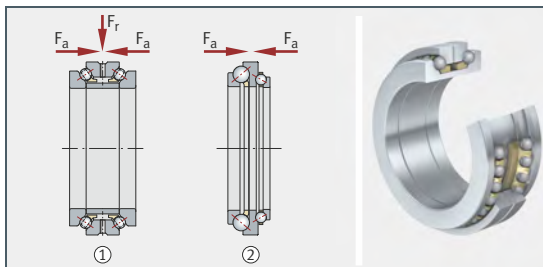
Für axial steife Spindellagerungen in Werkzeugmaschinen werden ein- und zweireihige Axial-Schräggugellager mit erhöhter Genauigkeit verwendet, siehe Bild 123. Diese Lager nehmen Axialkräfte aus beiden Richtungen auf.

Axial-Schräggugellager übertragen die Kräfte unter einem definierten Druckwinkel von einer Laufbahn auf die andere. Die Borde sind so hoch, dass die Druckellipse auch unter der Fliehkrafteinwirkung hoher Drehzahlen und bei axial vorgespanntem Lager und hoher Belastung den Laufbahnrand nicht berührt oder darüber hinausreicht.

**Bild 123**  
Axial-Schräggugellager

Druckwinkel meist 60°

- ① Zweiseitig wirkend, mit Distanzring
- ② Zweiseitig wirkend



### Zweireihige Axial-Schrägkugellager

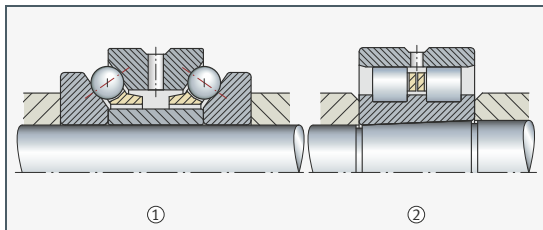
Zweireihige Axial-Schrägkugellager haben je Kugelreihe einen kugelgeführten Massivkäfig aus Messing. Zwischen den Wellenscheiben ist ein Distanzring so eingepasst, dass das eingebaute und axial festgespannte Lager die erforderliche Vorspannung hat.

Radiale Kräfte werden bei der Lagerung der Hauptspindeln in Werkzeugmaschinen in der Regel durch ein Zylinderrollenlager übernommen, das neben dem Axial-Schrägkugellager angeordnet ist, siehe Bild 124.

**Bild 124**

Zylinderrollenlager zur Aufnahme radialer Kräfte

- ① Zweiseitig wirkendes Axial-Schrägkugellager 2344
- ② Hochgenauigkeits-Zylinderrollenlager NN30, zweireihig



### Axial-Rollenlager

Axiallager dieser Bauart sind ein- oder zweiseitig wirkende Axiallager auf Rollen- oder Nadelbasis.

### Axial-Zylinderrollenlager, Axial-Nadellager

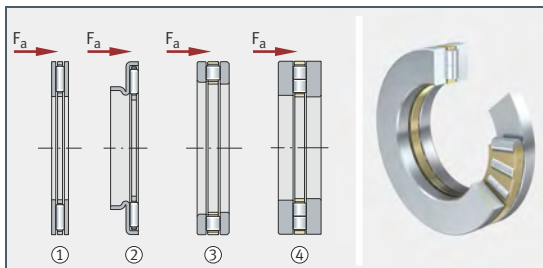
Diese Axiallager bestehen aus ebenen, bordlosen Scheiben, zwischen denen Axial-Nadel- oder Axial-Zylinderrollenkränze platziert sind, siehe Bild 125. Ihre axiale Bauhöhe entspricht dem Durchmesser der Wälzkörper plus den Scheibendicken. Sie sind axial hoch tragfähig, äußerst steif und nehmen Axialkräfte aus einer Richtung auf. Die Lager nehmen ausschließlich axiale Kräfte auf. Radialkräfte müssen durch ein anderes geeignetes Lager übernommen werden.

Für besonders niedrige axiale Bauhöhen lassen sich die Kränze direkt in die Anschlusskonstruktion integrieren. Dazu müssen die Laufflächen für die Wälzkörper als Wälzlagerlaufbahn ausgeführt sein.

**Bild 125**

Axial-Nadellager, Axial-Zylinderrollenlager

- ① Axial-Nadellager
- ② Axial-Nadellager mit Zentrierbund
- ③ Axial-Zylinderrollenlager, einreihig
- ④ Axial-Zylinderrollenlager, zweireihig



Axial-Zylinderrollenlager und Axial-Nadellager werden eingesetzt, wenn die Tragfähigkeit der Axial-Rillenkugellager nicht ausreicht. Bei sehr niedrigen axialen Bauhöhen eignen sich Axial-Nadellager, höhere Belastungen nehmen Axial-Zylinderrollenlager auf. Schiefstellungen zwischen der Welle und dem Gehäuse sind nicht zulässig, die Lager können sich jedoch radial einstellen.

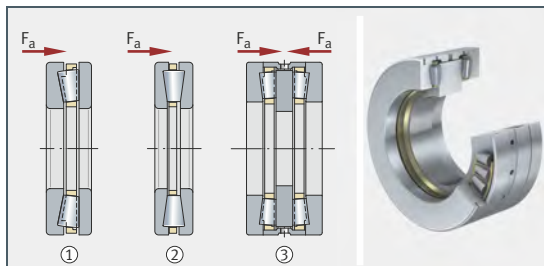
### Axial-Kegelrollenlager

Bei der am häufigsten verwendeten Bauart der Axial-Kegelrollenlager ist die Laufbahn der Wellenscheibe kegelig, die der Gehäusescheibe eben, siehe Bild 126.

**Bild 126**

Axial-Kegelrollenlager

- ① Einseitig wirkend, mit ebener Gehäusescheibe
- ② Einseitig wirkend, mit zwei kegelligen Laufbahnen
- ③ Zweiseitig wirkend



Die Rollen werden vom Bord der Wellenscheibe geführt und meist durch einen Messingmassivkäfig gehalten.

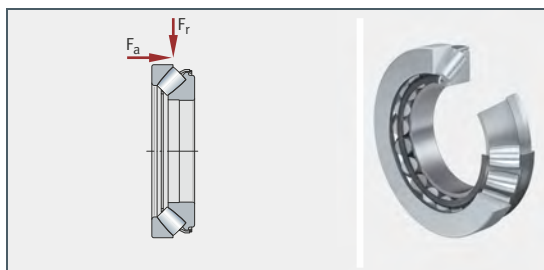
Eingesetzt werden die Lager zum Beispiel im Walzwerksbau.

### Axial-Pendelrollenlager

Axial-Pendelrollenlager bestehen aus Gehäusescheibe, Wellenscheibe und asymmetrischen Tonnenrollen, siehe Bild 127.

**Bild 127**

Axial-Pendelrollenlager



Die Tonnenrollen stützen sich am hohen Bord des Innenrings ab und können sich in der hohlkugeligen Laufbahn des Außenrings einstellen. Dadurch ist das Lager, ebenso wie andere Pendellager auch, unempfindlich gegenüber Fluchtungsfehlern und Wellendurchbiegungen. Messingmassiv- oder Stahlblechkäfige halten den Rollenkranz und die Wellenscheibe zusammen.

Da die Belastungen schräg zur Lagerachse von einer Laufbahn auf die andere übertragen werden, eignen sich die Lager bei gleichzeitig wirkender Axiallast auch zur Aufnahme von zusätzlichen Radiallasten ( $F_{R\max} = 0,55 \cdot F_a$ ).

Für den störungsfreien Betrieb ist eine axiale Mindestbelastung einzuhalten. Dies gilt besonders bei schnellaufenden Lagern mit hohen Beschleunigungen und schnellen Lastwechseln. Durch die Massenkräfte der Wälzkörper und Käfige und die zunehmende Reibleistung kann unzulässiger Verschleiß zwischen den Wälzkörpern und Laufbahnen auftreten. In vielen Fällen (zum Beispiel bei Vertikallagerungen) reicht häufig jedoch schon das Eigengewicht der gelagerten Teile, um die erforderliche axiale Mindestlast aufzubringen.

### Kreuzrollenlager, Maßreihe 18

Kreuzrollenlager dieser Bauart sind offene Lager für Genauigkeitsanwendungen, siehe Bild 128. Zwischenstücke aus Kunststoff halten die Zylinderrollen auf Abstand. Der Außenring ist gesprengt und mit Halteringen zusammengehalten. Die sehr steifen Lager haben eine hohe Laufgenauigkeit und werden mit Normalspiel, spielarm oder vorgespannt hergestellt. Klemmringe fixieren die Außenringe in der Anschlusskonstruktion. Die Abdichtung der Lagerstelle kann frei gestaltet werden.

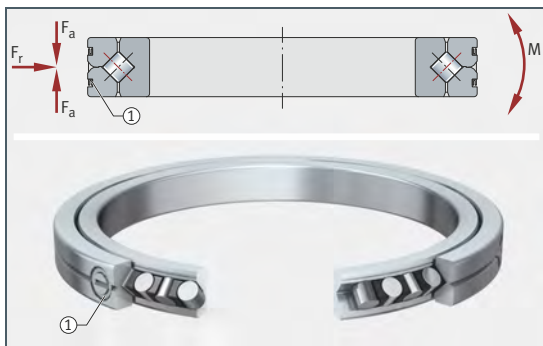
Die Kreuzrollenlager entsprechen in ihren Abmessungen der ISO-Maßreihe 18 nach DIN 616.

Durch die X-Anordnung der Zylinderrollen nehmen die Lager in beiden Richtungen axiale Kräfte, radiale Kräfte, beliebig kombinierte Lasten und Kippmomente mit einer Lagerstelle auf. Dadurch lassen sich Konstruktionen mit zwei Lagerstellen häufig auf eine Lagerstelle reduzieren.

**Bild 128**  
Kreuzrollenlager

$F_r$  = Radiale Belastung  
 $F_a$  = Axiale Belastung  
 $M$  = Kippmomentbelastung

① Haltering



### Schwenklager (Drehverbindungen)

Drehverbindungen sind große und sehr tragfähige Lager für oszillierende und langsam umlaufende Drehbewegungen, siehe Bild 129. Die Lagerringe sind unverzahnt, innen- oder außenverzahnt und werden in der Regel direkt mit den Umgebungsteilen der Anschlusskonstruktion verschraubt.

Schwenklager werden hauptsächlich in horizontaler Lage eingebaut und zur Übertragung von Axialkräften und großen Kippmomenten eingesetzt. Radiale Belastungen treten bei den Anwendungen nur untergeordnet auf.

Drehverbindungen werden meist mit selten auftretenden Drehbewegungen, langsamen Schwenkbewegungen, langsam umlaufend oder im Stillstand belastet und vorzugsweise nach ihrer statischen Tragfähigkeit dimensioniert.

### Vierpunktlager und Kreuzrollenlager

Schwenklager können als Kugel- oder Rollenlager ausgelegt werden. Der Käfig besteht aus Segmenten oder Zwischenstücken. Diese halten die Wälzkörper auf Abstand. Bei Schwenklagern mit mehreren Metern Durchmesser werden die Ringe aus Transport- und Montagegründen oft in Segmente geteilt. Die Laufbahnen sind induktiv oder flammgehärtet. Bild 129 zeigt abgedichtete Vierpunktlager (Ausführung unverzahnt und innenverzahnt).

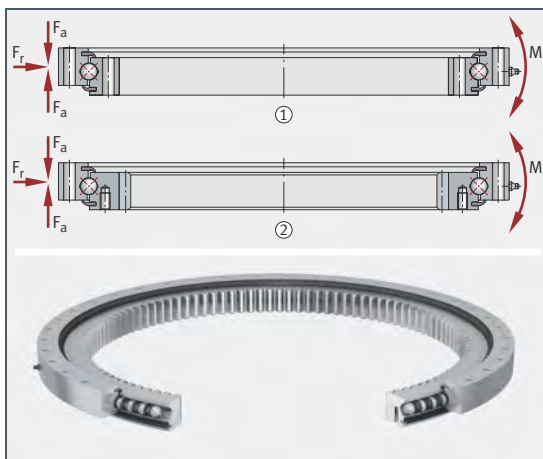
Gelenke von Industrierobotern sowie Lagerstellen, die die Tragfähigkeit, Steifigkeit und Genauigkeit von Kugellagern überfordern, können mit Kreuzrollenlagern ausgerüstet werden. Ein Kranz von Rollen wälzt hier abwechselnd mit jeweils um  $90^\circ$  versetzter Rollenachse auf den Laufbahnen ab. Kreuzrollenlager haben Segmentkäfige oder sind vollröllig. Für den Antrieb kann der Außen- oder Innenring eine Verzahnung erhalten.

**Bild 129**

Vierpunktlager

M = Kippmoment-  
belastung

- ① Unverzahnt,  
abgedichtet
- ② Innenverzahnt,  
abgedichtet





### Rundtischlager (Lager für kombinierte Lasten)

Rundtischlager nehmen radiale und beidseitig axiale Belastungen sowie Kippmomente spielfrei auf. Durch die Befestigungsbohrungen in den Lagerringen sind die Baueinheiten sehr montagefreundlich. Die Lager sind nach dem Einbau radial und axial vorgespannt. Sie eignen sich besonders für Lagerungen mit hohen Anforderungen an die Laufgenauigkeit, wie zum Beispiel bei Rundtischen, Wendespannern, Planscheiben und Fräsköpfen.

### Axial- Schrägkugellager

Axial-Schrägkugellager sind besonders reibungsarme, einbaufertige und befettete Lagereinheiten hoher Genauigkeit für sehr hohe Drehzahlen, hohe axiale und radiale Belastungen sowie besondere Anforderungen an die Kippsteifigkeit. Sie bestehen aus einem einteiligen Außenring, zweiseitigen Innenring und zwei Kugelkränzen, siehe Bild 130. Der Druckwinkel beträgt  $60^\circ$ . Außen- und Innenring haben Befestigungsbohrungen zum Verschrauben des Lagers mit der Anschlusskonstruktion. Halteschrauben fixieren die Baueinheit für den Transport und die sichere Handhabung.

### Axial- Radiallager

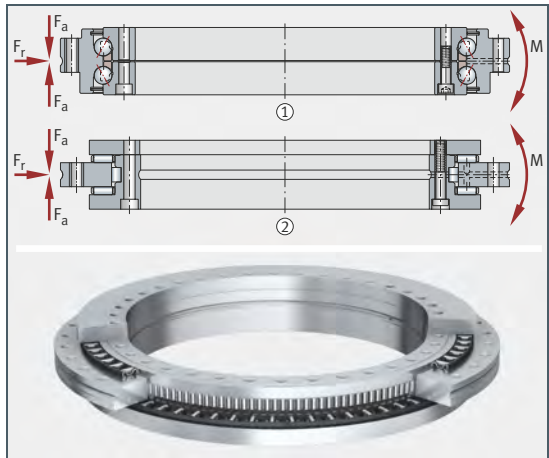
Axial-Radiallager sind anschraubbare, zweiseitig wirkende Axiallager mit radialem Führungslager, siehe Bild 130. Diese einbaufertigen und befetteten Einheiten sind sehr steif, hoch tragfähig und besonders lauffgenau. Ausführungen mit einem integrierten Winkelmesssystem können die Winkelposition der Rundachse mit einer Genauigkeit von wenigen Winkelsekunden messen.

**Bild 130**

Genauigkeitslager  
für kombinierte Lasten

M = Kippmoment-  
belastung

- ① Axial-Schrägkugellager
- ② Axial-Radiallager



## Elemente rotatorisch führen – Gleitlager

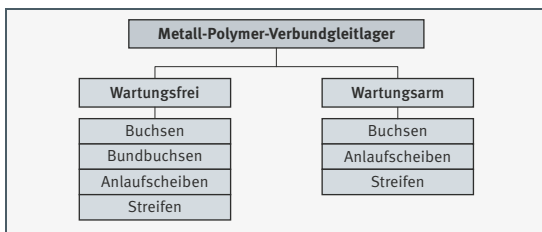
Im Gegensatz zu Wälzlagern, bei denen die geringe Reibung durch Abwälzen der Wälzkörper zwischen den Laufbahnen realisiert wird, liegt bei Gleitlagern eine reine Gleitbewegung zwischen Welle und Lagerschale vor. Die Minimierung der Reibung erfolgt entweder über die Paarung der Werkstoffe und Modifikation der Oberflächen oder mittels geeigneter Schmierung. Aus der Fülle verschiedener Gleitlager werden hier nur die Trockengleitlager kurz behandelt.

Neben den unten beschriebenen Metall-Polymer-Verbundgleitlagern gibt es für das mittlere Leistungssegment Gleitlager mit ELGOTEX, für den oberen Leistungsbereich Gleitlager mit ELGGLIDE.

### Metall-Polymer-Verbundgleitlager

Gleitlager sind Lager für kleinste radiale und axiale Bauräume. Sie haben einen Stahl- oder Bronzerücken und werden als Buchsen, Bundbuchsen, Anlaufscheiben und Streifen geliefert, siehe Bild 131 und Bild 132. Ausführungen mit Bronzerücken sind weitgehend korrosionsbeständig, sehr gut wärmeleitfähig und antimagnetisch.

**Bild 131**  
Gleitlagerbauarten  
und -bauformen  
– Übersicht

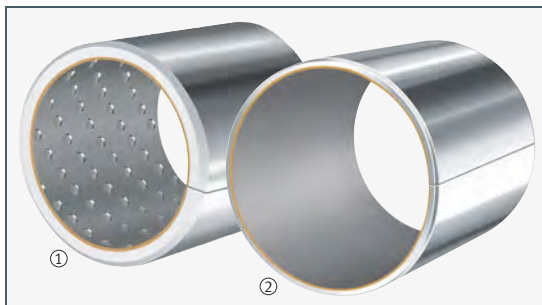


### Werkstoffe E40, E40-B, E50

Als Werkstoff kommt für die Metall-Polymer-Verbundgleitlager das wartungsfreie E40 (mit Stahlrücken), E40-B (mit Bronzerücken) oder das wartungsarme E50 zum Einsatz. Basis des Trockenschmierstoffs ist Polytetrafluorethylen PTFE, in das chemisch nicht reaktionsfähige Zusatzstoffe eingebettet sind. Die Materialien entsprechen den Vorschriften für bleifreie Gleitlager und damit der Richtlinie 2000/53/EG (Altfahrzeug-Verordnung) sowie der Richtlinie 2011/65/EU (RoHS-II).

**Bild 132**  
Metall-Polymer-  
Verbundgleitlager  
(Buchse)

- ① E50, wartungsarm
- ② E40, wartungsfrei



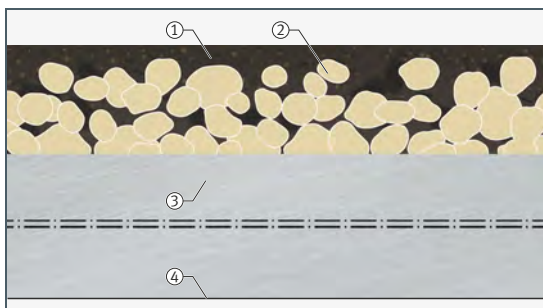
### Wartungsfreies Gleitlagermaterial

Das wartungsfreie Gleitlagermaterial E40, siehe Bild 133, ist aufgrund von PTFE als Trockenschmierstoff für den Trockenlauf vorgesehen. Diese Lager eignen sich damit besonders, wenn die Lagerstelle wartungsfrei sein muss, die Gefahr einer Mangelschmierung besteht oder Schmierstoff unzulässig oder nicht erwünscht ist. Das Material E40 kann neben drehenden und oszillierenden Bewegungen auch für kurzhubige Linearbewegungen eingesetzt werden. Typische Einsatzgebiete sind zum Beispiel die Fluidtechnik, Sportgeräte, die Medizin- oder Elektrotechnik sowie der Automobilbau.

**Bild 133**

Aufbau des wartungsfreien Gleitlagermaterials E40 – dreischichtig, mit Stahlrücken

- ① Einlaufschicht
- ② Gleitschicht
- ③ Stahlrücken
- ④ Zinnschicht als Oberflächenschutz



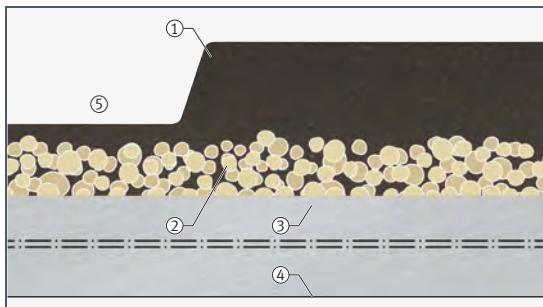
### Wartungsarmes Gleitlagermaterial

Das wartungsarme Gleitlagermaterial E50, siehe Bild 134, ist verschleißarm mit guten Dämpfungseigenschaften und langen Nachschmierintervallen. Die Gleitschicht ist aus Polyoxymethylen POM. E50 kann bei drehenden und oszillierenden Bewegungen eingesetzt werden und wird für langhubige Linearbewegungen empfohlen. Es ist nur wenig empfindlich bei Kantenbelastung und unempfindlich bei Stößen. Anwendungsbeispiele hierfür finden sich insbesondere im Bereich Produktionsmaschinen, Bau- und Landmaschinen sowie Nutzfahrzeuge.

**Bild 134**

Aufbau des wartungsarmen Gleitlagermaterials E50 – dreischichtig, mit Stahlrücken

- ① Gleitschicht
- ② Zwischenschicht
- ③ Stahlrücken
- ④ Zinnschicht als Oberflächenschutz
- ⑤ Schmierertasche



### Gleitlagerprogramm von Schaeffler

Das komplette Programm ist im Schaeffler Katalog HG 1, Gleitlager, in der Technischen Produktinformation TPI 211 und in der Online-Version **medias** beschrieben: <https://medias.schaeffler.de>.

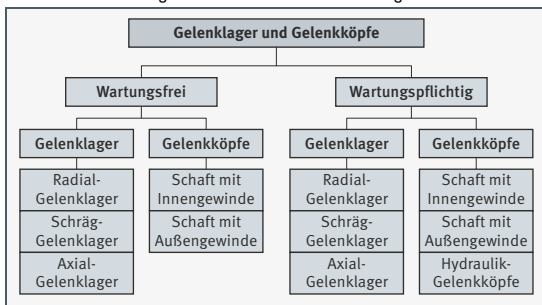
## Elemente rotatorisch führen – Gelenklager

### Gelenklager

Gelenklager sind einbaufertige, genormte Maschinenelemente. Durch die hohlkugelige Außenringbohrung und die kugelige Innenringgeometrie lassen sie räumliche Einstellbewegungen zu. Die Lager nehmen statische Belastungen auf und sind für Kipp- und Schwenkbewegungen geeignet. Sie gleichen Schiefstellungen der Welle aus, haben keine Kantendrücken bei Schiefstellung und lassen größere Fertigungstoleranzen der Anschlusskonstruktion zu.

Eine Übersicht wichtiger Bauarten und Bauformen zeigt Bild 135:

**Bild 135**  
Gelenklagerbauarten  
und -bauformen  
– Übersicht



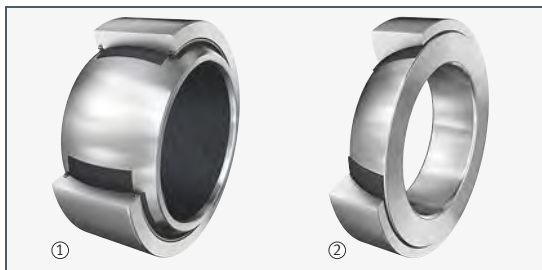
### Wartungsfreie Gelenklager

Wartungsfreie Gelenklager gibt es als Radial-, Axial- und Schräg-Gelenklager, siehe Bild 136. Als Gleitschicht wird zwischen dem Innen- und Außenring ELGOGLIDE, PTFE-Verbundwerkstoff oder PTFE-Folie eingesetzt.

Radial-Gelenklager nehmen vorzugsweise radiale Kräfte auf. Bestimmte Baureihen sind auch für Wechsellasten bis zur Flächenpressung von  $p = 300 \text{ N/mm}^2$  geeignet. Die Lager werden verwendet, wenn bei wartungsfreiem Betrieb besondere Anforderungen an die Gebrauchsdauer gestellt werden oder aus schmiertechnischen Gründen Lager mit metallischen Gleitpaarungen nicht geeignet sind, wie beispielsweise bei einseitiger Belastung. Radial-Gelenklager gibt es offen und abgedichtet.

**Bild 136**  
Wartungsfreie  
Gelenklager,  
Gleitschicht ELGOGLIDE

- ① Radial-Gelenklager, beidseitig mit Lippendichtungen
- ② Schräg-Gelenklager, offen



Schräg-Gelenklager entsprechen DIN ISO 12240-2. Sie haben Innenringe mit kugelige Außengleitbahn und Außenringe mit hohlkugelige Innengleitbahn, auf der eine ELGOGLIDE-Gleitschicht geklebt ist. Die Lager nehmen radiale und axiale Kräfte auf und eignen sich für wechselnde, dynamische Belastungen. In paarweiser Anordnung sind vorgespannte Einheiten möglich. Schräg-Gelenklager werden eingesetzt, wenn hohe Lasten bei geringen Bewegungen übertragen werden. Sie sind hier eine Alternative zu Kegelrollenlagern.

Axial-Gelenklager entsprechen DIN ISO 12240-3. Bei diesen Baueinheiten lagert die Wellenscheibe in der kugelpfannenförmigen Gleitzone der Gehäusescheibe. Das Gleitmaterial auf der Gehäusescheibe ist ELGOGLIDE. Die Lager nehmen vorzugsweise axiale Kräfte auf. Sie eignen sich als Stütz- oder Fußlager und können auch mit Radial-Gelenklagern der Maßreihe E nach DIN ISO 12240-1 kombiniert werden.

### Wartungspflichtige Gelenklager

Die als Radial-, Axial- und Schräg-Gelenklager ausgebildeten, wartungspflichtigen Gelenklager müssen über den Außen- oder Innenring beziehungsweise die Gehäusescheibe mit Öl oder Fett geschmiert werden. Die Lager bestehen aus Innen- und Außenringen mit einer Stahl/Stahl- oder Stahl/Bronze-Gleitpaarung. Die Innenringe haben eine zylindrische Bohrung mit kugelige Außengleitbahn. Bei den Außenringen ist die Mantelfläche zylindrisch und die Innengleitbahn hohlkugelig ausgebildet.

Radial-Gelenklager nehmen radiale Kräfte auf, übertragen Bewegungen und Kräfte momentenarm und halten dadurch Biegespannungen von den Konstruktionselementen fern. Sie eignen sich besonders für Wechselbelastungen mit schlag- und stoßartiger Beanspruchung und lassen axiale Belastungen in beiden Richtungen zu. Die Lager gibt es offen und abgedichtet.

Schräg-Gelenklager entsprechen DIN ISO 12240-2. Die Gleitpaarung ist Stahl/Stahl. Weitere Beschreibung siehe Abschnitt wartungsfreie Gelenklager, Seite 682, und Schaeffler Katalog HG 1, Gleitlager.

Axial-Gelenklager entsprechen DIN ISO 12240-3. Die Gleitpaarung ist Stahl/Stahl. Weitere Beschreibung siehe Abschnitt wartungsfreie Gelenklager, Seite 682, und Schaeffler Katalog HG 1, Gleitlager.

### Gelenkköpfe

Gelenkköpfe sind Gelenklager-Einheiten. Sie bestehen aus einem Stangenkopf mit Außen- oder Innengewinde, in dem ein Gelenklager integriert ist. Eingesetzt werden sie als Hebel- und Gestängeverbindung sowie als Verbindungselement zwischen Zylinder- und Anschlussteilen in Hydraulik- und Pneumatik-Zylindern.

### Gelenklagerprogramm von Schaeffler

Das komplette Programm ist im Schaeffler Katalog HG 1, Gleitlager, und in der Online-Version **medias** beschrieben:  
<https://medias.schaeffler.de>.

## Elemente translatorisch führen – Linear-Wälzführungen

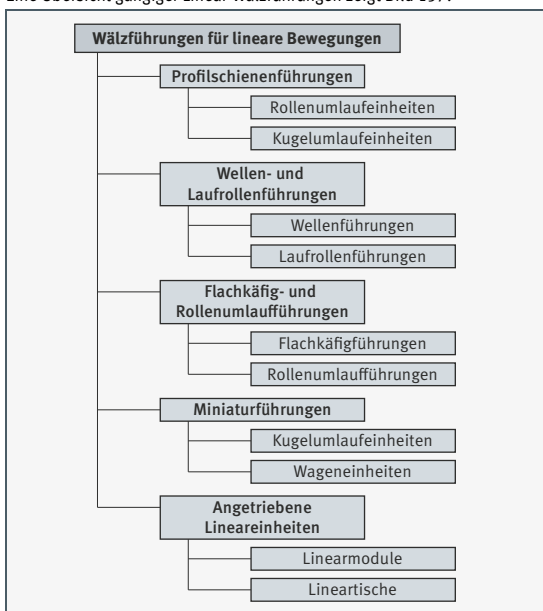
Linear-Wälzführungen, auch Linear-Führungssysteme oder Linearführungen genannt, sind Translationsführungen. Sie basieren auf dem Prinzip der Abwälzung von Wälzkörpern (Kugeln, Rollen, Nadeln) zwischen bewegten Führungselementen.

Solche Führungen stellen die besonders reibungsarme Translation einer oder mehrerer beweglicher Baugruppen unter Einhaltung einer Bewegungsrichtung auf einer linearen Bahn (Profilschiene, Führungsschiene, zylindrische Welle) sicher.

Linear-Führungssysteme sind für die Führung und Kraftübertragung translatorisch bewegter Maschinenteile verantwortlich und beeinflussen weitreichend die Leistungsfähigkeit und Genauigkeit einer Maschine.

Eine Übersicht gängiger Linear-Wälzführungen zeigt Bild 137:

**Bild 137**  
Wälzführungen  
für lineare Bewegungen  
– Übersicht



**Unterscheidung der Linear-Wälzführungen** Linear-Wälzführungen gibt es in vielen Ausführungen, zum Beispiel als:

- Flachkäfigführung
- Rollenumlaufschuh
- Profilschienenführung (Kugelumlaufschuh, Rollen- und Kugelumlaufführung)
- Wellenführung
- Laufrollenführung
- Miniaturführung
- Angetriebene Lineareinheit

Bei Führungen mit Kugeln oder Rollen laufen zwischen bewegtem und feststehendem Bauteil Kugeln oder Rollen, bei Laufrollenführungen wälzgelagerte profilierte Laufrollen.

Linear-Wälzführungen können unterschieden werden nach:

- Art des Wälzkörperlaufs (ohne/mit Umlauf der Wälzkörper)
- Art des Wälzkontakts auf den Laufbahnen (Punkt-/Linienkontakt)

**Linear-Wälzführungen ohne Wälzkörperumlauf** Bei Linear-Wälzführungen ohne Wälzkörperumlauf werden die Wälzkörper in einem meist starren Käfig zwischen dem bewegten Schlitten und der stehenden Schiene geführt. Damit ist der Hub des bewegten Bauteils durch die Differenzlänge zwischen Schlitten und Wälzkörperkäfig begrenzt (aufgrund der Relativbewegung des Käfigs gegenüber den beiden Laufbahnen).

**Flachkäfigführungen** Flachkäfigführungen sind Linearlager ohne Wälzkörperumlauf. Die Wälzkörper bewegen sich hier mit der halben Geschwindigkeit des Tisches und legen somit auch nur den halben Weg zurück.

### Anwendungsbereiche

Durch die konstruktive Ausführung eignen sich Flachkäfigführungen besonders bei oszillierender Bewegung und wenn äußerst tragfähige lineare Fest- oder Loslager mit begrenztem Hub und hoher Laufruhe gefordert sind. Lagerungen mit diesen Führungselementen sind sehr steif, hochgenau, reibungsarm und im Verhältnis zu vergleichbaren Linearführungen bauraumkleiner.

## Schienen-/Käfig-Kombinationen

Flachkäfigführungen bestehen aus einem Schienenpaar, zwischen dem Winkelnadel-, Winkelzylinderrollen- oder Nadelrollenflachkäfige angeordnet sind. Die Schienen gibt es in verschiedenen Profilen, Beispiele mit M-/V- und J-/S-Kombinationen zeigt Bild 138.

Zum Einstellen der Vorspannung eignen sich Führungsschienen mit Zustellkeil, bei Gefahr des Käfigwanderns Schienen mit integrierter Zahnstange zur Zwangsführung des Winkelflachkäfigs.

Endstücke an den Schienenenden halten den Käfig in den Hubendlagen in seiner Sollposition und verhindern damit, dass der Käfig aus der Belastungszone wandert.

Der Grundkörper der Käfige ist aus Leichtmetall, Stahl, Messing oder Kunststoff. Präzise Käfigtaschen führen eine große Anzahl von Wälzkörpern.

**Bild 138**  
Flachkäfigführungen

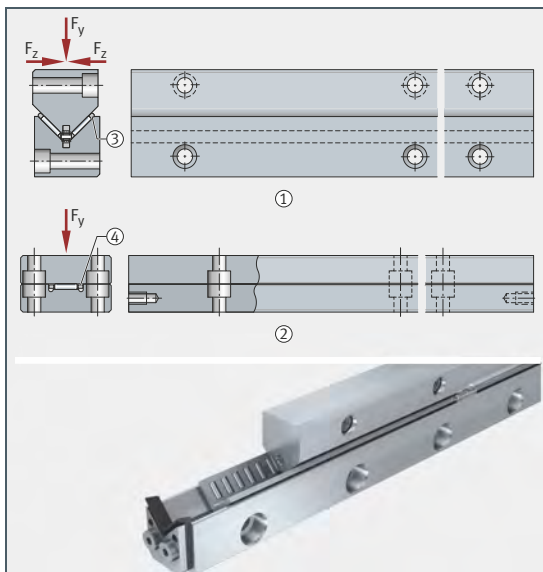
$F_y, F_z$  = Lastrichtungen

① M-/V-Führungsschienen

② J-/S-Führungsschienen

③ Winkelnadelflachkäfig

④ Nadelrollenflachkäfig





### Linear-Wälzführungen mit Wälzkörperumlauf

Bei den Führungen mit Wälzkörperumlauf werden die Wälzkörper im Führungswagen durch Kanäle und besondere Umlenkteile zurückgeführt, siehe Bild 139. Der Hub dieser Führungen ist damit nicht begrenzt, limitierend ist in der Regel die Schienenlänge.

#### Anwendungsbereiche

Solche Führungen sind auf Kugel- oder Rollenbasis ausgelegt und für Anwendungen mit endlosen Hüben vorgesehen. Rollenumlaufschuhe und Profilschienenführungen entsprechen diesem Funktionsprinzip.

### Rollenumlaufschuhe mit Führungsschienen

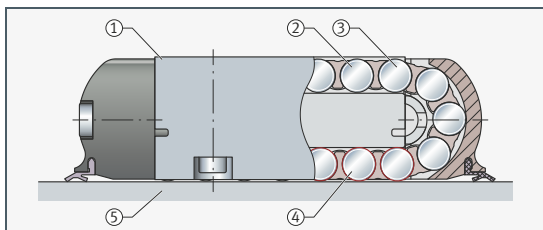
Diese sehr tragfähigen Längsführungen für lineare Fest-/Loslager-Anordnungen bestehen aus Rollenumlaufschuhen mit Zylinderrollen und Führungsschienen, die bis zu vier Laufbahnen für die Umlaufschuhe haben, siehe Bild 139. Schienen mit vier Laufbahnen nehmen Kräfte in Hauptlastrichtung, mit Umgriff auch in Gegenrichtung sowie Seitenkräfte in zwei Richtungen auf.

In geschlossener Anordnung nehmen sie Kräfte aus allen Richtungen und Momente der Achse auf. Sie laufen sehr genau, sind reibungsarm und ermöglichen kompakte Konstruktionen.

Vorgespannt erreichten Führungen mit Rollenumlaufschuhen äußerst hohe Steifigkeitswerte. Zur Vorspannung eignen sich Zustellkeile. Diese übertragen die definierten Werte gleichmäßig auf die ganze Länge des Rollenumlaufschuhs.

**Bild 139**  
Rollenumlaufschuh mit  
Wälzkörperumlauf

- ① Führungswagen
- ② Wälzkörper
- ③ Rückgeführte Wälzkörper
- ④ Wälzkörper in der Lastzone
- ⑤ Führungsschiene



### Profilschienenführungen

Zu den bedeutendsten Ausführungen der linearen Wälzführung zählen die Profilschienenführungen. Als Hochleistungskomponenten sind sie im allgemeinen Maschinenbau nahezu unverzichtbar.

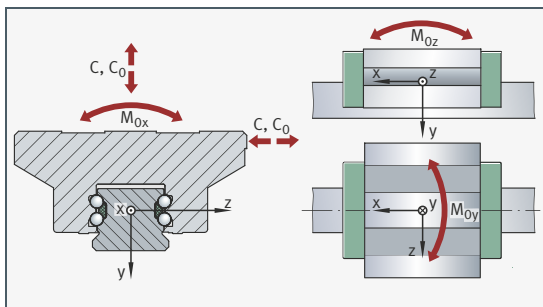
### Dimensionierung – Tragfähigkeit und Lebensdauer

Die Größe einer Profilschienenführung wird bestimmt durch die Anforderung an ihre Tragfähigkeit, Lebensdauer und Betriebssicherheit.

#### Tragfähigkeit

Die Tragfähigkeit wird beschrieben durch die dynamische Tragzahl  $C$ , die statische Tragzahl  $C_0$  und die statischen Momente  $M_{0x}$ ,  $M_{0y}$  und  $M_{0z}$ , siehe Bild 140.

**Bild 140**  
Tragfähigkeit und Belastungsrichtungen



#### Tragzahl-Berechnung nach ISO

Die Berechnung der dynamischen und statischen Tragzahlen in den Produkttabellen der Schaeffler Kataloge basiert auf DIN ISO 14728-1 und 2. Die Angaben zur dynamischen Tragzahl  $C$  in den Produkttabellen entsprechen der dynamischen Tragzahl  $C_{100}$ .

Fernöstliche Anbieter rechnen häufig mit einer nominellen Lebensdauer von nur 50 km Verschiebeweg gegenüber 100 km nach DIN.

Die Tragzahlen  $C_{50}$ ,  $C_{100}$  für Kugelumlaufeinheiten können nach folgenden Formeln umgerechnet werden:

**Gleichung 74**

$$C_{50} = 1,26 \cdot C_{100}$$

**Gleichung 75**

$$C_{100} = 0,79 \cdot C_{50}$$

Für Rollenumlaufeinheiten gilt:

**Gleichung 76**

$$C_{50} = 1,23 \cdot C_{100}$$

**Gleichung 77**

$$C_{100} = 0,81 \cdot C_{50}$$

**Legende**

$C_{100}$       N  
Dynamische Tragzahl C  
für 100 km Verschiebeweg  
– Definition nach DIN ISO 14728-1

$C_{50}$       N  
Dynamische Tragzahl C  
für 50 km Verschiebeweg  
– Definition nach DIN ISO 14728-1.

**Dynamische  
Tragfähigkeit und  
Lebensdauer**

Die dynamische Tragfähigkeit wird beschrieben durch die dynamische Tragzahl und die nominelle Lebensdauer. Die dynamische Tragzahl ist die Belastung in N, bei der die Führung mit einer Überlebenswahrscheinlichkeit von 90% einen Verschiebeweg von 100 km erreicht ( $C_{100}$ ).

**Nominelle  
Lebensdauer**

Die nominelle Lebensdauer L und  $L_h$  wird von 90% einer genügend großen Menge gleicher Lager erreicht oder überschritten, bevor erste Anzeichen einer Werkstoffermüdung auftreten (Erläuterung der verwendeten Bezeichnungen siehe Seite 691).

**Gleichung 78**

$$L = \left( \frac{C_{100}}{P} \right)^p \cdot 100$$

**Gleichung 79**

$$L_h = \frac{833}{H \cdot n_{osc}} \cdot \left( \frac{C_{100}}{P} \right)^p$$

**Gleichung 80**

$$L_h = \frac{1666}{v_m} \cdot \left( \frac{C_{100}}{P} \right)^p$$

Nach DIN ISO 14728-1 soll die dynamische äquivalente Belastung P den Wert  $0,5 \cdot C$  nicht überschreiten!

### Äquivalente Belastung und Geschwindigkeit

Die Gleichungen zur Berechnung der nominellen Lebensdauer setzen voraus, dass die Belastung  $P$  und die Geschwindigkeit  $v_m$  konstant sind. Nicht konstante Betriebsbedingungen lassen sich durch äquivalente Betriebswerte berücksichtigen. Diese haben die gleiche Auswirkung wie tatsächlich wirkende Belastungen.

### Dynamische äquivalente Belastung

Bei stufenweise veränderlicher Belastung und stufenweise veränderlicher Geschwindigkeit wird die dynamische äquivalente Belastung errechnet:

Gleichung 81

$$P = p \sqrt{\frac{q_1 \cdot v_1 \cdot F_1^p + q_2 \cdot v_2 \cdot F_2^p + \dots + q_z \cdot v_z \cdot F_z^p}{q_1 \cdot v_1 + q_2 \cdot v_2 + \dots + q_z \cdot v_z}}$$

### Mittlere Geschwindigkeit

Bei stufenweise veränderlicher Geschwindigkeit wird die mittlere Geschwindigkeit berechnet:

Gleichung 82

$$v_m = \frac{q_1 \cdot v_1 + q_2 \cdot v_2 + \dots + q_z \cdot v_z}{100}$$

### Kombinierte Belastung

Fällt die Belastungsrichtung eines Elements nicht mit einer der Hauptlastrichtungen zusammen, dann berechnet sich die äquivalente Belastung näherungsweise aus:

Gleichung 83

$$P = |F_y| + |F_z|$$

Belasten eine Kraft  $F$  und ein Moment  $M$  ein Element gleichzeitig, so gilt für die dynamische äquivalente Belastung näherungsweise:

Gleichung 84

$$P = |F| + |M| \cdot \frac{C_0}{M_0}$$

## Bezeichnungen, Einheiten und Bedeutung

Für die Berechnung der äquivalenten Belastung und Geschwindigkeit sowie der nominellen Lebensdauer werden folgende Größen verwendet:

Legende	
$C_{100}$	N Dynamische Tragzahl C für 100 km Verschiebeweg – Definition nach DIN ISO 14728-1
$C_0$	N Statische Tragzahl in Richtung der angreifenden Kraft
F	N Angreifende Kraft
$F_y$	N Vertikale Komponente
$F_z$	N Horizontale Komponente
H	m Einfache Hublänge der oszillierenden Bewegung
L, $L_h$	km, h Nominelle Lebensdauer in 100 km Verfahrstrecke oder in Betriebsstunden
M	Nm Angreifendes Moment
$M_0$	Nm Statisches Moment
$n_{osc}$	$\text{min}^{-1}$ Anzahl der Doppelhübe je Minute
P	N Dynamische äquivalente Lagerbelastung
p	– Lebensdauerexponent: Kugelgelagerte Profilschienenführungen: $p = 3$ Rollengelagerte Profilschienenführungen: $p = 10/3$
$q_z$	% Zeitanteil an der Wirkdauer
$v_z$	m/min Veränderliche Geschwindigkeit
$v_m$	m/min Mittlere Geschwindigkeit.

**Gebrauchsdauer** Die Gebrauchsdauer ist die tatsächlich erreichte Lebensdauer der Profilschienenführungen. Sie kann deutlich von der errechneten Lebensdauer abweichen.

Zu vorzeitigem Ausfall durch Verschleiß oder Ermüdung können führen:

- Lastüberhöhung aus Fluchtungsfehlern durch Temperaturdifferenzen und Fertigungsabweichungen (Nachgiebigkeit der Anschlusskonstruktion)
- Verschmutzung der Führungssysteme
- Unzureichende Schmierung
- Oszillierende Bewegungen mit sehr kleinen Hüben (Riffelbildung)
- Vibrationen bei Stillstand (Riffelbildung)
- Überlastung der Führung (auch kurzfristig)
- Plastische Deformation

- Statische Tragfähigkeit** Die statische Tragfähigkeit der Profilschienenführung wird begrenzt durch:
- Die zulässige Belastung der Profilschienenführung
  - Die Tragfähigkeit der Laufbahn
  - Die zulässige Belastung der Schraubenverbindung zwischen Ober- und Unterteil
  - Die zulässige Belastung der Anschlusskonstruktion

Bei der Auslegung ist die erforderliche statische Tragsicherheit  $S_0$  der Anwendung zu beachten, siehe Tabellen ab Seite 693!

### Statische Tragzahlen und Momente

Die statischen Tragzahlen und Momente sind die Belastungen, bei denen an den Laufbahnen und Wälzkörpern eine bleibende Verformung auftritt, die einem Zehntausendstel des Wälzkörperdurchmessers entspricht.

### Statische Tragsicherheit

Die statische Tragsicherheit  $S_0$  ist die Sicherheit gegenüber bleibender Verformung im Wälzkontakt:

**Gleichung 85**

$$S_0 = \frac{C_0}{P_0}$$

**Gleichung 86**

$$S_0 = \frac{M_0}{M}$$

### Legende

$S_0$  –  
Statische Tragsicherheit

$C_0$  N  
Statische Tragzahl der Lastrichtung

$P_0$  N  
Statische äquivalente Lagerbelastung der Lastrichtung

$M_0$  Nm  
Statisches Moment der Lastrichtung ( $M_{0x}$ ,  $M_{0y}$ ,  $M_{0z}$ ) nach Produkttabellen der Schaeffler Kataloge

$M$  Nm  
Äquivalentes statisches Moment der Lastrichtung.

Die statische äquivalente Lagerbelastung ergibt sich aus den maximal auftretenden Belastungen näherungsweise:

**Gleichung 87**

$$P_0 = F_{\max}$$

**Gleichung 88**

$$M_0 = M_{\max}$$

### Anwendungsbezogene statische Tragsicherheit

Beim Einsatz in Werkzeugmaschinen ergibt sich die statische Tragsicherheit  $S_0$  nach folgenden Tabellen. Voraussetzung für die Tabellenangaben ist, dass die Vorgaben zur Anschlussfestigkeit nach den Schaeffler Katalogen erfüllt sind.

Bedingung	$S_0$
<b>Kritischer Fall</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ hohe dynamische Beanspruchung bei Stillstand einer Achse</li> <li>■ starke Schmutzeinwirkung</li> <li>■ tatsächliche Belastungsparameter liegen nicht vor.</li> </ul>	8 bis 12
<b>Normalfall</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ nicht alle Belastungsparameter sind vollständig bekannt. oder:</li> <li>■ Belastungen werden aus Leistungsangaben der Maschine abgeschätzt.</li> </ul>	5 bis 8
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ alle Belastungsparameter sind bekannt.</li> </ul>	4 bis 5
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ alle Belastungsparameter sind bekannt (entsprechen sicher der Realität).</li> </ul>	3 bis 4

Im Bereich der Werkzeugmaschinen sind Sicherheiten von  $S_0 > 10$  aus Steifigkeitsgründen üblich! Für die genaue Auslegung der Führung bietet Schaeffler → Bearinx-online oder die Auslegung durch das „Schaeffler Technology Center“ in Verbindung mit der Anwendungstechnik an! Bei der genauen Auslegung kann auch die Verlagerung des Werkzeugpunktes betrachtet werden!

Beim Einsatz in allgemeinen Anwendungen ergibt sich für die statische Tragsicherheit  $S_0$  nach folgender Tabelle:

Bedingung	$S_0$
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ hauptsächlich schwingende Belastung bei Stillstand der Führung</li> </ul>	20
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ alle Belastungsparameter sind vollständig bekannt, außerdem ruhiger und erschütterungsfreier Lauf.</li> </ul>	3 bis 4

Beim Einsatz in allgemeinen Anwendungen mit überkopf hängender Anordnung (bei hängender Anordnung wird eine Absturzsicherung empfohlen!) ergibt sich  $S_0$  nach folgender Tabelle:

Bedingung	$S_0$
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ nicht alle Belastungsparameter sind bekannt und weniger als 4 Wagen tragen ein zusammenhängendes Gewicht.</li> </ul>	20
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ nicht alle Belastungsparameter sind bekannt und mindestens 4 Wagen tragen ein zusammenhängendes Gewicht. oder:</li> <li>■ alle Belastungsparameter sind bekannt und weniger als 4 Wagen tragen ein zusammenhängendes Gewicht.</li> </ul>	8 bis 12
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ alle Belastungsparameter sind bekannt und mindestens 4 Wagen tragen ein zusammenhängendes Gewicht.</li> </ul>	5 bis 8

### Bruchfestigkeit der Führungen

Sind die Anschlussgewinde ausreichend dimensioniert, dürfen die Profilschienenführungen bis zur statischen Tragfähigkeit  $C_0$  und  $M_0$  nach den Produkttabellen belastet werden.

Eine Lastübertragung über die Anschlagflächen wird vorausgesetzt! Die Tragzahlen können nur bei Ausnutzung der vollen Gewindelängen erreicht werden!

### Schmierung – Öl- oder Fettschmierung

Profilschienenführungen müssen geschmiert werden. Technische, wirtschaftliche und ökologische Faktoren bestimmen, ob mit Öl oder Fett und mit welchem Verfahren geschmiert wird.

Ein wesentlicher Faktor bei der Wahl der Schmierungsart sind die Umgebungsbedingungen (zum Beispiel Schmutz) der Führung.

### Geeignete Schmierstoffe

Profilschienenführungen sind konserviert oder erstbefettet. Die Führungen laufen ausschließlich im Bereich der Mischreibung. Deshalb sollten additierte Schmierstoffe bevorzugt werden (Kennbuchstabe P nach DIN 51502).

### Aufbau einer Profilschienenführung

Profilschienenführungen bestehen aus einer profilierten Führungsschiene, auf der ein oder mehrere Führungswagen laufen. Abhängig von der Wälzkörperart unterscheidet man Profilschienenführungen in Kugel- und Rollenumlaufeinheiten.

Anzahl, Anordnung und Kontaktgeometrie der Wälzkörperreihen entscheiden über die technischen Eigenschaften und das Anwendungsfeld der Profilschienenführung.

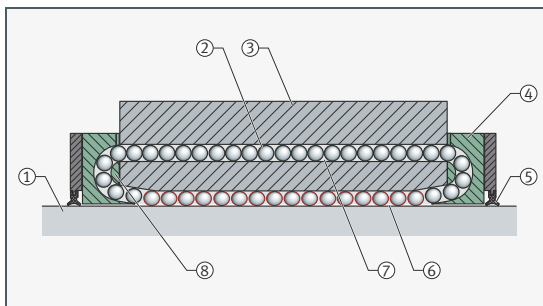
Der Führungswagen besteht aus den Funktionsteilen Tragkörper, Kopfstücke, Wälzkörper, Front- und Längsdichtungen, siehe Bild 141.

Ein Wälzkörperumlauf, der aus Vor- und Rücklauf besteht, führt die Wälzkörper im Führungswagen.

**Bild 141**

Profilschienenführung  
(Kugelumlaufführung)

- ① Führungsschiene mit Laufbahnprofil
- ② Wälzkörper (Kugeln)
- ③ Tragkörper (Stahlteil)
- ④ Kopfstück mit äußerer Umlenkung
- ⑤ Frontdichtung
- ⑥ Lastzone (Laufbahn)
- ⑦ Rückführkanal
- ⑧ Innere Umlenkung



Tragkörper und Führungsschienen sind aus gehärtetem Wälzlagerstahl und haben geschliffene Laufbahnen. Die Wälzkörper stehen mit der Schiene und dem Wagen in Punkt- oder Linienkontakt (abhängig von der Wälzkörperart).



In den Kopfstücken des Führungswagens sind Umlenkungen, die die Wälzkörper vom Vorlauf in den Rücklauf leiten. Gleichzeitig nehmen sie die Frontdichtungen auf.

Dichtelemente schützen das Wälzsystem vor Verschmutzung. Die Schmierung der Führungen erfolgt über Schmieranschlüsse in den Kopfstücken und/oder Schmieraschen im Innern der Führungswagen.

### Nenndruckwinkel

Die Anordnung der Wälzkörperlaufbahnen beeinflusst die Tragfähigkeit und Steifigkeit der Profilschienenführung. Laufbahnen und Kontaktpunkte sind deshalb unter einem bestimmten Winkel – dem Nenndruckwinkel – angeordnet. Der Nenndruckwinkel kennzeichnet die Richtung des Kraftflusses zur horizontalen Ebene der Führung und wird für Lasten in Hauptlastrichtung angegeben. Bei zwei- und vierreihigen Kugelumlaufeinheiten beträgt er üblicherweise  $45^\circ$ .

### Anordnung der Wälzkörperreihen – X- oder O-Anordnung

Kugelumlaufeinheiten können mit 2, 4 oder 6 Wälzkörperreihen ausgeführt sein. Rollenumlaufeinheiten haben überwiegend 4 Wälzkörperreihen.

Vierreihige Systeme werden in X- oder O-Anordnung gebaut, siehe Bild 142, und Tabelle Profilschienenführung, Seite 696. Führungen in O-Anordnung haben eine höhere Momentensteifigkeit um die Führungsachse als Systeme in X-Anordnung.

Bei Rollenumlaufeinheiten stehen die Zylinderrollen in X- oder O-Anordnung auf den Laufbahnen.

Zweireihige Kugelumlaufeinheiten haben O-Anordnung, vierreihige X- oder O-Anordnung und sechstreihige X- und O-Anordnung.

Je höher die Steifigkeit des Führungssystems ist, desto stärker bewirken kleinste Verkippungen, hervorgerufen zum Beispiel durch Ungenauigkeiten der Anschlusskonstruktion, sehr hohe innere Zwangskräfte auf die Wälzkörper.

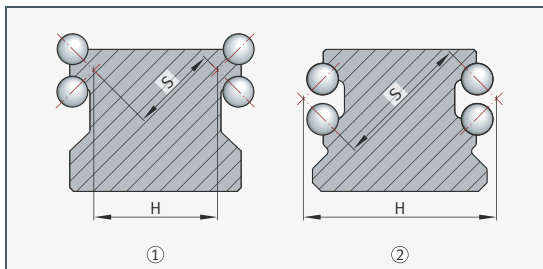
Einheiten in X-Anordnung lassen größere Schiefstellungen um die Führungsachse zu. Die Steifigkeit in Druck-, Zug- und Seitenrichtung wird durch die X- oder O-Anordnung nicht beeinflusst.

**Bild 142**

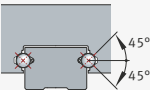
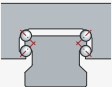
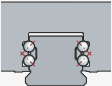
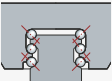
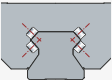
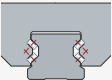
X- oder O-Anordnung

H = Stützabstand  
S = Hebelarm

- ① X-Anordnung
- ② O-Anordnung



Typische Wälzkörperanordnungen und Kontaktgeometrien von Profilschienerführungen zeigt die folgende Tabelle. Sie gibt einen Ausschnitt marktüblicher Profilschienerführungen wieder.

Profilschienerführung	Wälzkontakt	Anzahl der Wälzkörperreihen	Anordnung
	Kugel, 4-Punkt	2	O
	Kugel, 2-Punkt	4	X
	Kugel, 2-Punkt	4	O
	Kugel, 2-Punkt	6	X und O
	Rolle, Linie	4	X
	Rolle, Linie	4	O

### Ablaufgenauigkeit/ Genauigkeitsklassen

Profilschienerführungen werden in verschiedene Genauigkeitsklassen eingeteilt. Die jeweilige Klasse ist durch unterschiedlich hohe Toleranzen der maximalen Höhen- und Seitenabweichungen definiert.

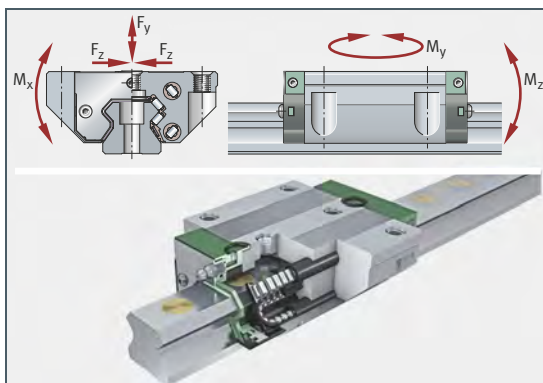
Mit den Anforderungen an die Genauigkeit einer Anwendung steigen auch die Genauigkeitsansprüche an die eingesetzten Linearelemente. Über die Genauigkeitsklasse entscheiden die Einsatzbedingungen der Führung.

- Vorspannung** Profilschienenführungen sind überwiegend vorgespannt. Dadurch wird eine deutlich höhere Steifigkeit erreicht als bei spielfreien Systemen (zunehmende Vorspannung führt zur Erhöhung der statischen Steifigkeit). Die Vorspannung wird durch gezieltes Zusortieren der Wälzkörper mit Übermaß erzeugt und die Federrate im Wälzkontakt eingestellt. Bei der Wahl der Vorspannungsklasse muss berücksichtigt werden, dass eine hohe Vorspannung hohe Zusatzbelastungen auf den Wälzkörpersatz erzeugt und zur Verringerung der nominellen Lebensdauer des Lagers führt. Es ist deshalb kritisch zu prüfen, ob es immer sinnvoll ist, höchste Vorspannungsklassen zu wählen.
- Steifigkeit von Profilschienenführungen** Eine wichtige Eigenschaft der Profilschienenführungen ist ihre Steifigkeit. Die Steifigkeit hängt von der Art und Baugröße des Führungstyps ab. Unter Steifigkeit versteht man das Verhältnis aus Belastung und Einfederung. Unterschieden wird zwischen Druck-, Zug- und Seitensteifigkeit einer Führung.
- Einflüsse auf die Steifigkeit** Die Steifigkeit wird beeinflusst durch die:
- Wälzkörperart (Kugel oder Rolle)
  - Anordnung der Wälzkörper (Anzahl der Reihen, Nenndruckwinkel)
  - Schmiegun
  - Ausführung des Wagens (normal, lang, niedrig, schmal, hoch)
  - Baugröße der Führung (Größe 5 bis 100)
  - Belastungsrichtung (Druck-, Zug-, Seitenrichtung)
  - Vorspannk
- Reibung** Die Reibkraft  $F_R$  wird beeinflusst durch die Belastung, die Vorspannung, die Verfahrensgeschwindigkeit, die Gestaltung der Wälzkörperumlaufkanäle, den Schmierstoff (Menge und Viskosität), die Temperatur, Fluchtungsfehler und Gleitanteile der Dichtungen. Sie ist das Produkt aus der Normalkraft  $F_N$  und der Reibungszahl  $\mu$ . Die Reibungszahl hängt vom eingesetzten System ab (Kugel- oder Rollenführung) und ist unterschiedlich hoch.
- Rollenlauf-einheiten** Die Einheiten sind vollrollig, siehe Bild 143, Seite 698. Vollrollige Lager sind durch die größtmögliche Anzahl der Wälzkörper äußerst tragfähig und besonders steif.

Rollenumlaufeinheiten werden eingesetzt, wenn Längsführungen außergewöhnlich hohe Lasten aufnehmen müssen, eine besonders hohe Steifigkeit gefordert ist und dabei sehr genau verfahren werden soll. Vorgespannt eignen sie sich besonders für Werkzeugmaschinen.

**Bild 143**  
Vollrollige  
Rollenumlaufeinheit

$F_y, F_z$  = Lastanteil in y- und z-Richtung  
 $M_x, M_y, M_z$  = Moment um die x-, y- und z-Achse

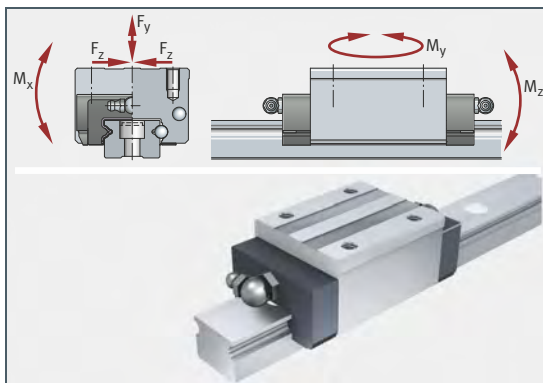


### Zweireihige Kugelumlaufeinheiten

Diese Kugelumlaufeinheiten haben zwei Kugelreihen und ein vollkugeliges Laufsystem, siehe Bild 144. Die Wälzkörper stehen im Vierpunktkontakt auf den Laufbahnen.

Da die Tragfähigkeit und Steifigkeit niedriger sind als bei den anderen Kugelumlaufeinheiten, werden sie bei geringeren Anforderungen an die Belastbarkeit und Steifigkeit der Führung eingesetzt. Mit zweireihigen Einheiten lassen sich wirtschaftliche Längsführungen im unteren und mittleren Tragfähigkeitsbereich realisieren.

**Bild 144**  
Zweireihige  
Kugelumlaufeinheit

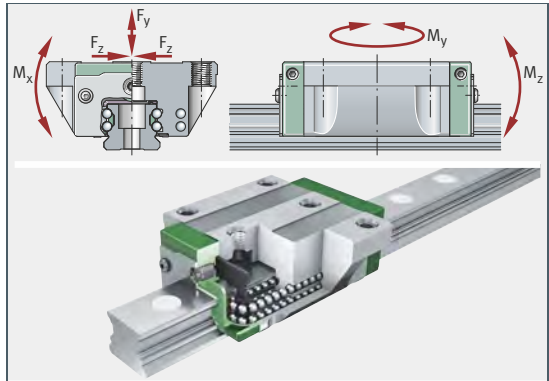


### Vierreihige Kugelumlaufeinheiten

Vierreihige, vollkugelige Kugelumlaufeinheiten stellen innerhalb der Profilschienenführungen das umfangreichste und komplexeste Programm dar, siehe Bild 145. Vollkugelige Ausführungen sind durch die größtmögliche Anzahl der Wälzkörper äußerst tragfähig und besonders steif.

Die Kugelumlaufeinheiten eignen sich besonders, wenn sehr tragfähige und steife Längsführungen hohe Lasten laufen, positioniergenau und reibungsarm verfahren müssen. Die Führungen sind vorgespannt und – abhängig von der Anwendung – bei Beschleunigungen bis  $150 \text{ m/s}^2$  und Geschwindigkeiten bis  $360 \text{ m/min}$  einsetzbar.

**Bild 145**  
Vierreihige Kugelumlaufeinheit

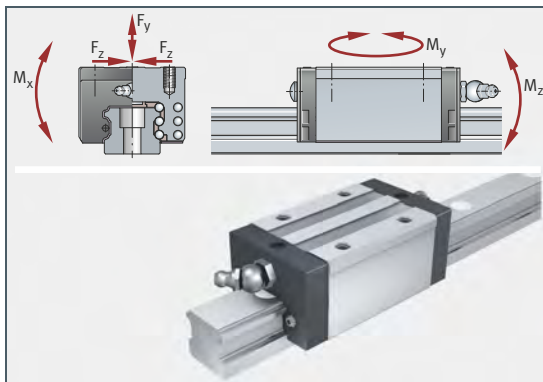


### Sechsstufige Kugelumlaufeinheiten

Die Wälzkörper stehen in Zweipunktkontakt auf den Laufbahnen, siehe Bild 146, Seite 700. Vier äußere Kugelreihen nehmen Druckbelastungen, die inneren Zugbelastungen und alle Reihen Seitenbelastungen auf. Zur Erhöhung der Steifigkeit sind die Führungen vorgespannt.

Durch ihre sechs Kugelreihen sind diese Umlaufeinheiten die tragfähigsten und steifsten Kugel-Profilschienenführungen.

**Bild 146**  
Sechsstufige  
Kugelumlaufeinheit



## Laufrollenführungen

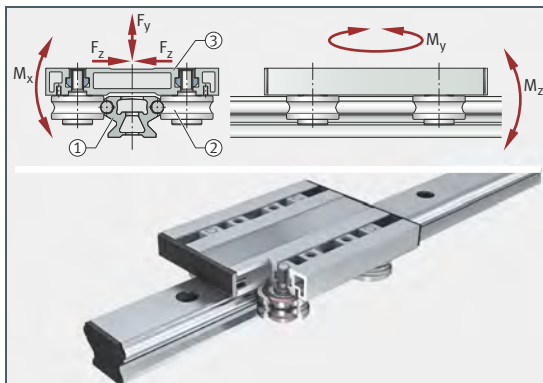
Laufrollenführungen nach Bild 147 eignen sich durch ihre Leichtbauweise bevorzugt für Aufgaben in Handlingsystemen, wenn geräuscharmer Lauf, hohe Geschwindigkeiten und lange Verschiebewege bei gleichbleibend niedrigem Verschiebewiderstand gefordert sind. Die Führungen nehmen Kräfte aus allen Richtungen, jedoch nicht in Bewegungsrichtung, und Momente um alle Achsen auf (bei Laufrollenführungen mit Loslager-Laufwagen sind die Belastungsrichtungen eingeschränkt).

Mit den kombinierbaren Systemelementen Laufwagen, Verbundtragschiene und Laufrollen lassen sich wirtschaftliche und auf die Anwendung abgestimmte Konstruktionen realisieren.

**Bild 147**  
Laufrollenführung

$F_y, F_z$  = Lastanteil  
in y- und z-Richtung  
 $M_x, M_y, M_z$  = Moment um  
die x-, y- und z-Achse

- ① Tragschiene  
mit Hohlkammerprofil
- ② Profillaufrolle
- ③ Hohlkammer-  
Laufwagen



Laufwagen gibt es als gewichtsarme Hohlkammer-Laufwagen, offene Laufwagen für leistungsstarke Führungen mit einfachem Aufbau, geschlossene Laufwagen für Führungen in verschmutzter Umgebung, Loslager-Laufwagen für Fest- und Loslager-Anwendungen mit zwei parallel laufenden Schienenführungen und als Drehschemel-Laufwagen für Kurven oder geschlossene Oval- und Kreisführungen.

Verbundtragschienen gibt es als Voll- und Hohlkammerschiene mit biegesteifem Trägerprofil, als Halbschiene, als Bogenelement sowie als flache Ausführung. Darüber hinaus werden Schienen mit Nuten für Zahnstangen und Zahnriemen gefertigt.

Zur Führung der Laufwagen und zur Aufnahme der Kräfte werden Profil-Laufrollen eingesetzt. Diese zweireihigen Schrägkugellager haben einen mit gotischer Laufrille profilierten Außenring, sind beidseitig abgedichtet und auf Gebrauchsdauer befettet. Sie nehmen beidseitig axiale Belastungen und durch den verstärkten Außenring hohe radiale Kräfte auf.

Bei statischer Belastung ist neben der zulässigen Radiallast des Lagers auch die zulässige Radiallast der Gegenlaufbahn zu beachten.

Damit der Außenring angetrieben wird, kein Schlupf entsteht und die Laufrolle nicht von der Gegenlaufbahn abhebt, ist im dynamischen Betrieb eine Mindestbelastung der Laufrollen notwendig. Werte gibt Schaeffler in seinen Produktkatalogen an.

### Dimensionierung – Tragfähigkeit und Lebensdauer

Die Beanspruchungen in Laufrollenführungen unterscheiden sich von denen in abgestützten, rotatorischen Wälzlagern. Daher sind bei ihrer Tragfähigkeits-Berechnung zusätzliche Parameter zu berücksichtigen.

#### Zulässige Radiallasten

Die verstärkten Außenringe der Laufrollen nehmen hohe radiale Belastungen auf. Werden diese Laufrollen gegen eine Welle als Laufbahn abgestützt, verformen sich die Außenringe elastisch.

Gegenüber dem in einer Gehäusebohrung abgestützten Wälzlager haben Laufrollen:

- Eine veränderte Lastverteilung im Lager.  
Diese sind berücksichtigt durch die für die Lebensdauerberechnung maßgebenden Tragzahlen  $C_{rw}$  und  $C_{0rw}$ .
- Eine Biegebeanspruchung im Außenring.  
Diese wird berücksichtigt durch die zulässigen Radialbelastungen  $F_{r,per}$  und  $F_{0r,per}$ . Die Biegebeanspruchungen dürfen die zulässigen Festigkeitswerte des Werkstoffs nicht überschreiten (Bruchgefahr).

#### Zulässige Radiallast bei dynamischer Belastung

Für dynamisch belastete, umlaufende Lager gilt die wirksame dynamische Tragzahl  $C_{rw}$ . Mit  $C_{rw}$  ist die nominelle Lebensdauer zu berechnen. Gleichzeitig darf die zulässige dynamische Radiallast  $F_{r,per}$  nicht überschritten werden! Ist die statische Tragzahl  $C_{0rw}$  niedriger als die dynamische Tragzahl  $C_{rw}$ , dann gilt  $C_{0rw}$ !

### Zulässige Radiallast bei statischer Belastung

Für statisch belastete Lager, bei Stillstand oder selten auftretender Bewegung gilt die wirksame statische Tragzahl  $C_{0rw}$ . Mit  $C_{0rw}$  ist die statische Tragsicherheit  $S_0$  zu berechnen. Gleichzeitig darf die zulässige statische Radiallast  $F_{0r\text{per}}$  nicht überschritten werden! Neben der zulässigen Radiallast des Lagers ist auch die zulässige Radiallast der Gegenlaufbahn zu beachten! Die angegebenen Tragzahlen gelten nur in Verbindung mit einer gehärteten (mindestens 670 HV) und geschliffenen ( $R_a = 0,3 \mu\text{m}$ ) Welle als Gegenlaufbahn!

### Ermüdungsgrenzbelastung

Die Ermüdungsgrenzbelastung  $C_{urw}$  ist definiert als die Belastung, unterhalb der – bei Laborbedingungen – keine Ermüdung im Werkstoff auftritt.

#### Berechnung der Lebensdauer

Allgemeine Verfahren zur Berechnung der Lebensdauer sind:

- Die nominelle Lebensdauer nach DIN ISO 281
- Die modifizierte Lebensdauer nach DIN ISO 281
- Die erweiterte Berechnung der modifizierten Referenz-Lebensdauer nach DIN ISO 281-4

Diese Verfahren sind in den Schaeffler Katalogen und im Technischen Taschenbuch STT beschrieben, siehe Seite 703.

### Lebensdauer für Laufrollen

Gegenüber den Schaeffler-Katalogangaben sind folgende Werte auszutauschen:

- $C_r = C_{rw}$
- $C_{0r} = C_{0rw}$
- $C_{ur} = C_{urw}$

In den Laufwagen LFCL, LFL...SF, LFL, LFKL und im Drehschemel-Laufwagen LFDL sind vier Laufrollen LFR eingebaut.

Hierfür gilt sinngemäß das Gleiche. Die entsprechenden Parameter sind in den Tragzahlen  $C_y$ ,  $C_{0y}$ ,  $C_z$ ,  $C_{0z}$  und den zulässigen Momenten  $M_{0x}$ ,  $M_{0y}$  sowie  $M_{0z}$  berücksichtigt.

#### Legende

$C_y$	N
Dynamische Tragzahl in y-Richtung	
$C_{0y}$	N
Statische Tragzahl in y-Richtung	
$C_z$	N
Dynamische Tragzahl in z-Richtung	
$C_{0z}$	N
Statische Tragzahl in z-Richtung	

$M_{0x}$	Nm
Statisches Moment um x-Achse	
$M_{0y}$	Nm
Statisches Moment um y-Achse	
$M_{0z}$	Nm
Statisches Moment um z-Achse.	

Bei Laufrollen mit profiliertem Außenring erfolgt die Berechnung ausschließlich über die nominelle Lebensdauer nach DIN ISO 281.



## Formeln für die nominelle Lebensdauer

Gleichung 89

$$L_s = 0,0314 \cdot D_a \left( \frac{C_{rw}}{P_r} \right)^p$$

Gleichung 90

$$L_h = 26,18 \cdot \frac{D_a}{H \cdot n_{osc}} \left( \frac{C_{rw}}{P_r} \right)^p \quad L_h = 52,36 \cdot \frac{D_a}{v_m} \left( \frac{C_{rw}}{P_r} \right)^p$$

## Lebensdauer für Laufwagen mit vier Laufrollen

Gleichung 91

$$L_s = \left( \frac{C_y, C_z}{P} \right)^p$$

Gleichung 92

$$L_h = \frac{1666}{v_m} \cdot \left( \frac{C_y, C_z}{P} \right)^p \quad L_h = \frac{833}{H \cdot n_{osc}} \cdot \left( \frac{C_y, C_z}{P} \right)^p$$

### Legende

$L_s$   $10^5$  m  
Nominelle Lebensdauer in  $10^5$  Metern

$L_h$  h  
Nominelle Lebensdauer in Betriebsstunden

$C_{rw}, C_y, C_z$  N  
Wirksame dynamische Tragzahl

$P_r$  N  
Dynamische äquivalente Lagerbelastung (Radiallast)

$P$  N  
Dynamische äquivalente Lagerbelastung der entsprechenden Lastrichtung

$D_a$  mm  
Abrolldurchmesser der Laufrolle, siehe Produkttabelle im Schaeffler Katalog LF 1, Laufrollenführungen

$H$  m  
Einfache Hublänge der oszillierenden Bewegung

$n_{osc}$   $\text{min}^{-1}$   
Anzahl der Doppelhübe pro Minute

$v_m$  m/min  
Mittlere Verfahrgeschwindigkeit

$p$  –  
Kugel:  $p = 3$ ;  
Nadel (Loslagerlaufrolle, -wagen):  
 $p = 10/3$ .

### Gebrauchsdauer

Die Gebrauchsdauer ist die tatsächlich erreichte Lebensdauer einer Laufrolle. Sie kann deutlich von der errechneten Lebensdauer abweichen.

Mögliche Ursachen sind Verschleiß oder Ermüdung durch:

- Abweichende Betriebsdaten
- Zu kleines oder zu großes Betriebsspiel (Rolle, Schiene)
- Verschmutzung, unzureichende Schmierung, zu hohe oder zu niedrige Betriebstemperatur
- Überlastung der Führung
- Vibrationsbeanspruchung – Riffelbildung; oszillierende Lagerbewegung mit sehr kleinen Hübten kann Riffelbildung erzeugen.
- Sehr hohe Stoßlasten
- Vorschäden bei der Montage

Durch die Vielfalt der möglichen Einbau- und Betriebsverhältnisse kann die Gebrauchsdauer nicht exakt vorausberechnet werden. Sie lässt sich am sichersten durch den Vergleich mit ähnlichen Einbaufällen abschätzen.

### Statische Tragsicherheit

Das Maß für die statische Beanspruchung ist die statische Tragsicherheit  $S_0$ . Sie gibt die Sicherheit gegen die unzulässigen bleibenden Verformungen im Lager an und wird durch nachfolgende Gleichung ermittelt:

Gleichung 93

$$S_0 = \frac{C_{0rw}}{F_{0r}}$$

### Statische Tragsicherheit bei Wagen mit vier Laufrollen

Gleichung 94

$$S_0 = \frac{C_{0r}}{F_0}$$

$$S_0 = \frac{M_0}{M}$$

#### Legende

$S_0$  N  
Statische Tragsicherheit

$C_{0rw}$  N  
Wirksame radiale statische Tragzahl einer Laufrolle, nach Produkttable im Schaeffler Katalog LF 1, Laufrollenfürungen

$F_{0r}$  N  
Angreifende statische Kraft in radialer Richtung

$C_{0r}$  N  
Statische Tragzahl nach Produkttable im Schaeffler Katalog LF 1, Laufrollenfürungen

$F_0$  N  
Angreifende statische Kraft in y- und z-Richtung

$M_0$  Nm  
Zulässiges statisches Moment in x-, y-, z-Richtung

$M$  Nm  
Angreifendes Moment der Lastrichtung ( $M_x, M_y, M_z$ ).

Laufrollen gelten bei einer statischen Tragsicherheit von  $S_0 < 4$  als hoch belastet. Für Anwendungen mit normalen Betriebsbedingungen sollte  $S_0 > 4$  sein.

Bei der Verwendung einzelner Laufrollen, zum Beispiel in Verbindung mit Führungsschienen, ist gegebenenfalls die zulässige Belastung der Tragschiene maßgebend.

Statische Tragsicherheiten  $S_0 < 1$  führen zu plastischen Verformungen an Wälzkörpern und Laufbahn, die die Laufruhe beeinträchtigen können! Sie sind nur bei Lagern mit geringer Drehbewegung oder in untergeordneten Anwendungen zulässig!

### Mindestbelastung

Damit der Außenring angetrieben wird, kein Schlupf entsteht und die Laufrolle nicht von der Gegenlaufbahn abhebt, ist im dynamischen Betrieb eine Mindestbelastung der Laufrollen notwendig.

In der Regel gilt für die Mindestbelastung das Verhältnis  $C_{0rw}/F_r < 60!$

### Minderhärte der Laufbahn

Werden Wellen mit einer niedrigeren Oberflächenhärte verwendet (zum Beispiel X46, X90), ist ein Härtefaktor (Minderungsfaktor) zu berücksichtigen, siehe folgende Gleichungen und Bild 148, Seite 706.

**Gleichung 95**

$$C_H = f_H \cdot C$$

**Gleichung 96**

$$C_{OH} = f_{HO} \cdot C_0$$

**Legende**

C N  
Dynamische Tragzahl

$C_0$  N  
Statische Tragzahl

$C_H$  N  
Wirksame dynamische Tragzahl

$C_{OH}$  N  
Wirksame statische Tragzahl

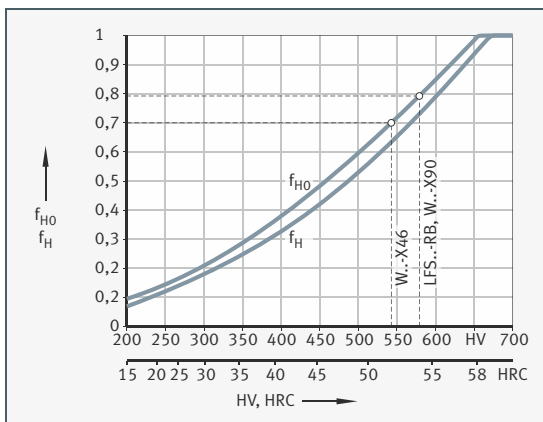
$f_H$  –  
Dynamischer Härtefaktor (Minderungsfaktor), siehe Bild 148, Seite 706

$f_{HO}$  –  
Statischer Härtefaktor (Minderungsfaktor), siehe Bild 148, Seite 706.

**Bild 148**

Statische und dynamische Härtefaktoren bei Minderhärte der Laufbahn

$f_{H0}$  = Statischer Härtefaktor  
 $f_H$  = Dynamischer Härtefaktor  
 HV, HRC = Oberflächenhärte



## Schmierung der Laufbahn

Die Führungsschienen-Laufbahn muss geschmiert werden (auch vor dem ersten Einsatz). Zum Schmieren können Schmier- und Abstreifeinheiten verwendet werden.

In Kompaktlaufwagen LFKL...SF sind diese Einheiten bereits integriert. Für Laufwagen LFL...SF und LFCL gibt es als Zubehör die Schmier- und Abstreifeinheit AB.

Ein geölter Filzeinsatz schmiert die Führungsschienen-Laufbahn. Durch stirnseitige Schmiernippel kann den Filzen Öl zugeführt werden. Werkseitig sind die Filze bereits mit Öl (H1-Zulassung für die Lebensmittelindustrie) getränkt. Zur Nachschmierung wird ein Öl der Viskosität  $\nu = 460 \text{ mm}^2/\text{s}$  empfohlen.

## Schmierintervalle

Die Schmierintervalle für Führungsschienen-Laufbahnen sind abhängig von den Umgebungseinflüssen. Je sauberer die Umgebung ist, desto weniger Schmierstoff wird verbraucht. Zeitpunkt und Menge lassen sich nur unter realen Betriebsbedingungen genau festlegen, da nicht alle Einflüsse rechnerisch zu erfassen sind. Die Beobachtungszeit muss genügend lang sein.

Tribokorrosion ist eine Folge von Mangelschmierung und erkennbar an einer rötlichen Verfärbung der Gegenlaufbahn oder des Außenrings! Mangelschmierung kann zu bleibenden Schäden am System und damit zum Ausfall der Lineareinheit führen! Es ist dafür Sorge zu tragen, dass die Schmierintervalle entsprechend verkürzt werden, um Tribokorrosion zu vermeiden!

Generell sollte stets ein dünner Ölfilm auf der Führungsschiene sein!

### Schmierung der Laufrollen

Laufrollen LFR sind mit einem hochwertigen Lithiumseifenfett erstbefettet. Kleinere Laufrollen-Durchmesser sind gebrauchsdauergeschmiert.

**Gestaltung der Lagerung** Die herstellerseitige Genauigkeit der Führung kommt nur dann zum Tragen, wenn die Anschlusskonstruktion bestimmte Anforderungen erfüllt.

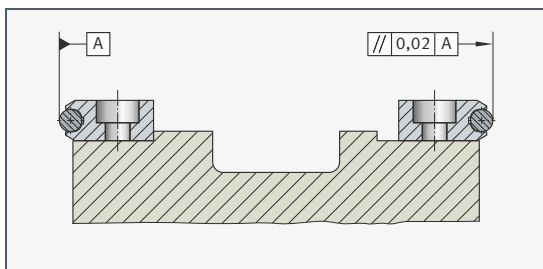
### Anforderung an die Anschlusskonstruktion

Die Ablaufgenauigkeit der Linearführung hängt im Wesentlichen von der Geradheit, Genauigkeit und Steifigkeit der Montageflächen ab.

Je genauer und leichtgängiger eine Laufrollenführung sein soll, desto mehr ist auf die Form- und Lagegenauigkeit der Anschlusskonstruktion zu achten. Die Anschlussflächen sollen eben und planparallel sein.

Für zwei Tragschienen wird eine Parallelität nach Bild 149 empfohlen.

**Bild 149**  
Parallelität  
der Tragschienen



### Verschiebekraft

Die Verschiebekraft hängt von der Vorspannung, der Schmierung und dem Einbaufall ab.

### Befestigung von Wagen und Schienen

Treten Belastungen seitlich auf, so wird empfohlen, Schienen und Wagen gegen Anschlagflächen zu befestigen. Bei mehrteiligen, gestoßenen Schienen empfiehlt es sich, die Schienen über die Welle auszurichten. Gegebenenfalls müssen die Schienen mit der Anschlusskonstruktion verstiftet werden.

Laufen zwei Schienen parallel, dann soll die erste Schiene gegen einen Anschlag gespannt werden, siehe Bild 149. Die zweite Schiene wird dann ausgerichtet. Ein Spalt zwischen Tragschiene und Umgebungskonstruktion kann mit Kunstharz ausgegossen werden.

### Wellenführungen, Linear-Kugellager

Wellen- und Rundführungen mit Linear-Kugellagern zählen zu den ältesten wälzgelagerten Führungssystemen. Solche Führungen bestehen aus einer gehärteten und geschliffenen Welle und einem oder mehreren reibungsarmen Linearlagern, siehe Bild 150.

In Wellenführungen sind zur Aufnahme und Übertragung der auftretenden Kräfte Linear-Kugellager eingesetzt. Diese Lager nehmen hohe radiale Belastungen bei relativ niedrigem Gewicht auf und ermöglichen Längsführungen mit unbegrenzten Verfahrwegen.

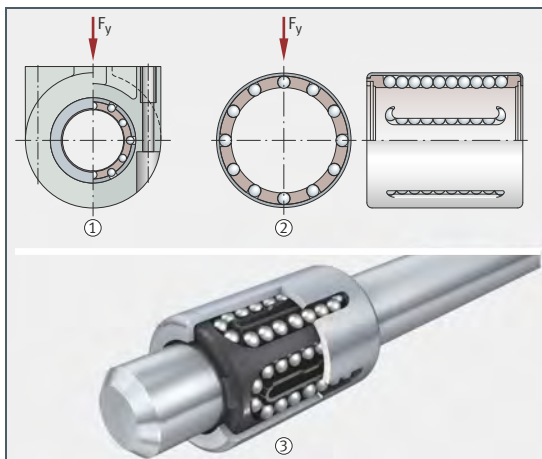
Die Welle sitzt in der Regel auf einer Tragschiene. Die Wellen können als Voll- oder Hohlwelle ausgeführt sein, Tragschienen sind massiv gefertigt. Lager und Einheiten gibt es in unterschiedlichen Reihen (Leichtbau-, Schwerlastreihe, Kompaktreihe usw.).

**Bild 150**

Wellenführung,  
Gehäuse geschlossen

$F_y$  = Lastanteil  
in y-Richtung

- ① Linear-Kugellager  
in geschlossenem  
Gehäuse
- ② Geschlossenes Linear-  
Kugellager
- ③ Wellenführung  
mit Linear-Kugellager  
und Vollwelle



## Linear-Kugellager

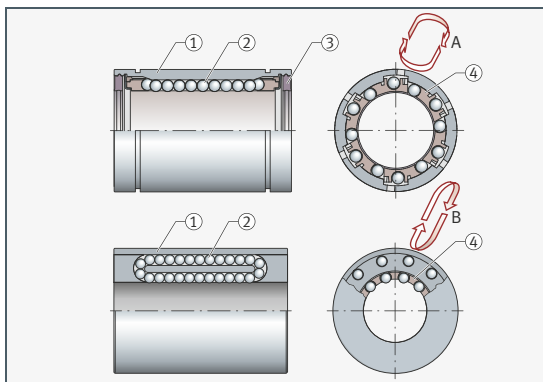
Den Aufbau der Linear-Kugellager zeigt Bild 151. Während rotatorische Kugellager eine drehende Bewegung ausführen, laufen Linear-Kugellager als lineares Bewegungselement auf der Welle hin und her. Den unbegrenzten Hub und die Rückführung der Kugeln aus der belasteten in die unbelastete Zone ermöglicht der Käfig.

**Bild 151**

Linear-Kugellager mit tangentialer und radialer Umlenkung

A = Tangentiale Umlenkung  
B = Radiale Umlenkung

- ① Stahlhülse mit Tragplatten
- ② Kugeln aus Wälzlagerstahl
- ③ Dichtringe
- ④ Kunststoff- oder Stahlkäfig



### Linear-Kugellager ohne Ausgleich bei Wellendurchbiegung und Fluchtungsfehlern

Linear-Kugellager der Reihe 1 nach ISO 10285 werden durch ihre sehr niedrige radiale Bauhöhe auch als Kugelhülse bezeichnet, siehe Bild 152 ①, Seite 710. Sie bestehen aus einer spanlos geformten und gehärteten Außenhülse mit integriertem Kunststoffkäfig. Die Kugeln laufen in Durchbrüchen der Außenhülse zurück.

Linear-Kugellager der Reihe 3 nach ISO 10285 haben im Vergleich zur Reihe 1 größere radiale Bauhöhen. Am bekanntesten ist die Massivreihe, die so genannte Kugelbüchse mit Massivgehäuse, siehe Bild 152 ②, Seite 710.

Kugelbüchsen bestehen aus massiven, geschliffenen und gehärteten Außenringen mit Kunststoffkäfig, in dem die Wälzkörper umlaufen.

Kugelhülsen und Kugelbüchsen dieser Ausführungen können keine Durchbiegungen und Fluchtungsfehler der Welle oder Schiefstellungen der Lager ausgleichen. Das ist bei der Gestaltung der Lagerung zu beachten.

### Linear-Kugellager mit Ausgleich bei Wellendurchbiegung und Fluchtungsfehlern

Linear-Kugellager der ISO-Reihe 3 (Kugelbüchsen mit einreihiger einstellbarer Tragplatte) verfügen über mehrere, am Umfang verteilte Tragplatten-Segmente, die in axialer Richtung schwenkbar angeordnet sind, siehe Bild 152 ③. Das ermöglicht die Selbsteinstellung des Lagers bis  $\pm 30$  Winkelminuten. Jede Tragplatte hat eine Kugellaufbahn, die durch jeweils einen Rücklaufkanal im feststehenden Gehäuseteil aus Kunststoff umgelenkt wird.

Die Segmente stützen sich mittig auf einem Haltering ab. Dessen gemeinsamer Kontaktpunkt ist gleichzeitig der Mittelpunkt der Wippbewegung.

Linear-Kugellager dieser Ausführung sind für mittlere Belastungen ausgelegt.

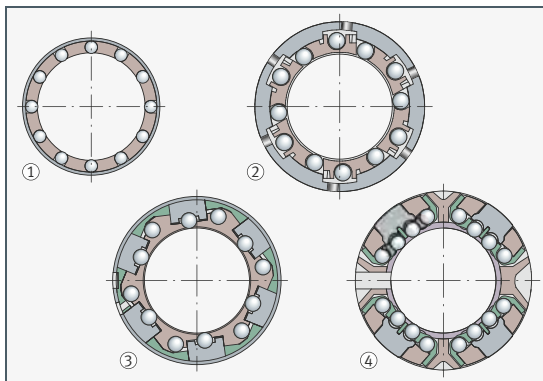
Die Linear-Kugellagerausführung aus der ISO-Reihe 3 mit der höchsten Tragfähigkeit erlaubt eine Selbsteinstellung bis  $\pm 40$  Winkelminuten durch mehrere, am Umfang angeordnete Segmente, die selbst wiederum eigenständige Linearlager darstellen, siehe Bild 153, Seite 711. Jedes Segment hat eigene Gehäuseabschnitte, Umlenkbereiche und Rückführkanäle. Gegenüber der oben genannten Ausführung für mittlere Belastungen haben die Segmente hier zwei Kugelreihen, siehe Bild 152 ④.

Die Selbsteinstellung hat gegenüber herkömmlichen Linear-Kugellagern den Vorteil, dass auch bei vorhandenen Fluchtungsfehlern Zwangskräfte auf das Lager verhindert werden und so die Reduzierung der Lebensdauer vermieden wird. Durch die Selbsteinstellung laufen die Kugeln störungsfrei in die belastete Zone ein. Gleichzeitig ist die Lastverteilung über die gesamte Kugelreihe gleichmäßiger. Das führt zu ruhigerem Lauf, lässt höhere Beschleunigungen zu und verhindert die Überlastung einzelner Kugeln.

**Bild 152**

Querschnitte  
der Typenreihen  
nach ISO 10285

- ① Reihe 1, Kugelhülse
- ② Reihe 3, Kugelbüchse in Massivausführung
- ③ Reihe 3, Kugelbüchse für mittlere Belastung und Selbsteinstellung
- ④ Reihe 3, Kugelbüchse für höchste Tragfähigkeit und Selbsteinstellung

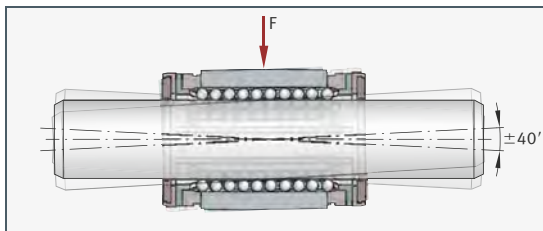




**Bild 153**

Winkelausgleich  
(Selbsteinstellung)  
bei Kugelbüchse,  
ISO-Reihe 3

Winkelausgleich  
 $\pm 40$  Winkelminuten  
F = Belastung



## Offene und geschlossene Ausführung der Linear-Kugellager

Linear-Kugellager aller Typenreihen gibt es offen und geschlossen. Während die geschlossene Variante den Umfang der Welle vollständig umschließt, deckt die offene nur einen Teilbereich davon ab. Eine Ausparung (Segmentausschnitt) erlaubt bei der offenen Ausführung, dass die Welle in diesem Bereich unterbaut beziehungsweise unterstützt werden kann. Durch die Unterstützung kann – besonders bei höheren Betriebslasten – ein Wellendurchhang vermieden werden. Offene Lager sind für Anwendungen mit unterstützter Welle ausgelegt.

Neben Ausführungen für unterstützte Wellen gibt es komplette Gehäuseeinheiten für offene und geschlossene Lager. Hier ist das Lager in einem festen und steifen Gehäuse integriert. Die Gehäuse gibt es geschlossen, offen, geschlitzt und als Tandemausführung. Durch ihre niedrige Gesamtmasse eignen sich die Einheiten besonders für gewichtsreduzierte Konstruktionen mit hohen Belastungen sowie bei höheren Beschleunigungen und Verfahrgeschwindigkeiten.

## Dimensionierung – Tragfähigkeit und Lebensdauer

Die Größe eines Linear-Kugellagers wird bestimmt von den Anforderungen an seine Belastbarkeit, Lebensdauer und Betriebssicherheit.

Die Tragfähigkeit (Belastbarkeit) wird beschrieben durch die:

- Dynamische Tragzahl C
- Statische Tragzahl  $C_0$

Die Berechnung der dynamischen und statischen Tragzahlen in den Produkttabellen der Schaeffler Kataloge basiert auf DIN ISO 14728-1 und 2.

## Nominelle Lebensdauer

Die nominelle Lebensdauer L wird von 90% einer genügend großen Menge gleicher Lager erreicht oder überschritten, bevor erste Anzeichen einer Werkstoffermüdung auftreten.

Gleichung 97

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^3$$

Gleichung 98

$$L_h = \frac{833}{H \cdot n_{osc}} \cdot \left(\frac{C}{P}\right)^3$$

Gleichung 99

$$L_h = \frac{1666}{v_m} \cdot \left(\frac{C}{P}\right)^3$$

**Legende**

L  $10^5$  m  
Nominelle Lebensdauer L in  $10^5$  m

$L_h$  h  
Nominelle Lebensdauer in Betriebs-  
stunden

C N  
Dynamische Tragzahl

P N  
Dynamische äquivalente Lagerbelastung

H m  
Einfacher Hub

$n_{osc}$   $\text{min}^{-1}$   
Anzahl der Doppelhübe je Minute

$v_m$  m/min  
Mittlere Verfahrgeschwindigkeit.

### Gebrauchsdauer

Die Gebrauchsdauer ist die tatsächlich erreichte Lebensdauer einer Wellenführung. Sie kann deutlich von der errechneten Lebensdauer abweichen.

Zu vorzeitigem Ausfall durch Verschleiß oder Ermüdung können führen:

- Fluchtungsfehler zwischen den Wellen oder den Führungselementen
- Verschmutzung
- Unzureichende Schmierung
- Oszillierende Bewegungen mit sehr kleinen Hüben (Riffelbildung)
- Vibrationen bei Stillstand (Riffelbildung)

Durch die Vielfalt der Einbau- und Betriebsverhältnisse ist es nicht möglich, die Gebrauchsdauer einer Wellenführung exakt im Voraus zu bestimmen. Der sicherste Weg für eine zutreffende Abschätzung der Gebrauchsdauer ist der Vergleich mit ähnlichen Einbaufällen.

## Statische Tragsicherheit

Die statische Tragsicherheit  $S_0$  gibt die Sicherheit gegen unzulässige, bleibende Verformungen im Lager an und wird mit folgender Gleichung ermittelt:

Gleichung 100

$$S_0 = \frac{C_0}{P_0}$$

Legende

$S_0$  –  
Statische Tragsicherheit

$P_0$  N  
Statische äquivalente Belastung

$C_0$  N  
Statische Tragzahl.

Für Linear-Kugellager KH und KN..-B muss  $S_0 \geq 4$  sein!

Hinsichtlich der Führungsgenauigkeit und Laufruhe wird  $S_0 \geq 2$  als zulässig angesehen! Bei  $S_0 < 2$  bitte rückfragen!

## Einfluss der Wellenlaufbahn auf die Tragzahlen

Die Tragzahlen gelten nur, wenn eine geschliffene ( $R_a = 0,3 \mu\text{m}$ ) und gehärtete Welle (mindestens 670 HV) als Laufbahn dient.

## Minderhärte der Laufbahn

Werden Wellen mit einer niedrigeren Oberflächenhärte als 670 HV verwendet (zum Beispiel Wellen aus X46 oder X90), ist ein Härtefaktor (Minderungsfaktor) zu berücksichtigen, siehe Bild 148, Seite 706:

Gleichung 101

$$C_H = f_H \cdot C$$

Gleichung 102

$$C_{OH} = f_{H0} \cdot C_0$$

Legende

C n  
Dynamische Tragzahl

$C_0$  N  
Statische Tragzahl

$C_H$  N  
Wirksame dynamische Tragzahl

$C_{OH}$  N  
Wirksame statische Tragzahl

$f_H$  –  
Dynamischer Härtefaktor (Minderungsfaktor), siehe Bild 148, Seite 706

$f_{H0}$  –  
Statischer Härtefaktor (Minderungsfaktor), siehe Bild 148, Seite 706.

### Lastrichtung und Stellung der Kugelreihen

Die wirksame Tragzahl eines Linear-Kugellagers hängt von der Lage der Lastrichtung zur Stellung der Kugelreihen ab:

- Die niedrigste Tragzahl  $C_{\min}$  und  $C_{0\min}$  ergibt sich in Scheitelstellung, siehe Bild 154.
- Die höchste Tragzahl  $C_{\max}$  und  $C_{0\max}$  ergibt sich in Symmetriestellung, siehe Bild 154.

Wenn die Lager gerichtet eingebaut werden, kann die maximale Tragzahl genutzt werden. Ist ein gerichteter Einbau nicht möglich oder ist die Belastungsrichtung nicht definiert, ist von den minimalen Tragzahlen auszugehen.

### Hauptlastrichtung

Für Linear-Kugellager und Linear-Kugellager-Einheiten, bei denen die Einbaulage der Kugelreihen definiert ist, sind die Tragzahlen  $C$  und  $C_0$  in Hauptlastrichtung angegeben, siehe Bild 155. Für abweichende Belastungsrichtungen lassen sich die wirksamen Tragzahlen mit den Lastrichtungsfaktoren im Schaeffler Katalog WF 1, Wellenführungen, ermitteln.

Ist die Einbaulage der Kugelreihen nicht definiert, sind die minimalen Tragzahlen angegeben.

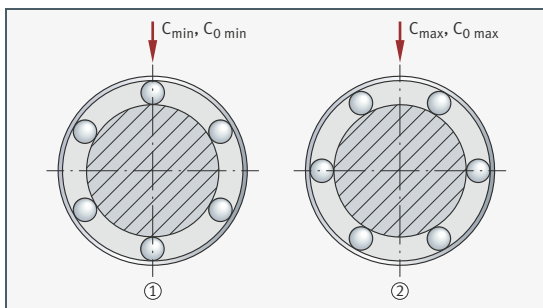
**Bild 154**

Tragfähigkeit abhängig von der Stellung der Kugelreihen

$C_{\min}, C_{0\min}$  = Niedrigste dynamische oder statische Tragzahl

$C_{\max}, C_{0\max}$  = Höchste dynamische oder statische Tragzahl

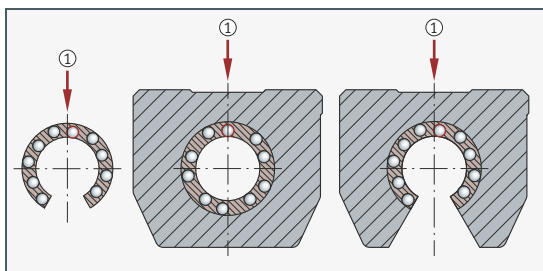
- ① Scheitelstellung
- ② Symmetriestellung



**Bild 155**

Hauptlastrichtung für Lager und Einheiten

- ① Hauptlastrichtung



**Schmierung** Offene Linear-Kugellager sind nass oder trocken konserviert und können mit Fett oder Öl geschmiert werden. Das ölige Konservierungsmittel ist mit Schmierstoffen auf Mineralölbasis verträglich und mischbar, so dass in der Regel ein Auswaschen der Lager vor dem Einbau nicht notwendig ist. Trocken konservierte Lager müssen nach der Entnahme aus der Verpackung sofort befettet oder geölt werden (Korrosionsgefahr).

### Fettschmierung

Fettschmierung ist der Ölschmierung vorzuziehen, da das Fett in der Buchse haften bleibt und somit das Eindringen von Schmutz verhindert. Durch diesen Abdichtungseffekt werden die Wälzkörper vor Korrosion geschützt.

Zusätzlich ist der konstruktive Aufwand zur Realisierung einer Fettschmierung geringer als der zur Ölschmierung, da die Abdichtung weniger aufwändig gestaltet werden muss.

### Aufbau geeigneter Schmierfette

Schmierfette für Linear-Kugellager haben folgenden Aufbau:

- Lithium- oder Lithiumkomplexeife
- Grundöl auf Mineralölbasis oder Poly-Alpha-Olefin (PAO)
- Besondere Verschleißschutzzusätze für Belastungen  $C/P < 8$ , gekennzeichnet mit „P“ in der DIN-Bezeichnung KP2K-30
- Konsistenz gemäß NLGI-Klasse 2 nach DIN 51818

### Erstbefettung und Gebrauchsdauer

Erfahrungsgemäß wird die Gebrauchsdauer beim Einsatz der Lager in normalen Umgebungsbedingungen ( $C/P > 10$ ), Raumtemperatur und  $v \leq 0,6 \cdot v_{\max}$  mit der Erstbefettung erreicht. Sollten diese Bedingungen nicht möglich sein, muss nachgeschmiert werden.

Abgedichtete Linear-Kugellager sind bei der Auslieferung bereits ausreichend gefettet, sodass viele Anwendungen wartungsfrei sind.

### Anschlusskonstruktion beeinflusst Laufgenauigkeit der Führung

Die guten Laufeigenschaften der Wellenführungen hängen nicht nur von den Lagern ab. Auch die Form- und Lagetoleranzen der Anschlusskonstruktion sowie der Einbau der Führungen haben einen großen Einfluss darauf. Je genauer die Anschlusskonstruktion gefertigt ist und je exakter montiert wurde, desto besser sind die Laufeigenschaften.

### Anwendungen

#### Beispiele zur Gestaltung von Lagerungen

Die Gestaltung und Auslegung von Lagerungen für die verschiedensten Bereiche der Technik setzt grundlegende und umfangreiche Kenntnisse und Erfahrungen in der Anwendung der entsprechenden Lager voraus. In diesem Abschnitt werden beispielhaft Anwendungen beschrieben, die Konstrukteuren und Studierenden zeigen, wie Lagerungsaufgaben gelöst werden können.

- Lagerauswahl** Die Fragen, die bei der konstruktiven Lösung einer Lagerung zu klären sind, gehen von der Eigenart der Maschine und ihren Arbeitsbedingungen aus. Die Konstrukteure müssen deshalb zuerst klären, welche Aufgaben sich für die Lager aus der Arbeitsweise der Maschine, Anlage usw. und aus den Betriebsbedingungen ergeben. Dazu müssen sie Richtung und Größe der aufzunehmenden Kräfte kennen. Hieraus ergeben sich dann Anhaltspunkte für die Lagerbauart.
- Dimensionierung** Die richtige Lagergröße wird in der Regel über die Ermüdungslebensdauerrechnung  $L_{10h}$  festgelegt. Man orientiert sich hierbei zunächst an Lagerungen, die sich in der Praxis bereits bewährt haben. Bei der Dimensionierung von Linearführungen ist zudem eine ausreichend hohe statische Tragsicherheit zu berücksichtigen, die vom Anwendungsfall abhängt.
- Lagerluft und Laufgenauigkeit** Die Ausführung des Lagers im Hinblick auf die Radial- oder Axialluft und auf die Laufgenauigkeit hängt außer von den Betriebsbedingungen auch davon ab, wie eng die Lagerung das drehende Teil führen soll.
- Genauigkeit und Vorspannung** Bei Linearführungen ist die Genauigkeitsklasse hinsichtlich der Ablaufgenauigkeit und der Toleranzen der äußeren Abmessungen auszuwählen. Mit der Wahl der geeigneten Vorspannung erzielt man die für die Anwendung erforderliche Steifigkeit.
- Gestaltung der Umgebungs-konstruktion** Sind Lagerbauart, Lagergröße und Lagerausführung festgelegt, ist die Gestaltung der Lagerstelle die nächste Aufgabe. Hierzu gehören die Ausführung der Anschlusssteile und die Wahl der Passungen.
- Schmierung, Abdichtung** Die Betriebsbedingungen bestimmen die Art der Schmierung und Abdichtung. Da ein hoher Prozentsatz der Lagerausfälle auf Schmierungs- und Abdichtungsfehler zurückzuführen ist, muss die Auswahl dieser Komponenten besonders sorgfältig geschehen. Der Einsatz von Systemen zur Überwachung der Schmierung kann die Gebrauchsdauer des Lagers deutlich verlängern.
- Montage und Demontage** Bei all den vorangegangenen Überlegungen muss auch der zweckmäßige Ein- und Ausbau des Lagers berücksichtigt werden.

- Besondere Anforderungen** Es gibt Fälle, bei denen bestimmte Bedingungen besondere Bedeutung gewinnen und damit an den Ausgangspunkt der Betrachtungen rücken. So können hohe Drehzahlen oder Temperaturen, außergewöhnliche Belastungsverhältnisse oder Genauigkeitsforderungen usw. die Konstruktion von Anfang an entscheidend beeinflussen. Um diesen speziellen Anforderungen gerecht zu werden, bietet Schaeffler ein umfangreiches Varianten- und Zubehör-Portfolio an. So können beispielsweise spezielle Beschichtungen, Werkstoffe, Abdichtungskonzepte, Schmierstoffe oder Zusatzelemente ausgewählt werden.
- Elektronisches Auswahlssystem** Zur Unterstützung der Konstrukteure bietet Schaeffler als Lagerauswahl-system das Programm **medias** an, siehe Abschnitt **medias** – Wissensdatenbank, elektronisches Auswahl- und Beratungssystem, Seite 744, und: <https://medias.schaeffler.de>.
- Berechnungssoftware Bearinx** Mit der Berechnungssoftware → Bearinx von Schaeffler können Wälzlagerungen detailliert analysiert und ausgelegt werden, siehe Abschnitt Bearinx Berechnungssoftware von Schaeffler, Seite 739.
- Überwachung** Das passende Zustandsüberwachungssystem kontrolliert im Betrieb regelmäßig Parameter wie Bewegungen, Belastungen oder die Schmierstoffqualität und erkennt frühzeitig beginnende Veränderungen oder Schäden an den Lagern. Damit kann die Wartung zum optimalen Zeitpunkt erfolgen.
- Beispiele beschreiben typische Lagerungsfragen** Die folgenden Beispiele sind aus verschiedenen Anwendungsgebieten herausgegriffen. Die Auswahl wurde so getroffen, dass typische Lagerungsfragen erörtert werden können. Die Beispiele haben nicht den Zweck, dem Konstrukteur über diese Fragen hinaus spezielle Hinweise für sein eigentliches Arbeitsgebiet zu geben; vielmehr sollen Kenntnisse der Lagerungstechnik auf vielen Gebieten vermittelt werden, damit die Konstrukteure hieraus Anregungen für ihre eigene Arbeit gewinnen können.
- Berechnungsformeln** Die Formeln zur Berechnung der Lebensdauer für rotatorische Wälzlager sind im Abschnitt Dimensionierung – Tragfähigkeit und Lebensdauer, ab Seite 571 angegeben.  
Die Lebensdauer-Formeln für translatorische Wälzlager sind im Abschnitt Elemente translatorisch führen – Linear-Wälzführungen, ab Seite 684 aufgeführt.
- Achtung** Die Anwendungen stellen beispielhafte Lösungen dar. Ihr Inhalt dient ausschließlich der Information und kann eine technische Beratung für die Anwendung der Lager im Einzelfall nicht ersetzen. In der Praxis sind immer die Vorgaben der konkreten Anwendung sowie die Angaben der Lagerhersteller zu berücksichtigen.  
Der Herausgeber übernimmt keine Haftung für die Übereinstimmung von Inhalt und gesetzlichen Vorschriften.

### Lagerung der Läuferwelle eines Drehstrommotors

Elektromotoren wandeln elektrische Energie in mechanische um. Dabei setzen sie die Kraft, die von einem Magnetfeld auf den stromdurchflossenen Leiter der Spule ausgeübt wird, in rotierende Bewegungen um.

Die Qualität des Motors wird zu einem wesentlichen Teil nach seiner Lauf-ruhe im Betrieb beurteilt. Für elektrische Maschinen sind die Geräusch-Grenzwerte in VDE 0530 festgelegt, die maximal zulässigen mechanischen Schwingungen in DIN ISO 2373 vorgegeben.

Geräusche und Schwingungen werden vor allem durch die montierten Wälzlager beeinflusst. Neben der Formgenauigkeit der Wälzlagerlaufbahnen im eingebauten Zustand wirkt sich die Radialluft der Lager entscheidend auf das Laufgeräusch aus. Beste Ergebnisse erzielen Lagerungen, die im betriebswarmen Zustand annähernd spielfrei sind. Durch die Toleranzen der gefügten Teile ist dies jedoch nur mit hohem Aufwand erreichbar. Daher werden solche Lagerungen häufig mit einem axial wirkenden Federelement spielfrei angestellt. Dieses sitzt zwischen dem Gehäusedeckel und dem Außenring des Loslagers.

### Daten der Anwendung

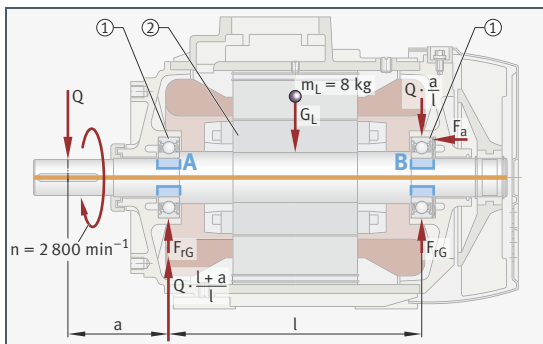
Für den Motor gelten folgende technische Daten:

- Antriebsleistung des Riementriebs 3 kW
- Masse des Läufers  $m_L = 8 \text{ kg}$
- Nenndrehzahl  $n = 2800 \text{ min}^{-1}$
- Baugröße 100L
- Oberflächengekühlt nach 42673, Bl. 1, Bauform B3, Schutzart IP44, Isolationsklasse F
- Geforderte Lebensdauer 20 000 h

**Bild 156**  
Belastungsschema und  
Lageranordnung

A, B = Lagerstellen

- ① Rillenkugellager  
6206-2Z
- ② Läufer (Rotor)





**Lagerauswahl** Die Lagerung soll einfach, wirtschaftlich, wartungsfrei und geräuscharm sein. Diese Anforderungen erfüllen Rillenkugellager am besten. In DIN 42673 ist für die Baugröße 100L der Durchmesser des Wellenendes mit 28 mm festgelegt. Damit ist ein Bohrungsdurchmesser von 30 mm vorgegeben.

Für die Lagerung eignet sich ein Lager der Reihe 62 für beide Lagerstellen (Lagerstelle A und B). Diese Lager führen die Läuferwelle auf der Abtriebs- und Belüftungsseite. Das Federelement auf der Belüftungsseite (Lagerstelle B) bewirkt die spielfreie Anstellung der Lagerung und bildet gleichzeitig die axiale Gegenführung der Läuferwelle. Die spielfreie Anstellung der Lager verhindert den nachteiligen Einfluss der Lagerluft auf das Geräuschverhalten.

**Dimensionierung** Bei der Nachrechnung der Lagerung geht man hier etwas anders als sonst üblich vor. Da der Hersteller der Motoren die Höhe der Belastung am Wellenende nicht kennt, gibt er die zulässige radiale Belastung in seinen Katalogen an. Zur Ermittlung der radialen Belastbarkeit wird das abtriebsseitige Rillenkugellager betrachtet. Der Berechnung wird eine geforderte Lebensdauer  $L_{10h}$  von 20 000 Stunden zugrunde gelegt. Zusätzlich sind das Läufergewicht, der einseitige magnetische Zug und die Unwucht zu berücksichtigen.

Da die beiden letztgenannten Kriterien nicht bekannt sind, wird das Läufergewicht mit dem Zuschlagfaktor 1,5 multipliziert. Daraus errechnet sich für die Mitte des Wellenendes eine zulässige radiale Belastung von 1 kN.

Da in den meisten Fällen die Betriebslast kleiner als die zulässige Last ist, ergibt sich eine erreichbare Lebensdauer von mehr als 20 000 Stunden:  $L_{10h} = (16\,666/n) \cdot (C/P)^3$ . Die Gebrauchsdauer der Lager wird damit meist durch die Fettgebrauchsdauer und nicht durch die Werkstoffermüdung bestimmt.

**Bearbeitungs-  
toleranzen** Die Innenringe haben Umfangslast. Sie werden deshalb fest auf die nach k5 bearbeiteten Wellensitze gepasst. Die Außenringe sind in die nach H6 bearbeiteten Schildbohrungen montiert. Der Außenring auf der Loslagerseite (Lagerstelle B) kann sich damit in der Bohrung axial verschieben und unter Federvorspannung Wärmedehnungen ausgleichen.

**Lagerluft** Durch die feste Passung des Innenrings auf der Welle verringert sich das Radialspiel. Aufgrund der Erwärmung des Läufers ist die Innenringtemperatur im Betrieb höher als die des Außenrings. Daraus ergibt sich ebenfalls eine Verminderung der radialen Lagerluft. Damit sich die Lager nicht verspannen, wird die radiale Lagerluft C3 gewählt.

- Schmierung** Die werkseitige Fettfüllung reicht für die Gebrauchsdauer der Lager. Da durch die Isolationsklasse F erhöhte Temperaturen zu berücksichtigen sind, wird ein Hochtemperaturfett verwendet.
- Abdichtung** Bei kleinen bis mittelgroßen Elektromotoren haben sich Lager mit Deckscheiben (berührungsfreie Dichtungen) auf beiden Seiten durchgesetzt. Die Deckscheiben verhindern den Austritt von Schmierfett und schützen gleichzeitig das Wälzsystem vor Fremdkörpern aus dem Motorraum. Gegen den Eintritt von Staub und Nässe ist der Wellendurchgang auf der Antriebsseite als langer Spalt ausgebildet und mit einer Schutzkappe abgedeckt. Das erfüllt die Forderungen der Schutzart IP44.
- Montage und Demontage** Für die Montage der Lager empfiehlt sich das thermische Verfahren mit einem geeigneten induktiven Anwärmergerät, zum Beispiel aus der Baureihe HEATER. Kleinere Lager können mit einem mechanischen Verfahren montiert werden, unter Verwendung eines Schlagbuchsensets wie zum Beispiel IMPACT-33. Für die Demontage wird die Welle ausgetrieben, und an der gegenüberliegenden Lagerstelle wird mit einem mechanischen oder hydraulisch unterstützten Abzieher das Lager abgezogen.
- Überwachung** Durch den Einsatz eines vibrationsbasierten Zustandsüberwachungssystems (beispielsweise Schaeffler OPTIME) ist es möglich, beginnende Schädigungen an den Lagern frühzeitig zu erkennen. Empfohlen wird jeweils ein Sensor pro Lagerstelle, positioniert in der jeweiligen Lastzone der Lagerung.

### Lagerung der Hauptspindel einer CNC-Drehmaschine

Das Herzstück einer Werkzeugmaschine ist die Haupt- oder Arbeitsspindel mit ihrer Lagerung. Die Qualität der Hauptspindellagerung wird am Zerspanungsvolumen und an der Bearbeitungspräzision gemessen.

Als Hauptspindellager werden ausschließlich Wälzlager mit erhöhter Genauigkeit verwendet; hauptsächlich die Bauarten Schrägkugellager beziehungsweise Spindellager (Radial-Schrägkugellager mit Druckwinkel von  $15^\circ$  und  $25^\circ$ ), zweiseitig wirkende Axial-Schrägkugellager, Radial- und Axial-Zylinderrollenlager sowie gelegentlich Kegelrollenlager.

**Daten der Anwendung** Für die Anwendung sind folgende technische Daten gegeben:

■ Antriebsleistung  $P = 25 \text{ kW}$

■ Maximale Spindeldrehzahl  $n = 5000 \text{ min}^{-1}$

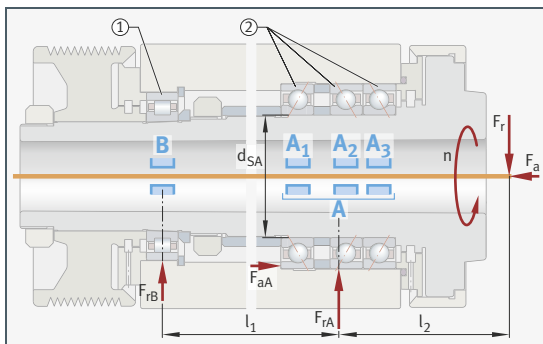
**Bild 157**

Belastungsschema und Lageranordnung

A, B = Lagerstellen

① Zylinderrollenlager N1016-K-M1-SP

② Spindellagersatz in Tandem-O-Anordnung B7018E-T-P4S-TB-TL



### Lagerauswahl

Abhängig von den geforderten Leistungsdaten der Werkzeugmaschine wird die Spindellagerung mit Kugel- oder Rollenlagern nach den Kriterien Steifigkeit, Reibungsverhalten, Genauigkeit, Drehzahleignung, Schmierung und Abdichtung ausgelegt.

Die Lager müssen die Spindel radial und axial genau führen und eine hohe Steifigkeit aufweisen. Das wird durch möglichst große Wellendurchmesser und eine entsprechende Lageranordnung erreicht, siehe Bild 157. Die Lager werden zur Erhöhung der Steifigkeit zusätzlich vorgespannt und haben eine erhöhte Genauigkeit.

**Dimensionierung** Die Lagergröße ergibt sich in erster Linie aus der erforderlichen Steifigkeit der Spindel. Für die Betrachtung der Dimensionierung wird die Ermüdungslebensdauer zwar mit herangezogen, sie spielt jedoch in der Praxis nur eine untergeordnete Rolle.

Maßgebend für die Einsatzdauer der Lager ist neben der Hertz'schen Pressung  $p_0$  die Fettgebrauchsdauer  $t_{FG}$ . Für Rillenkugellager mit Wälzkörpern aus dem Wälzlagerstahl 100Cr6 liegt die Dauerfestigkeit zum Beispiel bei  $p_0 \leq 2\,000\text{ N/mm}^2$ .

Hauptspindellager fallen in der Regel nicht durch Werkstoffermüdung, sondern durch Verschleiß aus. Die Auslegung erfolgt so, dass die Wälzlager bei höchster Sauberkeit und einem tragfähigen hydrodynamischen Schmierfilm an den Kontaktstellen der Wälzpartner (verschleißfreier Lauf) dauerfest sind.

Dauerfestigkeit ist gegeben, wenn das Verhältnis  $S_0^* = (C_0/P_0^*) \geq 8$  ist.  $P_0^*$  wird berechnet mit den Kräften der dynamischen Belastung nach der Gleichung der statischen äquivalenten Belastung:  $P_0 = F_{0r}$  bei  $F_{0a}/F_{0r} \leq 1,3$ . Da das Verhältnis  $F_a/F_r \leq 1,3$  ist, wird für  $P_0^*$  der Wert von  $F_r$  eingesetzt. Die Berechnung zeigt, dass bei den gegebenen Betriebsbedingungen die Lager dauerfest sind ( $S_0^* \geq 8$ ).

### Gestaltung der Umgebungs-konstruktion, Bearbeitungstoleranzen

In der Tabelle sind die Bearbeitungstoleranzen der Lagersitzstellen für die Spindellager und Zylinderrollenlager dieser Anwendung aufgeführt.

Lager	Sitzstelle	Durchmesser-toleranz	Zylindrizitäts-toleranz (DIN EN ISO 1101) $\mu\text{m}$	Gesamtplan-lauftoleranz der Anlage-schulter $\mu\text{m}$
Spindellager	Welle	+5/-5 $\mu\text{m}$	1,5	2,5
	Gehäuse	-4/+8 $\mu\text{m}$	3,5	5
Zylinder-rollenlager	Welle, kegelig	Kegel 1:12	1,5	2,5
	Gehäuse	-15/+3 $\mu\text{m}$	3,5	5

### Lageranordnung, Vorspannung

Auf der Arbeitsseite ist als Festlager ein Spindellagersatz in Tandem-O-Anordnung mit leichter Vorspannung eingebaut. Diese Vorspannung genügt den üblichen Anforderungen.

Ein einreihiges Zylinderrollenlager sitzt als Loslager auf der Antriebsseite. Das Lager wird durch seine konische Innenringbohrung beim axialen Aufpressen auf die Spindel annähernd spielfrei eingestellt.

Lagerkombination und -anordnung stellen die geforderten hohen Drehzahlen und Zerspanungsleistungen sicher.

- Schmierung** Spindel- und Zylinderrollenlager sind mit einem hochwertigen Wälzlagerfett auf Lebensdauer befüllt. Bei den Spindellagern ist der Lagerhohlraum etwa zu 35%, bei den Zylinderrollenlagern etwa zu 20% mit Fett befüllt. Da Dauerfestigkeit gegeben ist, ist für die Einsatzdauer der Lager die Fettgebrauchsdauer  $t_{fG}$  entscheidend.
- Abdichtung** Ein Labyrinth mit definiert engen Radialspalten schützt die Lager vor Verschmutzung.
- Montage und Demontage** Die Montage des Spindellagerpaketes erfolgt nach dem thermischen Verfahren unter Verwendung eines induktiven Anwärmgeräts. Geeignet sind Anwärmgeräte der Baureihe HEATER oder Mittelfrequenztechnikanlagen. Für die Montage des Zylinderrollenlagers ist ein lagerspezifisches Hüllkreismessgerät, die passende Hydraulikmutter (HYDNUT) und ein passender Druckerzeuger erforderlich. Für die Demontage werden je nach Design mechanische oder hydraulisch unterstützte Demontevorrichtungen verwendet.
- Überwachung** Um die Hauptspindellagerung auf Schäden zu überwachen, wird die Verwendung von sorgfältig verlegten kabelgebundenen Beschleunigungssensoren in Kombination mit einem Online-Zustandsüberwachungssystem wie dem Schaeffler ProLink empfohlen. Es ist von entscheidender Bedeutung, dass die Sensorkabel sicher verlegt werden, um potenzielle Störungen oder Beschädigungen zu vermeiden. Darüber hinaus sollten die eingesetzten Sensoren eine Resistenz gegenüber dem verwendeten Kühlschmierstoff aufweisen, um eine zuverlässige und langfristige Funktionalität zu gewährleisten.

### Lagerung der Radial-Laufrollen eines Drehrohrofens

Drehrohröfen werden als direkt und indirekt beheizte Ausführung gefertigt und für verfahrenstechnische Prozesse eingesetzt. Der Materialtransport erfolgt – mit dem Umlauf der Trommel innen längs im Ofen – von der Ein- zur Auslaufseite. Dazu ist der Trommelkörper in Längsrichtung leicht geneigt. Konsistenz und Stückigkeit der Einsatzstoffe (zum Beispiel Feststoffe, Stäube, Schlämme) können sehr unterschiedlich sein.

Zwei gegenüberliegende Radial-Laufrollen bilden einen Stützwinkel  $\varphi$  und gehören zu einer Station. Entsprechend der Länge des Trommelkörpers werden zwei oder mehr Stationen zur Abstützung vorgesehen. An jeder Station ist um den Trommelkörper ein Laufring angeordnet, der bei der Drehung der Trommel auf den Laufrollen abrollt.

Zur axialen Führung der Trommel und zur Aufnahme der axialen Belastungen ist es üblich, an einem der Laufringe zwei Axial-Laufrollen anzuordnen.

### Daten der Anwendung

Drehrohröfen:

- Gesamtgewichtskraft (Trommel mit Füllung)  $G = 5\,100\text{ kN}$
- Anzahl der Stationen  $Z = 2$
- Stützwinkel der Station  $\varphi = 60^\circ$
- Neigungswinkel der Trommel  $\beta = 2^\circ$
- Abmessungen des Laufrings  $D \times b = 6\,600\text{ mm} \times 600\text{ mm}$

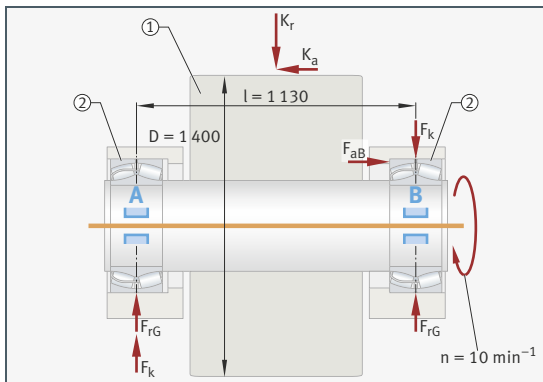
Radial-Laufrollen:

- Abmessungen der Radial-Laufrollen  $D \times b = 1\,400\text{ mm} \times 630\text{ mm}$
- Drehzahl der Radial-Laufrollen  $n = 10\text{ min}^{-1}$
- Durchmesser der Lagersitzstelle für die Lager der Radial-Laufrollen  $d = 320\text{ mm}$
- Geforderte Lebensdauer  $50\,000\text{ h}$  bis  $110\,000\text{ h}$

**Bild 158**  
Belastungsschema und  
Lageranordnung

A, B = Lagerstellen

- ① Radial-Laufrolle
  - ② Pendelrollenlager
- 24164-E1



- Lagerauswahl** Für die Lagerung der Radial-Laufrollen werden Pendelrollenlager 24164-E1 gewählt, deren nominelle Lebensdauer (Tragfähigkeit) in Abhängigkeit vom Lagerdurchmesser überprüft werden muss. Pendelrollenlager deshalb, da bei dieser Anwendung Wellendurchbiegungen auftreten können und mit Fluchtungsfehlern aus der Umgebungs konstruktion gerechnet werden muss. Die gewählten Lager eignen sich sehr gut zur Kompensation dieser Einflüsse. Außerdem nehmen sie kombinierte Lasten auf, da hier nicht nur hohe radiale Lasten (bei geringer Drehzahl), sondern aus der Verschiebung des Ofens auch axiale Lasten auftreten können. Die Pendelrollenlagerreihe 241 verfügt über eine hohe radiale und axiale Tragfähigkeit. Stöße und Vibrationen werden durch den zweireihigen Linienkontakt in Verbindung mit einem geeigneten Fett sicher kompensiert. Die Lager sind Katalogprodukte und damit schnell und weltweit verfügbar.
- Dimensionierung** Durch die Festigkeitsvorgaben der Achse sind die Wellen- und Zapfendurchmesser (und damit die Lagergrößen) für die Lager festgelegt. Überprüft werden muss jedoch auf der Basis der vorgegebenen Durchmesser  $d$  die geforderte Lebensdauer  $L_{10h}$  der Wälzlager. Für die Lagerung der Radial-Laufrollen ist eine nominelle Lebensdauer von 50 000 h bis 110 000 h gefordert. Nach Ermittlung der radialen, axialen und Kippmomentbelastung  $F_r$ ,  $F_a$  und  $F_k$  sowie der dynamischen äquivalenten Lagerbelastung  $P$  kann mit der Lebensdauerformel überprüft werden, ob die durch die Festigkeitsvorgabe der Welle festgelegte Lagergröße der Pendelrollenlager ausreichend dimensioniert ist. Dazu wird die Lebensdauer berechnet:  $L_{10h} = (16\,666/n) \cdot (C/P)^{10/3}$  und mit dem oben genannten Wert verglichen. Mit 144 900 h liegen die Lager deutlich über der Forderung. Ursache dafür ist die Vorgabe des Wellendurchmessers.
- Gestaltung der Umgebungs konstruktion, Bearbeitungs toleranzen** Als Lageranordnung wird eine schwimmende Lagerung festgelegt. Die Außenringe haben Punktlast, für die Gehäusebohrungen reicht deshalb eine lose Passung (Bearbeitungstoleranz H7, Spielpassung). Zwischen Gehäusedeckel und Lageraußenring ist der Abstand so, dass die Außenringe von Lager A und B nicht anliegen. Die Lagerringe sind damit 2 mm bis 3 mm axial verschiebbar und stützen sich an der jeweils inneren Schulter der Gehäuse ab. Die Innenringe haben Umfangslast. Sie werden deshalb auf der nach n6 bearbeiteten Achse fest gepasst (Übermaßpassung) und mit Achskappen festgespannt. Die Gehäuse für die Lager sind aus Grauguss.

- Schmierung** Die Lager der Radial-Laufrollen sind bei niedrigen Drehzahlen hoch belastet. Sie werden deshalb mit Fetten höherer Grundölviskosität und EP-Zusätzen geschmiert. Die Nachschmierung kann manuell in regelmäßigen Intervallen erfolgen. Von Vorteil ist jedoch die Umsetzung einer automatischen Nachschmierung, da diese konstant frischen Schmierstoff liefert, die Lagerlebensdauer verlängert und den Wartungsaufwand minimiert. Die genauen Schmierfristen müssen durch eine Schmierfristberechnung ermittelt werden!
- Abdichtung** Die Lagerung ist mit Filzringen abgedichtet, der nachschmierbare Labyrinth vorgeschaltet sind.
- Montage und Demontage** Die Montage erfolgt nach dem thermischen Verfahren mit einem induktiven Anwärmergerät, zum Beispiel aus der Baureihe HEATER. Für die Demontage werden je nach Anwendungsdesign hydraulisch unterstützte Abziehvorrichtungen angewendet oder auch das Hydraulikverfahren. Das Hydraulikverfahren erfordert Ölbohrungen in der Achse.
- Überwachung** Für die Überwachung der radialen Laufrollen eines Drehrohrofens empfiehlt es sich, kabelgebundene Beschleunigungssensoren in Verbindung mit einem Online-Zustandsüberwachungssystem einzusetzen. Wegen der niedrigen Drehzahlen sollte die eingesetzte Messtechnik eine hohe Signalauflösung und Empfindlichkeit bieten. Zudem sollten die verwendeten Sensoren eine hohe Beständigkeit gegenüber den in einem Drehrohrfen typischerweise vorhandenen Umgebungsbedingungen, wie hohen Temperaturen, Vibrationen und Schmutz, aufweisen.



### Lagerung der Pleuel (Kurbelzapfen) in Kolbenkompressoren

Kolbenkompressoren (auch Kolbenverdichter genannt) arbeiten nach dem Verdrängungsprinzip. Als Verdichtungsmedium kommen Gase wie Luft oder Stickstoff zum Einsatz. Das zu verdichtende Gas wird in einem Raum gekapselt und dort komprimiert. Die Verdichtung erfolgt mittels öl- oder fettgeschmierter Kolben.

Gelagerte Pleuelbolzen verbinden die Kolben mit den Pleuelstangen. Letztere sind durch die Kurbelzapfenlagerung auf der Kurbelwelle gelagert. Die Pleuel nehmen die wirkenden Kräfte auf und leiten diese zum Aufbau des Drehmoments an die Kurbelwelle weiter. Die Kurbelwelle setzt die oszillierende lineare Bewegung der Kolben mit Hilfe der Pleuelstangen in eine Drehbewegung um und überträgt so das aus der Kolbenkraft entstehende Motordrehmoment zum Antrieb.

### Daten der Anwendung

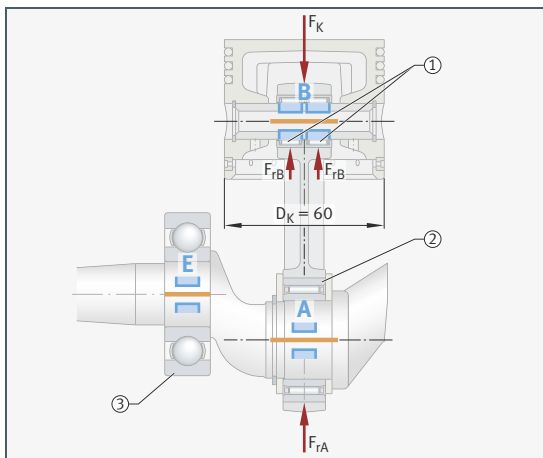
Für die Kurbelzapfenlagerung gelten folgende technische Daten:

- Versatz der Kurbelzapfen =  $180^\circ$
- Kolbendurchmesser  $D_K = 60 \text{ mm}$
- Nenndruck  $p = 15 \text{ bar}$
- Betriebsdrehzahl (Nendrehzahl)  $n = 660 \text{ min}^{-1}$
- Geforderte Lebensdauer der Lager 5 000 h bis 35 000 h

**Bild 159**  
Belastungsschema und Lageranordnung

A, B = Lagerstellen

- ① Nadelhülsen
- ② Nadellager
- NAO  $30 \times 47 \times 16$
- ③ Rillenkugellager





- Schmierung** Die Schmierung der offenen Lager erfolgt durch die Motorschmierung. Damit das Spritzöl in die Lager und an die seitlichen Pleuelflächen gelangt, sind die axialen Anlaufscheiben mit bogensehenartigen Abschnitten versehen.
- Abdichtung** Die Kurbelzapfenlager werden durch das Kompressorgehäuse nach außen hin abgedichtet.
- Montage und Demontage** Für die Montage der Lager empfiehlt sich das thermische Verfahren mit einem geeigneten induktiven Anwärmgerät, zum Beispiel aus der Baureihe HEATER. Kleinere Lager können mit einem mechanischen Verfahren montiert werden, unter Verwendung eines Schlagbuchsensets wie zum Beispiel IMPACT-33. Die Demontage erfolgt mit einem mechanischen oder einem hydraulisch unterstützten Abzieher.
- Überwachung** Ein kontinuierliches Zustandsüberwachungssystem mit Vibrations- und Temperatursensoren (wie zum Beispiel Schaeffler ProLink CMS) kontrolliert regelmäßig die Pleuelbewegungen, die Kurbelzapfenbelastung und die Schmierstoffqualität. Die aufgezeichneten Vibrations- und Temperaturdaten werden genutzt, um Abweichungen frühzeitig zu erkennen und mögliche Schäden zu verhindern. Automatisierte Warnungen ermöglichen die rechtzeitige Wartung und reduzieren ungeplante Ausfallzeiten, was die Zuverlässigkeit des Kompressors sicherstellt.

### Lagerung der Papierleitwalzen in Rollenoffsetmaschinen

Bei Rollenoffsetmaschinen laufen – anders als beim Bogenoffset – Papierbahnen durch ein System rotierender Zylinder. Dabei überträgt der Gummizylinder das Druckbild auf das Papier. Ein Gegendruckzylinder stabilisiert diesen Vorgang, indem er gegen das Papier und den Gummizylinder drückt. Moderne Rollenoffsetmaschinen laufen mit über 40 000 Umdrehungen der Zylinder pro Stunde.

Papierleitwalzen führen die Papierbahn auf ihrem Weg durch die Maschine. Die Lagerung soll ein niedriges Reibmoment haben, da besonders bei kleinem Umschlingungswinkel die Gefahr von Schlupf besteht. Hier würde die Papierbahn dann mehr oder weniger stark über den Walzenmantel gleiten und könnte die Papierleitwalze nicht mehr durch Reibung antreiben. Das wiederum kann die Qualität der Druckergebnisse negativ beeinflussen oder sogar zum Reißen der Papierbahn führen.

Um eine Verschmutzung des Papiers durch Schmierstoff sicher zu verhindern, muss die Lagerung gut abgedichtet und wartungsfrei sein. In einer Druckmaschine werden viele Papierleitwalzen eingebaut. Deshalb ist eine montagefreundliche, kostengünstige Lagerung gefordert.

### Daten der Anwendung

Für das Beispiel gelten folgende technische Daten:

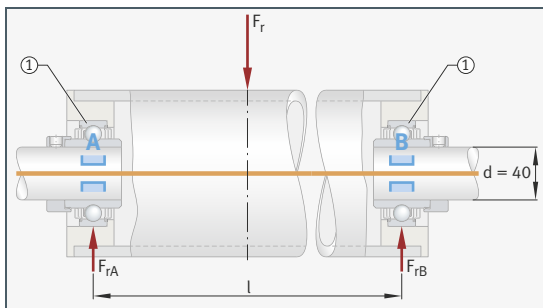
- Betriebsdrehzahl (Nendrehzahl)  $n = 2\,000\text{ min}^{-1}$
- Gesamte radiale Belastung  $F_r = 800\text{ N}$
- Durchmesser der Wellenstummel  $d = 40\text{ mm}$
- Betriebstemperatur  $\vartheta = +120\text{ °C}$
- Geforderte Lebensdauer der Lager  $40\,000\text{ h}$

**Bild 160**

Belastungsschema und Lageranordnung

A, B = Lagerstellen

① Spannlager mit Spanning E40-KLL



### Lagerauswahl

Die Forderung nach einem möglichst kleinen Reibmoment im Lager kann durch die Wahl eines Kugellagers mit geringer Fettmenge und Leichtlauf fett erfüllt werden. Da das Dichtsystem des Lagers das Lagerreibmoment erheblich beeinflusst, wird ein Lager mit berührungsfreier Abdichtung gewählt. Damit und mit den Daten der Anwendung erfolgt eine erste Kugellager-Vorauswahl. Daraus wird das Spannlager mit Spanning E40-KLL und integrierter Spalt-/Labyrinthdichtung ausgewählt.

- Dimensionierung** Die Axiallast kann vernachlässigt werden, da die Papierbahn keine Axiallast erzeugt und das Eigengewicht der Papierleitwalze nur radial wirkt. Die radiale Belastung  $F_r$  setzt sich zusammen aus dem Eigengewicht der Walze und der maximalen Bahnspannung bei der Bahnführung von unten nach unten. Sie wirkt gleichmäßig auf beide Lager.
- Die dynamische äquivalente Belastung  $P$  wird nach dem gleichen Verfahren wie bei Rillenkugellagern ermittelt, weil Spannlager auf Basis der Rillenkugellager (Reihe 60, 62 und 63) aufgebaut sind. Da keine Axialbelastung vorliegt, entspricht  $P$  der höchsten Radiallast  $F_r$  ( $F_{rA}$ ,  $F_{rB}$ ) je Lager.
- Mit den ermittelten Werten kann nun die nominelle Lebensdauer berechnet werden:  $L_{10h} = (16\,666/n) \cdot (C/P)^3$ . Das Ergebnis ( $> 40\,000$  h) erfüllt die nominelle Lebensdaueranforderung. Damit ist das Spannlager zur Lagerung der Papierleitwalzen geeignet.
- Gestaltung der Umgebungs-konstruktion, Bearbeitungstoleranzen** Das gewählte Spannlager stellt nur geringe Anforderungen an die Umgebungs-konstruktion. Durch die Umfangslast am Außenring ist für diesen Lagerring eine feste Passung (Übergangspassung) erforderlich. Die Bohrung im Zylinder wird deshalb nach K7 gefertigt. Für die Wellenstummel können gezogene Wellen in der Toleranzklasse h6 bis h9 verwendet werden.
- Der Innenring wird auf der Festlagerseite mit dem Spannring auf der Welle befestigt und mit Gewindestiften gesichert. Das so montierte Lager dient nun als Festlager. Um die Temperaturdehnung des Zylinders aufzunehmen, muss das gegenüberliegende Lager als Loslager eingebaut werden. Dazu wird hier der Spannring um den Betrag der Zylinderausdehnung vom Innenring gelöst und nicht auf der Welle geklemmt, sondern nur mit den Gewindestiften fixiert. So kann sich der Innenring bei einer Wärme-dehnung des Zylinders auf der Welle verschieben.
- Schmierung** Die Lager sind mit einem reibungsoptimierten Fett (Leichtlauffett) befettet. Die Fettmenge ist so gewählt, dass für die gesamte Gebrauchsdauer der Lager ein wartungsfreier Betrieb gegeben ist. Die Fettgebrauchsdauer beträgt 40 000 h.
- Abdichtung** Die berührungsfreie Dichtung im Lager verursacht keine Dichtungsreibung und unterstützt damit die Forderung nach einer reibungsarmen Lagerung. Sie verhindert sicher, dass Schmutz und Fremdstoffe in das Lager eindringen und Schmierstoff aus dem Lager austritt.
- Montage und Demontage** Das Spannlager ist sehr montagefreundlich und einfach zu befestigen. Das Spannlager kann manuell auf die Welle geschoben werden. Daher sind für die Montage und Demontage keine speziellen Montagewerkzeuge nötig.
- Überwachung** Eine frühzeitige Erkennung von Lagerschäden kann durch den Einsatz eines vibrationsbasierten Zustandsüberwachungssystems erreicht werden. Das eingesetzte Überwachungssystem sowie die Beschleunigungssensoren sollten eine hohe Frequenzbandbreite abdecken können (beispielsweise Schaeffler ProLink).

### Linearlagerung von Hauptachsen von Werkzeugmaschinen

Moderne mehrachsige Bearbeitungszentren bieten eine Vielzahl an Bearbeitungsmöglichkeiten, mit denen Werkstücke in höchster Präzision gefertigt werden können. Die einzelnen Achsen müssen daher eine hohe Genauigkeit und Steifigkeit aufweisen, was somit auch gleichzeitig die Anforderungen an die darin verbauten Linearführungen widerspiegelt. Hinzu kommen noch Anforderungen an die Lebensdauer und Robustheit der Linearführung, also die Anpassung an die jeweiligen Umgebungsbedingungen während der Bearbeitung. Dies sind beispielsweise die Kontamination mit Kühlschmiermitteln, Spänen oder bei Trockenbearbeitung der Kontakt mit abrasiven Werkstoffpartikeln. Die passende Schmierung ist dabei ebenfalls von elementarer Bedeutung, da die Versorgung des Wälzkontakts auch unter widrigen Bedingungen sichergestellt werden muss. Andernfalls droht ein vorzeitiger Ausfall. Die Auslegung der Hauptachsen mit ihrer Nähe zum Bearbeitungspunkt stellt damit mehrere Herausforderungen an die Linearführungen.

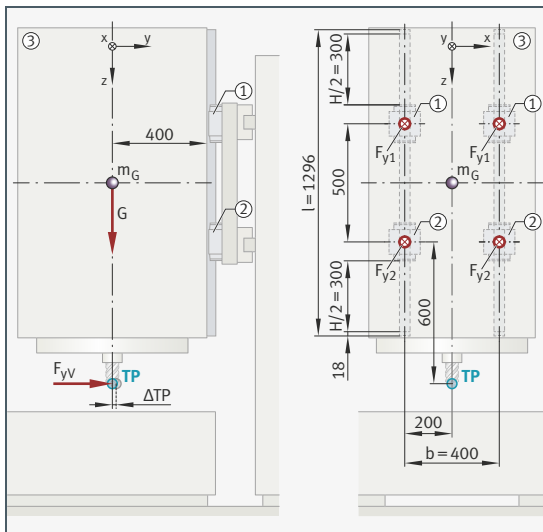
### Daten der Anwendung

Für die Z-Achse der Werkzeugmaschine gelten folgende Anforderungen:

- Vorhandener Bauraum für 2 Linearführungen:  
Schienenabstand  $b = 400$  mm, Schienenlänge  $l = 1296$  mm
- Geforderter Hub  $H = 600$  mm
- Wagenabstand (Wagenmitte) auf jeder Schiene 500 mm
- Position Arbeitspunkt TP (in Mittelstellung der Z-Achse):  
Mittig zwischen den Schienen, 600 mm unterhalb der unteren Wagen
- Max. Bearbeitungskraft im Arbeitspunkt  $F_{yV} = 13$  kN
- Gewichtskraft der Z-Achse  $G = 15$  kN
- Position Massenschwerpunkt:  
Mittig zwischen den Wagen, Abstand 400 mm zur Anschraubfläche der Führungsschienen der Z-Achse
- Beständigkeit gegenüber Werkstoffpartikeln
- Max. zulässige Verlagerung des Arbeitspunkts:
  - beim Schlichten (Bearbeitungskraft  $F_{yS} = 4$  kN):  $\Delta TP \leq 10 \mu\text{m}$
  - bei max. Vorschub (Bearbeitungskraft  $F_{yV} = 13$  kN):  $\Delta TP \leq 20 \mu\text{m}$
- Geforderte Lebensdauer der Laufwagen  $> 10\,000$  km

**Bild 161**  
Belastungsschema und Lageranordnung

- ① Obere Wagen
- ② Untere Wagen
- ③ Z-Achse



## Auswahl des Führungsystems

Um eine hohe Tragfähigkeit und Steifigkeit der Achse zu gewährleisten, kommen in den Hauptachsen von Werkzeugmaschinen vorzugsweise Rollenumlaufeinheiten zum Einsatz. Rollen besitzen im Gegensatz zu Kugeln einen Linienkontakt und können damit höhere Kräfte übertragen. Die im Vergleich zu Kugelführungen höher vorgespannten Rollenumlauf-einheiten erzeugen in Verbindung mit dem Linienkontakt eine äußerst steife Linearführung. Rollenumlauf-einheiten erfüllen mit ihren hohen Tragzahlen zudem die Anforderung an hohe Lebensdauern. Sie bieten außerdem umfangreiche Abdichtungsvarianten und eine Anbindung an eine Zentralschmierung ist ebenfalls möglich.

## Dimensionierung

Aus den vorgegebenen Bearbeitungskräften und der geometrischen Anordnung der Führungswagen lassen sich der höchst belastete Wagen und die auf ihn einwirkenden Kräfte bestimmen. Die Linearführungen in Werkzeugmaschinen besitzen oft eine statische Tragsicherheit von ca.  $S_0 = 8$  bis  $10$ , weil damit in der Regel auch die erforderliche Steifigkeit und Lebensdauer erreicht werden. Somit lässt sich überschlägig eine erste Bestimmung der Baugröße der Linearführung durchführen.

Anhand der vorgegebenen Anordnung der Wagen und Kräfte werden die Belastungen der einzelnen Wagen berechnet. Die Wagen müssen in diesem Anwendungsbeispiel folgende Kräfte aufnehmen:

- Obere Wagen: jeweils  $F_{y1} = -13,8$  kN
- Untere Wagen: jeweils  $F_{y2} = 20,3$  kN

Zur ersten Dimensionierung der Führung wird die statisch äquivalente Kraft ermittelt, welche auf den höchst belasteten Wagen wirkt. Es gilt  $P_0 = F_{\max}$ , in diesem Fall beträgt also  $P_0 = 20,3 \text{ kN}$ . Bei einer statischen Tragsicherheit von  $S_0 = 8$  sollte die Führung also eine statische Tragzahl von ca.  $8 \cdot 20,3 \text{ kN} = 162,4 \text{ kN}$  besitzen. Damit fällt die erste Auswahl auf die Rollenumlaufleinheit RUE45-F mit einer statischen Tragzahl  $C_0 = 215 \text{ kN}$ .

Zur Ermittlung der Lebensdauer werden die wirkenden Kräfte in eine äquivalente Kraft  $P$  umgerechnet. Bei nur einem Lastfall und einer Lastrichtung gilt  $P = F_{\max} = 20,3 \text{ kN}$ . Mit Hilfe der Formel zur Berechnung der nominellen Lebensdauer  $L = (C/P)^{10/3} \cdot 100$  ergibt sich in diesem Fall für die Rollenumlaufleinheit RUE45-F ( $C = 92 \text{ kN}$ ) eine Lebensdauer  $L = (92 \text{ kN}/20,3 \text{ kN})^{10/3} \cdot 100 = 15\,400 \text{ km}$ . Da hier allerdings ausschließlich die Lebensdauer bei der max. Bearbeitungskraft betrachtet wurde, liegt die tatsächliche Lebensdauer wesentlich höher. Die geforderte Lebensdauer wird damit eingehalten.

Zur Ermittlung der Verlagerung des Arbeitspunkts  $\Delta TP$  werden die Einfederungen  $\delta$  der Wagen betrachtet, im Katalog über Einfederungskurven abzulesen. Bei Rollenumlaufleinheiten kommt üblicherweise die Standard-Vorspannungsklasse V3 zum Einsatz, bei Bedarf kann aber eine höhere Vorspannung gewählt werden.

Im beschriebenen Anwendungsfall sind ausschließlich die Verlagerungen durch die Bearbeitungskräfte relevant, da die Verlagerung durch die Gewichtskraft immer vorhanden ist und somit kompensiert werden kann. Daher wurden ergänzend die Wagenlasten  $F$  für die Lastfälle mit und ohne Bearbeitungskräfte berechnet und die Verlagerungen gegenübergestellt:

Berechnungsparameter		Lastfall			
		1	2	3	
Einwirkende Kräfte (Gewichtskraft und Bearbeitungskräfte)		G	$G + F_{yS}$	$G + F_{yW}$	
		kN	15	15 + 4	15 + 12
Wagen unten (Vorspannung V3)	Belastung $F$	kN	6	10,4	20,3
	Einfederung $\delta$	$\mu\text{m}$	3	6	11
Wagen oben (Vorspannung V3)	Belastung $F$	kN	-6	-8,4	-13,8
	Einfederung $\delta$	$\mu\text{m}$	-3	-5	-9
Berechnete Verlagerung im Arbeitspunkt $\Delta TP$		$\mu\text{m}$	10	19	30
Ergebnis: Verlagerung des Arbeitspunkts gegenüber Lastfall 1		$\mu\text{m}$	-	+9	+20

Die Anforderungen hinsichtlich der Steifigkeit der Achse sind somit erfüllt. Hierbei wurde nur die Einfederung der Linearführung berechnet, die Anschlusskonstruktion wurde als vollkommen steif angenommen. Der Maschinenhersteller kann mit Hilfe einer FEM-Berechnung die Verformung der Umgebungskonstruktion mit einbeziehen.



Wird ein Anforderungskriterium nicht erfüllt, muss die Betrachtung mit einer anderen Rollenumlaufseinheit wiederholt werden. Umgekehrt soll auch eine Überdimensionierung vermieden werden. In einem solchen Fall (z. B.  $S_0 > 10$ ) ist eine kleinere Baugröße zu wählen.

- Genauigkeit** Bei der Wahl der Genauigkeitsklasse einer Profilschienenführung sind einerseits die Toleranzen der Höhe sowie des Abstandsmaßes von Anschlagkante der Schiene zu Anschlagkante des Wagens zu betrachten und andererseits die Ablaufgenauigkeit des Wagens auf der Schiene. Bei Hauptachsen der Werkzeugmaschinen kommen meistens die höheren Genauigkeitsklassen G1 oder G0 zum Einsatz.
- Anforderungen an die Umgebungs-konstruktion** Für die Umgebungs-konstruktion sind genaue Anforderungen definiert, um die Präzision der Linearführung in der Anwendung einhalten zu können. Außerdem werden dadurch Zwangsspannungen zwischen den Führungswagen vermieden, die einen negativen Einfluss auf den Verschiebewiderstand und die Lebensdauer der Achse hervorrufen würden.
- Abdichtung** Im Bearbeitungsraum einer Werkzeugmaschine kommen die Hauptachsen mit unterschiedlichsten Partikeln und Medien in Kontakt, z. B. mit sehr feinen Spänen oder mit Kühlschmiermittel, das auf die Schienen und Wagen der Linearführungen spritzt. Um das passende Abdichtungskonzept zu wählen, ist es notwendig, die vom Kunden vorgesehene Abschirmung der Führungen zu kennen. Ist eine Abschirmung der Führungen mit Teleskopabdeckungen geplant, sind die Standardabstreifer der Führungswagen ausreichend. Ist keine Abdeckung der Führungen vorgesehen, sind Zusatzabstreifer an den Führungswagen anzubringen, im betrachteten Anwendungsfall NBR-Zusatzabstreifer.
- Schmierung** Schaeffler Profilschienenführungen können mit Fett, Fließfett oder Öl geschmiert werden. Die Nachschmiermengen und Intervalle sind gemäß Katalog zu berechnen. Die Werte gelten bei sauberen Umgebungsbedingungen und sind bei starker Kontamination anzupassen.
- Überwachung** Zur Überwachung der Schmierung und des Zustands der Linearführung kann zusätzlich das Schaeffler DuraSense-System eingesetzt werden. Damit ist es möglich, den Schmierungszustand jedes Führungswagens einzeln zu bestimmen und ggf. eine Schmierung zu initiieren. Zudem erkennt man durch eine Datenanalyse frühzeitig, ob sich der Zustand der Führungswagen verschlechtert, wodurch Wartungen rechtzeitig geplant werden können und ungeplante Maschinenstillstände vermieden werden. Daher ist der Einsatz des Schaeffler DuraSense-Systems bei schmierungskritischen Anwendungen äußerst sinnvoll.

### Lagerung eines Radsatzes für Schienenfahrzeuge

Fahrzeuge von Bahnen, die auf einer oder mehreren Schienen fahren oder geführt werden, heißen Schienenfahrzeuge (zum Beispiel Eisenbahnen oder Straßenbahnen). Schiene und Fahrzeug sind dabei eng aufeinander abgestimmt und werden üblicherweise als Rad-Schiene-System bezeichnet.

### Daten der Anwendung

Für die Radsatzlagerung gelten folgende technische Daten:

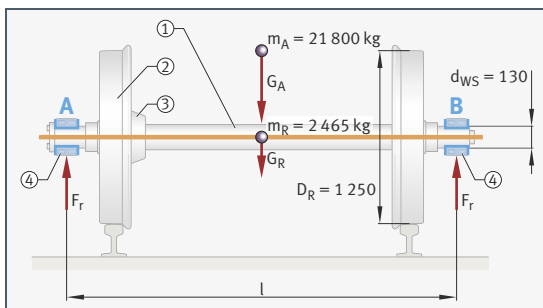
- Anteil der Fahrzeugmasse, die auf das Radsatzlager wirkt,  $m_A = 21\,800\text{ kg}$
- Masse des Radsatzes (Radsatzgewicht)  $m_R = 2\,465\text{ kg}$
- Raddurchmesser (Abrolldurchmesser)  $D_R = 1\,250\text{ mm}$
- Durchmesser des Wellenschenkels  $d_{WS} = 130\text{ mm}$
- Anzahl der Lager pro Achse  $i_R = 2$
- Maximale Reisegeschwindigkeit  $v = 200\text{ km/h}$
- Umgebungstemperatur  $\vartheta = -50\text{ °C bis }+50\text{ °C}$
- Geforderte Lebensdauer der Lager in Laufkilometern  $5\,000\,000\text{ km}$

**Bild 162**

Belastungsschema und Lageranordnung

A, B = Lagerstellen

- ① Radsatzwelle
  - ② Radscheibe
  - ③ Nabensitz
  - ④ Radsatzlagereinheit
- F-801804.ZL-L055-M32AX



### Lagerauswahl

Radsatzlager sind sicherheitsrelevante Bauteile; von ihnen hängt in hohem Maße die Betriebssicherheit der Schienenfahrzeuge ab.

Radsatzlagereinheiten bestehen aus einem Gehäuse mit integrierten Wälzlagern. Da die Lager hoch belastet sind und eine hohe Betriebssicherheit gefordert ist, kommen nur Radial-Rollenlager (Zylinder- und Kegellager) zum Einsatz. Die Lager übertragen die Kräfte vom Fahrzeug- oder Drehgestellrahmen auf den Radsatz und damit auf die Schiene.

Für die 6-achsige Lokomotive mit drei Drehgestellen in diesem Beispiel werden Radsatzlagereinheiten mit Zylinderrollenlagern, Kunststoffkäfigen, Blechkappendichtungen und voreingestellter radialer Lagerluft verwendet. Zylinderrollenlager sind zwar Radiallager, sie nehmen jedoch über die Borde auch die auftretenden Axialkräfte auf. Die befetteten und abgedichteten Einheiten sind montagefertig und werden nur noch auf die Radsatzwelle gepresst.

**Dimensionierung** Die Richtlinien des Eisenbahnverbands UIC sehen Wellenschenkel von  $d = 120$  mm bis  $d = 130$  mm vor. Für die Radsatzlagereinheiten mit Zylinderrollenlagern  $d = 130$  mm soll die Lagergröße überprüf werden. Grundlage zur Bestimmung der Lagergröße ist die Achslast. Sie ist das anteilige Fahrzeuggewicht, das pro Radsatz auf die Schienen übertragen wird. Aus der um das Radsatzgewicht  $m_R$  verminderten Achslast  $m_A$  errechnet sich die statische Belastung der Radsatzlager.

Außer der statischen Belastung müssen die Rollenlager auch dynamische Kräfte aufnehmen, die während der Fahrt, zum Beispiel beim Durchfahren von Weichen, Kreuzungen usw., entstehen. Radiale dynamische Zusatzlasten werden durch den Zuschlagfaktor  $f_z$  berücksichtigt. Dieser liegt heute meist zwischen 1,2 und 1,5.

Die radiale Belastung  $F_r$  eines Rollenlagers wird berechnet, indem die gesamte Last gleichmäßig auf die Anzahl der Rollenlager  $i_R$  je Achse aufgeteilt wird.

Zur Berechnung der Lebensdauer  $L_{km}$  muss die dynamische äquivalente Belastung  $P$  ermittelt werden. Die dynamische äquivalente Belastung  $P$  entspricht der Radiallast  $F_r$ , da der Faktor  $f_a$  für die axiale Belastung 1 ist (die Axialkräfte wirken sich nicht unerheblich auf die Lager aus).

Mit der dynamischen äquivalenten Belastung  $P$ , der dynamischen Tragzahl  $C$  und dem Raddurchmesser  $D_R$  wird die nominelle Lebensdauer in Laufkilometern ermittelt:  $L_{km} = (C/P)^{10/3} \cdot D_R \cdot \pi$ . Die Berechnung ergibt  $5,44 \cdot 10^6$  km. Da für die Anwendung eine nominelle Laufleistung von 5 Millionen Kilometer gefordert ist, ist die Radsatzlagereinheit ausreichend dimensioniert.

**Gestaltung der Umgebungs-konstruktion, Bearbeitungs-toleranzen** Das Gehäuse muss als Verbindungsteil zwischen Fahrgestellrahmen und Radsatz die auftretenden Kräfte sicher übertragen. Der Werkstoff für die Gehäuse hängt im Wesentlichen von den Betriebs- und Einsatzbedingungen ab. Fahrzeuge des Nahverkehrs sind häufigen Beschleunigungs- und Bremsintervallen ausgesetzt. Deshalb werden dort bevorzugt Leichtmetallgehäuse eingebaut. Ansonsten dominiert Sphäroguss.

Da die Innenringe der Rollenlager Umfangslast haben, werden sie fest auf den Wellenschenkeln gepasst. Für Wellendurchmesser  $> 105$  mm hat sich dazu die Toleranz p6 bewährt. Für die Außenringe liegt Punktlast vor. Die Gehäusebohrung hat üblicherweise die Toleranz H7 oder H6.

- Schmierung** Die Radsatzlagereinheiten sind fettgeschmiert und ab Werk befettet. Verwendet werden Lithiumseifenfette der Konsistenzklasse (NLGI-Klasse) 2 oder 3 mit geeigneter Additivierung. Die Fettfüllung wird normalerweise bei der Fahrzeug-Hauptuntersuchung erneuert. Die guten Laufeigenschaften der Kunststoffkäfige verlängern die Fettgebrauchsdauer und damit die Wartungsintervalle.
- Abdichtung** Neben berührenden Dichtungen haben sich für höhere Geschwindigkeiten und Drehzahlen berührungsfreie Dichtungen durchgesetzt. Möglich ist auch die Anordnung mehrerer Spalte in Form eines Labyrinths. Sehr häufig werden – wie in dieser Anwendung – Spaltdichtungen durch Blechkappen realisiert.
- Montage und Demontage** Für die Montage der Lager empfiehlt sich das thermische Verfahren mit einem geeigneten induktiven Anwärmergerät, zum Beispiel aus der Baureihe HEATER. Alternativ können die Lager mit einer hydraulisch unterstützten Aufpressseinheit montiert werden (TOOL-RAILWAY-Werkzeuge). Demontiert werden die Lager mit einer hydraulisch unterstützten Abzieheinheit (TOOL-RAILWAY-Werkzeuge).
- Überwachung** Ein implementiertes Überwachungssystem erfasst Schwingungen, die Temperatur und die Radlastverteilung. Das System überwacht kontinuierlich den Zustand der Lagerung, die Radsatztemperatur und die Radlasten, um frühzeitig Verschleiß, Überhitzung oder Ungleichmäßigkeiten zu erkennen.
- Durch automatisierte Warnungen erfolgt eine rechtzeitige Wartung, was die Radsatzlebensdauer verlängert. Die proaktive Zustandsüberwachung minimiert die Ausfallzeiten und sorgt für den zuverlässigen und effizienten Betrieb der Schienenfahrzeuge.
- Digitalisierung** Die Radsatzlager sind mit einem DataMatrix-Code (DMC) versehen, der per Laser aufgebracht wird. Dieser ermöglicht die Erfassung produktspezifischer Daten des Lagers und erleichtert den Informationsaustausch zwischen Komponentenlieferant, Fahrzeughersteller und Betreiber.
- Über den Schnittstellen-Standard GS1 EPCIS erfolgt der Datenaustausch mittels einer Datenbank. Der DataMatrix-Code unterstützt die genaue Zustandsdiagnose im Schienenfahrzeug, da die im Überwachungssystem erfassten Daten den einzelnen Radsatzlagern zugeordnet werden können.

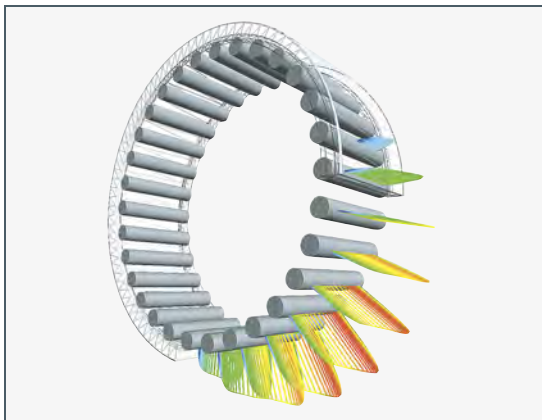
### Bearinx Berechnungssoftware von Schaeffler

→ Bearinx ist eines der führenden Programme zur Berechnung von Wälzlageren. Damit wird die detaillierte Analyse von Wälzlagerungen möglich – vom einzelnen Lager über umfangreiche Wellen- und Linearführungssysteme bis hin zu komplexen Getrieben. Die gesamte Berechnung erfolgt in einem durchgängigen Berechnungsmodell. Auch bei umfangreichen Getrieben geht die Kontaktpressung an jedem einzelnen Wälzkörper in die Berechnungen ein. Dabei berücksichtigt → Bearinx unter anderem:

- Nichtlineares, elastisches Federungsverhalten der Lager
- Elastizität von Wellen und Gehäusen
- Einflüsse von Passung, Temperaturen und Drehzahl auf das Betriebspiel oder die Vorspannung der Lager und auf den Druckwinkel
- Rollen- und Laufbahnprofilierungen sowie Laufbahnschmiegunen
- Belastungsbedingte Druckwinkelverlagerungen bei Kugellagern
- Reale Kontaktpressung unter Berücksichtigung von Schiefstellung und Profilierung der Wälzkörper
- Einflüsse von Schmierungsbedingungen, Verschmutzung und realer Kontaktpressung auf die Ermüdungslebensdauer

#### **Bild 163**

*Detailgenau:  
Selbst die Kontaktpressung an jedem einzelnen Wälzkörper geht in die Berechnung ein*



Eine übersichtliche Ergebnisdokumentation sowie die grafische Darstellung der Wellenreaktionen und der inneren Lastverteilung der Lager erleichtern die Analyse der Konstruktionsvarianten. Mit dem Online-Tutorial und einem ausführlichen Hilfesystem lässt sich bequem das ganze Potenzial von → Bearinx ausnutzen.

Die ISO/TS 16281 definiert eine einheitliche Berechnung der Ermüdungslebensdauer unter Verwendung computergestützter Berechnungsverfahren auf dem heutigen Stand der Technik. Dieses Berechnungsverfahren steht selbstverständlich auch in der Online-Version zur Verfügung.

### Kundenversion – Bearinx-online Rotative

Marktübliche Berechnungswerkzeuge verwenden meist stark vereinfachte Berechnungsverfahren. Die Schiefstellung der Lager infolge der Wellendurchbiegung und das unterschiedliche Federungsverhalten verschiedener Lagerbauarten bleiben dabei weitgehend unberücksichtigt. Auch die innere Lastverteilung der Lager – maßgebend für die Ermüdungslebensdauer – wird im Allgemeinen nur durch Näherungsverfahren ermittelt.

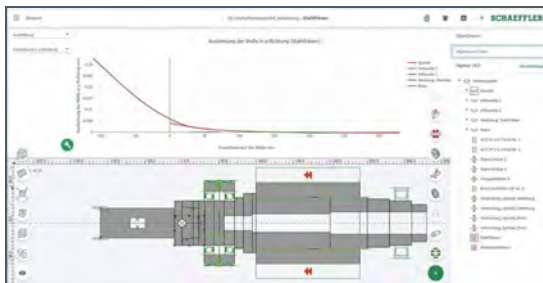
Mit Bearinx-online Rotative ist es möglich, die reale Beanspruchung unter Berücksichtigung der Wellendurchbiegung und des Federungsverhaltens der Wälzlager zu bestimmen. Selbstverständlich wird dabei auch die innere Lastverteilung im Lager exakt berechnet – bis hin zur Kontaktpressung unter Berücksichtigung des realen Wälzkörperprofils.

Die Algorithmen von Bearinx-online Rotative sind identisch mit denen von Bearinx, das bei Schaeffler eingesetzt wird. Bearinx-online Rotative ermöglicht die Berechnung mehrfach gelagerter, einachsiger Wellensysteme. Eine benutzerorientierte Oberfläche unterstützt bei der Eingabe der Daten. Die 3-D-Visualisierung sowie die 2-D-Darstellung mit Bemaßung erleichtern die Kontrolle der Daten.

Die Bestückungsdaten sowie die Geometrie der Wälzlager werden mittels integriertem Schaeffler-Katalog zur Verfügung gestellt. Die eigentliche Berechnung wird dann von den leistungsfähigen Schaeffler-Berechnungsservern übernommen. Eingabedateien, die mit Bearinx-online Rotative erstellt werden, sind mit Bearinx kompatibel. Dadurch wird die weitere Kommunikation mit den Schaeffler-Beratungsingenieuren erleichtert und Doppelarbeit vermieden.

**Bild 164**

*Bearinx-online Rotative,  
Wellenreaktionen  
grafisch dargestellt*



Mit dem Programm ist nicht beabsichtigt, die Beratungs- und Berechnungsdienstleistungen von Schaeffler auf die Kunden zu verlagern. Ganz im Gegenteil: Schaeffler möchten dadurch noch enger mit seinen Kunden zusammenarbeiten. Ziel ist, gemeinsam schon in der frühen Konstruktionsphase eine geeignete Vorauswahl an Wälzlagern zu treffen, um die Entwicklungszeiten beim Kunden zu verkürzen.

### **Bearinx-online Rotative – ein Überblick**

- Berechnung der Lagersteifigkeit im Betriebspunkt unter Berücksichtigung aller relevanten Einflüsse
- Grafische Darstellung von Wellenreaktionen (Wellendurchbiegung und Wellenneigung)
- Starre und elastische Anstellung der Lager im jeweiligen Wellensystem
- Berechnung der Ermüdungslebensdauer nach ISO/TS 16281
- Einfache Modellierung der Wellensysteme über integrierte Assistenten

Die Nutzungsbedingungen für die Software sowie die Inanspruchnahme zusätzlich erforderlicher Leistungen wie Schulung und Support werden durch eine gegenseitige vertragliche Vereinbarung geregelt.

Für die Schulung zu Bearinx-online Rotative wird eine Aufwandsentschädigung erhoben. Für Hochschulen ist die Einführung der Programmnutzung kostenlos.

Informationen zur Kundenversion und die Möglichkeit, die Registrierung/Nutzung zu beantragen, gibt es im Schaeffler-Internetportal unter: <https://www.schaeffler.de/Berechnung>.

**Weitere Module** Über Bearinx-online hinaus bietet Schaeffler für jeden kostenlos weitere spezialisierte Module, die Easy-Reihe, an:

- Bearinx-online Easy Linear
- Bearinx-online Easy LinearSystem
- Bearinx-online Easy Friction
- Bearinx-online Easy BallScrew
- Bearinx-online Easy RopeSheave
- Bearinx-online Easy EMachine
- Bearinx-online Easy Pump

### Reibungsberechnung mit Easy Friction

Mit dem Modul Easy Friction ist es möglich, die Reibungsgrößen von Schaeffler-Wälzlagern nach einem detaillierten Verfahren zu bestimmen. Selbstverständlich wird dabei die innere Lastverteilung mit den Kontaktpressungen an den Laufbahnen und Borden mit der realen Wälzkörperprofilierung berücksichtigt. Der Berechnung liegt eine Theorie zur Reibungsberechnung zugrunde, die auf physikalischen Algorithmen basiert und in umfangreichen Versuchswerten bestätigt wurde. Die Lagerlebensdauer wird nach ISO/TS 16281 berechnet.

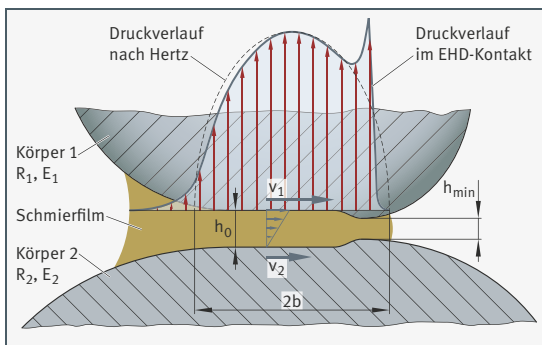
Die Algorithmen von Bearinx-online Easy Friction berücksichtigen insbesondere folgende Parameter:

- Verluste der Wälz- und Gleitkontakte
- Verluste in der lastfreien Zone
- Planschverluste
- Dichtungsreibung

Aufgrund der nahtlosen Einbettung in die bei Schaeffler verwendete „Muttersoftware“ Bearinx kommen daneben weitere typische Einflussgrößen zum Tragen:

- Radial- und Axialbelastung
- Verkippung der Lagerringe
- Schmierstoff (Viskositätsklasse)
- Temperatur
- Präzise Lager-Innengeometrie
- Lagerspiel
- Profilierung der Lagerkomponenten
- Bordgeometrie

**Bild 165**  
Elasto-hydrodynamischer Kontakt (EHD-Kontakt)





### **Schneller Reibungsvergleich verschiedener Lagerungskonzepte**

Durch den Austausch der Lager lassen sich verschiedene Lagerungskonzepte schnell und komfortabel miteinander vergleichen. Das ermöglicht, eine effiziente und auf Reibung optimierte Lageranordnung zu finden. Alle Eingabedaten lassen sich lokal speichern. Dadurch können Änderungen an einem bestehenden Vorgang schnell durchgeführt werden, ohne Daten doppelt eingeben zu müssen. Darüber hinaus ist ein Austausch der gespeicherten Datei mit dem Schaeffler-Ingenieurdienst möglich, um eine optimale Lagerauslegung zu erreichen.

Die wichtigsten Ergebnisse werden unmittelbar in einem Ergebnisfenster angezeigt. Zusätzlich können die Eingabedaten und die Berechnungsergebnisse in einer PDF-Datei dokumentiert werden.

### **Berechenbare Lagerbauarten**

Mit Bearinx-online Easy Friction lassen sich folgende Bauarten berechnen:

- Rillenkugellager
- Schrägkugellager
- Kegelrollenlager
- Pendelrollenlager
- Nadellager
- Zylinderrollenlager

Das Berechnungsprogramm steht ausschließlich online zur Verfügung. Die Erstregistrierung nimmt nur wenig Zeit in Anspruch.

Informationen zur Kundenversion und die Möglichkeit, die Registrierung/Nutzung zu beantragen, gibt es im Schaeffler-Internetportal unter:  
<https://www.schaeffler.de/Berechnung>.

### medias – Wissensdatenbank, elektronisches Auswahl- und Beratungssystem

Neben dem Schaeffler-Produktkatalog liefert die Plattform **medias** Informationen zu allen Produkten und Servicelösungen inklusive einer Wissensdatenbank sowie Onlinetrainings. Bei der Produktauswahl unterstützen Berechnungs- und Konfigurationstools. Ferner werden zahlreiche Industrielösungen gezeigt, die Produkte mit möglichen Anwendungen verknüpfen. **medias** ist eine umfassende, zuverlässige Hilfe zur Selbsthilfe, die nahezu alle Fragen der Lagertechnik beantwortet.

#### Digitaler Produktkatalog

Nutzer bekommen auf **medias** alle Produktinformationen aus einer Datenquelle. Der digitale Produktkatalog beinhaltet E-Commerce-Funktionen und ist erweitert mit detaillierten technischen Informationen zu Produkten und Servicelösungen in Form einer umfassenden Wissensdatenbank. Zu den Produkten können CAD-Daten heruntergeladen und in eigene Anwendungen importiert werden.

#### Engineering-Tools

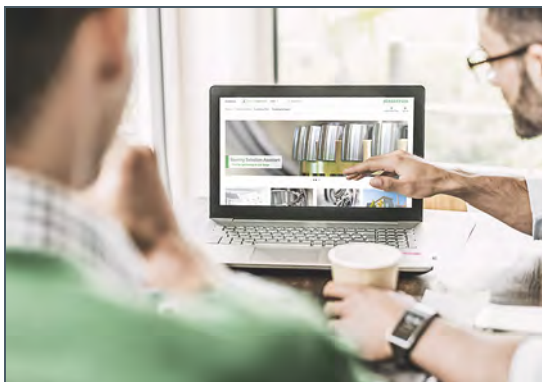
**medias** integriert zahlreiche Tools, die bei der Berechnung und der bedarfsgerechten Konfiguration der gewünschten Produkte helfen. Das spart Zeit bei der Produktauswahl und vereinfacht das Handling.

Tools sind zum Beispiel:

- Lagerauswahl-Assistent
- Gehäuseauswahl-Assistent
- Linear-Konfiguratoren
- medias-interchange
- Bearinx-Berechnungsmodule (siehe Seite 739 bis Seite 743)
- Heating Manager
- Lager-Frequenzrechner
- Fettauswahlhilfe

**Bild 166**  
**medias**

Lagerauswahl-Assistent



**medias** Das dreistufige Nutzermodell von **medias** bietet einen passenden Account für alle User. Im öffentlichen Bereich von **medias** stehen alle Beratungsfunktionen und alle produkt- und sektorspezifischen Inhalte von Schaeffler Industrie zur Verfügung.

**medias Plus** Bei **medias Plus** erhalten Mitglieder Zugang zu exklusiven Zusatzinhalten.

**medias Business** Geschäftskunden erwartet mit **medias Business** ein erweiterter Produktkatalog sowie noch effizientere Bestell- und Kommunikationsprozesse.

Über folgenden Link gelangen Sie zu **medias**:

<https://medias.schaeffler.de>.

<b>A</b>	
Abgeleitete Einheit .....	21
Ablaufgenauigkeit .....	696, 707
Ableitung (Analysis) .....	46
Abmaß .....	404
ABS (Antiblockier-System) .....	205
Abscherbeanspruchung .....	231
Abschnittanzahl .....	393
Abschnittlänge .....	393
Abschrägung .....	370
Absolutpositionsmessung .....	209
Abstreifer .....	735
Abstreifkraft, Gewinde .....	517
Additionstheorem .....	50
Additivierung .....	738
Aktor .....	192, 196
Aktorlager .....	213
Akustik .....	148, 168
Algebra .....	41
Algebraische Gleichung 1. Grades .....	42
Algebraische Gleichung 2. Grades .....	41
Algebraische Summe .....	40
Allgemeintoleranz .....	404, 468
Alphabet Griechisch .....	35
Aluminium-Gusslegierung .....	324
Aluminium-Knetlegierung, aushärtbar .....	324
Aluminium-Knetlegierung, nicht ausgehärtet .....	324
Aluminiumlegierung .....	324
Aluminiumlegierung, nicht ausgehärtet .....	324
Aluminiumoxid (Isolationsschicht) .....	566
Amplitudenmodulation .....	219
Analysis .....	46
Anforderungen (Wälzlager) .....	570
Angabe Freistich .....	372
Angloamerikanisches Einheitensystem .....	31
Anlassen .....	306
Anlassfarbe .....	310
Anlaufscheibe, axial .....	728
Anstellung, elastisch .....	631
Antiblockier-System (ABS) .....	205
Antriebsart .....	186
Anwärmgerät .....	720, 723, 726, 729, 738
Anwärmmöglichkeit .....	489
Anwendung .....	716
Anziehdrehmoment .....	511
Anziehdrehmoment, Schraubenverbindung .....	518, 525, 528
Anziehungsfaktor, Schraubenverbindung .....	518, 520
Anziehverfahren, Schraubenverbindung .....	520
Argument .....	44
Arithmetik .....	40
Arithmetische Folge .....	45
Arithmetische Reihe .....	45
Arithmetisches Mittel .....	40
Assoziativgesetz (Arithmetik) .....	40
Astronomische Einheit .....	118
Astronomische Größe .....	118
Atom .....	108
Atomarer Grundbaustein .....	108
Atomgewicht .....	94
Atommasse .....	96
Atomphysikalische Größe .....	110
Atomradius .....	110
Auflagerart, eben .....	251
Ausbruch .....	353
Ausdehnungskoeffizient, linear, thermisch .....	116
Aushärten .....	309
Auswertelänge .....	393
Auswertung, statistisch .....	76
Außendurchmesser, Kopfauf­fläche .....	516
Außenring-Überrollfrequenz (BPFO) .....	220, 222
Automatenstahl, mechanische Eigenschaften .....	294
Axial-Kegelrollenlager .....	676
Axialkraft, Schraubenverbindung .....	516, 517
Axial-Kugellager .....	673
Axiallager, Lagersitz .....	633
Axiallastfaktor .....	572
Axial-Laufrolle .....	724
Axial-Pendelrollenlager .....	676
Axial-Radiallager .....	679
Axial-Rollenlager .....	675
Axial-Schräggugellager .....	674, 679
Axial-Schräggugellager, dreireihig .....	670
Axial-Schräggugellager, einreihig .....	669

Axial-Schrägkugellager, zweireihig .....	670, 675	Beschichtungsverfahren .....	555
Axialspannung .....	234	Betätigungsart .....	186
Axonometrische Darstellung .....	352	Betrieb, erschwert .....	613
<b>B</b>		Betriebsbeanspruchung, Schraubenverbindung .....	526
Bainithärten .....	307	Betriebsbedingungen (Wälzlager) .....	570
Ball pass frequency inner race (BPFI) .....	221, 222	Betriebsdrehzahl, thermisch zulässig .....	600
Ball pass frequency outer race (BPFO) .....	220, 222	Betriebskraft, Schraubenverbindung .....	516
Ball spin frequency (BSF) .....	221, 222	Betriebsspiel .....	615
Baryon .....	109	Betriebstemperatur .....	577
Basiseinheit (SI-System) .....	18	Betriebsviskosität .....	577
Basisgröße .....	18	Betriebswert, äquivalent .....	690
Baukasten .....	342	Bewegung erzeugen .....	534
Baukasten (Produktentwicklung) .....	342	Bewegungsgewinde .....	496
Baureihe .....	341	Bewegungsgleichung .....	124, 154
Baureihe (Produktentwicklung) .....	341	Bewegungsschraube .....	494
Baustahl, unlegiert, mechanische Eigenschaften .....	284	Bewegungswiderstand, Lagerreibung .....	569
Bauteil, Innenleben .....	353	Bewertungsmethode .....	340
Bauteiloberfläche .....	553	Bezug .....	454, 458
Beanspruchung .....	224	Bezugsbedingung .....	599
Beanspruchung, dynamisch .....	276	Bezugsdrehzahl, thermisch .....	599
Beanspruchung, Gummifeder .....	547	Bezugs Ebene .....	366
Beanspruchung, stationär .....	279	Bezugssystem .....	416
Beanspruchungsart .....	230	Bezugsviskosität, Bestimmung .....	610
Bearinx Berechnungssoftware .....	739	Bezugsviskosität, Schmierstoff .....	577
Bearinx-online Rotative .....	740	Biegebeanspruchung .....	281
Befestigungsgewinde .....	496	Biegelinie .....	232
Befestigungsschraube .....	494, 495	Biegelinie, elastisch .....	254
Beiwert $K_c$ .....	587	Biegung .....	232
Belastung, dynamisch äquivalent .....	690	Biegung, querkraftfrei .....	231
Belastung, kombiniert .....	690	Binärzeichen .....	69
Belastungsfall .....	279	Binom .....	40
Bemaßung, Formelement .....	369	Binomialkoeffizient .....	39
Bemaßung, Freistich .....	372	Bit .....	69
Bemaßung, Gewinde .....	371	Blattgröße .....	363
Bemaßung, normgerecht .....	364	Blechkäfig .....	618
Bemaßung, steigend .....	368	Blende (Ventil) .....	183
Bemaßungsregel .....	367	Blockschaltbild .....	201
Berechnungssoftware .....	739	Bogenhöhe, Kreis .....	53
Beschichtung .....	552, 553	Bogenlänge, Kreis .....	53
Beschichtungsbaukasten .....	558	Bohrungsdurchmesser .....	516
		Bördelnaht .....	376
		Breitenreihe .....	620
		Bremse .....	538

Brennstoffzelle .....	IX	Datensatz im 3-D-CAD-System .....	348
Brinellhärte .....	288, 317	Datenübertragung .....	215
BRS-Dichtung .....	644	Dauerfestigkeit .....	277, 722
Bruchfestigkeit .....	227, 694	Dauerfestigkeits-Schaubild, Smith .....	277
Bruchform .....	240	Dauerschwingbeanspruchung, Schraube .....	518
Bruchkraft, Schraubengewinde .....	517	Dauerschwingbeanspruchung, Schraubenverbindung .....	527
Brünieren .....	556	Deckscheibe .....	644
Byte .....	69	Dehngrenze, Schraube .....	518
<b>C</b>		Dehnung .....	230
CAD (Computer Aided Design) .....	342	Demodulation .....	219
CAD-Modellierung .....	343	Determinante .....	42
CAE (Computer Aided Engineering) .....	342	Dezimalsystem .....	70
CAM (Computer Aided Manufacturing) .....	342	DHV-Naht .....	378, 380
Candela .....	20	DHY-Naht .....	379
CAO (Computer Aided Optimization) .....	342	Diamond Like Carbon (DLC) .....	555
CAQ (Computer Aided Quality) .....	342	Dichtblech, axial federnd .....	645
Chemie .....	94	Dichten .....	533
Chemische Stoffe .....	105	Dichtfläche, Schraubenverbindung .....	516
CNC-Drehmaschine .....	721	Dichtring, Schaeffler, federlos .....	644
Computer Aided Design (CAD) .....	342	Dichtring, Spritzkante .....	643
Computer Aided Engineering (CAE) .....	342	Dichtscheibe .....	645, 646
Computer Aided Manufacturing (CAM) .....	342	Dichtung, berührend .....	644, 738
Computer Aided Optimization (CAO) .....	342	Dichtung, berührungsfrei .....	642, 731, 738
Computer Aided Quality (CAQ) .....	342	Dichtung, Lager .....	642
Computertomograf .....	214	Dielektrisches Polymer .....	213
Corrotect-Schichtsystem .....	562	Differenzial (Analysis) .....	46
Cronidur .....	617	Differenzialform der Grundfunktionen .....	47
Cronitect .....	617	Differenzialquotient .....	46
Cyber-physisches System (CPS) .....	193	Diffusionsglühen .....	309
<b>D</b>		Diffusionsverfahren, thermochemisch .....	555
Dämpfen (Mechatronik) .....	214	Digitaler Produktkatalog medias .....	646, 717, 744
Dämpfer .....	550	Dimensionelle Tolerierung .....	404
Dämpfungsfähigkeit .....	544	Dimensionierung .....	688, 701, 711, 716, 733
Dämpfungskrafterregung .....	166	Dimensionslose Kennzahl .....	120
Darstellung, axonometrisch .....	352	Dimetrische Projektion .....	352
Darstellungslehre .....	348	Direktantriebstechnik .....	XI
Data Mining .....	346	Direktlagerung .....	728
DataMatrix-Code (DMC) .....	738	Diskriminante .....	41
Daten, kommerziell (Wälzlager) .....	570	Dissipative Kraft .....	129
		Divisionsmethode .....	71
		DLC (Diamond Like Carbon) .....	555
		Doppel-HV-Naht .....	378
		Doppelkehlnaht .....	380
		Doppel-T-Stoß .....	375

Drall .....	137	Dynamik .....	122
Drehbewegung übertragen .....	536	Dynamische Beanspruchung .....	276
Drehfrequenz, Wälzkörper (BSF) .....	221, 222	Dynamisches Gleichgewicht, d'Alembert .....	124
Drehimpulssatz .....	136	Dynamisches Grundgesetz .....	136
Drehlager .....	568		
Drehmoment, Schraubenachse .....	518	<b>E</b>	
Drehmoment, übertragbar .....	478	E-Achse .....	IX
Drehmomentmessung .....	211, 567	Easy Friction, Reibungsberechnung .....	742
Drehmotor .....	173	Ebenheit .....	459
Drehrohrföfen .....	724	Ecknaht .....	380
Drehstabfeder .....	545	Eckstoß .....	376
Drehstoß .....	140	Eigenfrequenz .....	148
Drehstrommotor .....	718	Eigenkreisfrequenz .....	156, 158
Drehverbindung .....	678	Eigenschaft (Konstruktionselement) .....	472
Drehzahl, thermisch zulässig .....	589, 600	Eigenschwingung .....	148
Drehzahlverhältnis .....	602	Einbaulage .....	349
Dreieck .....	55	Einheit (fps-System/angloamerikanisch) .....	31
Dreieck, eben .....	51	Einheit (SI-System) .....	21
Dreieck, rechtwinklig .....	52	Einheit, abgeleitet .....	21
Dreieckfeder .....	544	Einheit, astronomisch .....	118
Dreigelenkstütze .....	251	Einheitensystem .....	18
Drillung .....	233	Einheitsbohrung .....	446
Drossel .....	183	Einheitskraft .....	256
Druckbeanspruchung .....	230, 279	Einheitskreis .....	49
Druckbelastbarkeit .....	607, 611	Einheitsmoment .....	256
Druckellipse .....	266	Einheitswelle .....	446
Druckfläche .....	269, 270	Einsatzhärten .....	274, 307
Dualsystem .....	70	Einsatzhärten, Temperatur .....	313
Dualsystem, Grundrechenarten .....	73	Einsatzstahl .....	275
Dualzahl, Umrechnung .....	73	Einsatzstahl, Brinellhärte .....	288
Dünnblechschweißung .....	376	Einschränkung (toleriertes Element) .....	458
Dünnringlager .....	655	Einspannung, fest .....	251
Dünnschichtsystem, tribologisch .....	556	Einstell-Nadellager .....	668
Duplex-Stahl .....	289	Einstellschraube .....	494
Durchbiegung .....	256	Einstellungsklasse .....	393
Durchhärtung .....	273	Einstellverfahren, Schraubenverbindung .....	520
Durchmesser (Bemaßung Formelement) .....	369	Eisen-Kristallgitter .....	311
Durchmesser, wirksamer, Schraubenkopf-/Mutterauflage .....	516	Elastizitätsmodul .....	225
Durchmesserreihe .....	620	Elastomer, Gummifeder .....	548
Durchschlagsfestigkeit .....	566	Elastomer, thermoplastisch (TPE) .....	328
Durchsteckschraubenverbindung .....	495	Elektrolytische Spannungsreihe .....	104
Durotect-Schichtsystem .....	563	Elektromagnetische Strahlung .....	113
DV-Naht .....	377, 380	Elektromobilität .....	IX
DY-Naht .....	379		





Flächenmoment 2. Grades .....	245	Funktionserweiterung .....	207
Flächenmoment 2. Grades, axial .....	242	Funktionsintegration .....	553
Flächenmoment, axial .....	242	Funktionstransfer .....	205
Flächenpressung, Kopfauflagefläche .....	530		
Flächenpressung, maximal, Schraubenverbindung .....	527	<b>G</b>	
Flächenpressung, Mutterauflagefläche .....	530	Gammastrahl .....	114
Flächenpressung, Schraubenverbindung .....	518	Gauß'sche Normalverteilung .....	82
Flächenprofil .....	460	Gebrauchsdauer .....	570, 586, 691, 704, 719
Flachkäfigführung .....	685	Gebrauchslage .....	349
Flachnaht .....	380	Gebrochene Zahl .....	70
Flammhärtung .....	274	Gegenlage (Schweißnaht) .....	377
Flankendurchmesser, Schraubengewinde .....	516	Gehäuseeinheit .....	657
Fließbeginn .....	239	Gehäusetoleranz .....	635
Fließgrenze .....	227	Gehäusetoleranz, Axiallager .....	638
Fluchtungsfehler .....	655	Gehäusetoleranz, Radiallager .....	637
Flügelzellenpumpe .....	172	Gelenk .....	252
Flüssigkeitsschall .....	168	Gelenkkopf .....	683
Folge, arithmetisch .....	45	Gelenklager .....	682
Folge, geometrisch .....	46	Gelenklager, fest .....	251
Förderstrom .....	174	Gelenklager, verschieblich .....	251
Formabweichung .....	404	Gelenklager, wartungsfrei .....	682
Formänderung, elastisch .....	224, 225	Gelenklager, wartungspflichtig .....	683
Formänderung, plastisch .....	224, 225	Genauigkeitsklasse .....	696, 735
Formänderungsarbeit, passiv .....	256	Geometrie .....	49
Formbuchstabe .....	508	Geometrische Folge .....	46
Formel (chemische Stoffe) .....	105	Geometrische Grundkonstruktion .....	63
Formelement, Bemaßung .....	369	Geometrische Produktspezifikation (ISO GPS) .....	406, 424
Formgedächtnislegierung .....	213	Geometrische Reihe .....	46
Formschluss, mittelbar .....	476	Geometrische Tolerierung .....	404
Formschluss, unmittelbar .....	476	Geometrisches Mittel .....	40
Formtoleranz .....	451	Geradheit .....	459
Formtoleranz, Lagersitzfläche .....	639	Geräusch .....	604
Fourier-Analyse .....	149	Geräuschindex .....	604
Freihandlinie .....	361	Geräuschniveau .....	604
Freihandzeichnung .....	348	Gesamtplanlauf .....	463
Freistich .....	372	Gesamttriebmoment .....	589
Frequenz .....	22, 148, 158	Gesamtrundlauf .....	463
Frequenz, kinematisch .....	222	Gesamtwirkungsgrad .....	174
Frequenzbereich .....	218	Geschwindigkeit (wissenswerte) .....	120
Frequenzspektrum .....	218	Geschwindigkeit, mittlere .....	690
Fugenform .....	376	Gestaltänderungsenergiehypothese ...	240, 241, 272
Führungsfunktion .....	568	Gestaltfestigkeit .....	276
Fundamental train frequency (FTF) .....	222		
Funktionsablauf schalten/steuern/regeln .....	568		

Gestaltung Lagerung .....	625, 716	Größenmaß .....	417
Getriebe .....	539	Größenmaß, linear .....	407, 417
Gewerbliche Bezeichnung (chemische Stoffe) .....	105	Größenmaß, örtlich .....	418
Gewichtskraft .....	29, 154	Größenzahl, Erde .....	119
Gewichtungsfaktor .....	78	Grundbaustein, atomar .....	108
Gewinde .....	496	Grundelement, Zeichnung .....	357
Gewinde, Bemaßung .....	371	Grundgesamtheit .....	74
Gewinde, Grundform .....	496	Grundgesetz, dynamisches .....	136
Gewindeauslauf .....	508	Grundintegral .....	48
Gewindeaußendurchmesser .....	516	Grundkonstruktion, geometrisch .....	63
Gewindebegrenzung .....	371	Grundreihe .....	358, 359
Gewindefreistich .....	508	Grundtoleranz .....	405
Gewindegrund .....	371	Gummifeder .....	547
Gewindegrundloch .....	510	Gummifeder, Berechnung .....	548
Gewindemoment .....	518	Gummifeder, Elastomer .....	548
Gewinde-Nenndurchmesser .....	502	Guss-Aluminiumbronze .....	323
Gewindesteigung .....	518	Gusseisen .....	295
Gießverfahren .....	326	Gusseisen, mit Kugelgraphit .....	297
Gleichgewicht, dynamisch, d'Alembert .....	124	Gusseisen, mit Lamellengraphit .....	295
Gleichgewichtsbeziehung .....	125	Guss-Zinn-Bleibronze .....	322
Gleichgewichtsproblem .....	124	Guss-Zinnbronze .....	322
Gleichung 1. Grades, Algebra .....	42		
Gleichung 2. Grades, Algebra .....	41	<b>H</b>	
Gleitkommazahl .....	69	Halbschnitt .....	353
Gleitlager .....	680	Halbwertszeit .....	110
Gleitlagermaterial, wartungsarm .....	681	Harmonische Schwingung .....	148
Gleitlagermaterial, wartungsfrei .....	681	Harmonisches Mittel .....	40
Gleitmodul .....	225	Härteangabe .....	403
Gleitung .....	225, 230	Härtegradient .....	273
Glockenkurve .....	82	Härtetiefe .....	273, 274
Glühfarbe .....	310	Härteverlauf .....	274
Goldener Schnitt .....	37	Hartstoffschicht, keramisch .....	556
GPS (Geometrische Produktspezifikation) ....	406, 424	Häufigkeit .....	77
Grafisches Symbol .....	381	Häufigkeit, relative .....	78
Grenzabmaß .....	404, 405	Häufigkeitsdichtefunktion .....	76, 82
Grenzabmaß, Außenmaß Welle .....	428	Häufigkeitsschaubild .....	78
Grenzabmaß, Innenmaß Bohrung .....	428	Hauptansicht .....	349
Grenzdrehzahl .....	599	Hauptfunktion (Konstruktionselement) .....	472
Grenzflächenpressung, Schraubenverbindung .....	518	Hauptlastrichtung .....	714
Grenzmaß .....	405, 412	Hauptspannung .....	224
Grenzschlankheit .....	238	Hauptspindellager .....	722
Größeneinfluss .....	278	Hauptstromdrosselgetriebe .....	177
		Hertz'sche Pressung .....	263, 273



Kegelrollenlager .....	662	Kontaktpaarung .....	263
Kehlnaht .....	379, 380	Kontaktstelle, Wälzpartner .....	722
Keil .....	61	Konversionsverfahren .....	555
Keilwellenverbindung .....	482	Konzentrität .....	462
Kelvin .....	19	Koordinatenbemaßung .....	368
Kennwert, statistischer .....	74	Körper-Berechnung .....	59
Kennzahl, dimensionslos .....	120	Körperschall .....	168
Keramik-Hybridspindellager .....	617	Körperschall-Schnelle .....	168
Keramik-Werkstoff .....	617	Korrelation .....	92
Kerbschlagarbeit .....	283	Korrosionsschutzschicht .....	557
Kerbverzahnung .....	482	Kosinussatz .....	51
Kerndurchmesser (Gewinde) .....	371	Kovarianz .....	93
Kernradius .....	110	Kraft .....	29, 224
Kesselformel .....	234	Kraft (Kinetik) .....	128
Kettenmaß .....	365	Kraft erzeugen .....	534
Kettenregel .....	47	Kraft, dissipativ .....	129
Kinematik .....	122	Kraft, konservativ .....	128
Kinetik .....	122, 128	Kräftegleichgewicht .....	125
Klappregel .....	350, 351	Kraftmessung .....	567
Klassenbreite .....	75	Kraftstoß .....	138
Klasseneinteilung .....	77	Kraftverhältnis .....	518
Klemmkraft .....	515, 516	Kraftverhältnis, Schraubenverbindung .....	518
Klemmlänge, Schraubenverbindung .....	517	Kreisabschnitt, Fläche .....	53
K-Naht .....	378, 380	Kreisfunktion .....	49
Knickbeanspruchung .....	236	Kreislauf, geschlossen .....	178
Knickspannung .....	236	Kreislauf, offen .....	178
Knickung, nach Euler .....	237	Kreuzrollenlager .....	677, 678
Knowledge-based Engineering (KBE) .....	344	Kreuzstoß .....	375
Koaxialität .....	462	Kreuzungsstoß .....	376
Kodierung .....	69	K-Stegnaht .....	379
Kohlenstoffschicht, amorph .....	556	Kugel .....	60
Kolbenbolzen .....	727	Kugel (Bemaßung Formelement) .....	369
Kolbenkompressor .....	727	Kugelumlaufeinheit .....	688
Kolbenkraft .....	728	Kugelumlaufeinheit, sechsreihig .....	699
Kommerzielle Daten (Wälzlager) .....	570	Kugelumlaufeinheit, vierreihig .....	699
Kommutativgesetz (Arithmetik) .....	40	Kugelumlaufeinheit, zweireihig .....	698
Komplexe Zahl .....	44	Kundenversion Bearinx-online Rotative .....	740
Kompressor .....	188	Kunststoff .....	327
Konjugation .....	44	Kunststoff, duroplastisch .....	328
Konservative Kraft .....	128	Kunststoff, elastomer .....	327
Konstante, physikalisch .....	112	Kunststoff, technisch .....	329
Konstruieren, wissenschaftsbasiert .....	344	Kunststoff, thermoplastisch .....	327
Konstruktionselement .....	472, 552	Kunststoff, unverstärkt, thermoplastisch .....	331
Konstruktionsphase .....	338	Kunststoff, verstärkt, thermoplastisch .....	332
Konstruktionswerkstoff .....	282	Kupfer-Aluminium-Gusslegierung .....	323

Kupfer-Aluminium-Knetlegierung .....	321	Lagerkurzzeichen .....	624
Kupferlegierung .....	319	Lagerluft, radial .....	614
Kupfer-Nickel-Knetlegierung .....	321	Lagerreaktion .....	251, 252, 256
Kupfer-Zink-Blei-Knetlegierung .....	320	Lagerschadensmuster .....	220
Kupfer-Zink-Gusslegierung .....	322	Lagersitzfläche .....	599
Kupfer-Zink-Knetlegierung .....	319	Lagersitzfläche, Genauigkeit .....	641
Kupfer-Zink-Mehrstoff-Knetlegierung .....	320	Lagerung, angestellt .....	629
Kupfer-Zinn-Blei-Gusslegierung .....	322	Lagerung, Gestaltung .....	625, 707, 716
Kupfer-Zinn-Gusslegierung .....	322	Lagerung, Hauptspindel, CNC-Drehmaschine .....	721
Kupfer-Zinn-Knetlegierung .....	320	Lagerung, Läuferwelle, Drehstrommotor .....	718
Kupfer-Zinn-Zink-(Blei)-Gusslegierung .....	322	Lagerung, Papierleitwalze, Rollenoffsetmaschine .....	730
Kupplung .....	536	Lagerung, Pleuel, Kolbenkompressor .....	727
Kurbelwelle .....	727	Lagerung, Radial-Laufrollen, Drehrohrfen .....	724
Kurbelzapfen .....	727	Lagerung, Radsatz, Schienenfahrzeug .....	736
Kurtosis .....	400	Lagerung, schwimmend .....	631, 725
Kurvenrolle .....	672	Lagerwerkstoff .....	616
Kurzname, Werkstoff .....	283	Lagetoleranz .....	451
Kurzzeichen, Toleranzklasse .....	404	Lagetoleranz, Lagersitzfläche .....	639
		Lamellenring .....	643
		Längenänderung, Schraubenverbindung .....	517
		Längenmaß, Toleranz .....	412
		Längenmaß, Umrechnung de/en .....	32
		Längspresspassung .....	491
		Längsschnitt .....	354
		Lastrichtung, unbestimmt .....	634
		Latin-Hypercube-Sampling .....	91
		Laufbahn, Schmierung .....	706
		Laufrolle .....	672, 673
		Lautstärkepegel .....	171
		Lebensdauer .....	571
		Lebensdauer, Berechnung .....	702
		Lebensdauer, Dimensionierung .....	688, 701, 711, 733
		Lebensdauer, dynamisch .....	689
		Lebensdauer, erforderlich .....	583
		Lebensdauer, erweitert, modifiziert .....	572
		Lebensdauer, nominell .....	572, 725, 728, 731, 734
		Lebensdauerbeiwert .....	573, 574
		Lebensdauerbeiwert, Verunreinigung .....	579
		Lebensdauerexponent .....	572
		Leerlaufreibung .....	589
		Leichtlauffett .....	731
		Leichtmetallgehäuse .....	737
		Lepton .....	109



Messzweck .....	209	N	
Metall-Polymer-Verbundgleitlager .....	680	Nachgiebigkeit, elastisch .....	518
Metallsalz in Wasser, Löslichkeit .....	103	Nachgiebigkeit, scheinbar .....	529
Mindestbelastung .....	705	Nachgiebigkeitsverhältnis, relativ .....	518
Mindeststeinschraubtiefe .....	527	Nadel-Axial-Rillenkugellager .....	668
Mindesthärte tiefe .....	274	Nadel-Axial-Zylinderrollenlager .....	668, 671
Mindestklemmkraft .....	516	Nadelbüchse .....	666
Mindestklemmkraft, Schraubenverbindung .....	523	Nadelhülse .....	666
Mindestmaß .....	405	Nadelkranz .....	665
Mindestmontagevorspannkraft, Schraubenverbindung .....	524	Nadellager .....	666, 728
Mindestpassung .....	448	Nadellager, bordlos .....	728
Mindeststreckgrenze, Schraubenverbindung .....	524	Nadellager, kombiniert .....	668
Minimum-Material-Grenze (LMLS) .....	466	Nadel-Schrägkugellager .....	668
Mittel, arithmetisches .....	40	Nahtart .....	376
Mittel, geometrisches .....	40	Nahtform .....	375
Mittel, harmonisches .....	40	Nahtsymbol, Ecknaht .....	380
Mittelfrequenztechnikanlage .....	723	Nahtsymbol, Stumpfnaht .....	380
Mittelspannung .....	277	Natürlicher Maßstab .....	364
Mittelwert .....	76, 77	Nebenstromdrosselgetriebe .....	177
Mittelwert der Höhe .....	398	Neigung .....	461
Mittenrauwert .....	402	NE-Metall .....	319
Model-based definition (MBD) .....	348	Nenndruckwinkel .....	695
Modellbasierte Definition (MBD) .....	348	Nenndurchmesser .....	516
Modellbildung .....	198, 199, 200	Nennmaß .....	404, 405
Modifikator		Nennviskosität, Öl .....	577
(Spezifikationsmodifikator, ISO GPS) ....	410, 411	Nesting-Index .....	394
Modifikator, Bezüge .....	455	Newton'sche Stoßhypothese .....	142, 143
Modifikator, ISO 1101 .....	452	Newton'sches Grundgesetz .....	122, 124
Modul (Produktentwicklung) .....	342	Nichteisen-Metall .....	319
Modulation .....	219	Normalform .....	41, 44
Modulstrategie .....	342	Normalglühen .....	309
Mol .....	20	Normalkurve, Lautstärkepegel .....	171
Moment (Festigkeitslehre) .....	224	Normalspannung .....	224
Momentanpol MP .....	141	Normalspannungshypothese .....	240, 241
Momentengleichgewicht .....	125	Normalverteilung, Gauß .....	82
Momentenverlauf .....	252	Normgerechte Bemaßung .....	364
Monitoringsystem .....	XI	Normschrift .....	357
Montagebeanspruchung, Schraubenverbindung .....	524	Normzahl .....	358
Montagevorspannkraft .....	516, 517	Normzahlreihe .....	358
Montagevorspannkraft, Schraubenverbindung .....	520, 525	Numerik .....	69
Monte-Carlo-Methode .....	91	Nut .....	479

<b>O</b>	
O-Anordnung .....	629, 695
Oberfläche, mechanisch .....	393
Oberflächenabweichung .....	404
Oberflächenbeanspruchung .....	553
Oberflächenbeanspruchung, elektrisch .....	554
Oberflächenbeanspruchung, korrosiv .....	554
Oberflächenbeanspruchung, tribologisch .....	553
Oberflächenbeschaffenheit .....	381
Oberflächeneinfluss .....	278
Oberflächenhärte .....	274
Oberflächen-Kenngröße .....	393
Oberflächenprofil, primär .....	394
Oberflächensymbol .....	386
Oberflächentechnik .....	553
Oberflächenunvollkommenheit .....	394
Oberspannung .....	277
OFAT (Versuchsplan) .....	89
Ölbadschmierung .....	612
Öleinspritzschmierung .....	613
Öl-Luftschmierung .....	612
Ölschmierung .....	606, 610
Ölumlaufschmierung .....	612
Ölwechsel .....	613
One-Factor-at-a-Time (Versuchsplan) .....	89
Online-Messung .....	208
Ordnungszahl .....	94, 110
Orthogonalprojektion .....	348
Ortsabweichung .....	404
<b>P</b>	
PACVD-Verfahren (Plasma Assisted Chemical Vapor Deposition) .....	555
Papierleitwalze .....	730
Parallelbemaßung .....	368
Parallelität .....	461
Parallelprojektion, rechtwinklig .....	348
Parallelstoß .....	375
Partielle Integration .....	47
Passfeder .....	479
Passfederverbindung .....	477
Passmaß .....	428
Passschraubenverbindung .....	496
Passstoleranz .....	448
Passung .....	404
Passung, Kriterien .....	632
Passung, lose .....	725
Passungssystem .....	446
PECVD-Verfahren (Plasma Enhanced Chemical Vapor Deposition) .....	555
Pendelkugellager .....	655
Pendelrollenlager .....	663
Pendelstütze .....	251
Periodendauer .....	158
Periodensystem der Elemente .....	94
Pfeilmethode .....	349
Phasenwinkel .....	157
Photon .....	109
Physical Vapor Deposition (PVD) .....	555
Physik .....	108
Physikalische Konstante .....	112
Piezoelement .....	213, 215
P-Kenngröße .....	393
Planetengeräte .....	XI
Planlauf .....	463
Plasma Assisted Chemical Vapor Deposition (PACVD) .....	555
Plasma Enhanced Chemical Vapor Deposition (PECVD) .....	555
Plasmaspritzbeschichtung .....	566
Plattenzusatzkraft .....	517
Plattform (Produktentwicklung) .....	342
Plattformstrategie .....	342
Pleuel .....	728
Pleuellagerung .....	728
Pleuelstange .....	727
Pneumatik .....	172, 188
Pneumatik, Kompressor .....	188
Pneumatik, Motor .....	188
Pneumatikleitung .....	189
Pneumatikventil .....	188
Polyaddukt .....	327
Polygonverbindung .....	483
Polykondensat .....	327
Polymerisat .....	327
Polytetrafluoräthylen (PTFE) .....	555
Position .....	462





Regeln .....	192, 195	Rotative, Bearinx-online .....	740
Regression .....	92	Rotguss .....	322
Reiberadius, Schraubenverbindung .....	518	Rückstellkraft .....	152
Reibleistung .....	588, 589	Rundführung .....	708
Reibmoment .....	511, 518	Rundfunkwelle .....	115
Reibmoment, drehzahlabhängig .....	590	Rundheit .....	459
Reibmoment, lastabhängig .....	590	Rundlauf .....	463
Reibmoment, real .....	588	Rundtischlager .....	679
Reibschlüssige Verbindung .....	484		
Reibung .....	588, 697	<b>S</b>	
Reibung beeinflussen .....	551	Sampling .....	91
Reibungsberechnung, Easy Friction .....	742	Satz des Pythagoras .....	52
Reibungsenergie .....	131	Sauberkeit .....	722
Reibungsgröße .....	589	Schaeffler Geräuschindex .....	604
Reibungsreduzierung .....	563	Schaeffler-Dichtring, federlos .....	644
Reibungszahl .....	512	Schall .....	168
Reibungszahl, Schraubenverbindung .....	518	Schallabsorptionsgrad .....	170
Reibverlustleistung .....	174	Schalldämmmaß .....	170
Reihe, arithmetisch .....	45	Schalldämpfer .....	189
Reihe, geometrisch .....	46	Schalldruck .....	168
Rekristallisationsglühen .....	309	Schallpegel .....	168, 170
Resonanz .....	149	Schalltechnik .....	168
Restklemmkraft .....	516	Scheibenfeder, Druck .....	547
Restklemmkraft, minimal, Schraubenverbindung .....	528	Scheibenkäfig .....	660
Rheologische Flüssigkeit .....	213	Scherbeanspruchung, Schraubenverbindung .....	528
Richtungsabweichung .....	404	Schicht, galvanisch .....	555
Rillenkugellager .....	651	Schicht, maßgeschneidert (tailored coating) .....	554
Rillenkugellager, einreihig .....	651	Schicht, tribologisch .....	555
Rillenkugellager, zweireihig .....	652	Schichtentwicklungsprozess .....	554
Rillenrichtung .....	384	Schichtsystem, Corrotect .....	562
Ring, Spritzkante .....	643	Schichtsystem, Durotect .....	563
R-Kenngröße .....	393, 396	Schichtsystem, Insutect .....	566
Rockwellhärte .....	317	Schichtsystem, Sensotect .....	567
Rohr, dickwandig .....	234	Schichtsystem, Triondur .....	565
Rohr, dünnwandig .....	234	Schiebehülse .....	252
Rohrsignal .....	219	Schiebersteuerung .....	173
Rollenoffsetmaschine .....	730	Schiefe .....	398
Rollenumlaufseinheit .....	697, 733	Schienen-/Käfig-Kombinationen .....	686
Rollenumlaufschuh .....	687	Schienenfahrzeug .....	736
Rollkegelspitze .....	630	Schlankheitsgrad .....	238
Römisches Zahlensystem .....	34	Schleuderscheibe .....	643
Röntgenstrahlung .....	114	Schlupfschaden .....	556
Rotationsfrequenz, Käfig (FTF) .....	222	Schlüsselweite (Bemaßung Formelement) .....	370
Rotationsparaboloid .....	62		

Schmelztemperatur, Salze .....	103	Schwenkmotor .....	173
Schmierfett .....	608	Schwenkwinkel .....	581
Schmierfilm, hydrodynamisch .....	722	Schwerpunktage, ebene Fläche .....	57
Schmierfilmbildung .....	577	Schwerpunktage, homogener Körper .....	61
Schmierintervall .....	706	Schwerpunktage, Linie .....	54
Schmierstoff, Aufgabe .....	606	Schwindmaß .....	303
Schmierung .....	606, 694, 715	Schwinggeschwindigkeit .....	168
Schmierung, Laufbahn .....	706	Schwingung, erzwungen .....	149
Schmierung, Überwachung .....	735	Schwingung, frei .....	148, 159
Schmierungsart, Wahl .....	606	Schwingung, gedämpft .....	149, 159
Schmierverfahren .....	611	Schwingung, gekoppelt .....	149
Schnitart .....	353	Schwingung, harmonisch .....	148
Schnittdarstellung .....	353, 356	Schwingung, mechanisch .....	148
Schnittgröße .....	256	Schwingung, Überlagerung .....	157
Schnittverlauf .....	355	Schwingung, ungedämpft .....	148, 159
Schnittverlauf, geknickt .....	356	Schwingungsamplitude .....	148
Schrägkugellager .....	653, 721	Schwingungsanalyse .....	216
Schrägkugellager, zweireihig .....	654	Schwingungszustandsüberwachung, .....	216
Schrägstoß .....	375	Screening (Versuchsplan) .....	87
Schrägstrich (Maßlinienbegrenzung) .....	365	Sechskantschraube, Auflagefläche .....	530
Schraube, genormt .....	497	Sehnenlänge, Kreis .....	53
Schraubenbiegefeder, zylindrisch .....	545	Seilscheibenlager .....	661
Schraubendurchmesser .....	516	Selbstdiagnose .....	205
Schraubenfeder, zylindrisch .....	545	Selbstkorrektur .....	205
Schraubenkraft .....	517	Senkung (Bemaßung Formelement) .....	370
Schraubenverbindung, Berechnung allgemein .....	511	Sensor .....	192, 193
Schraubenverbindung, hoch vorgespannt, Berechnung .....	514	Sensorik (Lager) .....	208
Schraubenverspannungsdreieck .....	514	Sensotect-Schichtsystem .....	567
Schraubenzusatzkraft .....	517	Setzbetrag, Schraubenverbindung .....	517, 523
Schriftfeld .....	350, 364	Setzen, Schraubenverbindung .....	517, 523
Schriftform .....	357	SGL-Wert .....	604
Schubbeanspruchung .....	230	Sicherheit, gegen Gleiten .....	528
Schubmittelpunkt .....	249	SI-Einheit .....	21
Schubmodul .....	225	Signal, periodisch .....	212
Schubmotor .....	173	Signal, Rohsignal .....	219
Schubspannung .....	224	Signalfluss .....	192
Schubspannungshypothese .....	240, 241, 272	Simulation .....	200
Schulterkugellager .....	652	Sinussatz .....	51
Schutzschicht (Korrosion) .....	557	Sondergetriebe .....	542
Schweißverbindung, Symbol .....	375	Sonnensystem .....	119
Schwellbeanspruchung .....	279	Spaltdichtung .....	642, 738
Schwellfestigkeitswert .....	279	Spannlager .....	656
Schwenklager .....	678	Spannlager, mit Spannring .....	730
		Spannring .....	731
		Spannschraube .....	494

Spannung .....	224	Stauchung .....	230
Spannungsarmglühen .....	308	Stauscheibe .....	643
Spannungsquerschnitt .....	511	Stehlagereinheit .....	657
Spannungsquerschnitt, Schraubengewinde .....	516	Steifigkeit .....	586, 733
Spannungsreihe .....	104	Steifigkeit, Beeinflussung .....	697
Spannungszustand, ein- und mehrachsige .....	239	Steifigkeitskennzahl .....	587
Spezifikation (ISO GPS) .....	406, 409	Steigung, Gewinde .....	518
Spezifikationsmodifikator .....	407	Stellen (Mechatronik) .....	214
Spezifikationsmodifikator, lineares Größenmaß .....	420	Stellenwertsystem .....	69
Spezifikationsmodifikator, Winkelgrößenmaß .....	423	Stereometrie .....	59
Sphäroguss .....	737	Steuern .....	192, 195
Spielpassung .....	425, 446	Stichprobe .....	74
Spielsitz .....	425	Stofffluss .....	192
Spindellager .....	626, 653, 721	Stoffmenge .....	20
Spiralfeder .....	545	Stoffwert .....	96
Spitzenhöhe .....	396	Stoß .....	219
Spritzen, thermisch .....	555	Stoß, gerade, exzentrisch .....	145
Spritzöl .....	729	Stoß, schief, zentral .....	144
Stahl .....	282	Stoßanregung .....	219
Stahl, ausscheidungshärtend .....	289	Stoßart .....	375
Stahl, austenitisch .....	289	Stoßgesetz .....	138
Stahl, austenitisch-ferritisch .....	289	Stoßgesetz, fester Körper .....	142
Stahl, durchhärtend .....	275	Stoßhypothese, Newton'sche .....	142, 143
Stahl, ferritisch .....	289	Stoßperiode .....	143
Stahl, hitzebeständig .....	289	Strahlung, elektromagnetisch .....	113
Stahl, Induktivhärten .....	275	Streckgrenze .....	227
Stahl, korrosionsbeständig .....	289	Streufaktor .....	76
Stahl, martensitisch .....	289	Strichlinie .....	361
Stahl, rostfrei (nichtrostend) .....	289	Strichpunkt-Linie .....	361
Stahl, Wärmebehandlung .....	306	Strich-Zweipunktlinie .....	362
Stahl, warmfest .....	289	Strich-Zweistrichlinie .....	362
Stahlguss .....	295, 301, 302	Stromdurchfluss .....	558
Stahlguss, warmfest .....	302	Stromdurchgang .....	558
Stahlsorte .....	282	Stromisolierung .....	566
Stammfunktion, Integral .....	48	Stromübergang .....	554
Standardabweichung .....	76, 79	Struktur, kubisch-flächenzentriert .....	311
Standard-Normalverteilung .....	83	Struktur, kubisch-raumzentriert .....	311
Standgetriebe, hydrostatisch .....	177	Stufensprung .....	358
Statik, Grundgleichungen .....	124	Stumpfnaht .....	380
Statistik .....	74	Stumpfstoß .....	375
Statistische Auswertung .....	76	Stützlager .....	659
Statistische Versuchsplanung (SVP) .....	87	Stützrolle .....	672
Statistischer Kennwert .....	74	Substitution (Integration) .....	47
		Substrat .....	555
		Summandenmethode .....	72

Summe, algebraisch .....	40	Thermische Expansion .....	213
Summenausfallhäufigkeit .....	86	Thermoelektrische Spannungsreihe .....	104
Summenfunktion .....	76	Tilgungsformel .....	67
Summenkurve .....	78	Toleranz .....	404, 405
Symbol, Anordnung .....	391	Toleranz, Längen- und Winkelmaß .....	413
Symbol, grafisch, profilhafte Oberflächenbeschaffenheit .....	381	Toleranzakzeptanzregel .....	382, 395
Symbol, Nahtart, Nahtform .....	376	Toleranzen (Form, Richtung, Ort, Lauf) .....	451
Symbol, Oberfläche .....	386	Toleranzfeld .....	426
Symbol, Oberfläche, Angaben .....	382	Toleranzindikator .....	456
Symbol, Schweißverbindung .....	375	Toleranzintervall .....	426
Symbol, tolerierte Eigenschaft .....	451, 459	Toleranzklasse .....	404, 427, 635
Symmetrie .....	462	Toleranzklasse, Kurzzeichen .....	404
System, cyber-physisch (CPS) .....	193	Toleranzsystem, ISO .....	404
System, ISO .....	404	Toleranzzone .....	415, 426, 427, 428, 459, 460
System, ISO-Toleranzklasse .....	426	Tolerierung, dimensionell .....	404
System, konservativ .....	131	Tolerierung, geometrisch .....	404
System, mechatronisch .....	192	Tolerierungsgrundsatz .....	404, 464
Systementwicklung .....	199	Tonne .....	60
		Tonnenlager .....	663
<b>T</b>		Toroidalrollenlager .....	664
Tailored coating .....	554	Torsion .....	232
Talshohlentiefe .....	396	Torsionsbeanspruchung .....	280
Tangentialspannung .....	234	Torsionsflächenmoment .....	247
Tastschnitt .....	395	Torsionsspannung, Gewinde .....	518
Taststrecke .....	395	Torsionswiderstandsmoment .....	247
Technische Darstellungslehre .....	348	TPD (Technische Produktdokumentation) .....	348
Technische Komponente .....	192	Tragfähigkeit, Dimensionierung .....	688, 701, 711
Technische Produktdokumentation (TPD) .....	348	Tragfähigkeit, dynamisch .....	571, 689
Technische Statistik .....	74	Tragfähigkeit, statisch .....	274
TED (Theoretisch exaktes Maß) .....	367	Tragfunktion .....	568
Teilausschnitt .....	353	Trägheitskraft .....	152
Teilfaktoriell (Versuchsplan) .....	87	Trägheitsmoment, polar .....	245
Teilschnitt .....	353	Trägheitsradius .....	238
Teilungswinkel .....	581	Tragsicherheit, statisch .....	584, 713
Tellerfeder .....	545	Tragzahl, statisch .....	584
Temperatureinheit, Umrechnung .....	33	Translationskraft .....	152
Temperaturpunkt .....	115	Trennbruch .....	239
Temperguss .....	303	Trennen .....	402
Temperguss, mechanische Eigenschaften .....	304	Trennfuge, Schraubenverbindung .....	518
Terrestrische Größe .....	118	Tribochemie .....	560
Tetmajer-Gerade .....	238	Trigonometrische Funktion .....	49, 52
Theoretisch exaktes Maß (TED) .....	367	Triondur-Schichtsystem .....	565
		Tropfölschmierung .....	612
		T-Stoß .....	375

- U**
- Überanpassung ..... 347
  - Übergangspassung ..... 425, 446
  - Übergangssitz ..... 425
  - Überlagerung, Schwingung ..... 157
  - Überlappstoß ..... 375
  - Überlebensfunktion ..... 85
  - Übermaßpassung ..... 425, 446
  - Überrollfrequenz ..... 222
  - Überrollfrequenz, Außenring (BPFO) ..... 220, 222
  - Überrollfrequenz, Innenring (BPFI) ..... 221, 222
  - Überwachung ..... 717, 735
  - Ultrastrahl ..... 114
  - Umfangskraft ..... 478
  - Umfangslast ..... 633, 725, 731, 737
  - Umformen ..... 402
  - Umlaufverdrängermaschine ..... 172
  - Umlaufverhältnis ..... 633
  - Umrechnung, Dualzahlen ..... 73
  - Umrechnung, Maße und Einheiten ..... 31
  - Umwälzzahl ..... 613
  - Unabhängigkeitsprinzip ..... 464
  - U-Naht ..... 378, 380
  - Untenführung ..... 728
  - Unteranpassung ..... 347
  - Unterkühlen ..... 490
  - Unterspannung ..... 277
  - Urformen (Fertigungsverfahren) ..... 402
  - Urliste ..... 74
- V**
- Vakuumpumpe ..... 188
  - Varianz ..... 76, 79, 93
  - Varianz, Regression ..... 93
  - Ventilsteuerung ..... 173
  - Verbindung, formschlüssig ..... 476
  - Verbindung, reibschlüssig ..... 484
  - Verbindung, stoffschlüssig ..... 532
  - Verdrängerleistung ..... 174
  - Verdrängungsvolumen ..... 174
  - Verdrehung ..... 256
  - Verfahren, chemisch ..... 555
  - Verfahren, elektrochemisch ..... 555
  - Verfahren, thermisch ..... 720, 723, 726, 729, 738
  - Verformung ..... 256
  - Verformung, elastisch ..... 224
  - Verformung, Gummifeder ..... 547
  - Verformung, plastisch ..... 517
  - Verformungszone ..... 273
  - Vergleichsspannung ..... 272
  - Vergleichsspannung, Schraubenverbindung ..... 518
  - Vergrößerungsfunktion ..... 161
  - Vergrößerungsmaßstab ..... 364
  - Vergüten ..... 306
  - Vergütungsstahl,
    - mechanische Eigenschaften ..... 285, 286
  - Verifikation (ISO GPS) ..... 406
  - Verkipfung ..... 588
  - Verkleinerungsmaßstab ..... 364
  - Verkürzung ..... 230
  - Verlagerung ..... 734
  - Verlagerung, axial ..... 588
  - Verlagerung, radial ..... 588
  - Verlagerung, radial/axial ..... 587
  - Verlängerung ..... 230
  - Vermehrung ..... 67
  - Verminderung ..... 67
  - Versagensart ..... 239
  - Verschiebekraft ..... 707
  - Verschiebung, radial ..... 234
  - Verschleiß ..... 722
  - Verschleiß (Tribochenie) ..... 560
  - Verschleiß beeinflussen ..... 551
  - Verschleiß, abrasiv ..... 555, 560
  - Verschleiß, adhäsiv ..... 556, 560
  - Verschleißbart ..... 560
  - Verschleißschutz ..... 563
  - Verschleißschutz-Zusatz ..... 611
  - Verschlussschraube ..... 494
  - Verschränkung ..... 588
  - Verspannungs-Schaubild ..... 514
  - Versuchsplan ..... 87
  - Versuchsplan, OFAT (One-Factor-at-a-Time) ..... 89
  - Versuchsplan, Screening ..... 87
  - Versuchsplan, teilfaktoriell ..... 87
  - Versuchsplan, vollfaktoriell ..... 87
  - Versuchsplan, Wirkungsflächen ..... 88

Versuchsplanung (Statistik) .....	87	Wärmeausdehnung (Körper, Gas) .....	115
Verteilung, Weibull .....	85	Wärmebehandlung, Ablauf .....	314
Verteilungsfunktion .....	76	Wärmebehandlung, Stahl .....	306
Vertrauensbereich .....	81	Wärmebilanz .....	600
Vickershärte .....	317	Wärmedehnung, Einfluss O-Anordnung .....	629
Vierpunktlager .....	654, 678	Wärmedehnung, Einfluss X-Anordnung .....	629
Viskosität, kinematisch .....	577	Wärmedurchgangskoeffizient .....	602
Viskosität, Temperatureinfluss .....	611	Wärmespannung .....	233
Viskositätsverhältnis .....	577	Wartungseinheit .....	189
V-Modell .....	198, 199	Wechselbeanspruchung .....	279
V-Modell, Produktentwicklung .....	340	Wechselfestigkeit .....	277
V-Naht .....	377, 380	Wechselfestigkeitswert .....	279
V-Naht, flach .....	379	Wegeventil .....	182
Vollfaktoriell (Versuchsplan) .....	87	Weibull-Summenfunktion .....	85
Volllinie .....	361	Weibull-Verteilung .....	85
Vollschnitt .....	353	Weichglühen .....	308
Vorderansicht .....	349	Wellenführung .....	708
Voreilwinkel .....	157	Wellenschenkel .....	737
Vorhersagegüte .....	347	Wellentoleranz .....	635
Vorsatz, international (Maßeinheit) .....	27	Wellentoleranz, Axiallager .....	637
Vorspannkraft, Schraubenverbindung .....	517, 523	Wellentoleranz, Radiallager mit zylindrischer Bohrung .....	635
Schraubenverbindung .....	517, 523	Welligkeitsprofil .....	393, 395
Vorspannung .....	697, 734	Werkstoffanstrengung .....	272
Vorzeichenregel .....	40	Werkstoffauswahl .....	337
VorzugsKenngröße .....	383	Werkstoffbezeichnung .....	282
		Werkstoffermüdung .....	719, 722
		Werkstofffestigkeit .....	272
		Werkstoffkennwert .....	228
		Werkzeugmaschine .....	732
		Wertheäufigkeit .....	83
		Widerstandsmoment .....	242
		Widerstandsmoment, axial .....	242
		Widerstandsmoment, polar .....	518
		Wiederholfrequenz .....	219
		Winkelfehler .....	657
		Winkelfunktion .....	49
		Winkelgrößenmaß, Spezifikationsmodifikator .....	423
		Winkelmaß, Toleranz .....	412
		Winkligkeit .....	461
		Wirbelstromprüfung .....	212
		Wirkfläche .....	553
		Wirkprinzip (Sensor) .....	211
		Wirkungsflächen (Versuchsplan) .....	88

## W

Wägewert .....	28
Wahrscheinlichkeitsnetz .....	80, 82
Wälzkörper .....	650
Wälzkörper-Drehfrequenz (BSF) .....	221, 222
Wälzkörperreihe, Anordnung .....	695
Wälzlager .....	568
Wälzlager, erhöhte Genauigkeit .....	721
Wälzlager, rotatorisch, Grundaufbau .....	650
Wälzlagerlaufbahn .....	275
Wälzlagerstahl, durchhärtend .....	315
Wälzlagerstahl, einsatzhärtend .....	315
Wälzlager toleranz .....	450
Wälzpartner, Kontaktstelle .....	722
Wärmeabfuhr .....	589
Wärmeabfuhr, Schmierstoff .....	613

Wirtschaftlichkeit (Wälzlager) .....	570	Zinseszins .....	67
Wissensbasiertes Konstruieren .....	344	Zinsrechnung .....	67
W-Kenngröße .....	393	Zufallsexperiment .....	90
Wähler-Diagramm .....	277	Zugbeanspruchung .....	230, 279
Wölbnaht .....	380	Zugfestigkeit .....	227, 317
Würfel .....	59	Zugspannung, Schraube .....	518
Wurzel .....	41	Zusatzlast, radial dynamisch .....	737
Wurzel (Schweißnaht) .....	377	Zustandsschaubild Eisen-Kohlenstoff .....	311
		Zustandsüberwachung .....	208, 212
		Zustandsüberwachung, Schwingungsanalyse ....	216
		Zustandsüberwachungssystem	
		.....	720, 723, 726, 729, 731, 735, 738
		Zuverlässigkeit (Wälzlager) .....	570
		Zuverlässigkeitsfunktion .....	76, 85
		Zwischenstück .....	660
		Zylinder .....	59
		Zylinderrollenlager .....	658, 736
		Zylinderrollenlager, mit Käfig .....	658
		Zylinderrollenlager, vollrollig .....	660
		Zylindrizität .....	460
<b>X</b>			
X-Anordnung .....	629, 695		
X-Naht .....	377, 380		
<b>Y</b>			
Y-Naht .....	377		
Y-Naht, ausgearbeitete Wurzel .....	379		
<b>Z</b>			
Zahl, gebrochen .....	70		
Zahl, häufig gebraucht .....	36		
Zahl, komplex .....	44		
Zahl, pythagoreisch .....	37		
Zahlensystem .....	69, 70		
Zahlensystem, römisch .....	34		
Zahlensystem, Umrechnung .....	71		
Zahnradgetriebe .....	541		
Zeichen, mathematisch .....	36		
Zeichen, Mengenlehre .....	68		
Zeichnung, Grundelement .....	357		
Zeichnungseintragung .....	458		
Zeichnungseintragung, Abmaß .....	413		
Zeichnungseintragung, Grenzmaß .....	413		
Zeichnungseintragung, Toleranzklasse .....	413		
Zeitbereich .....	218		
Zeitfestigkeit .....	277		
Zentraler Kraftstoß .....	138		
Zentrifugalmoment .....	245		
Zickzacklinie .....	361		



# Schaeffler Technisches Taschenbuch

## Inhalt

- Einheitensysteme
- Mathematik
- Technische Statistik
- Chemie
- Physik
- Mechanik
- Mechanische Schwingungen und Akustik
- Hydraulik und Pneumatik
- Mechatronik
- Festigkeitsberechnung
- Konstruktionswerkstoffe
- Produktentwicklung
- Technische Darstellungslehre
- Toleranzen und Passungen
- Konstruktionselemente

Die Kapitel sind im Sinne eines fundierten Nachschlagewerks zwar ausführlich, jedoch bewusst kurz gefasst und auf die direkte, praktische Anwendbarkeit hin ausgerichtet. Mit seiner kompakten und prägnanten Darstellungsweise schließt das Schaeffler Technische Taschenbuch so die Lücke zwischen ausführlichem Lehrbuch und reinem Tabellenwerk.

## Zielgruppen

Auf Grund seiner Konzeption richtet sich das STT primär an Studierende der Technischen Universitäten, Hochschulen und Fachhochschulen sowie an Studierende der Fachschulen für Technik mit der Fachrichtung Maschinenbau. Durch sein didaktisches Konzept eignet sich das Buch sowohl für den Unterricht als auch zum Selbststudium. Daneben ist das Kompendium ein bewährter und zuverlässiger Begleiter für erfahrene Konstrukteure im Fahrzeug-, Maschinen-, Geräte- und Anlagenbau.

## Herausgeber

Schaeffler ist ein weltweit führender Wälzlagerhersteller und renommierter Zulieferer der Automobilindustrie. Dokumentiert wird diese Vorrangstellung auch durch die große Anzahl jährlicher Patentanmeldungen.



App zum STT:  
[apps.schaeffler.de](https://apps.schaeffler.de)

STT / de-DE / DE / 2023-08